

**O Uso de Materiais Concretos como Recurso à
Visualização, Manipulação e Construção de Conceitos de
Sólidos Geométricos no Ensino Médio**

**The Use of Concrete Materials as a Resource for
Visualization, Manipulation and Concept Construction of
Geometric Solids in High School**

Aline Mauricio Barbosa¹

Silvia Barbosa da Silva²

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo analisar o processo de ensino-aprendizagem de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio em atividades de construção e estudo de elementos de sólidos geométricos. Os procedimentos metodológicos consistiram em uma pesquisa-ação, com abordagem qualitativa, cujos participantes foram 17 alunos do terceiro ano do Ensino Médio, do turno noturno, de uma escola estadual de Angra dos Reis (RJ), no mês de maio de 2023. O uso de materiais concretos no ensino-aprendizagem de conceitos de Geometria Espacial foi protagonista nesse processo, oferecendo uma experiência tátil e visual para os participantes. Os resultados obtidos indicaram uma melhora quanto à compreensão de conceitos geométricos espaciais pela maioria dos estudantes. Esse trabalho propiciou reflexões sobre dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem de Geometria e apresentou uma contribuição para o desenvolvimento de estratégias para atenuá-las, o que poderá ser utilizado por outros docentes.

PALAVRAS-CHAVE: Materiais Concretos. Sólidos Geométricos. Ensino de Matemática. Ensino Médio.

ABSTRACT

This research aimed to analyze the teaching-learning process of a high school class in activities involving the construction and study of elements of geometric solids. The methodological procedures

¹ Instituição: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Contato: alinanet2002@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3926-8648>

² Instituição: Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. Contato: silviabarbosapromat@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0003-3542-2393>

consisted of an action-research approach with a qualitative perspective, involving 17 high school students from the evening shift of a state school in Angra dos Reis (RJ), during May 2023. The use of concrete materials in teaching and learning concepts of Spatial Geometry played a central role in this process, offering participants a tactile and visual experience. The results indicated an improvement in the understanding of spatial geometric concepts by most students. This study sparked reflections on the challenges encountered in teaching and learning Geometry and provided a contribution toward the development of strategies to mitigate them, which could be utilized by other educators.

KEYWORDS: Concrete Materials. Geometric Solids. Mathematics Teaching. High School.

Introdução

Em suas experiências docentes, as autoras desta pesquisa observaram alguns desafios no processo de ensino-aprendizagem de Geometria, com destaque para a dificuldade dos estudantes no que se refere à visualização geométrica, aspecto essencial para a compreensão dos conceitos e das propriedades dessa unidade temática. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) expõe o que envolve o estudo de Geometria no ambiente escolar:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. [...] As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (Brasil, 2018, p. 271).

Como professoras, as pesquisadoras reconhecem que já cometeram o erro de abordar a Geometria em sala de aula de forma rápida e superficial, ensinando aspectos de Álgebra de forma prioritária e destacando fórmulas matemáticas em vez da visualização geométrica. Essa prática, contudo, contrapõe-se às orientações curriculares oficiais; afinal, mesmo antes da implementação da BNCC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já defendiam a importância do estudo de conceitos geométricos no contexto escolar:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil, 1998, p. 51).

No Ensino Médio, a BNCC sinaliza que o estudante deve desenvolver

[...] um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios

visuais e a utilização de tecnologias digitais, por exemplo (Brasil, 2018, p. 540).

Ou seja, a BNCC menciona que as investigações e experimentações com materiais concretos podem apoiar o estudante na construção de argumentações e explicações para propriedades matemáticas. Nesse sentido, surgiu o seguinte problema de pesquisa: "O uso de materiais concretos pode auxiliar na visualização e na construção de conceitos de sólidos geométricos em uma turma do Ensino Médio?"

Diante do exposto, o objetivo central desse trabalho foi analisar o processo de ensino-aprendizagem de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio a partir de atividades envolvendo a construção e o estudo de elementos de sólidos geométricos. Essa pesquisa se justifica pela importância da Geometria nos contextos acadêmicos e cotidianos, defendida pela BNCC (Brasil, 2018) e pelos PCN (Brasil, 1998). Apesar disso, as dificuldades previamente mencionadas representam um grande obstáculo para aqueles que ainda não têm um acesso adequado a essa área do conhecimento.

Esse trabalho é parte integrante de uma pesquisa de Dissertação (Silva, 2023) desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Uma Breve Discussão sobre o Uso de Materiais Concretos no Ensino-Aprendizagem de Geometria

Diversos educadores defendem o uso de materiais concretos (ou manipuláveis) no processo de ensino-aprendizagem da Geometria. Uma definição para material concreto é a seguinte:

[...] considera-se um material manipulável todo o material concreto, educacional ou do dia a dia (e.g. ábaco, polícubos, folhas de papel, bolas de gude), que represente uma ideia matemática, que durante uma situação de aprendizagem apele aos sentidos e que se caracteriza por um envolvimento ativo dos alunos (Vale; Barbosa, 2014, p. 6).

De acordo com a definição apresentada, um material concreto é todo aquele utilizado em sala de aula para o ensino-aprendizagem de Matemática que permite ao estudante manuseá-lo ou senti-lo de alguma maneira. Segundo Van de Walle (2009), modelos manipulativos ou materiais concretos, voltados para modelar

conceitos matemáticos, são recursos importantes para auxiliar as crianças no processo de aprendizagem de Matemática.

Rodrigues e Gazire (2012) apresentaram uma classificação de materiais concretos em dois tipos: estático e dinâmico. Segundo esses autores, o material concreto estático não permite a alteração da sua estrutura física por meio de sua manipulação. Ou seja, durante o manuseio, o educando consegue somente observar o objeto, tentando abstrair dele algumas propriedades, de maneira superficial.

O material concreto dinâmico, por sua vez, permite ser transformado por continuidade, ou seja, sua estrutura física pode ser modificada à medida em que sofre movimentos impostos pela pessoa que o manipula. Uma vantagem desse material em relação ao estático, sinalizada por Rodrigues e Gazire (2012), reside no fato de que as transformações permitidas pelo material dinâmico facilitam mais a percepção de propriedades e a realização de redescobertas, garantindo que o processo de ensino-aprendizagem tenha mais significado.

Exemplos de materiais concretos estáticos são os sólidos geométricos feitos de madeira. Embora um estudante possa observar algumas de suas propriedades durante a manipulação, ele não consegue, por exemplo, desmontá-los e remontá-los para associá-los às suas planificações. Entretanto, quando os sólidos geométricos são construídos com dobraduras de papel a partir de suas planificações, o educando tem liberdade para montá-los e desmontá-los, compreendendo melhor o processo de formação desses objetos.

Para aprender matemática é necessário ação, real e/ou virtual, reflexão e competência de ser capaz de relacionar ambas. A matemática começa, na maioria das vezes, com uma ação sobre os objetos, mas pode não ficar por aí. Um material manipulável não contém ou produz matemática, apenas cada pessoa pode fazê-lo com a sua mente. É necessário reforçar que os conceitos matemáticos são abstratos, assim qualquer modelo que englobe esses conceitos tem limitações: o modelo apenas proporciona o contexto favorável para a compreensão dos conceitos matemáticos que estão a ser tratados (Vale; Barbosa, 2014, p. 6).

De acordo com Vale e Barbosa (2014), um material manipulável por si só não faz Matemática. Quem pode produzi-la é o ser humano, por meio de sua mente; o material pode funcionar como um meio facilitador para que o indivíduo atinja a abstração necessária, desde que realize as interações adequadas com ele.

Ainda segundo Vale e Barbosa (2014), os professores devem auxiliar os estudantes a compreenderem as relações entre o modelo (contexto) e a Matemática.

Ou seja, por meio da manipulação desses materiais, os docentes devem estimular os educandos a realizarem a transição do concreto para o abstrato.

Nesse contexto, os materiais didáticos manipulativos dão oportunidade aos alunos para realizarem investigações geométricas, vivenciarem com eles experiências novas e, de forma mais ativa e participativa, construir seus conhecimentos. Ao desconstruir e reconstruir formas geométricas, variar suas dimensões, observá-las por diferentes vistas, argumentar sobre essas transformações usando os materiais concretos criamos uma prática pedagógica que favorece a elaboração do conhecimento pelos estudantes no campo da abstração (Dalví; Lorenzoni; Rezende, 2020, p. 117).

Os argumentos dos autores supracitados estão alinhados com a BNCC (Brasil, 2018), a qual menciona que as habilidades relacionadas à investigação e à elaboração de explicações e argumentos matemáticos podem ser construídas a partir de experiências empíricas, investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e tecnologias digitais. Moran e Franco (2014, p. 128) também compactuam com essa visão, afirmando que "o uso de Materiais Manipuláveis no estudo da matemática tem motivado os seus participantes a elaborarem sua própria aprendizagem". A seguir serão mencionados dois exemplos de pesquisas envolvendo o uso de materiais concretos em aulas de Geometria na Educação Básica.

Milani (2016) realizou sua pesquisa com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio do curso de Agropecuária do Instituto Federal de Rondônia. Usando uma abordagem lúdica, a partir da montagem de uma pipa tetraédrica e um fractal com origami, a autora desafiou seus alunos a ministrarem oficinas para outras turmas do mesmo instituto, criando, desenvolvendo e aprendendo atividades que estimulassem os participantes a realizarem um trabalho cooperativo e colaborativo. Os resultados obtidos pelos ministrantes e pelos discentes que participaram da atividade foram considerados satisfatórios pela pesquisadora.

Settimy e Bairral (2020) investigaram, em atividades de Geometria Espacial, a aprendizagem de estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Angra dos Reis (RJ). Os principais recursos didáticos utilizados foram: papel e lápis, planificações articuladas, sólidos em acrílico e um vídeo gerado a partir do aplicativo GeoGebra. Essa pesquisa ressaltou que a visualização é uma habilidade fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático. Assim, por não se tratar de um processo inato, ela deve ser intencionalmente trabalhada em sala de aula. Esses autores enfatizaram a necessidade de se implementar mais

atividades voltadas para a visualização e a representação de objetos geométricos, visando superar dificuldades identificadas.

Na seção a seguir, serão abordados os procedimentos metodológicos da presente pesquisa, envolvendo o uso de materiais concretos como recurso para a construção de conceitos geométricos em uma turma do Ensino Médio.

Procedimentos Metodológicos

O estudo realizado adotou uma abordagem qualitativa, cujos procedimentos metodológicos consistiram em uma pesquisa-ação com dezessete estudantes do terceiro ano do Ensino Médio regular, do período noturno, de uma escola estadual situada no município de Angra dos Reis (RJ). As atividades com os participantes ocorreram no mês de maio de 2023. Nessa ocasião, quinze discentes tinham mais de 18 anos e dois eram menores de idade.

A escolha dos participantes foi realizada considerando sua facilidade de acesso ao campo de pesquisa: à época da investigação, uma das autoras atuava como diretora-adjunta da escola. Além disso, uma professora dessa instituição cedeu gentilmente a sala de aula em que lecionava para que as atividades fossem conduzidas com os estudantes.

O projeto referente a esse estudo foi submetido à Plataforma Brasil e aprovado por um Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos em fevereiro de 2023, conforme o CAAE nº 64561122.6.0000.5263, parecer nº 5.910.851.

A diretora principal da escola assinou uma Carta de Anuência. Além disso, os participantes maiores de 18 anos assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), enquanto os menores de idade e seus respectivos responsáveis assinaram um Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e um TCLE - Responsáveis.

Visando preservar a identidade dos dezessete participantes, as autoras adotaram os códigos alfanuméricos de A1 a A17. As atividades foram realizadas em quatro aulas, cujas três primeiras duraram três tempos de 45 minutos cada.

Na primeira aula, foram entregues os TCLEs, destinados aos alunos maiores de idade e aos responsáveis pelos menores, e os TALEs, voltados aos estudantes com menos de 18 anos. Além disso, os participantes responderam ao Questionário de Verificação Inicial da Aprendizagem (ou Questionário Inicial), que teve como meta verificar seus conhecimentos prévios sobre sólidos geométricos.

Na segunda aula, uma das professoras-pesquisadoras fez um resumo de conceitos relacionados a sólidos geométricos. Alguns tópicos abordados foram: a

distinção entre figuras planas e espaciais, sólidos convexos e não convexos, prismas, pirâmides e corpos redondos, o estudo de elementos dos poliedros, dentre outros assuntos.

Após essa etapa, os participantes tiveram a oportunidade de observar sólidos geométricos construídos em origami (Figura 01) e modelos em acrílico disponibilizados pela unidade escolar (Figura 02), com o intuito de destacar seus elementos e reforçar os conceitos geométricos estudados.

Figura 01 - Poliedros de Platão construídos em origami



Fonte: Acervo das autoras (2023)

Figura 02 - Modelos de sólidos geométricos em acrílico



Fonte: Acervo das autoras (2023)

Figura 03 - Alunos montando sólidos geométricos a partir de suas planificações em papel sulfite (à esquerda) e sólidos geométricos concluídos (à direita)



Fonte: Acervo das autoras (2023)

Em seguida, as representações planificadas desses sólidos foram trabalhadas e, na sequência, os estudantes relacionaram cada planificação ao seu respectivo sólido geométrico.

Posteriormente, os alunos se organizaram em grupos de até cinco componentes para montarem, usando papel sulfite (Figura 03), sólidos geométricos a partir de suas planificações. Depois, preencheram uma ficha de atividades na qual identificaram a quantidade de faces (F), arestas (A) e vértices (V) de cada poliedro convexo construído, observando a Relação de Euler $V + F - A = 2$.

No momento da montagem de sólidos geométricos, os participantes manipularam o material observando a transformação contínua que sofreu durante o processo, ou seja, trabalharam com um material concreto dinâmico, segundo Rodrigues e Gazire (2012). Foi uma experiência complementar à observação das características dos sólidos em acrílico, que são materiais concretos estáticos, de acordo com a definição apresentada pelos autores mencionados.

Na terceira aula, uma das professoras-pesquisadoras apresentou aos alunos os poliedros de Platão construídos em origami (Figura 01) e detalhou as etapas para a montagem desses sólidos utilizando a técnica japonesa conhecida como *Kusudama*. O *Kusudama* utiliza as dobraduras de várias peças idênticas (módulos) repetidamente, de maneira que se encaixam umas nas outras formando figuras tridimensionais. A Figura 04 apresenta os módulos para a construção de um cubo e o referido sólido finalizado.

Figura 04 - Módulos para a construção de um cubo (à esquerda); cubo construído com origami modular - *Kusudama* (à direita)



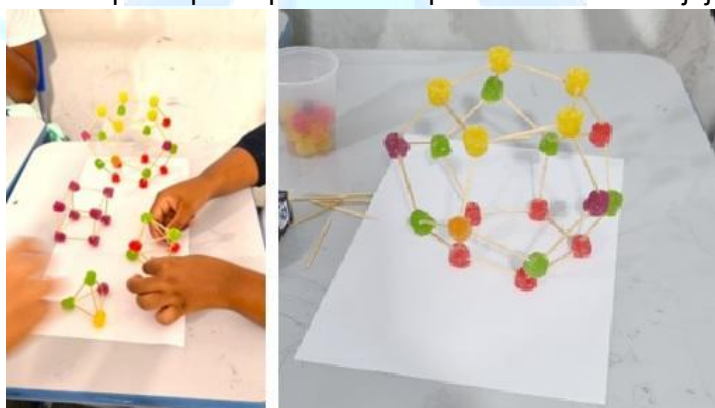
Fonte: Acervo das autoras (2023)

Em seguida, usando origami modular, os participantes construíram um cubo, um tetraedro e um octaedro regulares, realizando cada dobra de papel sob a orientação da professora. Optou-se por não realizar em sala de aula a montagem do dodecaedro e do icosaedro regulares, devido à complexidade de suas dobras e do tempo elevado necessário para concluí-los; entretanto, para que pudessem observá-los, a professora apresentou aos estudantes esses poliedros em origami. Depois, os alunos preencheram uma nova ficha de atividades na qual identificaram a quantidade de vértices, arestas e faces de cada poliedro de Platão, observando a aplicabilidade da Relação de Euler.

Milani (2016) defendeu o uso do origami como material manipulável para o ensino de Geometria, destacando as infinitas possibilidades de construção de objetos tridimensionais, e o notável auxílio que ele oferece no estudo de propriedades geométricas. Segundo essa autora, por meio do simples ato de dobrar e desdobrar uma folha de papel, várias habilidades e competências são desenvolvidas e aprimoradas, tais como o raciocínio, a lógica, além de aspectos motores, perceptivos, emocionais e artísticos.

A quarta aula, com duração total de quatro tempos de 45 minutos, foi dividida em duas etapas. Na primeira, os participantes montaram o cubo, o tetraedro, o octaedro e o dodecaedro regulares utilizando palitos de dentes e jujubas (Figura 05). Nessa etapa, observaram os sólidos previamente montados em origami (Figura 01) sem a intervenção direta das pesquisadoras.

Figura 05 - Cubo, tetraedro, octaedro e dodecaedro regulares, construídos pelos participantes com palitos de dentes e jujubas



Fonte: Acervo das autoras (2023)

Dentre os poliedros de Platão, somente o icosaedro regular não foi montado, devido à instabilidade apresentada pelo sólido em razão da grande quantidade de palitos e jujubas necessários para a sua montagem. Em seguida, os participantes preencheram uma nova ficha de atividades, identificando os elementos desses poliedros e observando, mais uma vez, a aplicabilidade da Relação de Euler.

Na segunda etapa, os estudantes responderam ao Questionário para Verificação Final da Aprendizagem (ou Questionário Final). Seu propósito foi avaliar a apropriação dos conceitos geométricos trabalhados, a partir de sua comparação com os resultados obtidos no Questionário Inicial.

Resultados e Discussões sobre os Questionários Aplicados

O Questionário para Verificação Inicial da Aprendizagem, aplicado aos participantes no primeiro encontro, foi composto por seis questões, sendo três

abertas e três fechadas. Ele teve por meta verificar os conhecimentos prévios desses estudantes em relação a alguns conceitos fundamentais de Geometria Plana e de Geometria Espacial, com foco nos sólidos geométricos.

Após a realização das atividades com sólidos geométricos construídos com base em planificações, com origami modular e com palitos e jujubas, foi aplicado o Questionário para Verificação Final da Aprendizagem. Sua finalidade foi obter informações sobre o nível de compreensão dos conceitos geométricos pelos estudantes, mediante o contraste desses dados com os obtidos no Questionário Inicial. O Questionário Final foi composto por seis questões similares às contidas no primeiro.

Para avaliar esses dois questionários, foi usada a Metodologia de Análise de Conteúdo. Segundo Bardin (1977), esse tipo de análise consiste em

um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (Bardin, 1977, p. 42).

Seguindo essa metodologia, foi realizada inicialmente uma "leitura flutuante" das respostas apresentadas em cada item. Após essa leitura inicial, os dados coletados foram codificados e agrupados em categorias por similaridade. Nas questões abertas, as autoras definiram algumas respostas representativas dessas categorias, visando identificar mais precisamente possíveis lacunas na aprendizagem de conceitos geométricos pelos participantes e refletir sobre suas dificuldades. Devido às limitações de espaço, as pesquisadoras optaram por destacar aqui os resultados obtidos nas questões 1, 3 e 4 de ambos os questionários.

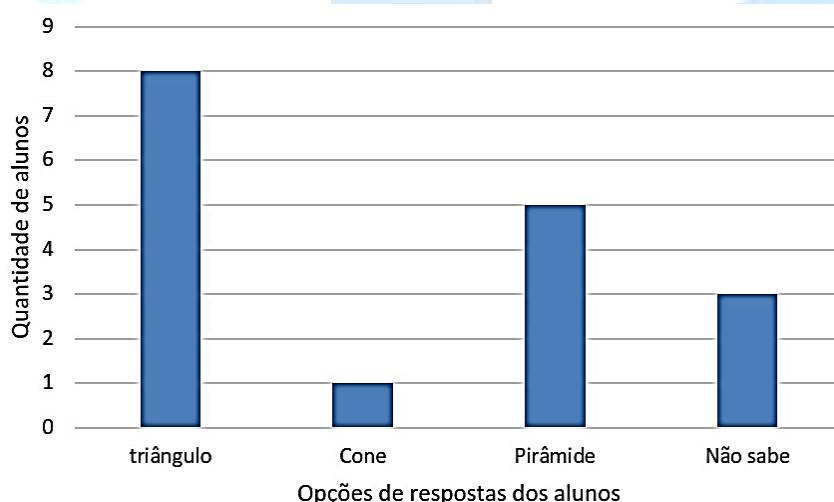
Na questão 1 do Questionário Inicial, composta por seis itens, solicitaram que os estudantes observassem o desenho de uma pirâmide de base quadrada e escrevessem: a) o nome da figura, b) a sua classificação como plana ou espacial, c) as quantidades de vértices, d) de arestas, e e) de faces. Por sua vez, o item f) investigou se os participantes conheciam alguma equação matemática que relacionasse esses elementos.

As frequências das respostas dos participantes ao item a) dessa questão estão apresentadas na Figura 06, a qual mostra que a maior parte das respostas fornecidas foi "triângulo", evidenciando a dificuldade dos participantes em nomear

corretamente uma figura tridimensional representada em um plano, ou até mesmo em reconhecê-la como tridimensional.

A dificuldade, por parte dos alunos, de visualização de figuras tridimensionais representadas em um plano foi abordada na pesquisa de Settimy e Bairral (2020, p. 190), que a justificaram da seguinte maneira: “[...] as imagens ilustradas são estáticas e representam, portanto, objetos geométricos que não são possíveis de movimentar sob vários ângulos. As respostas dos estudantes elucidam a conexão entre a visualização e a representação”. Esse fato, destacado pelos autores, reforçou a necessidade do uso de abordagens didáticas que envolvam a manipulação de materiais concretos para o estudo de sólidos geométricos, tendo em vista a relevância da interação dos estudantes com esses recursos para o desenvolvimento da visualização geométrica, o que permite conectar esses objetos tridimensionais às suas representações no plano.

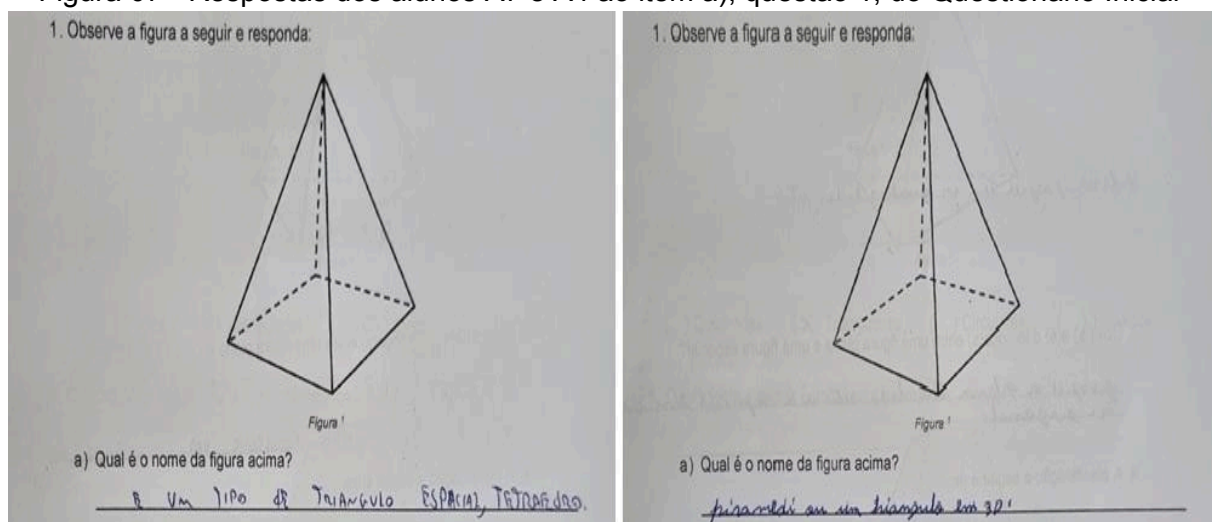
Figura 06 - Respostas dos alunos ao item a), questão 1, do Questionário Inicial



Fonte: Elaborada pelas autoras com dados da pesquisa (2024)

Ainda na Figura 06, nota-se que um dos alunos respondeu "cone". Segundo as autoras da presente pesquisa, trata-se de um equívoco que se aproximou da resposta correta, por se tratar de um sólido geométrico com características visuais semelhantes às de uma pirâmide.

Figura 07 - Respostas dos alunos A7 e A4 ao item a), questão 1, do Questionário Inicial



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Outras duas respostas ao item a) da questão 1 chamaram a atenção das pesquisadoras: o aluno A7 descreveu a pirâmide como "um tipo de triângulo espacial, tetraedro" (Figura 07, à esquerda), enquanto o aluno A4 nomeou a figura representada como "pirâmide ou um triângulo em 3D" (Figura 07, à direita). Conjectura-se que o aluno A7 não conhecia ou não se lembrava do termo "pirâmide", ainda que tenha identificado o caráter tridimensional da figura. Desse modo, tentou descrevê-la como um "triângulo espacial", uma vez que o sólido representado possui algumas faces triangulares. Entretanto, esse mesmo aluno se equivocou ao nomeá-lo como "tetraedro", pois não notou que a figura possui cinco faces (quatro triangulares e uma quadrangular), o que inviabiliza essa classificação.

O aluno A4, cuja resposta está apresentada na Figura 07, à direita, nomeou corretamente o sólido representado como uma pirâmide, mas aparentou um certo desconforto com essa nomenclatura, descrevendo-a como um "triângulo 3D". As respostas dos alunos A7 e A4 na Figura 07 reforçam a necessidade de ampliação do trabalho com a terminologia de figuras tridimensionais no processo de ensino-aprendizagem de Geometria.

No item b), os alunos deveriam classificar a pirâmide representada como figura plana ou espacial. Entretanto, 65% dos participantes informaram que não sabiam responder, enquanto 29% afirmaram que a pirâmide era uma figura plana. Apenas 6% dos alunos acertaram ao dizer que se tratava de uma figura espacial.

Esses resultados se mostraram preocupantes, tendo em vista que esses estudantes, na ocasião da pesquisa (2023), cursavam o terceiro ano do Ensino Médio. Esses alunos concluíram o Ensino Fundamental e iniciaram o Médio de forma remota em razão do isolamento social imposto pela pandemia da Covid-19

entre 2020 e 2021, o que pode tê-los privado do contato prévio com tais conceitos geométricos.

Nos itens c), d) e e), por sua vez, os participantes deveriam quantificar, respectivamente, os vértices, as arestas e as faces da pirâmide representada. Todavia, somente dois discentes responderam corretamente a todos os itens, três afirmaram não saber responder e os demais doze conseguiram quantificar corretamente apenas um ou dois dos elementos mencionados.

Nas Figuras 08 e 09, a seguir, constam as respostas dos alunos A4 e A5 aos itens c), d) e e), evidenciando diferentes níveis de compreensão a respeito da identificação dos elementos do poliedro apresentado.

Na Figura 08, observa-se que o aluno A4 acertou apenas a quantidade de faces da pirâmide de base quadrada (cinco), não conseguiu identificar todos os seus vértices e manifestou que não conhece o conceito de arestas. Na Figura 09, por sua vez, é possível constatar que o estudante A5 contou corretamente os vértices da pirâmide (cinco), mas não identificou todas as arestas desse sólido. Ademais, notou apenas uma única face.

Figura 08 - Respostas do aluno A4 aos itens c), d) e e), questão 1, do Questionário Inicial

c) Quantos vértices essa figura possui?
dois

d) Quantas arestas essa figura possui?
não sei o que significa arestas.

e) Quantas faces essa figura possui?
cinco.

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Figura 09 - Respostas do aluno A5 aos itens c), d) e e), questão 1, do Questionário Inicial

c) Quantos vértices essa figura possui?
5.

d) Quantas arestas essa figura possui?
4.

e) Quantas faces essa figura possui?
1.

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Em suas experiências docentes, as pesquisadoras notaram que vários alunos, ao observarem a representação de poliedros no plano, encontram dificuldades para detectar todas as suas faces, vértices e arestas, principalmente se

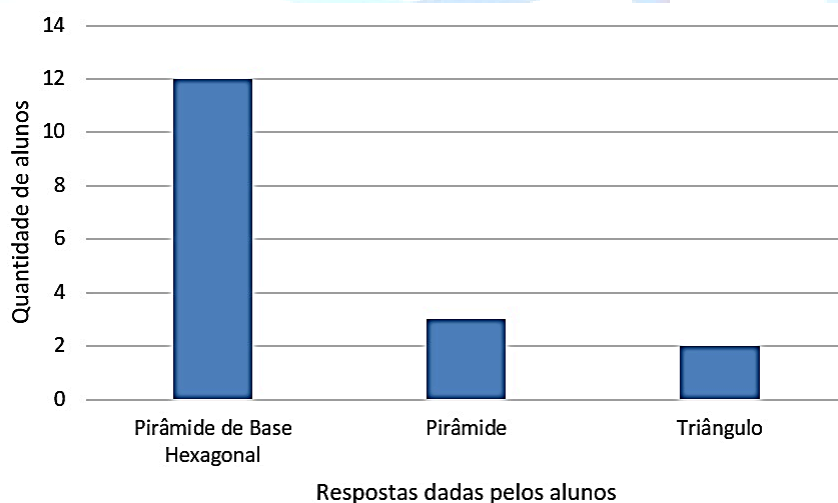
não tiveram contato anterior com a visualização e a manipulação de objetos tridimensionais.

Finalmente, no item f), nenhum participante conseguiu apresentar corretamente uma equação que relacionasse a quantidade de vértices (V), arestas (A) e faces (F) de um poliedro convexo, ou seja, a Relação de Euler $V + F - A = 2$. Possivelmente, não houve contato prévio dos estudantes com essa propriedade ou, caso tenha ocorrido, não se recordaram dela ao responder a esse item.

A questão 1 do Questionário Final apresentou os mesmos seis itens da primeira questão do Questionário Inicial. A única diferença foi o sólido ilustrado: uma pirâmide de base quadrada na versão inicial e outra de base hexagonal na versão final. Ao analisarem o desenho do sólido hexagonal, os estudantes deveriam escrever: a) o nome da figura, b) a sua classificação como plana ou espacial, c) as quantidades de vértices, d) de arestas, e e) de faces. Além disso, f) responder se conheciam alguma equação matemática que relacionasse esses elementos.

As respostas fornecidas pelos participantes ao item a) se encontram na Figura 10, a seguir.

Figura 10 - Respostas dos alunos ao item a), questão 1, do Questionário Final

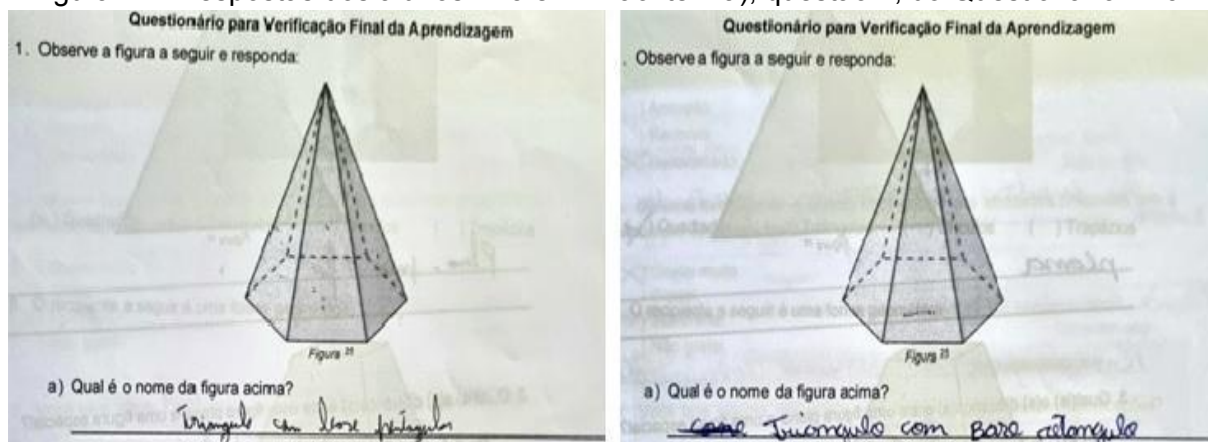


Fonte: Elaborada pelas autoras com dados da pesquisa (2024)

A Figura 10 ilustra que apenas dois participantes (A13 e A14) erraram completamente o item a), nomeando a pirâmide representada como "triângulo". Suas respostas estão apresentadas na Figura 11, a qual mostra que eles confundiram os sólidos geométricos. Além disso, ambos se equivocaram quanto à identificação da face que compõe a base da pirâmide, um hexágono: o aluno A13 o confundiu com um pentágono (Figura 11, à esquerda) e o estudante A14 com um retângulo (Figura

11, à direita). Em outras palavras, apresentaram dificuldades quanto à identificação de polígonos e da figura espacial apresentada.

Figura 11 - Respostas dos alunos A13 e A14 ao item a), questão 1, do Questionário Final



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Ainda na Figura 10, é possível notar que doze dos dezessete participantes conseguiram identificar corretamente a gravura: uma pirâmide de base hexagonal. Outros três participantes informaram que se tratava de uma pirâmide, mas sem especificar o formato de sua base. Esse resultado representou notadamente uma melhoria da aprendizagem desse conceito, quando comparado ao item a) da questão 1 do Questionário Inicial, no qual apenas cinco alunos identificaram adequadamente a figura representada (ver Figura 06).

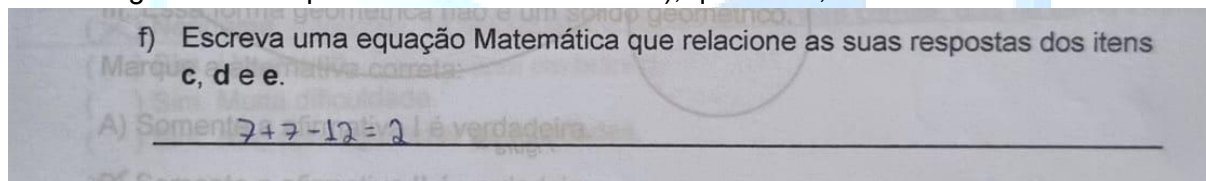
Essa melhoria se apresentou de duas formas: primeiramente, notou-se uma diminuição no quantitativo de erros dos estudantes em relação à pergunta inicial; em segundo lugar, as respostas corretas ao item a) da questão 1 do Questionário Final foram mais elaboradas, pois a maioria dos participantes não só respondeu "pirâmide", como também especificou o formato de sua base. No Questionário Inicial, em contrapartida, os cinco alunos que acertaram esse item mencionaram apenas o nome da figura.

No item b), no qual os discentes deveriam distinguir se a figura representada era plana ou espacial, todos responderam corretamente que se tratava de uma figura espacial. Esse resultado sinaliza que aparentemente houve uma compreensão dos estudantes em relação à diferença entre os dois conceitos geométricos. Vale lembrar que no item b) da questão 1 do Questionário Inicial, a maioria (65%) não soube responder à pergunta, ao passo que apenas 6% responderam à questão adequadamente.

Nos itens c), d) e e), sucessivamente, quinze dos dezessete participantes acertaram as quantidades de vértices, arestas e faces da pirâmide representada. Esses resultados são considerados satisfatórios, uma vez que, no Questionário Inicial, somente dois alunos responderam corretamente a esses três itens. Os dados sugerem que, após a realização das atividades, houve uma melhoria da percepção espacial pela maioria dos estudantes.

No item f), os participantes deveriam escrever uma equação de forma a relacionar o número de vértices (V), arestas (A) e faces (F) da pirâmide de base hexagonal apresentada. Quatorze dos dezessete alunos relacionaram com exatidão as quantidades, mas não escreveram a relação de Euler $V + F - A = 2$ (ver Figura 12). Outros dois estudantes fizeram o mesmo, porém incorretamente, enquanto apenas um deixou a resposta em branco. Mesmo assim, esse resultado representou uma melhora quanto à compreensão da Relação de Euler, uma vez que, no mesmo item do Questionário Inicial, nenhum participante havia conseguido apresentar uma relação entre V, F e A.

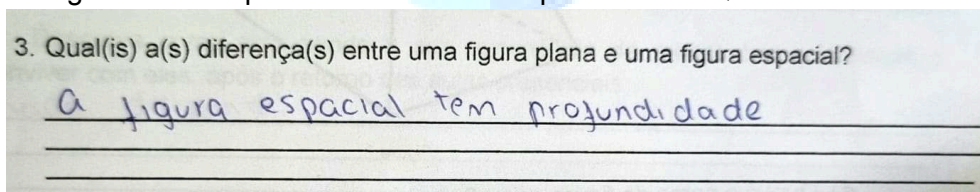
Figura 12 - Resposta do aluno A9 ao item f), questão 1, do Questionário Final



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Na questão 3 do Questionário Inicial, as autoras solicitaram que os participantes explicassem a diferença entre uma figura plana e outra espacial. Apenas dois dos dezessete alunos apresentaram respostas corretas, enquanto nove erraram e seis não souberam respondê-las. Na Figura 13, o aluno A10 enfatizou que uma figura espacial tem profundidade.

Figura 13 - Resposta do aluno A10 à questão 3 do Questionário Inicial



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Uma interpretação para a resposta do estudante A10 é que ele percebeu que as figuras espaciais têm uma dimensão a mais — a profundidade —, a qual não consta nas figuras planas. Essa resposta, embora tenha sido considerada correta

pelas pesquisadoras, está incompleta. Repare que ele não mencionou que as figuras planas são bidimensionais.

A Figura 14 ilustra que o aluno A6 escreveu que a figura plana é bidimensional e a espacial tridimensional, ou seja, aparentemente, compreendeu que a principal diferença entre essas figuras está no número de dimensões. Entretanto, o mesmo discente afirmou, na questão 2, que o quadrado é uma figura "espacial, pois é tridimensional". Esse fato contraditório pode ter ocorrido porque o estudante conhecia apenas teoricamente a principal característica que diferencia figuras planas de espaciais; na prática, contudo, não conseguiu distingui-las.

Figura 14 - Resposta do aluno A6 às questões 2 e 3 do Questionário Inicial

2. O quadrado é uma figura plana ou espacial? Justifique.

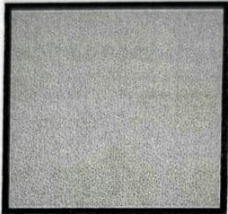


Figura 2

espacial, pois é Tridimensional

3. Qual(is) a(s) diferença(s) entre uma figura plana e uma figura espacial?

uma é a figura plana é Bidimensional e a espacial é tridimensional

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Na questão 3 do Questionário Final, os participantes precisaram explicar sobre a diferença entre figuras planas e espaciais: quinze dos dezessete alunos acertaram a justificativa, um errou a resposta e outro não soube responder. Nessa questão, as autoras subdividiram as respostas consideradas corretas em quatro categorias, as quais estão apresentadas no Quadro 01. Esses dados representaram uma melhoria significativa no que diz respeito à distinção desses tipos de figuras pelos estudantes, em confronto com o resultado obtido na questão 3 do Questionário Inicial.

Quadro 01 - Respostas à questão 3 do Questionário Final consideradas corretas

Código	Tipo de Resposta Considerada Correta	Frequência
C1	"Plana tem duas dimensões e espacial possui três."	7
C2	"A figura plana não sai do papel, a espacial sai."	2
C3	"Uma figura plana é colada no papel, espacial é o que consegue pegar."	3
C4	"Espacial é 3D e plana é um desenho no papel."	3
Total de respostas consideradas corretas		15

Fonte: Elaborado pelas autoras com dados da pesquisa (2024)

No Quadro 01, a categoria de respostas C1 foi a mais frequente (7 das 15 respostas corretas). Nessa categoria, houve uma distinção entre figuras planas e espaciais por meio da quantidade de dimensões de cada uma. As demais categorias (C2, C3 e C4) agruparam respostas com linguagem mais informal, nas quais os participantes associaram figuras planas a "desenhos no papel" e explicaram as figuras espaciais de formas variadas.

As respostas do tipo C2 revelaram a ideia intuitiva de que "figuras espaciais saem do papel", a qual está relacionada à noção de que possuem uma dimensão a mais do que aquelas que "não saem" (figuras planas). As respostas do tipo C3, por sua vez, destacaram que figuras espaciais podem ser manipuladas ("é o que consegue pegar"), em uma tentativa de expressar que elas se encontram no espaço tridimensional. Por fim, as do tipo C4 sinalizaram que as figuras espaciais têm três dimensões, embora os estudantes não tenham adotado esse padrão de explicação para as figuras planas.

Na visão das pesquisadoras, as respostas apresentadas no Quadro 01, ainda que empreguem, predominantemente, uma linguagem informal, refletiram uma melhoria no que concerne à compreensão da distinção entre figuras planas e espaciais, uma vez que, no Questionário Inicial, apenas dois discentes explicaram corretamente a diferença entre esses objetos geométricos.

A questão 4 do Questionário Inicial apresentou a gravura de um sólido geométrico; diante disso, os participantes deveriam assinalar a alternativa

correspondente ao nome do sólido cuja planificação estava representada. As opções foram: a) cubo, b) pirâmide de base quadrada, e c) cone, sendo a opção b) a correta. Dos dezessete alunos, quatorze acertaram, três marcaram a última opção e ninguém assinalou a primeira.

As pesquisadoras conjecturam que a maioria dos participantes tenha acertado essa questão ao observar a forma quadrada da base do sólido planificado. Em várias ocasiões, os estudantes resolvem problemas dessa natureza buscando conexões visuais. Embora seja interessante que eles usem a lógica visual como um ponto de partida, é fundamental que aprofundem a compreensão dos conceitos da Geometria Espacial, considerando propriedades e características das figuras e desenvolvendo a habilidade de justificar escolhas e raciocínios com base em princípios geométricos.

A questão 4 do Questionário Final foi similar à do Questionário Inicial, com uma única diferença: o enunciado ilustrou a planificação de um cone, em vez de uma pirâmide. As alternativas apresentadas foram as mesmas: a) cubo, b) pirâmide de base quadrada, e c) cone. Nesse caso, todos os dezessete participantes assinalaram corretamente a última opção.

O resultado apresentado nessa questão mostrou que a atividade envolvendo a montagem de sólidos geométricos a partir de planificações pode ter contribuído para a compreensão dos participantes sobre esse tema. Essa observação é corroborada por Settimy e Bairral (2020), que constataram a necessidade de abordagens didáticas baseadas na manipulação de materiais concretos dinâmicos para o estudo de sólidos geométricos. Isso possibilita que os estudantes associem objetos tridimensionais às suas representações no plano, uma vez que as representações estáticas não permitem a visualização desses objetos sob vários ângulos.

Considerações Finais

Os resultados apresentados nessa pesquisa indicaram uma melhoria dos participantes quanto à compreensão de conceitos, visualização e argumentação geométrica. Além disso, houve a cooperação entre eles e o desenvolvimento de sua autonomia no processo de aprendizagem.

Não se pode afirmar, todavia, que o uso de materiais concretos foi o principal responsável pelo progresso apresentado pelos estudantes. De acordo com Rodrigues e Gazire (2012), o professor deve ter ciência de que nenhum material concreto garante por si só a aprendizagem; o sucesso depende da concepção de

ensino e da proposta pedagógica que orientam o uso desse material na prática docente.

Deve-se ressaltar a importância de o professor repensar abordagens didáticas e utilizar métodos que façam do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Espacial um processo investigativo. Essa postura incentiva a construção da explicação e da argumentação matemática, conforme preconiza a BNCC (Brasil, 2018). Por meio do uso criativo de materiais concretos dinâmicos, é possível estimular os estudantes a se transformarem em aprendizes autônomos e críticos no campo da Matemática, uma vez que a observação das sucessivas alterações sofridas pela manipulação desses materiais pode propiciar a descoberta de suas propriedades, conforme defenderam Rodrigues e Gazire (2012).

Como desdobramentos desse trabalho, espera-se realizar futuras pesquisas para investigar metodologias que incorporem tecnologias digitais e abordagens interativas, incentivando o uso criativo desses recursos não apenas na Geometria, mas também em outras unidades temáticas da Matemática. Almeja-se, ainda, adaptar essas abordagens a diferentes níveis educacionais e contextos culturais, oferecendo contribuições para educadores em diferentes cenários.

Referências

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf. Acesso em: 4 jun. 2026.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 24 nov. 2023.

DALVI, Silvana Cocco; LORENZONI, Luciano Lessa; REZENDE, Oscar Luiz Teixeira de. Representação semiótica e Geometria Espacial: uma prática usando material concreto com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 20, p. 109-126, nov./dez. 2020. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6255/4278>. Acesso em: 19 dez. 2022.

MILANI, Samanta Margarida. **Fractais, pipas tetraédricas e origami: uma proposta metodológica para o ensino da geometria**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Fundação Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2016. Disponível em:

https://sca.proformat-sbm.org.br/busca_tcc_det.php?id=95327&id1=2934. Acesso em: 2 jun. 2026.

MORAN, Mariana; FRANCO, Valdeni Soliani. Registros figurais em Geometria: influências na apreensão operatória e na pesquisa heurística de figuras.

Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 123-137, 2014. Disponível em:

<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/494/310>. Acesso em: 28 out. 2024.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em:

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p187/23460>. Acesso em: 2 nov. 2023.

SETTIMY, Thaís Fernanda de Oliveira; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Dificuldades envolvendo a visualização em Geometria Espacial. **Vidya**, Santa Maria, v. 40, n. 1, p. 177-195, jan./jun. 2020. Disponível em:

<https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3219/2530>. Acesso em: 2 nov. 2023.

SILVA, Sílvia Barbosa da. **O uso de materiais concretos como recurso à visualização, manipulação e construção de conceitos de sólidos geométricos**.

2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2023. Disponível em:

https://sca.proformat-sbm.org.br/busca_tcc_det.php?id=171056386&id1=7409. Acesso em: 2 jun. 2026.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. **Boletim GEPEM**, Seropédica, n. 65, p. 3-16, jul./dez. 2014. DOI:

<https://doi.org/10.4322/gepem.2015.011>.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Submetido em: 23/12/2024

Aceito em: 27/05/2026