

**Mobilização de Meios Semióticos e a Análise
Multissemiótica decorrentes de uma situação da Early
Algebra**

**Mobilization of Semiotic Means and Multisemiotic Analysis
resulting from an Early Algebra situation Multisemiotic
Analysis in an Early Algebra situation**

Renata Aparecida de Faria (1)¹

RESUMO

Neste artigo apresentamos o recorte de uma pesquisa de cunho qualitativo e descritivo, com referencial de duas teorias da Educação Matemática com abordagem semiótica, porém com enfoques distintos - a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Teoria da Objetivação. O objetivo foi investigar como elementos dessas teorias emergem, a partir de uma situação do contexto da Early álgebra, com estudantes do Ensino Fundamental dos Anos Finais II. Diante da mobilização de diversos meios semióticos durante a situação proposta se fez necessário um instrumento denominado - Análise Multissemiótica -, de modo a contemplar a abrangência dos meios semióticos em consonância com as teorias elencadas. A análise multissemiótica apresenta três (3) etapas. A primeira contém a descrição dos meios semióticos - artefatos, representações, gestos -, dentre outros. A segunda etapa consistiu em indicar os processos de objetivação e subjetivação, nos quais os meios semióticos são fundamentais. A última etapa, o meio semiótico – representações – foi considerado em relação aos seus registros e as atividades cognitivas de tratamento e conversão. O instrumento analítico permitiu verificar a importância da multiplicidade de meios semióticos, além da relevância de referenciais teóricos com diferentes enfoques, na investigação de uma mesma situação.

PALAVRAS-CHAVE Early Algebra. Meios Semióticos. Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Teoria da Objetivação.

ABSTRACT

In this article we present the outline of a qualitative and descriptive research, with reference to two theories of Mathematics Education with a semiotic approach, but with different focuses - the Theory of Records of Semiotic Representation and the Theory of Objectivation. The objective was to investigate

¹ Ensino de Ciências e Educação Matemática - PECEM /UEL. rafrenata73@gmail.com.
<https://orcid.org/0000-0003-4249-3993>



how elements of these theories emerge, from a situation in the context of Early algebra, with Elementary School students in Final Years II. Given the mobilization of different semiotic means during the proposed situation, an instrument called - Multisemiotic Analysis - was necessary, in order to contemplate the scope of semiotic means in line with the theories listed. Multisemiotic analysis has three (3) steps. The first contains the description of semiotic means -artifacts, representations, gestures -, among others. The second stage consisted of indicating the processes of objectification and subjectification, in which semiotic means are fundamental. The last stage, the semiotic medium – representations – was considered in relation to their records and the cognitive activities of treatment and conversion. The analytical instrument allowed us to verify the importance of the multiplicity of semiotic means, in addition to the relevance of theoretical references with different approaches, in the investigation of the same situation.

KEYWORDS: Early Algebra. Semiotic Means. Theory of Registers of Semiotic Representation. Theory of Objectification.

Introdução

A Semiótica é denominada a ciência dos signos e desponta em investigações na Educação Matemática na década de 1990, enquanto princípio de diferentes teorias relacionadas ao ensino e a aprendizagem de Matemática. Uma abordagem semiótica da educação está “ligada à maneira pela qual seus pressupostos epistemológicos e ontológicos são expressos e até transformados por conceitos e construções semióticas” e não pode consistir simplesmente no amálgama de uma teoria semiótica e outra educacional (Radford, 2013, p.19).

A abordagem semiótica é a premissa desta investigação, na qual optamos por duas teorias da Educação Matemática caracterizadas pelo viés semiótico: a Teoria da Objetivação (TO) e a Teoria dos Registros de Representação Semióticas (TRRS).

A Teoria da Objetivação proposta por Luís Radford apresenta em seus princípios um enfoque sociocultural, em que a relação entre o saber e o ser são inseparáveis. Nesse referencial, a mobilização dos meios semióticos - gestos, ritmos, artefatos, representações -, é fundamental para os processos de objetivação e subjetivação, o que resulta na aprendizagem. Esses processos são simultâneos e indissociáveis.

Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, o enfoque é cognitivo situando os registros de representação, enquanto ferramentas para apreensão conceitual e maneiras de representar um objeto matemático. Segundo Duval (2011, p.73), o conhecimento matemático não começa com as representações semióticas dos “conceitos” ou dos objetos, mas com suas transformações.

As investigações a respeito do desenvolvimento do Pensamento Algébrico desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental são evidenciadas por estudos como

de Blanton (2008) e Kieran (1992), em especial no contexto referente a Early Algebra.

Esse trabalho é o recorte de uma pesquisa de doutorado cuja investigação foi identificar o modo como os elementos da Teoria da Objetivação e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica se apresentam, a partir de uma situação da Early Algebra considerando aspectos do Pensamento Algébrico.

Na resolução da situação “Quantos telefonemas”? inúmeros meios semióticos foram mobilizados. Optamos por um instrumento analítico denominado Análise Multissemiótica em 3 etapas, de modo a contemplar as inferências quanto aos meios semióticos e os elementos da TO e da TRRS de maneira mais fidedigna possível.

A estrutura do texto inicia com considerações breves referentes ao Pensamento Algébrico e a Early Algebra, Teoria da Objetivação e Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Em seguida, os procedimentos metodológicos e o contexto da investigação. Logo após, temos as descrições, as etapas da análise multissemiótica e inferências do modo como os elementos teóricos emergiram da situação “Quantos telefonemas”? No último tópico, as considerações e possíveis contribuições para pesquisas futuras e por fim, o referencial bibliográfico.

Pensamento Algébrico e Early Algebra

A amplitude do conceito de Pensamento Algébrico, segundo Blanton (2005, 2008), Kaput (2000), Kieran (1992) envolve ideias de padrões, regularidades, sequências, raciocínio, equações, cálculos aritméticos, expressões, fórmulas, relação entre termos, valor desconhecido, modelos matemáticos, variações.

O Pensamento Algébrico é um modo de refletir a respeito de diferentes situações matemáticas, de modo que as características citadas acima possam ser contempladas e dotadas de significado pelo estudante, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nesse trabalho, a característica do Pensamento Algébrico presente na situação da Early Algebra é a covariação, ou seja, a relação entre duas variáveis.

A partir da necessidade de repensar o ensino da Álgebra Escolar e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, indicamos o que os documentos oficiais sugerem no âmbito educacional para os profissionais envolvidos com a Educação (pedagogos e gestores) e para professores de Matemática em diferentes níveis do ensino básico.

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) é um documento normativo BNCC e sugere situações problemas inseridas no contexto do Pensamento Algébrico desde os Anos Iniciais, como forma de propiciar aos estudantes mais jovens o contato com diferentes maneiras de produzir significados, a fim de que ao ingressar nos Anos Finais do Ensino Fundamental e posterior Ensino Médio, o estudante considere situações que envolvam ideias de generalização, regularidades, simbolismos com naturalidade (BRASIL, 2018).

A introdução do Pensamento Algébrico pode ser um contexto especial para examinar como as ideias e métodos da matemática elementar estão relacionados com outros que são tratados em anos mais avançados. Não se pretende, contudo, defender a ideia de que a aprendizagem matemática segue uma trajetória fixa, mas assume-se a dependência do desenvolvimento dessa aprendizagem com a estrutura curricular e as abordagens de ensino (Mestre, 2014, p.14).

A Early Algebra é uma maneira de pensar que dá significado, profundidade e coerência para a compreensão matemática das crianças, aprofundando os conceitos já ensinados, de modo que haja oportunidade de generalizar relacionamentos e propriedades na matemática (Blanton et al., 2008).

Carraher et al. (2008) indicam que a Early Algebra não significa simplesmente o ensino da Álgebra mais cedo, é antes uma nova abordagem que envolve uma mudança conceitual. Isso não significa que conceitos e técnicas aritméticas sejam manifestamente algébricos, mas que são potencialmente algébricas, e tampouco que a aritmética deva ser preterida, ou que devam ser ensinados conteúdos de séries subsequentes. A ideia é que a partir dos conteúdos dos Anos Iniciais ocorra a integração e destaque dos aspectos algébricos.

Segundo Mestre (2014, p.11) (...) “esta perspectiva impele-nos a considerar que os tópicos ou conceitos isolados da aritmética podem fazer parte de ideias e conceitos mais gerais e abstrato.

Desse modo, o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e situações de ensino da Early Algebra compreendem processos de significação, o que reforça a escolha de teorias da Educação Matemática pautadas em abordagens semióticas.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Considerar o vínculo entre a atividade cognitiva, segundo a qual se “faz matemática” e a transformação de representações semióticas (que ao mesmo tempo permite o acesso aos objetos matemáticos e a realização de tratamentos) permitiu a Raymond Duval propor em meados dos anos 1990, o paradoxo cognitivo: de que

não se pode ter compreensão em matemática, se não distinguimos um objeto de sua representação. É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc., com suas representações (Duval, 2009, p.14).

As representações semióticas, ou seja, as produções constituídas pelo emprego de regras de sinais (enunciado em língua natural, fórmula algébrica, gráfico, figura geométrica) parecem apenas ser o meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais e contemplariam apenas as funções de comunicação.

Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), os conceitos de noésis e semiósis são fundamentais na compreensão do processo de aprendizagem.

Se chamarmos de semiósis a apreensão ou produção de uma representação semiótica e noésis os atos cognitivos como a compreensão conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência pareceria então evidente admitir que a noésis seja independente da semiósis (Duval, 2009, p.15).

O papel da semiósis no funcionamento do pensamento não é o emprego de um ou outro tipo de signo e sim a variedade de signos que podem ser usados e a noésis seria a apreensão dos conceitos. Sendo atribuída a necessidade das representações semióticas para certas funções cognitivas fundamentais e a implicação recíproca das representações mentais e das representações semióticas, parece legítimo avançar a hipótese contrária: Não há noésis sem semiósis, é a semiósis que determina as condições de possibilidade e de exercício da noésis (Duval, 2009, p.17).

Os registros de representação (aritmético, algébrico, gráfico) são sistemas cognitivamente produtores, ou mesmo criadores de representações sempre novas. Segundo Duval (2011, p.70) um registro “é um sistema semiótico particular que não funciona nem como código, nem como sistema formal. Ele se caracteriza, essencialmente, pelas operações cognitivas específicas que permite efetuar”.

Um alerta de Duval (2009) é sobre a importância das representações semióticas na atividade cognitiva e a sinalização de que as funções desempenhadas pelas representações semióticas vão além da comunicação, ou de simples suporte para as representações mentais.

Os Registros de Representações Semióticas permitem os graus de liberdade que um sujeito pode dispor para objetivar a si próprio uma ideia ainda confusa, um

sentimento latente, para explorar informações ou simplesmente para comunicá-las a um interlocutor (Duval, 2009, p.37).

Um registro é um produtor de representações, uma ferramenta que possibilita do ponto de vista cognitivo (...) a análise de todas as representações semióticas para poder nelas reconhecer as unidades de sentido que a elas são matematicamente pertinentes (Duval, 2011, p.150).

Em Matemática, temos os registros de representação algébrico, gráfico, aritmético - dentre outros -, nos quais se fundamenta o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Os tipos de registros, de acordo com essa teoria, podem ser classificados segundo sua natureza discursiva ou não-discursiva e sua forma monofuncional ou multifuncional.

Para Duval (2004, 2009, 2011) as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão são o cerne do sucesso ou fracasso do ensino e aprendizagem da Matemática e são necessárias à semiósis, ou seja, a produção de representações.

Cada uma dessas atividades apresenta regras de funcionamento próprias: a formação de representações e conformidade às regras de um sistema semiótico; o tratamento de representações semióticas e expansão informal utilizando um mesmo registro de representação semiótica e a conversão de representações na mobilização de dois ou mais registros e a coordenação. O autor ressalta que a distinção das atividades relacionadas à semiósis é essencial tanto para a análise cognitiva das tarefas quanto para as condições de uma aprendizagem conceitual (Duval, 2009, p. 61).

Essa afirmação nos parece fundamental, pois, a importância das atividades de formação, tratamento, conversão e coordenação residem no fato de ser intrínseco ao processo de ensinar e aprender matemática, os diversos registros com suas possibilidades representacionais.

Teoria da Objetivação

Luis Radford propõe o conceito de saber em uma perspectiva histórica e sociocultural de aprendizagem. As características dos pressupostos epistemológicos e ontológicos da Teoria da Objetivação podem ser especificadas quanto ao pensamento sendo elaborado enquanto práxis sociais (Radford, 2008).

Os objetos matemáticos são resultantes das atividades reflexivas decorrente da prática sociológica e mediada por artefatos. A objetivação e seu par - a subjetivação -, é de natureza semiótica e cognitiva como forma de operacionalizar a

teoria. O processo de ensino e aprendizagem é considerado como um produto cultural da atividade humana, a partir dos sistemas semióticos de significação cultural.

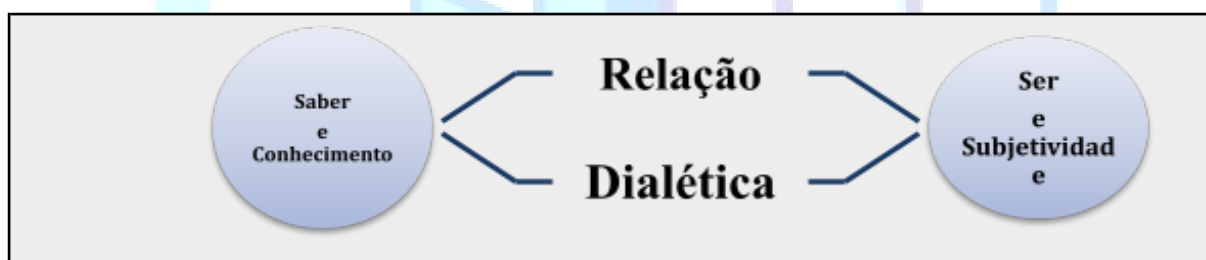
O foco do processo de ensinar e aprender não são só o conhecimento matemático, e sim o indivíduo que aprende, o indivíduo em devir. A TO sugere que os objetos matemáticos são historicamente gerados durante a atividade matemática dos indivíduos, constituindo-se como padrões fixos das interações humanas, a partir de reflexões e incrustados no mundo em constante movimento.

Na Teoria da Objetivação, a Semiótica desempenha papel fundamental, pois permite compreender que tais processos não são realizados simplesmente por meio do simbolismo matemático

(...) “nesses processos intervêm outros tipos de signos, como os gestos, as palavras, a entonação, o ritmo e outros signos corporais, enquanto meios semióticos de objetivação” (Radford, 2015, p.15).

Nesse sentido, o aspecto semiótico relaciona a objetivação a partir do processo social de tomada de consciência, de algo que não era “notado”, e a subjetivação como indissociável da objetivação enquanto ação contínua e histórica de criação do eu, do ser social. A subjetivação seria o devir do eu. Os processos de Objetivação e Subjetivação enquanto relações dialéticas do saber/conhecimento e do ser/subjetividade, em que ambos acontecem de modo indissociável, ou seja, não há objetivação sem subjetivação (Radford, 2006).

Figura 01- Relações no Processo de Objetivação e Subjetivação



Fonte: a autora

Concordamos com Radford, quando afirma que por meio de processos prolongados de objetivação e subjetivação, os alunos se envolvem em formas cada vez mais elaboradas de trabalho conjunto e estruturas cada vez mais complexas de intersubjetividades “dando origem a elaboradas formas culturais de percepções, imaginação, discursividade, simbolização e pensamento” (Radford, 2015, p.76).

Procedimentos Metodológicos

Descrevemos o percurso metodológico da investigação subsidiado pelo instrumento analítico, de modo a investigar: Como os elementos de teorias da Educação Matemática de abordagem semiótica com enfoques socioculturais e cognitivos se apresentam em uma situação do contexto da Early Algebra com estudantes do Ensino Fundamental II?

A investigação situa-se nos pressupostos da pesquisa qualitativa - descritiva. Nesse tipo de abordagem, a análise e interpretação das informações coletadas ocorrem de modo mais profundo e proporcionam novas perspectivas a respeito de um determinado fenômeno. A turma do 6º ano do Ensino Fundamental II era composta por trinta e um (31) estudantes, dos quais participaram da proposta vinte e nove (29) estudantes com idades entre 10 e 11 anos, em uma escola da Rede Estadual de Ensino situada no Norte do Paraná, durante a primeira quinzena de novembro de 2019. Destacamos que o grupo G1 aqui analisado era composto por cinco (5) integrantes: C, E, G, M, N.

Na codificação dos integrantes, utilizamos a inicial do nome de cada estudante e letra maiúscula – em caso de iniciais repetidas atribuiu-se a letra subsequente do nome em letra minúscula - e a letra P para indicação da pesquisadora nas interações dialógicas.

Descrição da situação “Quantos telefonemas”? e estrutura da Análise Multissemiótica

A situação proposta foi entregue ao grupo G1 em uma folha de sulfite. Previamente a pesquisadora havia solicitado materiais diversos que poderiam ser utilizados na resolução da situação.

Quadro 01 - Situação “Quantos telefonemas”?

Considere que 5 amigos desejam ligar uns para os outros para desejar Feliz Ano Novo. Quantas ligações podem ser feitas?

Fonte: Adaptado Canavarro (2007, p.82)

A estudante G se aproxima da pesquisadora e diz que o grupo dela está com dúvidas do que fazer com o material que trouxeram: um papelão revestido de folhas coloridas com copinhos em cima.

Pesquisadora: Olha só ... qual ideia de vocês?

Estudante G: A gente pensou nos nomes dos amigos e fez as cores e os copinhos pra cada um. No primeiro copo (Figura 02) são quatro (4) fichas e depois vai diminuindo.

A estudante N olha para a pesquisadora e pergunta se podem fazer mais coisas para ver a resposta e a estudante E pergunta se é para fazer alguma “conta”. Prontamente, a pesquisadora responde que podem indicar de quantas maneiras quiserem, inclusive com algoritmos.

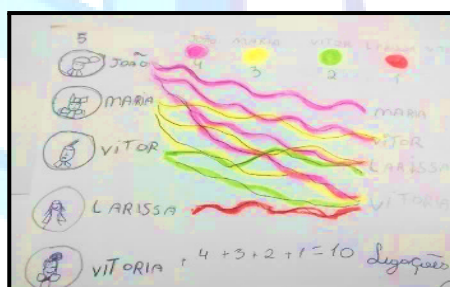
Figura 02 - Estudantes do Grupo G1 e indicação do modelo com copos



Fonte: Dados da Pesquisa

A pesquisadora é novamente chamada ao grupo que havia feito mais duas resoluções, além dos modelos com os copinhos. Uma das resoluções era composta de desenhos nominados, legenda colorida para cada pessoa e um algoritmo de adição (Figura 03) e a outra uma descrição escrita da quantidade de telefonemas.

Figura 03 - Representação com Desenho Nominados



Fonte: Dados da Pesquisa

A pesquisadora se manifesta quanto à nova resolução e questiona se há relação com o modelo anterior dos copinhos.

P: Que bacana a resolução de vocês!!!

Estudante M: Tem sim...foi só contar quantas ligações (indica com o dedo a quantidade de papéis em cada copo e as “linhas” coloridas). Daí foi “ligando” cada pessoa e a cor com quem ia falar, tipo (mostra

para a pesquisadora com o lápis a resolução), o João com o rosa ligou 4 vezes, então 4 “linhas”!!

P: E se fossem mais pessoas?

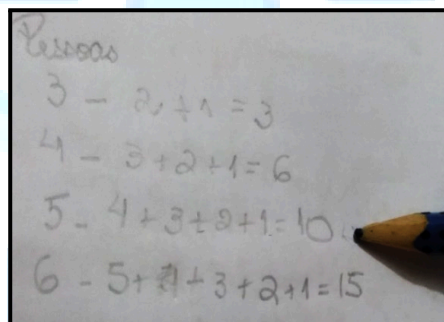
Estudante G: É assim: 5 pessoas têm aqui (indica a resolução do grupo), então 6 junta $5+4+3+2+1$, né?

A estudante G olha para os outros integrantes demonstrando um pouco de insegurança, como se de repente estivesse em dúvida sobre o algoritmo. A estudante M diz assertivamente: Sim ... sempre o depois soma uma pessoa mais!

A estudante E que estava tirando fichas dos copinhos, se vira em direção a colega M e diz de repente: - Que “depois”? A estudante M solicita a folha com a resolução que estava com Ga e diz indicando com o lápis para a colega E:

Estudante M: Assim ... 5 pessoas dão 10 (mostra as linhas e o algoritmo no final da resolução), e pra saber 6 pessoas soma 5 pessoas de antes com os 10 telefonemas....

Figura 04 - Resolução com algoritmos



$$\begin{array}{l} \text{Pessoas} \\ 3 - 2 + 1 = 3 \\ 4 - 3 + 2 + 1 = 6 \\ 5 - 4 + 3 + 2 + 1 = 10 \\ 6 - 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 \end{array}$$

Fonte: Dados da Pesquisa

Após essa fala, o estudante C diz para a colega M, que ela estava repetindo o que a estudante G tinha explicado. O estudante olha para o grupo um pouco confuso, fica um instante reflexivo e aponta que para determinar a quantidade de ligações de outras quantidades de pessoas, deveria começar pela quantidade proposta diminuído de um (1) e então somar o resultado da quantidade anterior.

Estudante E: Não é que soma mais uma pessoa !!! -diz enfaticamente a palavra uma- olha aqui!! (mostra a terceira linha do algoritmo: $4+3+2+1=10$). Dá certo pra outras pessoas, mas tem que juntar o total de antes (apontando para a terceira linha da Figura 04).

Análise Multissemiótica

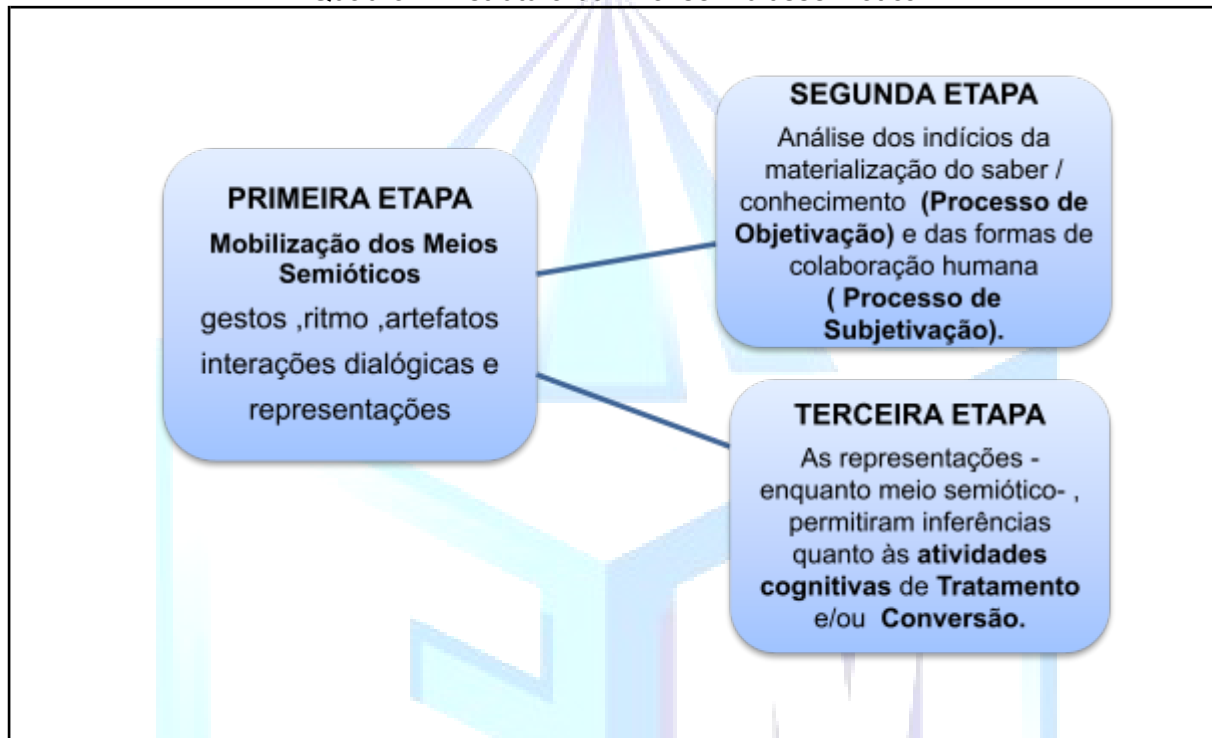
Conforme indicado anteriormente, a Teoria da Objetivação e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica contemplam abordagens semióticas, porém com princípios epistemológicos e ontológicos distintos.

Dessa maneira e diante da diversidade dos meios semióticos mobilizados durante a situação proposta, definimos o termo Análise Multissemiótica presente em

Radford e Sabena (2015); Sabena, Krause e Maffia (2016); Vergel (2019) e Noroño (2020) como o instrumento analítico de modo a contemplar em sua totalidade a investigação proposta.

O instrumento (Quadro 02) ilustra como a Análise Multissemiótica foi conduzida em 3 (três) etapas, a partir dos meios semióticos utilizados no decorrer da situação “Quantos telefonemas”?

Quadro 2: Estrutura da Análise Multissemiótica



Fonte: a autora

Na primeira etapa temos as inferências considerando os meios semióticos: gestos, ritmo, artefatos, interações dialógicas e representações. Na segunda etapa apresentamos a análise referente aos elementos da Teoria da Objetivação, os processos de objetivação e subjetivação, ou seja, as formas de produção de saberes e de colaboração humana, nos quais os meios semióticos são essenciais.

A terceira etapa contém as inferências quanto às atividades cognitivas de tratamento, isto é, resoluções no mesmo registro descritivo escrito no qual a proposta foi sugerida, e a conversão, ou seja, a mobilização de registros distintos do registro descritivo escrito, foram analisadas a partir das representações. enquanto meio semiótico, em diferentes registros indicados segundo os pressupostos da TRRS.

Primeira Etapa: A mobilização dos Meios Semióticos

Os meios semióticos mobilizados e/ou produzidos durante a proposta foram os gestos; posturas, olhares e ritmos; artefato e representações tais como: desenhos, esquemas, algoritmo e descrição escrita.

Verificamos que um dos meios semióticos mais utilizados foram os gestos denominados dêiticos, ou seja, gestos que indicam um objeto ou evento cuja interpretação depende do contexto em questão. Quando a estudante M mostra no modelo construído que o copinho de plástico (Figura 02) contém a quantidade de fichas referentes aos telefonemas de cada pessoa e às linhas coloridas, ela recorre aos gestos dêiticos como forma de legitimar a nova resolução composta de desenhos, linhas coloridas e algoritmo de adição. Segundo Vergel (2018) o gesto como um meio semiótico de objetivação desenvolve um papel importante na expressão das intencionalidades dos sujeitos e seu processo de conceitualização.

Os gestos mobilizados pelos estudantes se articulam com as resoluções, os diálogos e os conflitos decorrentes das interações entre os integrantes dos grupos, ou seja, “o conjunto de linguagens faladas, prosódicas, atividade entonacional, gestual, postural e facial em que os participantes se envolvem quando conversam” (Sabena, 2018, p.187).

Além dos gestos, destacamos outros meios semióticos, como a entonação vocal, o ritmo, olhares dos integrantes do grupo para o próprio grupo, para outros estudantes e para a pesquisadora. Por ser natural das interações humanas, a expressividade de emoções e sensações por meio de olhares, postura corporal e entonação vocal, esses elementos podem parecer intuitivos no processo educativo, descaracterizados de qualquer relação com a aprendizagem.

A entonação vocal como meio semiótico é percebida quando a estudante E dá ênfase à palavra (uma) para indicar que, ao considerar outras quantidades de pessoas, não seria somente somar mais uma (1) pessoa. Os artefatos são utilizados de maneiras distintas na materialização dos objetos matemáticos, ou seja, enquanto mediadores do saber em conhecimento.

Segundo Radford (2005), além do pensamento ser mediado pelo corpo, artefatos e signos, ele também se localiza no corpo, nos artefatos e nos signos. O modelo referente à situação “Quantos telefonemas?” está entre os meios semióticos. Consideramos esse modelo, como artefato que mediou o pensamento no sentido proposto pela Teoria da Objetivação.

Quando a estudante E diz que “No primeiro copo são quatro (4) fichas; depois vai diminuindo”, ao utilizar o artefato (modelo em que cada copinho de plástico representa uma pessoa e as fichas de papel a quantidade de telefonemas), a noção de relação entre as variáveis telefonemas e pessoas se evidencia. Além disso, o artefato com os copinhos plásticos e fichas funcionaram como uma extensão para a resolução com os desenhos, linhas coloridas e algoritmo.

Um dos meios semióticos mais utilizados por estudantes e professores durante uma aula de Matemática, independentemente do nível de ensino, são as representações. Situações do contexto da Álgebra escolar de modo geral, e aqui especificamente da Early Algebra, possibilitam a mobilização e/ou produção de representações, pelo fato de o Pensamento Algébrico possuir características abrangentes.

Uma representação pode ser uma configuração que poderá, por exemplo, agir em lugar de, ser interpretado como, corresponder a denotar, retratar, encarnar, codificar, evocar, rotular, ligar, significar, produzir, referir-se, assemelhar, servir como metáfora, substituir, sugerir, ou simbolizar o elemento representado (Goldin, 2002, p.208). Enquanto meio semiótico as representações mobilizadas foram denominadas como Representações Regulares e Representações Idiossincráticas.

As Representações Regulares são aquelas de utilização recorrente em outras situações matemáticas – ou seja, representações descritivas escritas, tabulares, gráficas, aritméticas, algébricas. As Representações Idiossincráticas, como desenhos, diagramas e esquemas, são construídos pelos estudantes e produzidos de maneira singular, à medida que resolvem problemas e investigam ideias matemáticas.

Segundo Mestre (2014, p.44), as representações idiossincráticas “podem desempenhar um papel bastante importante, ajudando os estudantes na compreensão e na resolução de problemas e proporcionando formas significativas para registrar um método de resolução e para descrevê-lo a outros”. As Representações Idiossincráticas produzidas pelos estudantes na resolução da proposta permitiram uma significação própria do objeto matemático, corroborando o princípio da Semiótica quanto a significar o signo.

A característica do Pensamento Algébrico de variação/covariação entre quantidades foi identificada, a partir das diferentes representações. Salientamos que as representações idiossincráticas funcionaram como uma metarrepresentação – ou

seja, a representação do artefato (modelo construído com copos de plástico e fichas de papel).

Segunda Etapa: Os processos de Objetivação e Subjetivação

Nesta investigação, o saber em potencial é a covariação entre a quantidade de pessoas e telefonemas, enquanto característica do Pensamento Algébrico. A situação proposta correspondeu ao que Radford (2008) assegura a respeito do objeto da situação ser (...) dinâmico, multifacetado, em constante mudança e que não “aparece” para cada aluno com a mesma clareza e entendimento.

Os integrantes do grupo, enquanto seres sociais envolvidos em uma atividade coletiva evidenciam que a noção de atividade proposta pela Teoria da Objetivação, não é simplesmente um grupo de pessoas fazendo alguma coisa. É o ser, o devir, a produção conjunta de saberes, o labor comum, enquanto condição basilar para o processo de objetivação e componente principal da TO.

No processo dialético que envolve pesquisadora e estudantes, há uma interação dinâmica em que a pesquisadora aponta estratégias, ouve com atenção e sensibilidade as sugestões dos integrantes do G1, amplia as discussões para o coletivo da sala de aula, em uma descoberta constante que culmina na produção do saber matemático constituído coletivamente, ressignificando - o.

Na análise do grupo G1, observamos que a objetivação no sentido destacado por Radford - objectare, estar frente à -, foi se constituindo na medida em que os meios semióticos foram mobilizados, como a confecção do artefato composto pelos copos plásticos e fichas coloridas, interações entre pesquisadora e estudantes, elaboração do desenho com linhas coloridas e o algoritmo. Os estudantes mostram e explicam para a pesquisadora que a quantidade de fichas nos copos corresponde à quantidade de telefonemas de cada pessoa e que o desenho nominado com legendas coloridas possui relação com o artefato dos copos e fichas. A estudante M indica gestualmente que cada copo seria uma pessoa do desenho nominado, e as fichas em cada copo seriam as linhas coloridas em que a primeira pessoa realizaria quatro (4) telefonemas.

Ao recorrerem ao algoritmo e aos desenhos com legendas – ou seja, a cada meio semiótico mobilizado – para indicar o total de ligações, ocorre à atualização do saber de modo contínuo. Quando questionados a respeito da quantidade de telefonemas para mais pessoas, a potencialidade do saber e a materialização em conhecimento são ilustradas nos recortes das interações dialógicas e os indícios de atualização do saber.

Estudante G... É assim: 5 pessoas têm aqui (indica a resolução do grupo), então 6 juntas $5+4+3+2+1$, né?

A noção de covariação em que o total de telefonemas t e a quantidade p de pessoas pode ser indicada por $t(p) = p - 4 + p - 3 + p - 2 + p - 1$, para $p = 5$:

Estudante E: Não é que soma mais uma pessoa. Dá certo pra outras pessoas, mas tem que juntar o total de antes.

Na afirmativa do estudante E, de que não é somente “somar 1”, indicamos que materialização do saber está em curso em que uma possível generalização da situação seria $t(p) = 4p - 10$, para $p = 5$. Na Teoria da Objetivação, professores e estudantes atuam juntos na atualização do saber e, conseqüentemente, na materialização do conhecimento. A pesquisadora, que tem noção do saber potencial – covariação –, se dispõe e instiga os estudantes a desvendar esse saber. Cada situação proposta aos estudantes traz consigo a potencialidade de algo geral, ocasionando o particular por diferentes meios semióticos mobilizados, materializando o saber em conhecimento.

Conseqüentemente, a produção de subjetividades que ocorre durante uma aula de matemática, por vezes é desconhecida dos docentes e das investigações na Educação Matemática. A relevância da subjetivação é de fácil compreensão: “(...) Assim que resistimos à tentação de reduzir a matemática à sua dimensão técnica e nos conscientizamos de que o aprendizado é sobre conhecer e ser” (RADFORD, 2008, p.226).

Nesse sentido, apresentamos nesse item as inferências quanto aos indícios de subjetividades constituintes dos processos de subjetivação, formas de colaboração humana e os vetores da ética comunitária.

A ética comunitária em seus vetores – responsabilidade, cuidado e compromisso - que envolvem o desenrolar da situação proposta “Quantos telefonemas?” desde seu início não surge de modo espontâneo no percurso da aula. É fruto de um processo, uma construção dinâmica que envolve a manutenção de vínculos, respeito, confiança. Como o labor comum e a ética comunitária não são algo que vai aparecer na sala de aula de forma natural ou mágica, temos que criar as condições para que apareçam (Radford, 2017, p.158). A estudante G, demonstra dúvidas em relação ao artefato com os copos plásticos e fichas coloridas. Há explanação dos integrantes do grupo em relação às fichas coloridas indicar a quantidade de telefonemas, porém a estudante N pergunta se podem fazer mais representações, como desenhos e/ou algoritmos. Nesse instante, a pesquisadora

poderia dizer ao grupo que o artefato produzido com os copos plásticos e as fichas coloridas já era suficiente para indicar a quantidade de telefonemas.

No entanto, a pesquisadora diz que fica a critério do grupo, ao perceber a insegurança dos integrantes e a necessidade de utilizarem outros meios semióticos e considera essa insegurança com apoio, cuidado ao outro, responde as sugestões, dúvidas e questionamentos.

Ao expor suas dúvidas e serem ouvidos, os estudantes do grupo e pesquisadora estão em Labor Comum, colaborando uns com os outros com compromisso e responsabilidade, seja no compartilhamento das dúvidas ou nas suas resoluções. As subjetividades dos envolvidos são contínuas, singulares, inacabadas.

Terceira Etapa: As atividades cognitivas de tratamento e conversão

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica proposta por Duval (2009) sinaliza a relação essencial entre a noção de semiósis – produção de uma representação semiótica –, e noésis – atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto. Na situação “Quantos telefonemas?”, o objeto matemático – a covariação entre as variáveis pessoas e telefonemas – foi apresentado a partir de diversas representações. Para fins de análise, sob a ótica dessa teoria indicaremos as representações regulares e idiossincráticas pelos registros.

Independentemente do nível de ensino, inúmeros registros de representação são mobilizados no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Os estudantes mobilizaram em sua maioria representações idiossincráticas no registro denominado imagético, ou seja, aquele que compreende figuras, esquemas, fluxogramas. O grupo produziu desenhos nominados e recorreram ao registro de representação aritmética para indicar a quantidade de telefones da situação proposta

Duval destaca a presença do registro oral em relação aos outros registros em face da função metadiscursiva da língua natural na comunicação, pois a língua natural “se traduz em todos os indivíduos, por uma espontaneidade discursiva que serve de ponto de ancoragem a toda aprendizagem ligada a um ensino”. (Duval, 2009, p.106).

Um outro aspecto referente aos registros, de acordo com Duval (2011), é a classificação segundo a natureza e forma de cada registro – ou seja, em multifuncionais e monofuncionais, discursivos e não discursivos. Os registros multifuncionais são aqueles em que os tratamentos - atividade cognitiva em que as

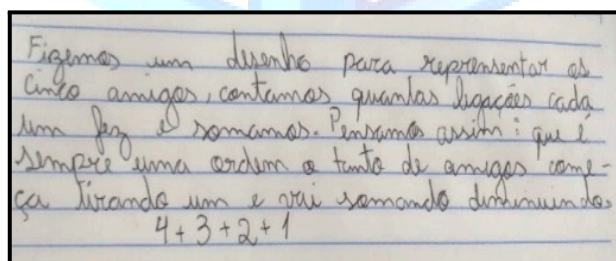
mudanças de representação ocorrem no mesmo registro inicial-, não são algoritmizáveis, como é o caso dos registros de representações descritivo escrito, descritivo oral e imagético. Um registro multifuncional pode ser discursivo ou não discursivo – o registro imagético, por exemplo.

Outra combinação são os registros monofuncionais, nos quais os tratamentos são realizados por meio de algoritmos e tem como representação os sistemas de escrita – o registro de representação aritmética– que também é discursivo. Um exemplo de registro monofuncional e não discursivo seria os gráficos cartesianos, que não foram utilizados

A variedade de registros utilizados pelos estudantes, além de significar a situação “Quantos telefonemas?”, ressalta a característica inerente da articulação dos registros de representação semiótica na compreensão conceitual, enquanto “(...) constante do desenvolvimento dos conhecimentos tanto sobre o ponto de vista individual quanto científico ou cultural” (Duval, 2009, p. 81). Segundo pressupostos da TRRS, as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão são inerentes a semiósis. Essas atividades cognitivas podem ocorrer durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática; porém, muitas vezes o docente pode escolher metodologias centradas somente em um tipo de registro, privilegiando o tratamento.

Duval (2011, p.150) aponta que as atividades cognitivas de conversão e tratamento “comandam a compreensão em Matemática”. O grupo apresentou a atividade cognitiva de tratamento ao mobilizar o registro descritivo escrito (Figura 05) – o mesmo em que a situação “Quantos telefonemas?” foi apresentada (registro de saída).

Figura 05 - Registro descrito escrito



Fonte: Dados da Pesquisa

O tratamento inferido aqui ocorreu enquanto validação das representações em registros anteriores – descritivo oral e imagético. A integrante E comenta que “Quase não escreve em matemática...”, seguida da indagação “(...)”, mas, pode

escrever?”. Em seguida, recorrem ao registro descritivo escrito. Quando a estudante M diz que "escrever" em Matemática não é recorrente, se deve ao fato de que o registro descritivo escrito pode demandar mais tempo na resolução das situações propostas.

Consideramos que estimular a mobilização desse registro no ensino de Matemática contribui para a apreensão conceitual – noésis – e para os demais campos do conhecimento, visto que o mesmo é multifuncional.

A utilização de dois ou mais registros de representação semiótica do objeto matemático – covariação entre as quantidades de pessoas e telefonemas – na situação da Early Algebra pelos estudantes indica a atividade cognitiva de conversão. Para que ocorra a atividade cognitiva da conversão, é necessária a utilização de registros diferentes em relação ao registro inicial. Segundo Duval (2009), a conversão não é trivial ou espontânea, pois há um custo cognitivo diferente quando um estudante realiza, por exemplo, a conversão de um objeto matemático representado algebricamente para o registro gráfico, mas não conseguir fazer o contrário (do registro gráfico para o algébrico) com o mesmo sucesso.

A questão epistemológica no ensino e aprendizagem de Matemática para Duval é o modo de acesso aos objetos matemáticos. Por exemplo, se o estudante, ao realizar a conversão de representações entre diversos registros, não reconhecer o mesmo objeto matemático em cada registro ou confundir o objeto com sua representação, poderá evidenciar o paradoxo cognitivo.

Os estudantes se valeram dos registros imagético e aritmético, sendo que esse último foi mobilizado para indicar a explicação verbal dos integrantes do grupo quanto ao algoritmo na determinação de ligações. De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (...) é necessário possibilitar “a exploração de todas as variações possíveis de uma representação num registro fazendo prever, ou observar, as variações concomitantes e representação em outro registro” (Duval, 2009, p.101).

Na análise multissemiótica aqui proposta, as representações como meio semiótico “automaticamente” pertencem a vários registros e indicam as atividades cognitivas de tratamento e conversão – inerentes ao ensino e aprendizagem de Matemática – de acordo com os pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. A pluralidade de registros de representações mobilizados pelos estudantes no decorrer da situação “Quantos telefonemas?” permitiu a

verificação do tratamento (representação no mesmo registro de saída) e conversão (representações em 2 [dois] ou mais registros distintos).

Considerações finais

Nesse artigo temos a investigação dos elementos teóricos da TO e da TRRS, a partir de uma situação do contexto da Early Algebra. Durante a resolução da situação “Quantos telefonemas”? os estudantes mobilizaram inúmeros meios semióticos, que foram essenciais para a elaboração do instrumento analítico composto em 3 etapas denominado Análise Multissemiótica.

Na primeira etapa, identificamos os diferentes meios semióticos na resolução da situação proposta. Os gestos, ritmo, artefatos, algoritmos e representações mobilizados pelos estudantes do grupo G1 evidenciaram os processos de significação e entendimento conceitual da relação entre as variáveis pessoas e telefonemas, ou seja, a covariação como característica do Pensamento Algébrico.

Os meios semióticos indicados anteriormente permitiram as inferências quantos aos processos de Objetivação e Subjetivação na segunda etapa, de acordo com os pressupostos da Teoria da Objetivação. Ressaltamos que o aspecto sociocultural da Teoria da Objetivação evidenciou as relações dialéticas entre saber/conhecimento e ser/subjetividade permeados pela ética comunitária.

Na terceira etapa da análise multissemiótica, os meios semióticos-representações - foram consideradas de acordo com os registros descritivos escrito, descritivo oral, aritmético e imagético. Cada um desses registros foi identificado quanto à sua natureza e forma – mono ou multifuncional e discursivo ou não discursivo. Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o aspecto cognitivo se evidencia ao reforçar a noção que o pensamento – não somente o matemático – é representacional. O grupo G1 realizou o tratamento - representação no registro inicial-, descritivo escrito e a conversão, ou seja, a utilização de representações em registros distintos ao registro inicial.

Investigar situações (não somente do contexto da Early Algebra) sob diferentes referenciais teóricos- considerando seus aspectos epistemológicos e ontológicos-, podem incrementar as opções metodológicas e possibilitar um entendimento mais abrangente do processo de ensino e aprendizagem de Matemática

Referências

BLANTON, Maria., KAPUT, James. Characterizing a classroom practice that promote algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36.n.5, p. 412-446, 2005.

BLANTON, Maria. **Algebra and the Elementary Classroom: Transforming Thinking Transforming Practice**. Portsmouth, NH: Heinemann 2008.

BRASIL. Base Nacional Curricular Comum. 2018.

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Portugal, **Quadrante**, v. 16, n. 2, p 81-118,2007.

CARRAHER, David; MARTINEZ, Mara. SCHLIEMANN, Analucia. Early Algebra and mathematical generalization. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v.40, p.3-22, 2008.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Universidad del Valle - Instituto de Educación y Pedagogía. Santiago de Cali, Colombia Peter Lang.2004.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Fascículo I. São Paulo: Livraria da Física.2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma** - Entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. São Paulo: Proem.2011.

GOLDIN, Gerald. Representation in mathematical learning and problem solving. Handbook of International Research in Mathematics Education. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.2002.

KIERAN, Carolyn. The Learning and Teaching of school Algebra. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and learning**. New York: Macmillan.1992.

MESTRE, Célia. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino**. Lisboa: Universidade de Lisboa, p.357. 2014.

NOROÑO, Irene Sanches. et al. Sobre os processos de objetivação de saberes geométricos. Análise de uma experiência de elaboração de simuladores com o Geogebra. **Educación Matemática** ,v. 32.n.1, p. 99-131.2020

RADFORD, Luis. Elementos de una teoría cultural de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking**, p.103-129.2006.

RADFORD, Luis. The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. No L. Radford, G. S.; Seeger F. (Eds.). **Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture**.(pp.215-234). Rotterdam: Sense Publishers.2008.

RADFORD, Luis. Three key Concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. **Journal of Research in Mathematics Education**, v.2 n,1, p. 7-44.2013.

RADFORD, Luis. Introduction: The phenomenological, epistemological, and semiotic components of generalization. **PNA**, v.9.n.3.p.129-141, 2015.

RADFORD, Luis. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. DIE - Doctorado Interinstitucional em Educação, Ênfasis matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.2017.

RADFORD, Luis.; SABENA, Cristina. The Question of Method in a Vygotskian Semiotic Approach. **Approaches to qualitative research in Mathematics education**, p.157-182. 2015.

SABENA, Cristina .**Multimodality and the Semiotic Bundle Lens: A Constructive Resonance with the Theory of Objectification**. Segundo monográfico sobre Teoría de la Objetivación, v.12. n.4, p.185-208.2018.

SABENA, Cristina.; KRAUSE, Christina; MAFFIA, Andrea L'analisi semiotica in ottica multimodale: dalla costruzione di quadro teorico al networking con altre teorie - Relazione al XXXIII **Seminario Nazionale di ricerca** 2016.

<https://www.researchgate.net/profile/Andrea-Maffia-b08ae5deb2658f68c/>

VERGEL, Rodolfo Causado.; GÁRZON, Pedro Javier Rojas. **Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula**. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.2018.

Submetido em: 15/09/2024

Aceito em: 02/07/2026