



(Re)Construção de Conhecimentos Geométricos de Professoras dos Anos Iniciais: questões sobre a (Não)Planificação da Esfera

Primary Teachers Geometrical Knowledge (Re)construction: questions about the (not)Sphere-plane

Sandra Aparecida Fraga da Silva¹

Dilza Côco²

Roberta Resurreição de Souza³

Resumo

Este artigo discute questões sobre a construção do pensamento geométrico a partir de experimentação e de manipulação de materiais didáticos e focaliza em como isso repercute na formação continuada de professores dos anos iniciais. Busca identificar indícios de (re)construções de conhecimentos geométricos sobre a esfera e discussões sobre sua não planificação por docentes. Desenvolvemos pesquisa qualitativa do tipo intervenção, com observação participante, produção de diário de campo e gravações audiovisuais, envolvendo dez professoras em um curso de extensão. O curso contempla situações desencadeadoras de aprendizagem a partir de problematizações, experimentações de materiais manipuláveis e discussões coletivas. Os dados evidenciam que discussões promovidas contribuíram para ampliação de conhecimentos sobre esfera e confirmaram sua não planificação, indicando elementos de (re)construção de conhecimentos de geometria. Apontam ainda para a relevância de formações de professores que investem na interação e na colaboração como estratégia de reelaboração de conhecimentos matemáticos e pedagógicos matemáticos coletivamente.

Palavras-chave: Geometria, Anos Iniciais, Pensamento Geométrico, Formação Docente.

Abstract

This article discusses questions about the construction of the geometrical thinking from the experimentation and manipulation of didactical materials and focuses on how this influences the continuing education of teachers in the early years. It seeks to identify elements that show geometrical knowledge's (re)construction on the sphere and discussions about its non planification by teachers. We developed an intervention qualitative research with participant observation, production of field notes and video recordings involving ten teachers in an extension course. The course approaches situations that promote learning through problematizing, experimentation of manipulative materials and collective discussions. The data showed that the discussions held by participant teachers contributed to amplifying of knowledge concerning sphere and confirmed its non planification, also

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. sandrafraga7@gmail.com

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. dilzacoco@gmail.com

³ Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo. robertaresu1@gmail.com

indicating elements of (re)construction) of geometrical knowledge. It also indicate that there is relevance to teacher training that invest in the interaction and collaboration as strategies of reworking of mathematical knowledge and pedagogical mathematical knowledge in a collective way.

Keywords: Geometry, Early years, Geometric thinking, Teacher training.

Introdução

A formação de professores de anos iniciais, historicamente, tem sido objeto de constantes debates, preocupações e revisões, considerando a complexidade inerente às demandas de trabalho enfrentadas por esses profissionais no contexto da realidade educacional. Dentre essas complexidades, situamos o desafio de ensinar possibilitando a construção de conhecimentos de diferentes áreas, como Língua Portuguesa, Matemática, Geografia, História, Ciências e outros temas que atravessam o currículo do ensino fundamental I. Essa complexidade acentua quando pensamos no limite de tempo e de condições da formação inicial, assim como a variedade de propostas curriculares dos cursos de pedagogia que, em geral, priorizam disciplinas da área pedagógica e de linguagem, conforme sinalizado em levantamento realizado por Gatti e Barreto (2009).

Essas lacunas da formação inicial geram necessidades de investimentos no campo da formação continuada de docentes. Nesse sentido, o governo brasileiro tem promovido algumas ações de formação para todo o território nacional, como o Programa de Formação de Professores Alfabetizadores (PROFA), o Pró-Letramento e, mais recentemente, o Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), entre os anos de 2013 e 2015.

Dentre essas ações, o PNAIC apresentou um diferencial das duas primeiras iniciativas, pois desenvolveu ações na área de Língua Portuguesa, de Matemática e do Currículo, além de contemplar a oferta de livros de literatura infantil para as salas de aula. Por se tratar de uma ação de formação continuada articulada com Estados, Municípios e Universidades, o PNAIC mobilizou grande contingente de pessoas de todas essas instâncias, levando a produção de material para orientar a formação, momentos de estudos coletivos com os professores dos anos iniciais, como também indicar possibilidades de intervenções na prática pedagógica.

Considerando a amplitude dessa ação e o nosso envolvimento com formações continuadas de professores dos anos iniciais, interessamo-nos por compreender questões relacionadas à área da Matemática, mais especificamente sobre Geometria, foco de uma de nossas investigações. Assim, realizamos análises do caderno de formação número 5, que apresenta discussões sobre conhecimentos de Geometria, para conhecermos o que estava sendo tratado do assunto. Uma das autoras deste artigo também acompanhou alguns encontros de

grupos de formação de professores da rede estadual de ensino que abordaram essa temática a partir do caderno 5, por seu envolvimento com a Secretaria de Educação. Essas duas atividades e conversas com professoras dos anos iniciais em um grupo de estudos evidenciaram que os conteúdos geométricos tiveram abordagem que iniciou um diálogo com os docentes sobre conceitos geométricos, porém ainda deixavam dúvidas. Com base em tal constatação, o apontamento de pesquisas sobre a necessidade de abordagem da geometria com professores dos anos iniciais em formações continuadas (NACARATO; PASSOS, 2003), bem como nosso interesse em desenvolver pesquisa com esse tema, organizamos um curso de extensão para docentes interessados em aprofundar conhecimentos de geometria, em especial, para os que tivessem participado dos encontros do PNAIC.

O curso teve por objetivo desenvolver estudos de diferentes conteúdos de geometria que favorecessem a (re)construção de conhecimentos matemáticos e pedagógicos por parte dos professores dos anos iniciais, para que, conhecendo mais conceitos geométricos, pudessem ampliar discussões sobre o assunto em suas aulas. Realçamos que essa ação de formação integra um conjunto de outras atividades vinculadas ao Grupo de Pesquisa em `Práticas Pedagógicas em Matemática – Grupem - do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – *Campus* Vitória, bem como articula a tríade ensino-pesquisa-extensão por meio de pesquisas que estabelecem diálogos entre o Instituto e as escolas públicas.

Essa perspectiva dialógica (BAKHTIN, 2003), que orienta as diferentes ações de formação organizadas pelo grupo de pesquisa referenciado, instaura práticas colaborativas entre pesquisadores, professores da educação básica e estudantes. Nessa linha de proposições, acreditamos que

[...] pensar modelos de formação de professores em colaboração, implica em possibilitar processos de interação no trabalho da coletividade educativa para a realização de atividades pedagógicas que permitam dar movimento qualitativo aos processos formativos daqueles que os realizam. Tratam-se, portanto, de processos educativos e intencionais de formação docente. Nesse sentido, a interação escola-universidade pode se transformar em verdadeiro processo de formação contínua, propiciando aos docentes tais espaços formativos (SOUZA; MOURA, 2015, p. 163).

Partindo desse contexto, nosso objetivo neste trabalho é *identificar indícios de (re)construções de conhecimentos geométricos sobre a esfera e discussões sobre sua (não) planificação por docentes*. Para tanto, apresentamos um recorte desta pesquisa de Mestrado, do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat, mais ampla, abrangendo dez professoras dos anos iniciais (SOUZA, 2016). Apresentamos uma discussão

que envolveu a problematização sobre a planificação ou não da esfera, ocorrida durante os 2.º e 3.º encontros do curso, ofertado em 2015, a partir de exploração, debates sobre conceitos geométricos e manipulação de objetos do cotidiano.

A sistematização desses dados e suas respectivas análises foram organizadas neste artigo em três sessões, tais como essa introdução e as considerações finais. Na primeira sessão, discutimos aspectos sobre o pensamento geométrico e a formação de professores, em especial os que atuam nos anos iniciais. Destacamos a questão do uso de materiais manipuláveis para a abordagem de geometria, enfatizando o papel do diálogo, da experimentação e da reconstrução de conceitos. Na sequência, descrevemos nosso percurso metodológico formativo que está relacionado com a pesquisa qualitativa do tipo intervenção. Na terceira sessão, trazemos análises de episódios sobre a investigação da possibilidade ou não da planificação da esfera e, por fim, apontamos algumas considerações sobre o trabalho exposto e como podemos pensar em uma proposta de formação docente que contribua para o ensino de geometria nos anos iniciais.

Construção de pensamento geométrico e formação docente

Ao trabalharmos a construção do pensamento geométrico e a formação do professor que ensina matemática, precisamos estar atentos a aspectos históricos que evidenciam um abandono da geometria por um período (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995) e um resgate do conteúdo nas últimas décadas (NACARATO; PASSOS, 2003). Em se tratando dos anos iniciais, sabemos que a formação inicial é, por vezes, insuficiente para abordarmos de uma maneira adequada a geometria, pois o foco principal é o trabalho metodológico, privilegiando números e operações básicas, em especial cálculos e algoritmos (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009). Para investigarmos o processo de ensino e aprendizagem de geometria, estabelecemos para este texto uma abordagem relacionada ao pensamento geométrico de maneira geral e ainda indicamos possibilidades metodológicas sobre o ensino desse conteúdo.

Uma estrutura organizada do pensamento geométrico pode ser vista nos trabalhos do casal Van Hiele, que investigou alunos identificando como construía os conceitos de geometria. Originada nessa análise, organizaram uma teoria estabelecendo um modelo para identificar os modos de pensar e raciocinar geometricamente. De acordo com Hershkowitz (1994), Crowley (1994), Gutiérrez (2012) e Kaleff (2008), esse modelo considera que há cinco

níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o nível inicial que corresponde à visualização, quando o aluno é capaz de reconhecer, visualmente, uma figura geométrica como um todo, mas não reconhece suas propriedades nem é capaz de criar imagens mentais sobre elas; o segundo nível é o da análise, no qual há identificação de propriedades de figuras, utilizando a nomenclatura adequada, identificando o conjunto de propriedades e elementos matemáticos que as compõem, porém, ainda não se estabelecem relações lógicas entre diferentes figuras. Ademais, podem generalizar experimentos geométricos; o terceiro nível é a dedução informal ou ordenação, em que o aluno consegue estabelecer uma ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem as correlações entre as figuras, iniciando o pensamento dedutivo abstrato; o quarto é o da dedução formal que apresenta a capacidade de realizar provas formais e raciocinar de maneira lógico dedutiva num contexto de um sistema matemático completo, ou seja, ele já é capaz de entender o significado da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas; e o quinto, rigor, no qual é possível comparar sistemas baseados em diferentes axiomas, incluindo relações entre geometrias não euclidianas.

Concernentes aos cinco níveis relacionados, Azevedo (2013, p. 20) afirma que “Van Hiele propõe que a passagem de um nível para o outro seja feita de forma natural, no entanto, isso implica a existência de um processo de ensino-aprendizagem”. Para que isto ocorra, é importante o papel do professor para desenvolver uma sequência de atividades que facilitem tal passagem pelos níveis, já que, de acordo com o modelo, para avançar de um nível para o outro é necessário que o aluno tenha dominado o nível anterior. Essa questão hierárquica dos níveis tem sofrido críticas por alguns autores, como De Villiers (2010) que, a partir de pesquisas, identificaram que um mesmo aluno pode estar em níveis diferentes, se questionado sobre conteúdos geométricos distintos.

Destacamos que nossa intenção nesta pesquisa não é classificar as professoras a partir dos níveis de Van Hiele, pois sabemos que, ao avaliarmos a aprendizagem de indivíduos com relação a um determinado conteúdo geométrico, podemos identificar conhecimentos que estão em diferentes níveis. Entretanto, concordamos com Nacarato, Gomes e Grando (2008) ao considerarmos a apropriação de conceitos que aparecem nesses níveis como uma importante ferramenta para compreendermos a lógica da construção do pensamento geométrico, chegando ao domínio abstrato do conceito, principalmente, no que se refere à visualização a partir de situações de experimentação e manipulação. De acordo com Van Hiele-Geldof (1984), o

processo de construção do pensamento geométrico ocorre por meio de atividades exploratórias, em que os alunos descobrem os conceitos geométricos por meio de experimentação, observação e manipulação de materiais, em uma postura investigativa, preparando o caminho para uma prova formal posterior. Vale e Pimentel (2012, p. 246) afirmam que

[...] é necessário incluir num programa de formação, seja inicial seja contínua, oportunidades de mostrar a importância da geometria, e em particular da visualização, no desenvolvimento de capacidades matemáticas, e também de evidenciar que os campos numérico e geométrico não estão tão distantes como aparentemente pode parecer e que é desejável estabelecer conexões entre os dois domínios.

Outros autores mostram diferentes propostas para o pensamento geométrico, como é o caso de Pais (1996; 2013) quando o relaciona a três aspectos: *o intuitivo, o experimental e o teórico*. Nesse contexto, Pais (2013) analisa quatro elementos fundamentais que influenciam o processo de ensino e aprendizagem da Geometria euclidiana plana e espacial: objeto; desenho; imagem mental; conceito. O termo objeto é considerado por Pais (2013) como um recurso manipulativo para destacar aspectos visuais de um conceito. O autor destaca que a utilização de objetos não deve restringir-se a uma atividade manual ou lúdica; o professor precisa orientar a utilização de modo a contribuir para a abstração dos conceitos, visto que os objetos não são os entes matemáticos abstratos. Na formação docente, precisamos trabalhar com os professores alguns objetos e materiais manipuláveis, ressaltando o processo metodológico no qual estão inseridos, identificando como eles podem contribuir, quais suas limitações e possibilidades. Os desenhos também são utilizados para dar um suporte visual à aprendizagem de conceitos geométricos, porém, existe a necessidade de transposição do próprio desenho. Devemos ter um cuidado especial para que não apresentemos os desenhos ou representações nas mesmas posições, denominados “protótipos” (HERSHKOWITZ, 1994), como, por exemplo, triângulos próximos do triângulo equilátero e com um dos lados na horizontal. Essa ação pedagógica pode gerar erros ou limitações conceituais. Ressalvados esses cuidados, o uso de objetos e desenhos contribuem para a formação da imagem mental, que possui características subjetivas e abstratas e que são desenvolvidas ao longo do processo de construção do pensamento geométrico, quando o aluno já consegue apresentar propriedades de conteúdos geométricos que não estão representados. Já os conceitos são mais amplos e abstratos e estão relacionados às construções entre os elementos. Precisamos estar atentos para o fato de que a construção do conceito “exige o envolvimento do aprendiz com a resolução de problemas, o trabalho com exemplos e contraexemplos, discussões e, principalmente, a reflexão sobre suas ações” (RÊGO; RÊGO;

VIEIRA, 2012, p.7). Pais (2013) lembra que esse processo é lento e gradativo, mas que é fundamental passar pelas três ideias iniciais.

Nos textos indicados, notamos o uso do termo alunos ao destacar o processo de construção do pensamento geométrico, porém, nossa realidade é que professores também precisam ampliar suas construções do pensamento geométrico de maneira adequada. Assim, salientamos que os espaços formativos precisam contribuir para que o professor se perceba como um aprendiz que, além de ver conceitos geométricos, também precisa estar atento a como pode trabalhar esses conceitos em sala de aula. Nos anos iniciais, a visualização e a manipulação de materiais devem ser priorizadas. Porém, Vale e Barbosa (2014, p. 5) asseveram que “existem ainda poucas evidências de que os professores utilizem materiais manipuláveis de forma efetiva, contextualizada e continuada com os seus alunos nas aulas de matemática”. Segundo essas autoras

[...] as instituições de formação têm um papel importante a desempenhar na formação de professores, quer inicial quer continuada, que deve estar de acordo com as mais recentes recomendações da investigação, em particular, sobre a utilização destes poderosos recursos que são os materiais manipuláveis (VALE; BARBOSA, 2014, p. 5-6).

Essa indicação de uso de materiais nas formações é pertinente, visto que existem outras pesquisas mostrando que alguns professores afirmam não utilizar os materiais por não conhecerem (KALEFF, 2008). A utilização de recursos didáticos ou materiais manipuláveis para o ensino de geometria é apontado por diferentes autores que destacam que o processo de abstração passa, inicialmente, pelos nossos sentidos em especial o tato e a visão (PAIS, 2000; LORENZATO, 2006). As experiências e manipulações de objetos contribuem para a formação das imagens mentais. Rêgo, Rêgo e Vieira (2012, p. 14) indicam que

A manipulação de modelos concretos e de objetos que fazem parte do dia a dia do aluno auxiliarão o processo de construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos, por meio da identificação e generalização de propriedades e do reconhecimento de padrões, em uma estrutura formal.

Cabe ao professor selecionar materiais que contribuam para esse processo e realizar reflexões sobre como deve desenvolver a atividade para que não fique somente na experimentação, sem avançar na aprendizagem do conceito (OLIVEIRA, 2016). Vale (2002) destaca que materiais didáticos são todos os recursos utilizados no processo de ensino e aprendizagem. Porém, ela faz uma diferenciação quanto aos materiais manipuláveis: materiais comuns do dia a dia, que são utilizados para alguma atividade didática, como canudos ou

tampinhas de refrigerante; e, materiais educacionais que foram pensados e criados para esses fins, como é o caso do geoplano, sólidos de acrílico, ábaco, dentre outros.

Nas formações, precisamos contribuir para que o professor conheça diferentes materiais, suas possibilidades e limitações para o trabalho de determinados conteúdos. Defendemos a necessidade de realizar discussões e reflexões sobre a importância de organizar a atividade e também de deixar claro que os materiais por si não garantem a aprendizagem. A partir dessas discussões de fundamentação teórica sobre geometria, no próximo tópico, apresentamos elementos de caracterização da ação de formação realizada com professores dos anos iniciais, com enfoque nessa temática.

Percorso metodológico formativo

Conforme já destacamos, a presente pesquisa se deu em uma ação de formação continuada, desenvolvida por meio de um curso semipresencial com professores dos anos iniciais, entre os meses de junho e agosto de 2015. Realizamos essa formação com propósito de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem a partir da constituição de um ambiente formativo. Proporcionamos espaços de reflexão, discussão e participação em práticas sociais, com ações colaborativas, contando com forte envolvimento pessoal e voluntário por parte do professor. Essa ideia corrobora com a proposta de Ponte (2014) ao apontar as sete ideias fundamentais para a formação docente: colaboração; prática como ponto de partida da formação; estar atento para pensar a aprendizagem do aluno; integração entre conteúdo e pedagogia; investigação profissional; mudança nos contextos profissionais; e tecnologias e uso de recursos.

Nossa metodologia de investigação foi qualitativa articulada a princípios da pesquisa do tipo intervenção. Segundo Damiani (2012), é definida como um estudo que abrange o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações pedagógicas) – destinadas a produzir avanços, melhorias nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências. Entendemos por avanços e melhorias as reconstruções dos conhecimentos geométricos e pedagógicos matemáticos dos participantes. A figura 1 indica o processo de desenvolvimento que estabelecemos para este tipo de pesquisa.

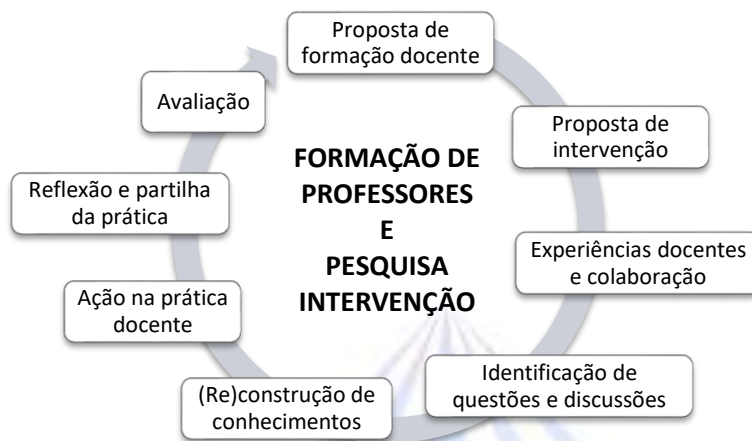


Figura 1 - Ciclo de processo de formação docente a partir da pesquisa intervenção

Fonte: Arquivo das autoras

Ao analisarmos este processo formativo, que inferimos se iniciar com base em uma proposta de formação docente, notamos que surge a partir de um estudo sobre um tópico. No caso desta pesquisa, nosso foco foi a geometria nos anos iniciais. A partir da definição do tópico foi-nos possível elaborar uma proposta de formação continuada, pensando em ampliar discussões sobre os conceitos geométricos. Já o segundo momento, que constituiu a realização de um curso apoiado na proposta de intervenção em seis encontros presenciais, que ocorreram quinzenalmente no Laboratório de Ensino de Matemática - Lem, além de atividades no ambiente virtual de aprendizagem (moodle). Organizamos a fase de constituição do grupo de professores que começou com análises e discussões sobre suas próprias experiências e apresentação da proposta a partir de ações colaborativas. Junto com as professoras, realizamos a identificação de questões e diferentes discussões decorrentes das atividades elaboradas com ênfase na experimentação e investigação. A implementação dessas intervenções intencionais foi realizada para que as professoras pudessem (re)construir seus conhecimentos de geometria e os pedagógicos matemáticos. Nossa proposta sempre inclui um olhar para a prática, assim, os professores participantes precisavam organizar como atividade não presencial uma ação de ensino que envolvesse um conteúdo abordado na formação e realizá-la em sala de aula. Num momento posterior, organizamos uma proposta de reflexão e partilha dessa ação com os demais participantes. Ao final, realizamos uma avaliação tanto juntamente com os participantes como com o grupo que pensou na proposta de formação. Acreditamos que isso contribui “[...] para uma prática pedagógica inovadora podendo ser entendida como uma ferramenta para enfrentar um problema de aprendizagem a ser resolvido” (DAMIANI et al., 2013, p. 62).

Esse trabalho junto com as professoras parte de uma proposta inicial, porém foi se moldando às necessidades das participantes. Isto confirma a afirmação de Freitas e Ramos (2010), indicando que pesquisas do tipo intervenção estão baseadas nas ideias de Vigotski, pois se enquadram na perspectiva histórica à medida que envolvem descrições da maneira como foi sendo abordado o problema detectado, na tentativa de sua resolução, e como foi avaliada a solução do problema inicial. Segundo essa autora, Vigotski supunha “[...] que a ação humana interfere no objeto de estudo, em seu contexto e em seus participantes, neles provocando alterações, transformações” (FREITAS; RAMOS, 2010, p. 16). Cabe destacar que, nesta proposta de formação, valorizamos a tríade ensino-pesquisa-extensão, porquanto envolvemos mestrandos e licenciandos de matemática na questão do ensino, organização e atuação do curso e, como foi aberto ao público externo atingiu a extensão, além de servir para produção de dados desta pesquisa.

Para compor o grupo de participantes da ação de formação, foi aberto edital público pela instituição, e os professores fizeram inscrição voluntariamente, sabendo desde o princípio que estariam participando de uma pesquisa de mestrado. Nesta investigação, contamos com a participação de dez professoras, todas atuantes da rede pública de ensino, a maioria atuando no 4º ano do ensino fundamental. Somente uma não tinha formação em Pedagogia, sendo graduada em Geografia. Para a produção de dados foram adotadas técnicas de observação participante e diário de bordo, como também registros de gravações de áudio e vídeo dos encontros que, posteriormente, foram transcritos a partir da identificação de momentos que evidenciavam indícios de (re)construção de conhecimentos geométricos por parte dos participantes. A seguir, apresentamos um recorte firmado nas discussões e nos debates coletivos sobre a possibilidade ou não da planificação da esfera, um tópico da formação que gerou discussões e reconstruções de conhecimentos geométricos.

Investigando a possibilidade de se planificar a esfera

No 2.º encontro, realizado em 6/7/2015, iniciamos a conversa, pedindo que cada professora escolhesse um sólido disposto na mesa do Lem e analisasse. Nesse momento, percebemos que, tanto as professoras analisaram o sólido escolhido como fizeram registros em seus cadernos. Após um momento reservado para a análise, pedimos que elas explicassem

características identificadas do sólido escolhido para o grupo. O diálogo seguinte mostra um pouco desse momento.

Suelen⁴: eu peguei uma esfera. É a mais fácil que eu peguei. A primeira coisa: é um sólido que rola. Não é um poliedro, não tem base, não tem vértice, uma forma arredondada, e a esfera não é possível de planificação.

Daniele: eu não posso planificar a esfera? Porque eu acredito que se eu fosse calcular ela, pra poder saber o tamanho de uma esfera, eu só conseguiria montá-la com um monte de triângulos.

Mestranda: um monte de triângulos?

Daniele: sim, eu participei de uma oficina de geometria no ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) em Curitiba. E lá, o professor falou que uma das figuras que você consegue calcular a área de figuras circulares seria um triângulo.

Suelen: então esse conceito que tem nos livros, de que não é possível a planificação da esfera, como fica?

Mestranda: porque os outros sólidos geométricos, a gente consegue planificar, agora a esfera não tem uma forma que a gente consiga produzir um sólido. Não consegue montar.

Licencianda: eu tô pensando na esfera...

Daniele: porque tem os gomos, né?

Licencianda: e aí, se você pegar uma melancia, uma laranja, você corta e você pensa na casca...

Alice: tem em mapas, inclusive.

Licencianda: é onde eu vou chegar, a geografia vai ajudar um pouco nisso. Tem várias planificações da Terra, por exemplo. E aí você vai ter essas tentativas da planificação da esfera. Mas a ideal era essa ideia dos gomos, só que ela não é completa, ela tem interrupções.

Carolina: vou te falar que há dois anos atrás, no livro de geografia, tinha esses gomos, olha apanhei, tive a experiência. Você pegava a bola de isopor e tem os gomos lá do livro, você depois teria que recortar aqueles gomos e ir encaixando na bola de isopor. Ficou um pedaço pra fora, ô raiva! Mas nós trabalhamos a turma toda, cada um trouxe sua bolinha de isopor, e com todo mundo aconteceu o mesmo. Agora eu tô entendendo por quê... Mas nós demoramos, duas vezes. Eles desmanchavam, depois colavam tudo, rasgavam o papel, agora eu tô percebendo porque a dificuldade. Mas eu tentei...

(Transcrição de gravação em áudio de 6/7/2015.)

É interessante verificar que a professora Suelen afirmou ter escolhido a esfera por ser o sólido mais fácil. Ao descrever a esfera, ela começou falando o que ela não é, depois a classifica como uma *forma arredondada*. Porém, o que mais chamou a atenção do grupo foi a questão da planificação, que não era possível. Notamos que, após o início da discussão, ela questionou a informação sobre a esfera contida nos livros, mas percebemos que a professora não estava convencida dessa informação, mesmo que tenha falado no início ao apresentar a figura. Convém chamarmos a atenção para o rigor que precisamos ter ao analisarmos os conceitos matemáticos que aparecem nos diálogos apresentados. Dessa forma, trouxemos as conversas do grupo na íntegra e, sempre que necessário, posteriormente, faremos nossas observações. Na discussão anterior, a laranja, a melancia e a terra não são esferas, mas ‘objetos’ do mundo real que aqui foram usados como exemplos, uma possível aproximação ao que a Vale (2002) chama de

⁴ Todos os nomes das professoras participantes são fictícios, já os da equipe executora da formação são identificados pela característica de cada membro.

materiais comuns, por se aproximarem de uma representação da esfera, logo ajudam a compreender esse objeto matemático.

No diálogo anterior, percebemos que a afirmação de Suelen sobre a esfera motivou uma discussão no grupo, surgindo diferentes opiniões sobre a sua possível planificação. Para Daniele, era possível planificar a esfera com o auxílio de triângulos. Já Alice acreditava na planificação da figura por meio de gomos, referindo-se à construção de mapas utilizada na disciplina Geografia. Nesse instante, porém, Carolina interferiu na discussão, expondo um relato sobre uma atividade realizada com sua turma, na qual ela não conseguiu chegar ao objetivo de construir o globo terrestre com bolinhas de isopor e colagem do mapa-múndi em gomos desenhados no papel como gostaria. O relato dessa professora foi importante, pois serviu de alerta para a dificuldade de se obter tal planificação, mediante a sua experiência particular compartilhada no grupo. Na fala dela ainda deixa explícito que foi a partir da nossa discussão que entendeu por que sua atividade não deu certo. Destacamos uma característica desse tipo de formação, na qual as professoras se envolveram nas discussões e trouxeram para o debate suas práticas, numa perspectiva dialogada que são discutidas e consideradas importantes, confirmando o que Ponte (2014) destacou quanto à formação continuada. Apesar de a discussão apresentar-se polêmica, preferimos, neste encontro, dar prosseguimento às atividades.

Ao analisar o encontro, notamos que precisávamos retomar o assunto, porquanto não tenha ficado clara a questão da possibilidade ou não da planificação da esfera, nem mesmo referente à equipe coordenadora, que buscou materiais sobre essa questão da planificação da esfera por meio de gomos. Preparamos, portanto, uma atividade no 3.º encontro (20/7/2015) direcionada para tal discussão. Ressaltamos que neste tipo de formação uma ação da professora modificou parte do planejamento; nossa proposta, atende ao que Ponte (2014, p. 347) ressalta que “é essencial uma forte presença da prática, mas também um significativo contributo por parte da teoria”. Por conseguinte, precisávamos organizar uma atividade que envolvesse a experimentação, mas que abordasse a questão teórica sobre a esfera. Iniciamos lembrando o questionamento de Suelen: se era possível fazer a planificação da esfera. Daí o grupo lembrou-se dos desdobramentos e das respostas que surgiram após esse questionamento.

Mestranda: e aí teve uma pessoa, que pegou a esfera, falou sobre ela, e jogou a pergunta no ar:

Suelen: ah foi a planificação, não foi isso?

Mestranda: isso.

Suelen: é, se a esfera fazia a planificação.

Mestranda: porque os outros sólidos né...

Suelen: dá pra fazer a planificação. Aí a nossa colega ali falou...

Pesquisadora 1: e aí, vocês resolveram?

Daniele: a gente resolveu, a Licencianda foi explicar porque lá no ENEM estavam falando que era possível você medir o círculo.

Pesquisadora 1: a área da superfície...

Daniele: não, o círculo mesmo, a medida.

Pesquisadora 1: da superfície.

*Daniele: é, com triângulos menores, menores... é aquilo de você determinar a área utilizando triângulos, mas nunca vai dar pra completar a figura inteira. **Foi até bom, porque se eu não tivesse falado isso, eu ia continuar naquele pensamento que toda vez que eu fosse lidar com essa situação, era só utilizar muitos triângulos de vários tamanhos que eu ia conseguir preencher.***

Pesquisadora 1: mas eu não fiquei satisfeita com a história da planificação da esfera não.

Suelen: mas é como ela falou, a luz que ficou na minha cabeça.

Daniele: a sombra.

Suelen: a sombra!

Daniele: se colocasse uma luz em cima, a sombra faria um formato de esfera.

Pesquisadora 1: mas se a gente cortasse aquilo da sombra, a gente montaria a esfera de novo?

Daniele: não.

Pesquisadora 1: mas a planificação não é isso?

Daniele: mas aí a gente se lembrou do mapa.

Carmen: Carolina que estava falando. Que aí ela tentou fazer o mapa do globo, ela tentava colocar a bolinha na medida. Sempre faltava um pedacinho. Com gominhos, foi mesmo.

Daniele: é mesmo gente.

Carmen: mas ali não tem triângulos.

Daniele: só se cortasse um pedaço.

Mestranda: tem laranja. [neste momento, damos a oportunidade de experimentar a partir de um objeto do dia a dia que passaria a ser nosso material didático]

Daniele: vamos tentar na laranja gente.

Pesquisadora 1: vai lá.

Daniele: eu vou cortar mesmo. Tô curiosa!

[Tomando a laranja e uma faca] vamos planificar então, hein?

*Carmen: **mas eu não consigo, porque ela vai ficar sempre cheia de voltinha. Ela não vai ficar reta.***

Daniele: calma, aí gente, vou resolver isso aqui agora!

(Transcrição de gravação em áudio de 20/7/2015.)

Para retomarmos à discussão com o grupo sobre a possibilidade ou não da planificação da esfera, resgatamos o que tinha ocorrido no encontro anterior e planejamos desenvolver uma atividade com o auxílio da laranja, já que muitos dos comentários sobre a possível planificação incluíam gomos. Procuramos selecionar um objeto real que pudesse ser separado em gomos, mas a bola de isopor que tinha sido comentada não ajudaria nesse caso. Pensamos no que Pais (2013) citou, em relação ao recurso manipulativo, que deve contribuir para aspectos visuais de determinado conceito. Tivemos, assim, a intenção de provocar reflexões no grupo e levantar algumas conclusões sobre a possibilidade ou não da planificação da esfera, partindo da experimentação e análise deste processo. É interessante notar que também aprendemos com esse fato, pois, embora a equipe coordenadora seja composta por professoras de matemática, a pergunta feita por Suelen lançou-nos um desafio. Entretanto, em virtude de o curso se desenvolver de forma colaborativa, pautada na dialogicidade, foi-nos possível discutir tal assunto (PONTE, 2014). Por meio de um processo reflexivo coletivo, cada um pôde expor o

seu ponto de vista. Dando prosseguimento à discussão, nesse instante, uma professora se aproximou e cortou a laranja em quatro partes, separando as cascas da fruta (figura 3).

Daniele acreditava que o problema da planificação era porque não estava em gomos e resolveu deixar só a casca da laranja. Outra professora se aproximou para ajudar.



Figura 3 – Professoras investigando sobre a planificação da esfera
Fonte: Dados da pesquisa

Após sua ação de separar a casca, continuamos com a discussão.

Carmen: a menos que o plano possa ter uma voltinha.

Pesquisadora 1: e plano pode ter voltinha?

Carmen: eu acho que não.

Pesquisadora 1: se é plano...

Carmen: Então eu não sei como vai planificar. Só se ficar apertando assim pra ele [gomo da casca da laranja] ficar retinho.

Pesquisadora 1: mas será que quando a gente ficar apertando, se apertar e for montar a gente vai conseguir montar a esfera?

Carmen: eu acho que não. Porque ela é um corpo redondo, não adianta. Por isso que vai ficar sempre um pedacinho.

(Transcrição de gravação em áudio de 20/7/2015.)

Nesse momento, a professora Daniele colocou as cascas cortadas na mesa e percebeu que, mesmo achatando-as, elas tenderam a ficar curvas, conforme mostramos na figura 4. Cabe-nos destacar que a professora Carmen observava a ação e começou a pensar e questionar sobre outro conceito - o de plano - e perguntou se o plano pode ser curvo. Ressaltamos que esse tipo de atividade investigativa, exploratória e reflexiva, firmado na experimentação e manipulação trabalhou os conceitos interrelacionados e confirmou o que Van Hiele-Geldof (1984) cita sobre o processo de construção do pensamento geométrico por meio de atividades exploratórias. Notamos que conceitos geométricos foram construídos por meio de experimentação, observação e manipulação de materiais, em uma postura investigativa e, sendo trabalhados a partir de discussões sobre os conceitos envolvidos, chegam a uma sistematização colaborativa.

Finalizando o diálogo, ela ainda voltou o pensamento e ao questionamento inicial sobre o mapa mundi.



Figura 4 – Professora tentando deixar a casca plana
Fonte: Dados da pesquisa

Após a experimentação, Daniele comentou, continuando o diálogo:

Daniele: não dá gente. Ela precisa da curvatura.
Ana: existe um brinquedo que faz isso, as crianças cortam [separam] em gomos e montam novamente.
Pesquisadora 1: mas você consegue planificar?
Ana: não.
Carmen: porque vai ficar uma voltinha também.
Carmen: ah o mapa mundi agora vai ficar sem um pedacinho.
Beatriz: Pesquisadora 1, a professora de geografia, fala do plano esférico....
Carolina: olha, o meu não deu certo! Ficou faltando do plano esférico um tantinho. Sabe o que eu fiz?
Eu falei, já gastei muito com bola de isopor,... cansei.
 (Transcrição de gravação em áudio de 20/7/2015.)

A professora Carolina, que estava quieta, observando a manipulação, sempre advertia o grupo sobre a dificuldade em realizar essa atividade, relatando sua experiência. Se observarmos suas falas desde o momento em que iniciamos tal discussão, notamos um posicionamento contrário à possibilidade da planificação da esfera a partir de sua própria vivência. Percebemos, na fala da professora, que sua experiência contribuiu para a discussão e o aprendizado do grupo, no momento em que ela expôs sua opinião sobre a planificação. Ao mesmo tempo, as discussões do grupo sobre esse tema contribuíram para análise de elementos que orientaram suas decisões metodológicas, visando a encaminhar a prática pedagógica, a fim de alcançar os objetivos propostos do referido conteúdo, contribuindo para o desenvolvimento do seu conhecimento pedagógico do conteúdo apresentado por Shulman (1986; 2005).

As professoras tentam montar a laranja com as partes separadas e, em seguida, uma delas conclui:

Daniele: tem que ser curvado se não, não vai dar.

Pesquisadora 1: mas assim consegue montar de novo, então a gente consegue planificar?

Grupo: não.

Daniele: peraí, só se eu dividir ela no meio.

(Transcrição de gravação em áudio de 20/7/2015.)

A professora Ana sugeriu cortar umas das partes ao meio, a fim de obter triângulos e verificar a informação comentada por Daniele que, com triângulos, conseguiria cobrir uma esfera. A professora que estava realizando a atividade cortou, então, a parte da casca. Depois de ter a parte cortada, ela percebeu que o resultado não é um triângulo e ainda não é uma figura plana. Destarte, a professora chegou à conclusão de que não era possível obter figuras planas com a experiência de cortar a laranja. Notamos que foi possível, a partir da experimentação, a construção de um modelo mental sobre a esfera e sua possível planificação conforme apontam Rêgo, Rêgo e Vieira (2012). Destacamos também a importância da orientação indicada por Pais (2013), no momento em que há a manipulação do objeto, para que, a partir da discussão, os professores construam suas imagens mentais, relacionando-as com as experiências anteriores e as realizadas com base na atividade.

Daniele: não dá. Porque ele precisa da curvinha.

Pesquisadora 1: e aí, que conclusão que a gente chega?

Daniele: não é possível planificar a esfera.

Beatriz: os geógrafos seria a mais próxima possível, ela (Licencianda) falou alguma coisa na aula passada...

Pesquisadora 1: mas não tem planificação a esfera. Vocês já viram uma bola embalada? De presente?

Alice: horrível pra embalar!

Carolina: fica toda amassada.

Pesquisadora 1: porque é horrível pra embalar?

Zilda: porque o papel pra embalar é plano e a bola.... [Faz gesto representando o formato esférico da bola]

Carolina: olha o dia que eu fui fazer esse plano esférico, ele está planificado lá no livro, segui todas as instruções: corta os gominhos, já começa na hora de cortar os gominhos, tudo grudadinho, só passar a tesoura ali. Na hora de colocar na bolinha de isopor, prende com alfinete lá em cima, aí você fica puxando pra fazer a curvatura aí não consegue chegar na base. Já fica mais curtinho, a bola de 8 cm, tudo, aí rasgava tudo, as crianças...primeiro eu pensei: o alfinete não presta. Agora eu vi porque. O plano tá lisinho, agora na hora de cortar.... Não fechou de jeito nenhum, ficou faltando, por mais que a gente separe, fica faltando 1 gomo. Certinho.

Pesquisadora 1: então era só colocar mais um gomo.

Carolina: aí o que eu fiz, coloquei um gomo, fechou. Mas não ficou no eixo. Embaixo faltava um pouquinho.

Pesquisadora 1: então não era só colocar um gomo?

Carolina: não. Mais um pouquinho.

Pesquisadora 2: quando você fez essa atividade, você chegou nesta conclusão?

Carolina: depois que eu cheguei à conclusão.

Pesquisadora 2: porque não dava?

Carolina: por conta da planificação dele.

Pesquisadora 1: mas isso você conseguiu perceber aqui no curso ou você juntou as duas coisas?

Carolina: não. Depois lá, eu com as crianças, eles falaram: professora acho que é porque a bola é redonda e esse papel tá liso. Então nós não vamos conseguir fazer.

Pesquisadora 1: quem mexe com EVA? Pra enrolar a bolinha de isopor o que tem que fazer?

Carolina: tem que dar uma esticadinha, não?

Pesquisadora 1: será que só dar uma esticadinha? As pessoas mexem com um ferro, elas amolecem o EVA. Por que isso? Porque o EVA é plano. Então não dá pra poder fazer a curva. Aí quando você vê vídeos de como enrolar a cabeça de um bonequinho, alguma coisa assim no EVA, você tem que aquecer o EVA que aí o EVA amolece, e ele fica flexível, aí você vai forçando, até ele moldar a bolinha de isopor.

Carolina: então esse plano esférico era mais fácil eu fazer no EVA.

Pesquisadora 1: aí você amolece primeiro, pra depois desenhar. Também não é tão fácil. Mas vocês chegaram à conclusão certa. A esfera não tem planificação. Não existe planificação da esfera.

Pesquisadora 1: mas todos os corpos redondos não têm planificação? Ou só a esfera?

Beatriz: o cilindro tem planificação.

Alice: o cone também tem.

Pesquisadora 1: e porque vocês acham que o cilindro e o cone têm, e a esfera não tem?

Alice: porque os dois têm uma base, e a esfera não tem base.

Pesquisadora 1: e a base é como?

Alice: um círculo.

Pesquisadora 1: plano. Uma base plana.

Beatriz: e a esfera não tem plano.

(Transcrição de gravação em áudio de 20/7/2015.)

O diálogo anterior mostra um amadurecimento do grupo quanto à questão da planificação da esfera fundamentado em reflexões, diálogos e experimentações. Analisando as falas das professoras, percebemos que, para discutir tal tema, foi necessário explorar o conceito do que é plano e do que não é plano. Esse é um ponto importante a considerar, ao pretendermos realizar um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais, cujas discussões precisam ir além das atividades metodológicas, ou seja, devemos aprofundar as discussões, incluindo conceitos matemáticos. Ressaltamos a importância das atividades realizadas com a utilização de materiais manipulativos, contudo a atenção deve estar voltada para os conceitos a serem discutidos, conforme indicam Vale (2002) e Pais (2013). Destarte, confirmamos o que Rêgo, Rêgo e Vieira (2012) afirmam como necessário para a construção do conhecimento geométrico: envolvimento das participantes na resolução de um problema que era saber se a esfera poderia ou não ser planificada. Também vimos a utilização de exemplos e contraexemplos do que é e o que não é plano para a discussão e a reflexão que permeou todo o diálogo. No momento em que trouxemos o conceito do grupo, percebemos que o exemplo citado anteriormente não foi suficiente para ser transformado em figura plana, e, assim, foi encerrada a discussão, chegando à conclusão de que não é possível planificar a esfera.

A pesquisadora 1 ainda ampliou a questão da planificação para corpos redondos e questionou se outros sólidos deste tipo também não possuem planificação. As professoras prontamente responderam que tanto o cilindro como o cone possuem planificação por terem uma base. A pesquisadora aproveitou esse conhecimento das professoras para destacar que a

base é considerada uma figura plana, retomando a questão do plano. As professoras também chegaram à conclusão de que a nomenclatura *planificar* estava relacionada ao plano e àquilo que se conseguia colocar no plano, no caso das superfícies dos sólidos geométricos.

Considerações finais

O objetivo deste artigo foi identificar indícios de (re)construções de conhecimentos geométricos sobre a esfera e discutir sobre sua (não) planificação por docentes numa formação continuada, a partir da experimentação de materiais manipuláveis. Consolidada na descrição dos episódios implicados em discussões sobre a possibilidade ou não da planificação esfera observamos que a proposta de formação na qual o professor é protagonista contribuiu para atingir o objetivo. Notamos que a realização de atividades práticas, utilizando materiais manipuláveis e refletindo sobre experiências das participantes e sobre a atividade abordada, conforme indica Ponte (2014) favoreceu a formação continuada das participantes. As professoras se envolveram na proposta e participaram do diálogo de maneira que indicassem suas dúvidas e buscassem juntas possibilidades de ampliação da compreensão da planificação.

Percebemos que o modo como a atividade foi proposta, a utilização de um objeto como um recurso visual das propriedades investigadas, bem como a reflexão coletiva, colaborou para a construção de modelos mentais e do conceito de planificação, da não possibilidade no caso da esfera, de plano, de corpos redondos, dentre outros conceitos matemáticos que estiveram presentes nas discussões. Esse processo favoreceu a construção de conceitos geométricos pelas professoras. Identificamos que essas participantes precisavam da visualização e da manipulação para realizarem, a partir das orientações por meio dos questionamentos a reconstrução desses conceitos geométricos. Foi importante ouvir as professoras, seus conhecimentos prévios, suas experiências anteriores sobre o assunto e, ao longo do processo, sistematizar ideias sobre geometria, envolvidas na atividade, relacionado assim a prática com a teoria (PONTE, 2014).

Este estudo nos mostrou que a formação continuada tendo por base uma característica colaborativa e dialogada, de modo que cada participante possa falar e ouvir os demais contribui para o desenvolvimento de novos conhecimentos e troca de experiências entre seus pares. Observamos que o espaço da formação propiciou o compartilhamento de conhecimentos próprios das professoras, o que colaborou para que elas ampliassem, produzissem e (re)construíssem conhecimentos matemáticos e pedagógicos necessários a sua profissão. Esse

tipo de formação compactua da proposta de formação tanto de Ponte (2014) como de Souza e Moura (2015), pois foi um espaço educativo intencional que possibilitou a interação, o trabalho coletivo proveniente de uma atividade pedagógica, relacionado à realidade das professoras e transformando a interação entre instituto superior e a escola como propício para a formação docente.

Referências

AZEVEDO, Nádia Alexandra P. C. **Atividade investigação em Geometria**: uma experiência no 2.º ano de escolaridade. Lisboa, 2013. Dissertação de Mestrado. Escola Superior de Educação de Lisboa, 2013.

BAKHTIN, Mikhail. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P (orgs.). **Aprendendo e Ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

DAMIANI, Magda Floriana. Sobre pesquisas do tipo intervenção. **Anais Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino – UNICAMP**. Campinas, p.1-8, 2012.

DAMIANI, Magda Floriana; ROCHEFORT, Renato Siqueira; CASTRO, Rafael Fonseca de; DARIZ, Marion Rodrigues; PINHEIRO, Silvia Siqueira. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**. Pelotas: FaE/PPGE/UFPel, n. 45, p.57-67, 2013.

DE VILLIERS, Michael. Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.12, n. 3, p. 400-431, 2010.

FREITAS, Maria Teresa A.; RAMOS, Bruna Sola (Org.). **Fazer pesquisa na abordagem histórico-cultural**: metodologias em construção. v. 4. Juiz de Fora: UFJF, 2010.

GATTI, Bernadete A.; BARRETO, Elba S. de Sá. **Professores do Brasil**: impasses e desafios. Brasília: Unesco, 2009.

GUTIÉRREZ, Ángel. Investigar es evolucionar: Um ejemplo de investigación em procesos de razonamiento. Em PLANS, N. (ed.). **Teoría, crítica y práctica de la educación matemática** (serie Crítica y fundamentos) Barcelona: Graó, n. 41, p. 43-59, 2012.

HERSHKOWITZ, Rina. Aspectos psicológicos da aprendizagem a geometria. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro: o grupo, n. 32, ano XVIII, p.3-31, 1994.

KALEFF, Ana Maria M. R. **Tópicos em Ensino de Geometria**: A Sala de Aula Frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria. Rio de Janeiro: UFF/UAB/CEDERJ, 2008.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Blumenau: SBEM, ano III, nº 4, p.3–13, 1995.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipulativos. In: LORENZATO, S. (Orgs.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

NACARATO, Adair M.; MENGALI, Brenda L. S.; PASSOS, Carmen L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NACARATO, Adair M.; GOMES, Adriana A. M.; GRANDO, Regina Célia. Grupo colaborativo em geometria: uma trajetória... uma produção coletiva. In: NACARATO, Adair M.; GOMES, Adriana A. M.; GRANDO, Regina Célia. (org). **Experiências com geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação**. São Carlos: Pedro&João, 2008, p. 11-46.

NACARATO, Adair M.; PASSOS, Cármen L. B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké: Campinas**, v. 4, n. 6, p.65-74, 1996.

PAIS, Luiz Carlos. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. **Anais da 23ª Reunião da ANPED**, 2000. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf>. Acesso em agosto de 2014.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké: Campinas**, ano 1, n.1, p.7-17, 1993.

PONTE, João Pedro da. Formação do professor de Matemática: Perspectivas atuais. In: PONTE, João Pedro da. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p.343-360, 2014.

OLIVEIRA, Sabrine Costa. **(Re)construção do pensamento geométrico de professores sobre transformações geométricas**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

RÊGO, Rogéria G.; RÊGO, Rômulo M. do; VIEIRA, Kleber M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas: Autores Associados, 2012.

SHULMAN, Lee S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma Profesorado. **Revista de Currículum y Formación de Profesorado**. v. 9, n. 2, 2005.

Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56790202>>. Acesso em: 23 nov. 2014.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, Washington, February, 1986, p. 4-14.

SOUZA, Neusa Maria Marques de; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Integração Escola-Universidade como Atividade de Formação Continuada de Professores na Perspectiva Histórico-Cultural. **Perspectivas da Educação Matemática**, UFMS, v. 8, n. 16, p. 140 – 165, 2015.

SOUZA, Roberta Resurreição. **(Re)construção de conceitos geométricos por professoras dos anos iniciais em formação continuada**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

VALE, Isabel. **Materiais Manipulativos**. Viana do Castelo: ESE, 2002.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. **Boletim Gepem**: Rio de Janeiro, ano XXXVI, n. 65, p.3-16, 2014.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. A utilização da visualização para ensinar a aprender matemática. In: PINTO, Hélia; JACINTO, Hélia; HENRIQUES, Ana; SILVESTRE, Ana; NUNES, Cláudia (org.). **Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa: APM, 2012.

VAN HIELE-GELDOF, Dina. **Dissertation of Dina Van Hiele-Geldof Entitled: The didactic of Geometry in the Lowest Class of Secondary School**. In English Translation of Selected Writings of Dina Van Hiele-Geldof and Pierre Marie Van Hiele edited for Dorothy Geddes, David Fuys and Rosamond Tischler. Washington. D.C.: NSF, 1984 (Trabalho original publicado em 1957).

Submetido em setembro de 2016

Aprovado em novembro de 2016