



O Cálculo Mental nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: discutindo possibilidades

Mental Calculation in the Early Years of Elementary School: discussing possibilities

Vanessa de Oliveira¹

Rosa Monteiro Paulo²

Resumo

Inspirados nas de tarefas desenvolvidas com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, nos voltamos para a compreensão de características do ensino de matemática nesse nível de escolaridade. O modo pelo qual os alunos se dispõem a resolver as tarefas propostas revela a ênfase nos algoritmos. Isso os faz cada vez mais dependentes dos professores para validar resultados. Objetivando alternativas para o modo de agir dos alunos em sala de aula, nos deparamos com a possibilidade de trabalho com o Cálculo Mental e nos voltamos para as estratégias pessoais de resolução dos problemas propostos. Esse fazer dos alunos na sala de aula dá o contexto da pesquisa que origina este texto. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, na qual se busca identificar possibilidades do Cálculo Mental nas aulas de matemática. Discutimos, neste texto, alguns aspectos revelados pela pesquisa que nos permitem destacar a relevância do trabalho com o Cálculo Mental.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Educação Matemática. Raciocínio. Algoritmos.

Abstract

Inspired by the tasks developed with students of the 5th year of Elementary School, we try to understand of the characteristics of mathematics teaching in this level of schooling. The way in which students are willing to solve the proposed tasks reveals that there is an emphasis on algorithms. This makes them increasingly dependent on teachers to validate results. With the aim of finding alternatives to the way students act in the classroom, we focus the possibility of working with the Mental Calculus and turning to the personal strategies of solving the problems proposed. This behavior of the students in the classroom gives the context of the research that originates this text. This is a qualitative research with a phenomenological approach, in which aim to identify possibilities of Mental Calculus in mathematics classes. We discuss in the text some aspects revealed by the research that allow us to highlight the relevance of the work.

Keywords: Mathematics Teaching. Mathematics Education. Reasoning. Algorithm.

¹ Mestranda em Educação Matemática; Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” /UNESP – Campus Rio Claro, SP, Brasil, vanessadeoliveira31@yahoo.com

² Doutora em Educação Matemática; Professora da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”/UNESP, Campus Guaratinguetá, SP, Brasil, rosa@feg.unesp.br

Introdução

A matemática é uma ciência com características muito próprias. Pensar sobre o ensino de matemática tem se tornado um grande desafio para alunos, professores, gestores escolares, pesquisadores e membros da sociedade. Compreender a matemática é uma tarefa árdua, exige trilhar um caminho longo com persistência e criatividade. Quando nos voltamos para a sala de aula, em especial a dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos deparamos com os primeiros (e talvez mais difíceis) passos dessa trajetória que, embora não se finde ou não se conclua com o passar dos anos escolares, objetiva um fim.

Neste texto pretendemos discutir as possibilidades e potencialidades que a matemática dos anos iniciais pode proporcionar aos alunos, quando se entende que é importante formar alunos para além da manipulação de técnica matemática em sala de aula e quando se assume que é preciso formar alunos para compreender o mundo matematicamente.

As ações de ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental nos conduzem à pesquisa e nos convidam a analisar características dessa matemática presente na sala de aula. A experiência vivida³ com um grupo de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública da rede municipal da cidade de Taubaté, São Paulo, expõe modos de fazer matemática que nos instigam à compreensão.

Olhar para o ensino de matemática leva-nos a perceber características já destacadas por D'Ambrósio no século passado.

Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro grau ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15)

Se analisamos o dito pelo autor somos levados a pensar sobre o “tipo de aluno” que se quer formar. De acordo com Radford (2015) há um consenso de que um bom estudante de

³ A experiência vivida a qual nos referimos trata-se da pesquisa de campo realizada por uma das autoras do texto como parte do Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática apresentado à Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. Foram propostas tarefas de Cálculo Mental para um grupo de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Várias estratégias foram utilizadas pelos alunos para a solução de problemas como: decomposição numérica, estimativa, compensação numérica, dentre outras. A análise desenvolvida permitiu apresentar os modos pelos quais os alunos expressam o raciocínio matemático diante de atividades com o Cálculo Mental.

matemática deve ser um bom resolvidor de problemas, o que vai de encontro com o trecho destacado acima, no qual o aluno é expectador de um espetáculo cujo protagonista é o professor.

Mas, o que significa ser *bom resolvidor de problemas*⁴? O que nossas ações, enquanto docentes, instituições de ensino e comunidade, contribuem para isso? Quais expectativas são postas sobre o *bom resolvidor de problemas*? O que buscamos? Não desejamos esgotar todas as possibilidades que tais perguntas exigem, mas antes pretende-se tecer algumas considerações que nos permitam dialogar sobre elas.

O que primeiro aparece, quando nos dispomos a analisar tais questões, é o modo pelo qual a matemática está presente nas salas de aula. Algoritmos, procedimentos, modelos de resolução, são exemplos do que se evidencia como fazer matemática na sala de aula. Nesse cenário, o *bom resolvidor de problema* deve possuir domínio dos algoritmos e dos procedimentos preestabelecidos. Porém, a matemática da sala de aula deve contemplar exclusivamente isso?

Documentos nacionais de orientações pedagógicas, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), orientam discussões, planejamento e reflexões acerca das práticas educativas nas diferentes disciplinas. No referente à disciplina de matemática, enfatiza-se que “a atividade matemática escolar não é ‘olhar para coisas prontas e definitivas’, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno” (BRASIL, 1997, p.19).

Outro documento, as Orientações Curriculares do Estado De São Paulo - Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Matemática (SÃO PAULO, 2014), discutem as potencialidades do ensino de matemática e afirmam que ela deve “ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a Matemática” (SÃO PAULO, 2014, p.3).

Nota-se que há, nos documentos oficiais, uma preocupação com um ensino de matemática que vá além da transmissão dos conteúdos ou do fazer algorítmico, situando aluno e professor como protagonistas de uma trajetória que visa à produção do conhecimento matemático. O que poderia oportunizar tal produção? Nossas leituras, e a vivência na sala de aula, nos indicam que um dos caminhos a seguir é aquele que valoriza e incentiva a prática do Cálculo Mental.

⁴ O termo *problemas* é utilizado no texto para se referir a todas as atividades envolvidas no ensino de matemática, em especial aquelas que envolvem emprego de estratégias para efetuar cálculos (operações).

Conhecendo os caminhos do Cálculo Mental

Antes de discutirmos o pensar acerca do Cálculo Mental, entendemos que é importante trazer características destacadas por estudos sobre o ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com Radford (2015) aprender matemática não é aprender a resolver problemas e fazer cálculos exclusivamente, mas sim *aprender a ser em matemática*; esse *aprender a ser em matemática* é único, no sentido de ser particular a cada indivíduo. Não desvalorizamos a importância da escola e do professor nesse movimento de *aprender a ser em matemática*, mas enfatizamos a relevância de uma atuação que impulse o aluno a *ser em matemática*. Porém, esse *aprender a ser em matemática* não é possibilitado quando o ensino de matemática fundamenta-se, por exemplo, exclusivamente em algoritmos convencionais.

A História da Matemática mostra que a necessidade dos algoritmos é indiscutível, uma vez que a sistematização e articulação sobre os números permitiram avanços significativos em diversas áreas. Isso, talvez, tenha levado a escola a assumir a responsabilidade de desenvolver tais habilidades em seus alunos, fazendo com que os algoritmos ganhassem espaço nos currículos escolares.

Para uma breve análise sobre as características do ensino de algoritmos na escola, assumimos a definição de Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014, p. 147), para quem algoritmo é “um conjunto de procedimentos que leva à execução de uma dada operação”. Autores como Clarke (2005), permite-nos entender a presença do ensino de algoritmo na escola ao destacar algumas de suas características.

- Algoritmos tem sido conteúdo tradicional nos anos iniciais da escolaridade em todo o mundo por muito tempo;
- Algoritmos são poderosos na resolução de problemas, principalmente quando envolve muitos números e a memória sobrecarrega-se;
- Algoritmos resumem várias linhas de equações;
- Algoritmos são automáticos, sendo capaz de ser ensinado e aprendido sem compreensão subjacente de sua base;
- Algoritmos são rápidos;
- Por fornecerem um registro escrito, os algoritmos permitem que professor e estudantes possam localizar erros;

- Para os professores, os algoritmos são fáceis de gerir e avaliar. (CLARKE, 2005, p. 93, tradução nossa)

Porém, essas são características essenciais ao ensino de matemática? Compreendemos que os algoritmos não devem ser abolidos do ensino de matemática nos anos iniciais, mas defendemos que os mesmos não sejam a única possibilidade, uma vez que “num algoritmo segue-se um processo e não se ‘perde’ tempo a olhar para os ‘entes’ aos quais se vão aplicar o algoritmo” (BROCARD; SERRAZINA, 2008, p.104).

Ou seja, ao seguir um algoritmo não se “perde” tempo analisando o significado dos procedimentos, da escrita que expressa o raciocínio ou dos modos utilizados para expressar a tomada de decisão (caso ela exista). Compreende-se a matemática como uma ciência cuja essência exige a variedade, a criação, o pensar.

Será então que o *bom resolvidor de problemas* é aquele que consegue executar com êxito os procedimentos algorítmicos? Galvez et al. (2011) e Leger et al. (2014) apontam que o ensino de matemática, com ênfase em algoritmos, traz consequências negativas para os alunos como, por exemplo, a incapacidade de detectar erros e corrigi-los, tornando-os cada vez mais dependentes da correção dos professores. Teixeira e Rodrigues (2015), também afirmam que as competências matemáticas necessárias para o aluno não são àquelas relacionadas exclusivamente a execução de algoritmos, pois

O facto de as crianças dominarem a execução de um algoritmo não significa, de todo, que tenham compreendido o sentido da operação ou que a saibam aplicar corretamente noutra situação completamente diferente. (TEIXEIRA; RODRIGUES, 2015, p. 253)

Uma característica do ensino pautado nos algoritmos é a necessidade do cálculo escrito, entendido neste texto como o registro escrito do algoritmo tradicional, que requer a utilização de lápis e papel. Segundo Mota e Megid (2014) a valorização do cálculo com lápis e papel ainda é muito evidente, tanto nas salas de aula como na sociedade, mesmo que, em algumas situações, pouco significado traga para o aluno e demonstre minimamente o seu raciocínio. Eberhardt e Coutinho (2011) e Santos (2014) destacam que, muitas vezes, a criança é colocada diante de uma situação cujo papel e lápis são recursos limitados, que não lhes permite expressar o pensamento ou resolver uma situação.

O registro escrito, segundo Santos (2014), é importante para o aluno organizar as ideias, o raciocínio e auxiliá-lo na retomada de procedimentos para analisá-los e validá-los ou refutá-los.

A dissociação entre o cálculo escrito e o registro escrito torna-se um grande desafio para a sala de aula dos anos iniciais, já que exige muito de alunos e professores. É necessário que o aluno sistematize estratégias utilizadas e realizar tal ação demanda uma busca por melhores modos de expressão, ou seja, por modos que sejam coerentes ao realizado e claros a quem a eles tiver acesso. Já do professor exige-se abertura (disponibilidade) para compreender as escolhas de cada aluno, sejam elas pelos procedimentos ou pelas formas de expressão.

Os algoritmos e o cálculo escrito não devem limitar as potencialidades das aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ao contrário, devem ser mais uma opção no repertório dos alunos (não a única). Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014) destacam que,

Sob esta ótica, a Matemática fica reduzida ao cálculo ou à execução de algoritmos, simplesmente desprezando o fato de este ramo do conhecimento humano fornecer modelos para representação e compreensão do mundo em que vivemos (NOGUEIRA; PAVANELLO; OLIVEIRA, 2014, p. 154)

Entende-se que a matemática, nos anos iniciais, deve privilegiar “formas matemáticas de pensar o mundo que não estão guiadas simplesmente para fazer cálculos” (RADFORD, 2015, p. 258). Esse modo de ver e compreender o mundo é também destacado nos PCN (BRASIL, 1997) e na Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2014) fazendo-nos ver a matemática como um modo de oportunizar a escolha de caminhos, favorecendo a constituição da autonomia e dando segurança aos alunos para justificar as opções feitas e os caminhos percorridos.

Entendendo desse modo, um ensino de matemática que preze pelas justificativas e pelos caminhos escolhidos, leva a compreensão da matemática como ciência dinâmica, que o ajuda a ser no mundo. É importante que o aluno tenha, na aula de matemática, experiências diversas que o permita caminhar por estratégias distintas e estar aberto a compreensão do que o outro faz (ou apresenta) (THOMPSON, 1999, p.5).

No ensino de matemática (hoje) a ênfase nos algoritmos e cálculos escritos, revela a matemática como uma ciência estática, com conceitos verdadeiros que não são suscetíveis a dúvidas e questionamentos, o que faz com que os alunos não busquem compreendê-la. De acordo com D’Ambrósio (1989), nesse cenário de uma matemática estática e acabada, os alunos não se sentem estimulados à investigação do desconhecido, do diferente, do não apresentado, do não popularizado. Ao contrário, eles se sentem apreensivos por não seguir os caminhos apresentados pelo professor, se sentem impotentes diante de uma situação nova.

Entendendo e vivenciando esse cenário do fazer matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, lançamo-nos na busca de caminhos alternativos para esse fazer em sala de aula. Nessa busca deparamo-nos com o Cálculo Mental e o vimos como uma possibilidade de fazer matemática na sala de aula, que permita ao aluno compreender o feito e compreender-se fazendo matemática. Passamos, então, a investigar as possibilidades de fazer matemática na sala de aula com o Cálculo Mental.

Agora, no texto, temos condições de explicitar o sentido que atribuímos ao Cálculo Mental. Embora os autores lidos nos permitam compreender que não há uma definição para Cálculo Mental, eles nos auxiliam a compreender algumas características que nos permitem falar do que estamos assumindo neste texto.

Inicialmente, pode-se dizer que o Cálculo mental envolve a “aplicação de fatos conhecidos em combinação com propriedades específicas do sistema de numeração para encontrar a solução de um cálculo cuja resposta não é conhecida” (THOMPSON, 1999, p. 1, tradução nossa). Ou ainda que ele “é um cálculo pensado, e não mecanizado, pressupõe o domínio das propriedades das operações, dos números e das relações que podem ser estabelecidas entre os mesmos” (TEIXEIRA; RODRIGUES, 2015, p. 252). Desse modo, torna-se um “cálculo hábil e flexível baseado nas relações numéricas conhecidas e nas características dos números” (BUYS, 2001 apud TEIXEIRA; RODRIGUES, 2015, p. 252.) em que se faz necessário um “conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados” (PARRA et al., 1996, p.195).

Pelo descrito acima se pode dizer que o Cálculo Mental não determina uma estratégia a ser utilizada pelo aluno para resolver um problema. Ele permite que o aluno se lance na busca de um modo de resolução do problema ou desafio, isto é, “no cálculo mental está sempre subjacente à ideia de seleção de uma estratégia a usar, a qual varia de acordo com os números e as operações envolvidas nos cálculos” (TEIXEIRA; RODRIGUES, 2015, p.253). As escolhas dependem da compreensão que os alunos têm dos conteúdos matemáticos e de como tais conhecimentos se articulam diante de uma situação nova.

De acordo com Mota e Megid (2014), o Cálculo Mental é importante, pois está presente nas diferentes formas de resolver problemas, de buscar soluções não convencionais e analisar os cálculos intermediários, permitindo a melhora e a compreensão dos algoritmos, por exemplo.

Estudos sobre estratégias de Cálculo Mental de Galvez et al. (2011) e Leger et al. (2014) destacam aspectos favoráveis, como o desenvolvimento da atenção, a concentração e memória, a familiarização com os números e a construção de formas de expressão individuais e coletivas para justificar procedimentos. Percebe-se que o Cálculo Mental valoriza escolhas enfatizando a relevância das estratégias pessoais e o desenvolvimento da autonomia.

Cálculo Mental permite que o aluno se lance na busca de caminhos que o assegurem um resultado válido, seja ele relativo a um problema de sala de aula ou da vida cotidiana. O desafio da sala de aula é colocar o aluno em movimento, desestabilizá-lo, confrontá-lo com situações variadas que o leve a *aprender a ser em matemática*. Essa característica rompe com rótulos sobre o ensino de matemática, uma vez que para movimentar-se é preciso rejeitar a passividade do aluno bem como a idéia de que o professor é quem detem o saber.

Nesse movimento de produção de conhecimento o aluno se abre à aceitação do novo, do desconhecido, aprendendo a ouvir os colegas e analisar as possibilidades. Como nos diz Clarke (2005), “a criança pode mover-se de maneira confiante dentro de suas compreensões e estratégias para aceitação de outros procedimentos” (CLARKE, 2005, p. 95, tradução nossa). Ou seja, ao compartilhar ideias e estratégias os alunos passam a conhecer a matemática dinâmica e criativa que encontramos descrita e preconizada nos documentos de orientações pedagógicas. Promover esse ambiente é, portanto, fundamental, inclusive para a generalidade, como destacam Brocardo e Serrazina (2008).

Deve ser dada liberdade aos alunos para inventar as suas próprias estratégias e procedimentos e discutir a sua eficiência e nível de generalidade. De facto, todas as investigações indicam que nas turmas em que se focam e discutem várias estratégias de cálculo, vão surgindo naturalmente processos de cálculo diversificados, alguns dos quais próximos dos algoritmos tradicionais. (BROCARD; SERRAZINA, 2008, p. 105).

A intenção do trabalho na sala de aula com o Cálculo Mental é dar poder de escolha ao aluno, uma escolha fundamentada e não apenas subjetiva. Logo, não é preciso ter a preocupação de encontrar a solução mais simples ou melhor. É preciso estar atento a justificativa que o aluno constrói, pois ela expressa o pensar e abre o caminho para a produção. A segurança com a qual o aluno justificará suas opções é fundamental nesse movimento que deve ser de acesso a todos, mas no qual cada aluno caminha num ritmo.

Ritmo, regularidade, padrão, são palavras que podem ser compreendidas como modos de envolver-se com o Cálculo Mental que não são genéricas, logo, nem todos os alunos caminham juntos. O ritmo evidencia a singularidade de tal prática, a particularidade das

escolhas, a individualidade do aluno ao lidar com a matemática, isto é, não se exigem de todos as mesmas habilidades. Isso revela o quanto o ensino de matemática não deve ser tratado de maneira homogênea, pois os alunos,

devem ser convidados a exercitar a autonomia, um processo contínuo durante a vida escolar [...] Confiar em si e agir, são habilidades que devem ser trabalhadas com as crianças, pois ajudarão a torná-las autônomas [...] As crianças devem ser encorajadas a acreditarem em si, elevando sua auto-estima e acreditando em suas potencialidades. (EBERHARDT; COUTINHO, 2011, p. 67)

O trabalho com o Cálculo Mental oportuniza o desenvolvimento de tais habilidades, porém é preciso um trabalho contínuo ao longo do ano letivo. Documentos oficiais, como as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Matemática (SÃO PAULO, 2014), enfatizam a importância do trabalho com o Cálculo Mental em todos os anos iniciais do Ensino Fundamental e destacam possibilidades para as aulas de matemática.

É importante salientar que a prática do Cálculo Mental não exige mudanças de conteúdos, mas sim mudanças ou adequações de práticas pedagógicas e postura do professor. Desenvolver uma prática que privilegie o Cálculo Mental não é aceitar qualquer resposta do aluno; é buscar sua justificativa, é estar aberto a compreender que a matemática não é uma ciência com caminhos únicos de resolução e respostas prontas.

A postura do professor nesse cenário é, portanto, fundamental. Ao se falar da necessidade dos alunos terem acesso a *modos* distintos de *fazer e pensar a matemática*, é preciso que os professores estejam preparados para estimular os alunos a pensarem em resoluções alternativas e fazer da sala de aula um ambiente propício a discussão, sem julgamentos.

Thompson (2009) destaca a importância dos professores estarem familiarizados com as estratégias dos alunos, não com a obrigação de ensinar todas elas, mas para reconhecerem-nas quando os mesmos as utilizarem. O professor deve estar disposto a promover um ensino de matemática para além dos algoritmos.

Thompson (2009) destaca algumas características da sala de aula e da postura do professor para um trabalho efetivo com o Cálculo Mental.

- Criar um ambiente de sala de aula onde as crianças se sintam à vontade para falar sobre as estratégias que elas usam;
- Ouvir atentamente as explicações de seus métodos de cálculo;

- Ser capaz de reconhecer a estratégia particular que uma criança está usando, e dar *feedback* positivo sobre a sua utilização :
- Assegurar que as crianças tenham as experiências necessárias para permitir que avancem em termos de estratégias mais sofisticadas. (THOMPSON, 2009, p. 42, tradução nossa).

A última característica destaca o papel do professor indicando-o como responsável por assegurar que as crianças tenham diversas experiências, abrindo horizontes de possibilidades, conhecendo e reconhecendo as fragilidades e as limitações do espaço escolar, de modo que o aluno sintá-se seguro para se lançar na investigação, no novo.

Inspirados nas vivências

Nossa experiência com o trabalho desenvolvido em uma escola da rede pública municipal de Taubaté, município do interior de São Paulo, com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, nos inspirou a olhar para esses modos de fazer matemática que vão além do fazer algorítmico.

Desenvolvemos, para o Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática, uma pesquisa qualitativa de cunho fenomenológico, na qual foram investigadas estratégias de cálculo mental utilizadas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental ao se envolverem com a resolução de problemas.

Esses alunos são de uma escola da rede pública de ensino, que é de período integral. Além das aulas regulares os alunos têm aulas (50 minutos) diversificadas como teatro, dança, entre outras. Para essas aulas os alunos são separados em grupos segundo a faixa etária. Nossa pesquisa aconteceu com um grupo de alunos que frequentavam essas aulas, ou seja, fora do contexto das aulas regulares ou de conteúdos disciplinares.

Para a pesquisa, foram cedidas pela escola seis aulas de 50 minutos cada, ao longo de duas semanas. A turma com a qual trabalhamos foi composta por cerca de 10 a 15 alunos, na faixa etária de 9 a 12 anos. O desenvolvimento das tarefas não envolveu nenhum professor além do pesquisador. Ou seja, o pesquisador não teve contato com o(s) professor(es) regulares dos alunos. Visando preservar a identidade dos alunos, optou-se por, na pesquisa, eleger nomes fictícios.

As tarefas propostas aos alunos, num total de 12, foram elaboradas pelo pesquisador considerando-se as leituras de documentos oficiais, como os PCN e a Proposta Curricular do

Estado de São Paulo, que trazem algumas propostas de trabalho com o Cálculo Mental em sala de aula, bem como autores que discutem o Cálculo Mental e explicitam situações de sala de aula. No decorrer do trabalho com os alunos não lhes foi indicado nenhum modo de resolução, isto é, o pesquisador explicava o objetivo da atividade, lia a proposta com os alunos e cada aluno (ou grupo) escolhia os meios de resolução que consideravam pertinentes à solução do problema.

Os dados de análise na pesquisa constituíram-se da transcrição da filmagem dos encontros e de registros escritos dos alunos, quando as atividades os exigiam. Foram elaborados termos de consentimento da filmagem, assinados tanto pela escola quanto pelos responsáveis dos alunos.

Neste texto, opta-se por apresentar três atividades propostas aos alunos, de modo que seja possível expor o diálogo ocorrido na sala de aula.

Na atividade intitulada “Maior ou menor?” os alunos tiveram de realizar comparação numérica e criar estratégias para operar – usando adição e subtração. Os diálogos abaixo são relativos aos modos como os alunos responderam a questão: “ $125 + 125$ é maior ou menor que 200?”.

Pesquisador: “Alguém mais quer falar o que pensou?” (Lais, Ana, Isaias, Danilo e Vitor levantam a mão.)

Pesquisador: “Vitor que estratégia usou?”

Vitor: “É que 125 mais 125, é só somar os dois 100 que dá 200 e os dois 25 que dá 50, então é maior que 200.”

Pesquisador: “Alguém mais quer falar?” (Ana levanta a mão)

Ana: “É que eu imaginei a conta na minha cabeça, daí eu e ela (Raissa) *imaginamo* a conta e daí a gente fez o resultado, que é maior”.

Pesquisador: “Como vocês imaginaram a conta?”

Ana: “É que a gente imaginou 1 mais 1 e já viu que ia dar maior”

Nas falas destacadas acima, nota-se que a questão: “ $125 + 125$ é maior ou menor que 200?”, foi enfrentada pelos alunos de maneiras distintas. Um grupo opta por realizar a operação através da decomposição numérica, enquanto a dupla de alunas, ao *imaginar a conta*, utiliza apenas os algarismos da ordem da centena e dão a resposta (tomam a decisão).

Não há uma resposta mais certa que a outra, há modos distintos de operar que expressam o raciocínio do aluno. São Paulo (2014) e Radford (2015) enfatizam a importância da

valorização dos modos distintos de se pensar matemática, já que as formas de se pensar matemática no mundo não são guiadas exclusivamente para a execução de algoritmos.

Entendemos que, para alguns alunos, resolver a operação é importante, eles se sentem mais seguros ao obter resultados numéricos, mesmo que lhes seja solicitado uma comparação. Porém, o procedimento adotado para a operação não é o algorítmico, ou seja, o procedimento adotado para pensar a operação e resolver “a conta” vale-se de conhecimentos que têm sobre a ordem de grandeza dos números, decompondo-os e operando com a forma decomposta.

O trabalho com a ordem de grandeza dos números é destacado nas Orientações Curriculares do Estado de São Paulo (2014), que salientam a necessidade de retomar o trabalho com o sistema decimal e ampliá-lo de modo que os alunos sejam capazes de operar com os números naturais, compreendendo propriedades das operações e estendendo-as a outros campos numéricos. O que percebemos nas falas dos alunos, sujeitos de nossa pesquisa, é que eles operam com os números e não com os algarismos, mostrando domínio do sistema de numeração.

Na atividade intitulada “Colorindo a resposta certa” os alunos tiveram de realizar a comparação numérica, estimando o valor de produtos. A atividade apresentada aos alunos foi a seguinte:

COLORINDO A RESPOSTA CERTA !!!!!!!
EM CADA FRASE A SEGUIR VOCÊ DEVE PINTAR O RETÂNGULO QUE TEM A
RESPOSTA CERTA, MAS SEM FAZER A CONTA NO PAPEL. ESCREVA ABAIXO
O QUE VOCÊ PENSOU !!!!

15 X 4 É MAIOR OU MENOR QUE 100

12 X 10 É MAIOR OU MENOR QUE 1000

42 X 4 É MAIOR OU IGUAL OU MENOR QUE 21 X 8

Figura 1 - OLIVEIRA, 2015, p.74

Os diálogos abaixo revelam modos de pensar dos alunos para responderem a 1ª questão da atividade.

Vitor: “A gente “vamo” pintar o menor”.

Pesquisador: “Por quê?”

Vitor: “Porque o resultado vai dá 60. Porque 2 vezes 15 , 30 e...mais 30 vai dar 60.”.

Pesquisador para Bianca e Helen: “E aí meninas? Fala pra mim o que vocês pensaram?”

Bianca aponta para a primeira sentença: “A gente fez 4 vezes o 5 que dá 20, e depois a gente fez 4 vezes o 1 que vai dá 4 e mais o 2 que deu 60.”

Novamente as atividades propostas não exigiam do aluno a operação, mas os mesmos optam por determinar o produto, isto é, resolver a multiplicação. Porém, a forma como o fazem nos chama a atenção. A segurança com a qual os alunos expõem sua forma de pensar é instigante; suas falas estão repletas de conhecimento. O aluno *Vitor* opta por trabalhar com a ideia de dobro e soma de parcelas iguais e faz isso de maneira segura, conseguindo expor o seu pensar e dialogar com os colegas sobre o feito.

As alunas *Helen* e *Bianca*, inicialmente apresentam o algoritmo tradicional da multiplicação, ou seja, multiplicam 4 por 5 e dão a resposta: 20. Em seguida fazem o mesmo para 4 vezes 1, mas para o resultado afirmam que 4 mais 2 dá “60”. Percebe-se que as alunas, ao somarem os produtos encontrados, compreendem o *número 2* como expressão de *duas dezenas* ou *vinte unidades*.

Embora se inicie com um procedimento tradicional, mesmo que o algoritmo não seja escrito com lápis e papel, a fala de *Bianca* revela que ela compreende as operações realizadas, o que lhe permite somar 20 e 40, obtendo 60 como resposta, concluindo o pensar. *Bianca* evidencia compreender as regras do cálculo escrito.

Esse modo de os alunos irem realizando as tarefas propostas nos incentivaram a montar outras questões expressas por situações problemas, como a intitulada “Dia do Show”.



Figura 2 – OLIVEIRA, 2015, p.72

Transcrevemos, a seguir, algumas falas dos alunos para discutir os modos de pensar.

Pesquisador: “Como vocês fizeram?”

Thiago para Natan: “30 tira 3, fica 27. (Usando os dedos, conta) 28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45.”

Natan faz os mesmos gestos com as mãos para Thiago.

Pesquisador: “Fala Vitor, o que você fez?”

Vitor: “Eu fiz a conta na cabeça”

Pesquisador: “Como você fez a conta na cabeça?”

Vitor: “O mês de novembro tem 30 dias, tirando 3 de 18, vai dar 15. 15 mais 30 igual a 45.”

Natan: “45”

Pesquisador: “Como você fez?”

Natan: “ 30 menos 3, mais 18”

As diferentes formas de resolver o problema proposto nos traz novamente as potencialidades do Cálculo Mental para a sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Cada fala representa a expressão do raciocínio matemático dos alunos. Percebemos, pelo modo como expõem o pensar, tanto suas habilidades, quanto suas limitações.

Vê-se que os alunos *Thiago* e *Natan* utilizam a mesma estratégia: subtrair os três dias corridos do mês de novembro (que aparece no calendário) e somar os dezoito dias até a data do show. Porém, os meninos somaram os dias de dezembro de maneiras distintas. Enquanto *Thiago* precisa do apoio da contagem usando os dedos, *Natan* realiza a soma mentalmente, sem apoio da contagem.

Já *Vitor* opta por trabalhar com os 30 dias do mês de novembro, retirando os três dias já corridos dos próximos que virão. Com isso nota-se que o aluno prefere operar com múltiplo de 10, característica evidenciada em outras situações no decorrer das atividades.

Esses relatos, embora tragam parte da experiência vivida em sala de aula, permitem colocar em evidência os modos de pensar e fazer matemática que fazem o aluno *ser em matemática*. Cada escolha feita pelos alunos revela a singularidade de suas habilidades e indica limitações. Tanto uma quanto outra são formas de acesso a compreensão matemática dos alunos que indicam caminhos possíveis na sala de aula.

A prática do Cálculo Mental, segundo o que pudemos compreender no fazer matemática com os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, permite a promoção de um espaço, no qual os alunos tenham a possibilidade de experimentar novas ideias e, valindando-as ou refutando-as no confronto com outras ideias, conforme Clarke (2005) e São Paulo (2014) Tais caminhos, escolhidos pelos alunos, embora distintos, levam a lugares comuns. No entanto, a caminhada revela características que nos fazem compreender nossas escolhas em matemática e respeitar as escolhas alheias.

Considerações Finais

Nossa experiência nos envolveu num trabalho com o Cálculo Mental para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e despertou olhares diferentes para a matemática que é possível ser tratada nos anos iniciais. Potencial e potencialidade tornaram-se palavra-chaves, que nos fizeram questionar o “quanto” podem as crianças? O quanto elas podem *ser em matemática*? O quanto a sala de aula pode ser enriquecida para oportunizar a formação matemática das crianças?

Como docente e pesquisadores, essas questões nos põem em movimento para tentar compreender nossas próprias possibilidades para contribuir com a inserção do Cálculo Mental nas aulas de matemática dos anos iniciais. Movimentar-se, movimento, movimentação. Os alunos inspiram nosso texto, uma vez que foram expostos a situações as quais não estavam acostumados e se dispuseram a, juntos, pensar em modos de *fazer matemática*. Cada aluno evidenciou o seu *jeito de ser em matemática*. Cada diálogo aberto e discussão oportunizada agitava a sala de aula. As palavras se misturavam a sons externos e aos poucos davam lugar ao silêncio do *pensar*, do *refletir*. E pronto tudo voltava à agitação novamente... Novas perguntas, novas questões, novas inquietações, barulho da produção deslanchando.

O cálculo de cabeça ou com a cabeça? Ainda estamos pensando sobre a possibilidade de resposta a essa questão. Segundo uma das alunas participantes da pesquisa, o problema é facilmente respondido. Ela diz: “*Tia, eu fiz a conta da imaginação!*”, a *imaginação*, o que usualmente não se espera na sala de aula de matemática, foge aos padrões; foge da busca do resultado preferencialmente certo.

Porém, se o foco está voltado para os caminhos trilhados, quanto de matemática se expõe? Quanto de matemática há em uma decomposição numérica? Em uma estimativa? Uma “matemática melhor” que a encontrada quando se privilegia a execução de algoritmos? Não se trata de buscar se há ou não uma matemática melhor ou um modo melhor de se fazer matemática. O que se pretende é discutir os modos pelos quais se podem oportunizar situações nas quais as estratégias pessoais sejam valorizadas, nas quais o pensar esteja impregnado nas ações de fazer matemática.

Tal qual entendemos, e defendemos neste texto, o Cálculo Mental é uma das possibilidades de se fazer e pensar matemática e é nele que apostamos, defendendo que, a partir

da prática do Cálculo Mental, o aluno está *aprendendo a ser em matemática*. Está calculando com a cabeça, mas também com todo o resto de seu ser do qual é impregnado.

Referências

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: SEC/SEF, 1997.

BROCARD, J.; SERRAZINA, L. O sentido do número no currículo de matemática. In: BROCARD, J.; Serrazina, L.; Rocha, I. (Eds.). **O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Lisboa: Escolar Editora, 2008, p. 97–115. Disponível em: <http://www.aveordemsantiago.pt/pdfs/novos_programas/matematica/primeiro_ciclo/desenvolvimento_sentido_numero.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2016.

CLARKE, D. M. Written algorithms in the primary years: Undoing the ‘good work’?. In: Proceedings of the twentieth biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers 20. Austrália. **Anais ...** 2005. p. 93-98. Disponível em: <<http://morelandnumeracyaiznetwork.wikispaces.com/file/view/Using+Algorithms+in+the+classroom+Doug+Clarke.pdf>> . Acesso em: 12 ago. 2016.

D’AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II. n.2. Brasília. 1989. p. 15-19. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em: 5 jun. 2016.

EBERHARDT, I.F.N.; COUTINHO, C.V.S. Dificuldades de aprendizagem em matemática nas séries iniciais: diagnóstico e intervenções. **Revista Vivências**, v.7, n.13, out/2011, p.62-70. Disponível em: <http://www.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_013/artigos/artigos_vivencias_13/n13_08.pdf>. Acesso em 3 mar. 2016.

GALVEZ, G. et al. Estrategias Cognitivas para el Cálculo Mental. **Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa**. México, v.14, n. 1, mar. 2011. p. 9-40. Disponível em : <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362011000100002>. Acesso em: 30 mar. 2016

LEGER, P. et al. ECOCAM, un sistema computacional adaptable al contexto para promover estrategias de Cálculo Mental: Características de su diseño e resultados preliminares. **Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa**. v.17, n.1, mar. 2014. p.33-58. Disponível em : <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-4362014000100003&script=sci_abstract&tlng=pt>. Acesso em: 20 mar. 2016.

MOTA, A.P.A.; MEGID, M.A.B.A. As operações aritméticas na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.3, n.4, jan.-jun. 2014. p.161-180. Disponível em : <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/908/pdf_88>. Acesso em: 4 abr. 2016.

NOGUEIRA, C.M.I. ; PAVANELLO, R.G.; OLIVEIRA, L.A. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, v.3, n.4, jan.-jun. 2014. Disponível em:<
http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/907/pdf_87>. Acesso em: 4 abr. 2016.

OLIVEIRA, V. **Cálculo Mental e a Produção do Conhecimento Matemático**. 2015. 76 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Guaratinguetá, 2015. Disponível em:<
<http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/139061/000865144.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 26 set. 2016.

PARRA, C. et al. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Ed. 18. Porto Alegre: Artmed,1996. 258 p.

RADFORD, L. Educação, educação matemática teoria cultural da objetivação: uma conversa com Luis Radford: entrevista. [março de 2014]. São Paulo: **Revista Educação e Pesquisa**, v.41, n.1. p.243-260, jan./mar. 2015. Entrevista concedida a Vanessa Dias Moretti, Maria Lúcia Panossian e Manoel Oriosvaldo de Moura. Disponível em :<
<http://www.revistas.usp.br/ep/article/view/96683/95897>>. Acesso em: 5 mai 2016.

SANTOS, D. M. **Estratégias de Cálculo Mental de alunos da 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental**. 2014. 172 f. Dissertação (Mestre em Educação Matemática) – Centro em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014. Disponível em:<
<http://repositorio.ufes.br/bitstream/10/1148/1/Dissertacao.DanielMoreira.pdf>>. Acesso em: 7 set. 2015.

SÃO PAULO. **Orientações Curriculares do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental Matemática (versão preliminar)**: Coordenadoria de Gestão da Educação Básica CGEB. São Paulo: Secretaria da Educação, 2014. Disponível em:<
<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/962.pdf>>. Acesso em: 5 out. 2015.

TEIXEIRA, R.; RODRIGUES, M. Evolução de estratégias de cálculo mental: um estudo no 3.º ano de escolaridade. In: 3º Seminário de Investigação “Entre a Teoria, os Dados e o Conhecimento (III): Investigar as Práticas em Contexto. 3. Setúbal. **Anais...Setúbal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal** 2015. p. 249-267. Disponível em:<
<http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/5278/1/Evolu%C3%A7%C3%A3o%20de%20estrat%C3%A9gias%20de%20c%C3%A1lculo%20mental.pdf>>. Acesso em: 12 ago. 2016.

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for addition and subtraction: Part 1. **Mathematics in School**, v. 28, n. 5, nov./1999, p. 2-5. Disponível em:<
http://www.ianthompson.pi.dsl.pipex.com/index_files/mental%20calculation%20strategies%20for%20addition%20and%20subtraction-part%201.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2016.

THOMPSON, I. Mental Calculation. **Primary & Early Years Magazine**. n. 213, mar./2009. p. 40-42. Disponível em :<
http://www.ianthompson.pi.dsl.pipex.com/index_files/mental%20calculation.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2016.

Submetido em setembro de 2016

Aprovado em novembro de 2016

