

Visões de professores de Matemática sobre a origem e as razões dos erros na aprendizagem da Álgebra

Mathematics teachers' views on the origin and reasons for errors in Algebra learning

Juliana Machado¹

Lorrene Carvalho²

RESUMO

A Álgebra é uma importante área da Matemática que se concentra na análise abstrata das relações entre variáveis e em suas representações. Seu processo de aprendizagem é considerado desafiador e sujeito a erros recorrentes que podem dificultar a compreensão dos estudantes, prejudicando o avanço em outros ramos da Matemática e em áreas afins. Com o objetivo de investigar as concepções de professores de Matemática acerca das possíveis origens e razões para a ocorrência dos erros que são cometidos por estudantes na aprendizagem da Álgebra, este artigo se propõe a explorar as perspectivas docentes baseando-se nas pesquisas de Gagatsis e Kyriakides (2000) e Kikuchi (2012). Utilizando um questionário *Likert*, foram avaliadas as possíveis causas dos erros, buscando compreender a perspectiva dos professores sobre a frequência de ocorrência. Além disso, foram apresentados quatro modelos de erros cometidos por alunos, buscando analisar as razões identificadas e apresentadas pelos professores em suas observações. Os resultados indicam que, em geral, os docentes tendem a não considerar a própria natureza da Matemática como uma causa subjacente aos erros, o que contrasta com a perspectiva bachelardiana que enfrenta os obstáculos epistemológicos como elementos intrínsecos ao conhecimento. Além disso, os resultados apontam que a maioria dos professores consideram que o estudante é o principal agente responsável pela ocorrência dos erros no processo de aprendizagem da Álgebra, apontando a falta de atenção e de domínio dos conceitos básicos da matemática como principais causas.

PALAVRAS-CHAVE: Álgebra. Aprendizagem. Obstáculos Epistemológicos. Erros.

ABSTRACT

Algebra is an important area of mathematics that focuses on the abstract analysis of relationships between variables and their representations. The learning process is challenging and subject to recurring errors that can make it difficult for students to understand, hindering progress in other branches

¹ Instituição: CEFET/RJ. E-mail: juliana.machado@cefet-rj.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1972-7854>.

² Instituição: Pesquisadora Independente. E-mail: lorrene.alc@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-7866-8850>.



of mathematics and related areas. With the aim of investigating the conceptions of mathematics teachers, regarding the possible origins and reasons for the occurrence of errors that are committed by students when learning Algebra, this article aims to explore teaching perspectives based on the research of Gagatsis and Kyriakides (2000) and Kikuchi (2012) to identify the reasons that are attributed by teachers. Using a Likert questionnaire, containing five levels of agreement, possible causes of errors were evaluated, seeking to understand the teachers' perspective on the frequency of occurrence. Furthermore, four models of errors made by students were presented, seeking to analyze the reasons given and the presentations by teachers in their observations. The results indicate that, in general, teachers tend not to consider the very nature of mathematics as an underlying cause of errors, which contrasts with the Bachelardian perspective that faces epistemological obstacles as intrinsic elements of knowledge. Furthermore, the results indicate that the majority of teachers consider that the student is the main agent responsible for the occurrence of errors in the Algebra learning process, pointing to the lack of attention and mastery of basic mathematical concepts as the main causes.

KEYWORDS: Algebra. Learning. Epistemological Obstacles. Errors.

Introdução

A construção do conhecimento em Álgebra colabora fundamentalmente para o desenvolvimento de habilidades matemáticas pelo estudante, favorecendo o aprimoramento do pensamento lógico e abstrato. A conquista de uma aprendizagem significativa nesta área de conhecimento, que permita a compreensão dos conceitos e das relações algébricas para além da memorização de procedimentos, mostra-se desafiadora para grande parte dos estudantes, pois inúmeros fatores geram recorrentes erros que, sem a devida orientação e correção, podem afetar o entendimento acerca da Matemática como um todo e ocasionar dificuldades até mesmo em outras áreas do conhecimento. Neste viés, surge a necessidade de se explorar e de analisar as razões que favorecem a ocorrência destes erros.

A Álgebra, em concordância com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), tem como função primordial – no segmento do Ensino Fundamental – fomentar nos estudantes a habilidade de construir modelos matemáticos que lhes permitam compreender, representar e analisar relações quantitativas entre variáveis. Para isto, a Álgebra recorre às estruturas envolvendo números, letras e símbolos. Considerando o notável desafio enfrentado pelos estudantes e os diversos relatos docentes sobre as dificuldades enfrentadas no ensino da Álgebra e no ensino da Matemática em sua totalidade, pesquisas sobre erros, dificuldades e obstáculos enfrentados pelos estudantes ao longo do processo de aprendizagem têm se tornado um foco abrangente no campo das pesquisas de Ensino. Diante disso, percebe-se que desenvolver nos estudantes o pensamento algébrico e abstrato de maneira eficiente tem sido um desafio para os professores desta disciplina.

De acordo com Sortisso (2011), um dos principais obstáculos à aprendizagem eficaz da Álgebra é a maneira mecânica com que frequentemente se desenvolve o

ensino, seguindo uma sequência de conteúdo que, em muitos casos, não é plenamente assimilada pelos estudantes e não é revisitada posteriormente, comprometendo a construção do pensamento algébrico. Gil (2008) também argumenta que as dificuldades dos estudantes podem ser atribuídas à transição entre a Aritmética e a Álgebra, uma vez que as dificuldades adquiridas no contexto aritmético muitas vezes são levadas para a Álgebra. Em uma perspectiva semelhante, Ponte e Branco (2009) argumentam que muitas das dificuldades dos alunos derivam de erros cometidos na resolução de problemas algébricos, nos quais os estudantes aplicam convenções aritméticas que são válidas no contexto aritmético, mas não são adequadas em situações algébricas, pois, em Aritmética, as operações podem ser realizadas com base em informações disponíveis, enquanto na Álgebra, o pensamento abstrato e a generalização se fazem necessários, permitindo a realização de operações por meio de fórmulas. Nesse sentido, Booth (1988) argumenta que identificar os tipos de erros comuns cometidos pelos estudantes na Álgebra e investigar possíveis razões para estes erros são abordagens viáveis para compreender o que torna a Álgebra uma área de estudo tão difícil de ser compreendida.

Diante disso, o erro seria então sinônimo de fracasso? Ou é a partir do erro que o professor pode avaliar as causas das deficiências de aprendizagem? Seria o erro o vilão da aprendizagem ou o seu facilitador? Sobre esses pensamentos, Carvalho (1997, p. 20) explica que:

O contexto escolar deveria ser o local por excelência das tentativas próprias de solução de problemas, seguidas de um exame crítico por parte do professor (e dos próprios alunos). [...] Não existimos para decretar fracassos, mas para promover desenvolvimento e aprendizagens. E nessa tarefa os erros, frutos de tentativas de operar com novos conceitos e procedimentos, têm um papel fundamental, posto que a partir de seu exame crítico desenvolve-se o discernimento.

Em outras palavras, a responsabilidade pelo sucesso na aprendizagem dos estudantes não deve recair unicamente sobre o professor ou a instituição escolar, mas sim requer perseverança e colaboração mútua em prol do desenvolvimento dos alunos. Neste sentido, é importante compreender o valor do erro e encará-lo como uma etapa importante no desenvolvimento cognitivo.

Segundo Cury (2007), a análise dos erros pode ser vista como uma metodologia de ensino que busca incentivar os estudantes a questionarem suas próprias conclusões, enxergando em seus erros oportunidades para desenvolver o seu conhecimento. Por esse motivo, acredita-se serem de extrema relevância

pesquisas que investigam o papel do erro bem como suas possíveis razões de ocorrência, pois, desse modo, se mostram importantes para compreender e aperfeiçoar a prática docente.

Pelo exposto, acredita-se que investigar de que forma os professores percebem as razões pelas quais os erros acontecem permite aprimorar a eficácia do processo de ensino e aprendizagem, possibilitando o alcance de melhorias significativas na aprendizagem da Álgebra. Visando contribuir nessa direção, nesse estudo objetivamos identificar concepções de professores em exercício acerca das razões e origens dos erros cometidos pelos estudantes na aprendizagem da Álgebra. A adoção da perspectiva de Bachelard, por meio de sua noção de obstáculo epistemológico, teve um papel de inspiração, não para nos levar a perguntar se os professores conhecem o conceito original bachelardiano, mas para procurar investigar se chegam a considerar, em suas concepções acerca das origens dos erros dos alunos, alguma participação de aspectos intrínsecos à própria natureza do conhecimento matemático. Para dar suporte à investigação, as categorias de análise foram organizadas à luz do conhecido “triângulo da didática”, representação que tem como vértices o professor, o aluno e o conhecimento.

Obstáculos Epistemológicos e a visão do erro

Gaston Bachelard, em sua obra intitulada *A formação do espírito científico*, realizou uma profunda investigação da filosofia da ciência. Ele argumentava que o progresso do pensamento científico e – consequentemente – a aquisição de conhecimento, exigia uma superação de barreiras específicas denominadas de “obstáculos epistemológicos”. A identificação destes obstáculos, embora desafiadora, é de crucial importância, pois desempenha papel fundamental na efetivação da construção do conhecimento. Em sua obra, Bachelard defendeu que o sucesso da ciência está condicionado à capacidade de reflexão em relação aos obstáculos a enfrentar e, subsequentemente, superá-los.

Bachelard, ao conceituar o obstáculo epistemológico, sublinhou que:

E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentsões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1996, p. 17).

A visão bachelardiana baseia-se no fato de que o conhecimento científico precisa fundamentar-se na limpeza intelectual que busca substituir o saber fechado e estático por um conhecimento aberto e dinâmico, que permita a evolução do conhecimento científico (Bachelard, 1996). Neste pensamento, um obstáculo pode ser caracterizado pelo conflito entre uma nova concepção e o conhecimento prévio.

Posteriormente, transpondo o conceito de obstáculo epistemológico de Bachelard à Didática da Matemática, Brousseau (1986) definiu obstáculo como:

Um obstáculo é, portanto, manifestado por erros, mas esses erros não se devem ao acaso. Fugitivos, erráticos, são reprodutíveis, persistentes. Além disso, esses erros, no mesmo assunto, são vinculados por uma fonte comum: a maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente, se não correta, um 'conhecimento antigo e bem-sucedido em todo um campo de ações' (Brousseau, 1998, p. 122).

Brousseau sugere que os erros não são aleatórios, mas derivam de uma fonte comum, por exemplo, a maneira como as informações são entendidas e concebidas. Esses erros persistem e são reprodutíveis, indicando uma consistência subjacente na forma como o sujeito aprende e age em um campo específico. Esse conhecimento torna-se, então, um obstáculo em razão da resistência do sujeito em romper um conhecimento pré-estabelecido.

Com base na teoria de Brousseau, é possível perceber que durante o desenvolvimento da aprendizagem em Álgebra, erros podem ocorrer pois, de acordo com a visão de Brousseau, os erros derivam de saberes que, em primeira análise, apresentaram eficácia para solucionar situações específicas – como era o caso do conhecimento anterior da Aritmética –, contudo, em um novo contexto, tornam-se limitados ou inadequados (Brousseau, 1986).

Nessa direção, Almouloud (1997, p. 113) aponta que:

Segundo Guy Brousseau, o erro seria a expressão ou a manifestação explícita de um conjunto de concepções espontâneas ou reconstruídas integradas numa rede coerente de representações cognitivas, que se tomam obstáculo à aquisição e dominação de novos conceitos. A superação desses obstáculos seria, então, o projeto do ensino e o erro a passagem obrigatória.

Desse modo, em relação à visão acerca do erro, Bachelard (1996) também sustentou que os erros exercem uma importante e necessária função na construção do conhecimento, pois é com base nas tentativas de os corrigir que o conhecimento é desenvolvido em sua totalidade. É importante destacar que o centro da abordagem de Bachelard e de suas reflexões reside na análise da gênese do conhecimento científico sob uma ótica histórica e filosófica, enquanto as reflexões de Brousseau

encontram-se na Didática da Matemática. Os estudos de Brousseau, desenvolvidos principalmente nas décadas de 1970 e 1980, foram responsáveis pela emergência da noção de obstáculo no seio da pesquisa em Didática, em oposição à perspectiva do próprio Bachelard, que não acreditava na existência de obstáculos na Matemática (D'AMORE, 2007).

Metodologia

A presente investigação adota uma abordagem empírica e quali-quantitativa. Para buscar identificar as concepções de professores a respeito das origens e razões dos erros cometidos pelos estudantes na aprendizagem de Álgebra, empregamos dois instrumentos. O primeiro deles, na forma de um questionário fechado usando escala *Likert*, tinha como objetivo investigar as crenças declarativas dos participantes, isto é, aquilo que eles declaravam como sendo as principais origens e razões dos erros dos alunos. O segundo instrumento visava identificar, em caráter operatório, como o participante interpretava as razões de erros de estudantes em resoluções reais de problemas algébricos e, para isso, apresentaram-se quatro modelos de erros frequentemente cometidos e solicitava-se que o participante explicasse, em cada um deles, qual era o motivo de o estudante ter errado.

Ambos os instrumentos foram distribuídos a 128 professores de Matemática em exercício, por meio de um *link* do *Google Forms*. Na página de rosto do formulário foi apresentado um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) no qual cada participante foi informado sobre o tema e os objetivos da pesquisa, bem como seus benefícios e riscos. Deixamos claro que a participação dos sujeitos era totalmente voluntária e que eles tinham o direito de interromper sua participação a qualquer momento, sem nenhum tipo de prejuízo ou constrangimento. Garantimos a todos os participantes que o anonimato seria respeitado e utilizamos nomes fictícios para proteger sua identidade. Além disso, informamos que o acesso e a análise dos dados foram feitos apenas pela pesquisadora. Destes 128 envios, foram obtidos retornos positivos de 26 voluntários dispostos a respondê-lo. A seguir, serão apresentadas descrições desses instrumentos e do processo de análise dos dados e de validação das análises.

Instrumentos de coleta de dados

Descrição do questionário fechado

Nesse questionário, foram apresentadas afirmações acerca das possíveis razões para os erros cometidos pelos alunos. Em seguida, os professores

participantes classificaram suas opiniões de acordo com o grau de frequência em relação à ocorrência dos erros dos alunos em função das respectivas razões apresentadas, desde “nunca ocorre” até “ocorre todas as vezes”. Através do uso da escala *Likert*, buscou-se determinar até que ponto o professor considera a ocorrência de cada uma das razões que levam os estudantes a cometerem erros. As proposições foram adaptadas a partir do trabalho de Gagatsis e Kyriakides (2000), que tinha por objetivo investigar as interpretações de professores da escola primária acerca dos erros cometidos por seus alunos.

Algumas adaptações do questionário de Gagatsis e Kyriakides (2000) foram necessárias para que os objetivos da presente pesquisa fossem alcançados. No quadro a seguir serão listadas as adaptações que foram realizadas.

Quadro 01 - Adaptações ao questionário.

Gagatsis e Kyriakides (2000) ³	Adaptações
Os erros estão associados à falta de conhecimento.	1. Os erros acontecem devido à falta de conhecimento do aluno.
Os erros estão associados ao texto do problema.	2. Os erros acontecem devido ao enunciado do problema e/ou das questões.
Os erros estão associados à forma como o aluno estuda e se prepara.	3. Os erros acontecem devido à forma como o estudante estuda e se prepara.
Os erros estão associados à atitude do aluno em relação à Matemática.	4. Os erros acontecem devido à atitude do aluno em relação a matemática.
Os erros estão associados à situação psicológica do aluno.	5. Os erros acontecem devido à situação psicológica do aluno.
Os erros estão associados às formas inadequadas de ensino.	6. Os erros acontecem devido às formas inadequadas de ensino.
Os erros são devidos às capacidades limitadas dos alunos.	7. Os erros acontecem devido às capacidades limitadas dos alunos.
Os erros são devidos ao conhecimento errado ou incompleto sobre um conceito ensinado anteriormente.	8. Os erros são devidos ao conhecimento errado ou incompleto acerca de um conceito ensinado anteriormente.
Os erros são devidos a conhecimentos prévios corretos que não são apropriados em uma nova situação.	9. Os erros são devidos à conhecimentos prévios corretos, mas que não são apropriados para uma nova situação.
Os erros são devidos à violação de uma regra.	10. Os erros são devidos à violação de regras matemáticas.
Os erros são devidos a uma confusão do modelo necessário para completar uma tarefa com um modelo conhecido.	11. Os erros são devidos à falta de atenção (concentração).
Os erros são devidos ao processamento incorreto dos modelos.	12. Os erros são devidos à processos (algoritmos) incorretos já aprendidos.
Os erros são devidos à tendência dos alunos de satisfazer os desejos do professor sem examiná-los.	13. Os erros se devem ao fato de serem propostos problemas inadequados à capacidade do aluno.
Os erros são devidos ao fato de ser feita uma pergunta inadequada à capacidade do aluno.	-

³ Todos os itens dessa coluna consistem em traduções livres dos autores.

Fonte: autoria própria

Nos itens de 1 a 7, decidimos substituir a expressão "*Os erros estão associados a...*" utilizada por Gagatsis e Kyriakides por "*Os erros acontecem devido a...*" porque, embora ambas as frases indiquem uma relação de causa e efeito entre os erros e seus fatores desencadeantes, a diferença sutil está na ênfase dada à responsabilidade pelo erro. Em suma, enquanto a primeira expressão é mais geral e abrangente, a segunda é mais específica e pode apontar para uma causa mais diretamente. No item 10, adicionamos a palavra "Matemáticas" porque a palavra "regra" poderia se referir a qualquer tipo de regra, inclusive fora do contexto da Matemática, o que não é o objeto dessa pesquisa. Nos itens 11 e 12, optou-se por não seguir o modelo de Gagatsis e Kyriakides, uma vez que esta pesquisa não se concentra no uso de modelos. Por fim, no item 13, verificou-se que o modelo utilizado por Gagatsis e Kyriakides não seria capaz de fornecer dados relevantes para a presente pesquisa.

Descrição dos modelos de erros

Os quatro modelos de erros utilizados foram extraídos da pesquisa realizada por Kikuchi (2012) e estão apresentados no Anexo. Em sua pesquisa, Kikuchi se dedicou a analisar os obstáculos epistemológicos associados ao processo de aprendizagem da Álgebra no Ensino Fundamental. É importante destacar que os modelos de erros empregados por Kikuchi (2012) estão relacionados aos obstáculos que ela mesma classificou em sua pesquisa, seguindo a proposta por Brousseau (1983).

O primeiro modelo apresentado neste contexto envolveu a aplicação do conceito algébrico operacional, especificamente no que se refere à adição e subtração de coeficientes de variáveis de mesmo grau. O aluno enfrentou dificuldades em entender conceitos abstratos, mesmo após a explicação do professor. Essa incompreensão pode criar barreiras para o aluno avançar na resolução de problemas matemáticos e na aplicação de conceitos algébricos.

No contexto do segundo modelo delineado por Kikuchi (2012), o aluno tenta aplicar conceitos ou métodos aprendidos anteriormente, mesmo que inadequados para a nova situação. Nesse caso, o aluno associa erroneamente a resolução de expressões algébricas à estratégia anteriormente usada para expressões numéricas, mostrando uma resistência em abandonar uma abordagem pré-concebida, apesar de inadequada, sugerindo, assim, a existência do obstáculo do conhecimento geral.

No que diz respeito ao terceiro modelo exposto, trata-se do mesmo exemplo discutido no segundo modelo, mas com a resposta fornecida por um aluno distinto.

Neste caso, observa-se que o estudante optou por uma abordagem empírica, realizando um teste prático em vez de formular uma expressão algébrica para resolver o problema, como era esperado com base no conteúdo ensinado. Aqui, o aluno apresentou dificuldades em transcender a abordagem concreta e imediata, preferindo confiar em métodos de resolução baseados na observação direta, o que sugere a existência do obstáculo da experiência primeira. No modelo 4, ao ser instado a resolver algumas expressões algébricas, o aluno atribui o expoente da variável ao coeficiente. Esse modelo sugere a existência de um obstáculo epistemológico que consiste na crença de que a resolução do problema deve culminar na obtenção de um único termo numérico, como ocorria anteriormente no caso da resolução de expressões numéricas.

Categorias de análise

Na busca por identificar as origens e razões dos erros segundo a perspectiva dos professores, optamos por dividir as categorias analíticas em três dimensões – “Aluno”, “Professor” e “Conhecimento” – a fim de associarmos as crenças dos sujeitos participantes ao papel de cada um desses atores. Essa organização teve a vantagem de permitir visualizar em quais polos da situação didática os respondentes majoritariamente indicavam as possíveis origens dos erros. Adicionalmente, tínhamos também o objetivo de verificar se os respondentes reconheceriam, em algum grau, o papel da própria natureza do conhecimento matemático no surgimento de erros. Embora evidentemente não fosse esperado que os respondentes demonstrassem conhecer a noção de obstáculos epistemológicos de Bachelard, havia a possibilidade, ao menos em princípio, de que os respondentes manifestassem a ideia de que aspectos do próprio conhecimento matemático estivessem entre os fatores que podem originar erros.

O conjunto de respostas aos modelos de erros foi fragmentado em unidades de análise, formadas por extratos dos discursos dos respondentes que consistiam, cada um, em uma indicação da origem ou razão do erro cometido pelo estudante em cada um dos modelos. Considerando que se trata de questões abertas, o mesmo respondente poderia apresentar múltiplas concepções em sua resposta do mesmo modelo. Após esse trabalho inicial de recorte de trechos significativos, contamos com 131 unidades de análise. Contudo, foi necessário excluir 15 dessas unidades, pois tratava-se de incompreensões dos respondentes quanto à tarefa solicitada. Alguns participantes, por exemplo, ao invés de descreverem suas interpretações dos erros,

apresentaram resoluções dos problemas modelares. Esses casos foram tratados como *missings* e excluídos do corpus, permanecendo assim 116 unidades de análise.

Tendo em mente a primeira divisão em três dimensões, descrita no primeiro parágrafo desta seção, procedeu-se a sucessivas leituras das justificativas discursivas apresentadas pelos respondentes nos modelos de erros, visando agrupar concepções semelhantes a fim de formar categorias de análise. Após diversas rodadas de leituras e classificações, a equipe de pesquisa buscou identificar o critério comum dentro de cada agrupamento de respostas a fim de caracterizar cada um destes agrupamentos e, assim, formar as categorias de análise. Para as dimensões Aluno, Professor e Conhecimento, e considerando os dados obtidos nas respostas aos modelos de erros, esse processo resultou nos conjuntos de categorias exibidos nos Quadros 02, 03 e 04.

Quadro 02 - Categorias da dimensão Aluno.

Categorias da dimensão Aluno	Caracterização
I. Falta de Conhecimento	Indica que a carência de compreensão conceitual e habilidades matemáticas influencia erros, bem como a falta de capacidade de abstração e/ou a ausência de domínio da matemática básica pode também ser causa para a ocorrência dos erros.
II. Leitura/interpretação do enunciado	Indica que a má interpretação de enunciados na álgebra induz erros.
III. Atitude do aluno em relação à matemática/falta de interesse/prática	Indica que fatores metacognitivos e atitudinais afetam a aprendizagem, como falta de interesse e prática.
IV. Situação psicológica	Indica que condições psicológicas, como ansiedade, favorecem a ocorrência dos erros em álgebra.
V. Falta de atenção/concentração	Indica que falta de atenção é razão comum para erros em álgebra.

Fonte: autoria própria.

Quadro 03 - Categorias da dimensão Professor.

Categorias da dimensão Professor	Caracterização
VI. Propor problemas inadequados/acima da capacidade do aluno	Indica que propostas de problemas inadequados são vistas como razão para erros em álgebra.
VII. Erros ocorrem porque o professor não ensina apropriadamente	Indica que a forma como o professor ensina contribui para os erros.

Fonte: autoria própria

Quadro 04 - Categoria da dimensão Conhecimento

Categorias da dimensão Conhecimento	Caracterização
VIII. Conhecimentos prévios incompletos	Indica que a incompletude ou inadequação de um conhecimento anterior motiva a ocorrência de erros.

Fonte: autoria própria.

No caso da dimensão Conhecimento, optou-se por restringir a análise apenas ao nível da própria dimensão. Essa escolha deu-se devido I) à baixa ocorrência dessa dimensão no corpus analisado; e II) à singularidade das respostas ocorridas nesta dimensão, que não permitiu a formação de agrupamentos. O quadro de categorias assim obtido também pôde ser empregado na interpretação dos resultados do questionário fechado. Tomando como referência a segunda coluna do Quadro 01, é possível assim relacionar os itens do questionário e as categorias de análise:

Quadro 05 - Relação entre os itens do questionário e as categorias de análise.

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Categoria	I	VI	III	III	IV	VII	I	I	VIII	I	V	VIII	VI

Fonte: autoria própria

Assim, na dimensão Aluno, o questionário de Gagatsis e Kyriakides (2000) oferece os itens 1, 7, 8 e 10 relacionados à categoria da falta de conhecimento do aluno (falta de conhecimento, capacidades limitadas, conhecimentos errados e violação de regras), os itens 3 e 4 relacionados à atitude do aluno (forma de estudo e preparação, atitude com relação à Matemática), no item 11 relacionado à falta de atenção/concentração (falta de atenção) e no item 5 relacionado à situação psicológica do aluno. A dimensão Professor surge nos itens 2 e 13 relacionados à forma de enunciar os problemas ou propor problemas inadequados e no item 6 relacionado à forma inadequada de ensinar. Por sua vez, a dimensão Conhecimento foi contemplada nos itens 9 e 12 (conhecimentos prévios corretos, mas que não são apropriados para uma nova situação; conhecimentos (algoritmos) incorretos já aprendidos).

Validação das análises

A fim de reforçar a confiabilidade da análise categorial das respostas aos modelos de erros, buscou-se avaliar a concordância intersubjetiva dos resultados da categorização. Para isso, as autoras realizaram independentemente a atribuição das categorias a cada uma das 116 unidades analisadas. Os resultados assim obtidos

foram comparados revelando, inicialmente, 76% de concordância na categorização, indicando um bom grau de concordância intersubjetiva.

Em seguida, após uma revisão minuciosa, as pesquisadoras optaram por uma reorganização das categorias para aprimorar a clareza e a coesão do modelo analítico. Todas as unidades de análise que ocasionaram discordâncias foram discutidas conjuntamente pela equipe de pesquisa até alcançar uma categorização unânime.

Resultados

Nesta seção, serão apresentados os principais resultados alcançados nessa investigação a partir dos dados obtidos por meio do questionário *Likert* e da análise dos modelos dos erros. Quanto à análise da escala *Likert*, utilizou-se o software *RStudio* para representar graficamente os resultados. E, em relação aos modelos de erros, utilizou-se a Análise de Conteúdo, segundo Bardin (2016), para identificar as categorias que mais apareceram na análise das interpretações dos professores participantes, conforme descritas na seção precedente.

Descrição do perfil dos sujeitos

Com relação às características demográficas dos 26 participantes da pesquisa, destaca-se a predominância do gênero feminino, com 19 participantes. Além disso, quase todos os participantes possuem licenciatura em Matemática, sendo notável uma exceção interessante: um professor com formação em Química que ministra aulas de Matemática na Educação Básica.

Os dados relativos à educação continuada evidenciaram um comprometimento significativo com o aprimoramento profissional, destacando 13 participantes especializados em Ensino/Educação. No que diz respeito aos níveis acadêmicos, a presença de sete mestres e um doutor na área reflete um grupo predominantemente formado por profissionais com pós-graduação. Em relação à experiência docente, a maioria dos participantes apresenta uma trajetória com mais de 10 anos de atuação em sala de aula, enquanto apenas três possuem menos de 1 ano de experiência.

A distribuição dos participantes destaca uma concentração nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, indicando que a pesquisa se voltou predominantemente para educadores que lidam com estudantes em estágios mais avançados, nos quais o conteúdo matemático, como a Álgebra, tende a ser mais complexo e especializado. Em relação ao tamanho das turmas, verificou-se que 50% dos participantes trabalham em turmas com 31 a 40 alunos, 42,3% trabalham com turmas entre 21 e 30 alunos. Apenas um participante trabalha com turmas acima dos

40 alunos e um com turmas entre 10 e 20 alunos. A diversidade no tamanho das turmas, com metade dos participantes trabalhando com 31 a 40 alunos, sugere contextos educacionais diversos, o que pode impactar as estratégias de ensino e as interações na sala de aula.

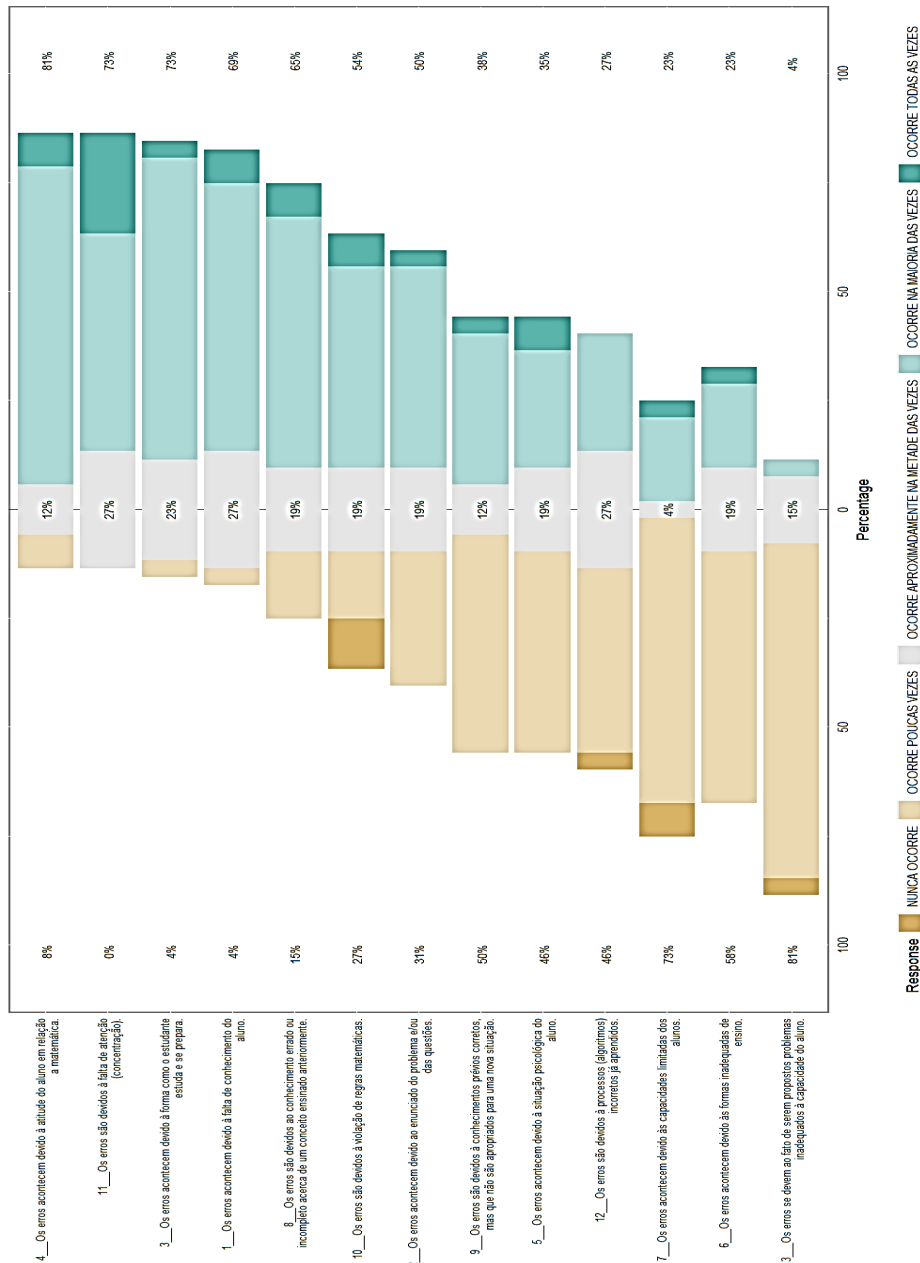
Por fim, os docentes percebem desafios no desempenho dos alunos em Álgebra, sendo classificado como “Regular” por 13 participantes e “Ruim” por 11 sujeitos, enquanto apenas 2 mencionaram um desempenho considerado “Bom” e nenhum participante considerou o desempenho de seus estudantes como “Excelente”.

Resultados do questionário Likert

A seguir, é possível visualizar o gráfico gerado no *RStudio*, que oferece uma compreensão ampla dos resultados que serão detalhados posteriormente.



Figura 01 - Grau de concordância com as possíveis razões dos erros.



Fonte: autoria própria.

O gráfico exibe um eixo vertical que ilustra a frequência relativa das respostas associadas a cada afirmação sobre as origens e as razões dos erros. No lado esquerdo, temos a soma dos níveis 1 e 2 da escala de concordância, enquanto o lado direito representa a soma dos níveis 4 e 5. A área central representa a posição neutra na escala, correspondente ao nível 3. Além disso, há um eixo horizontal que representa as diferentes escalas usadas na pesquisa, que variam desde "nunca ocorre" até "ocorre todas as vezes". A sequência das afirmações sobre as razões e origens dos erros indica que, à medida que se move para cima, a concordância em relação à frequência dos níveis 4 e 5 aumenta.

Os resultados indicam que os docentes concordam que a ocorrência de erros por parte dos alunos está relacionada principalmente à atitude destes em relação à Matemática. Especificamente, esses erros estão diretamente ligados à falta de interesse e prática dos estudantes na matéria. Segundo os professores, os alunos que demonstram desinteresse ou não se envolvem na prática da Matemática têm maior probabilidade de cometer erros. Embora a declaração enfatize a importância da motivação e do comprometimento dos alunos com a matemática para obter sucesso acadêmico na disciplina, é crucial destacar que a falta de interesse ou prática não é a única causa dos erros dos estudantes em Matemática. Outros fatores, como falta de concentração, atenção e a forma como o aluno estuda e se prepara, também são considerados pelos professores como razões e origens que ocorrem na maioria ou em todas as situações. Em contrapartida, o gráfico revela que apenas 4% dos respondentes atribuem uma importância significativa à proposta de problemas inadequados à capacidade dos alunos, enquanto 81% dos professores acreditam que tal razão nunca ocorre ou ocorre poucas vezes. No que se refere aos erros decorrentes das abordagens de ensino, nenhum dos participantes concordou que essa razão nunca ocorre e 58% concordaram que ocorre em algumas vezes enquanto 23% concordaram que ocorre na maioria das vezes ou em todas as vezes.

Em suma, os sujeitos participantes concordam que as razões e origens dos erros em Matemática relacionados às práticas docentes ocorrem com baixa frequência, sendo caracterizada como ocorre poucas vezes ou nunca ocorre, o que pode indicar uma compreensão de que a prática e a experiência no ensino podem levar a aprimoramentos e, conseqüentemente, a redução desses erros.

Considerando a relação entre os itens do questionário e as categorias de análise, estabelecida no Quadro 05, é possível notar que as cinco afirmativas com mais altos níveis de concordância (ocorre na maioria das vezes ou em todas as vezes) correspondem a categorias pertencentes à dimensão Aluno. Em conjunto com a atitude, a falta de atenção e a falta de conhecimento apareceram, portanto, como principais razões atribuídas pelos participantes para a ocorrência de erros. No outro extremo, entre as razões apontadas como menos frequentes, aparecem categorias relacionadas à dimensão Professor (inadequações das formas de ensino ou dos problemas propostos). Entre os itens que se aproximam da dimensão Conhecimento, as afirmações (9 e 12) obtiveram graus intermediários, com maior atribuição a ocorrências poucas vezes ou nenhuma do que na maioria ou todas as vezes. Isso indica que, de maneira geral, os resultados apontaram que os professores não

identificaram no próprio conhecimento aspectos que contribuam de maneira considerável para a causa ou origem dos erros cometidos por estudantes nesse contexto.

Resultados da análise dos modelos de erros

Abaixo, é possível visualizar um resumo da categorização realizada para as respostas aos modelos de erros, incluindo o valor absoluto e relativo de cada categoria em cada dimensão.

Tabela 01 - Relação quantitativa das categorias.

ORIGENS E RAZÕES DOS ERROS ATRIBUÍDAS PELOS PROFESSORES			
Dimensão	Categoria	Valor Absoluto	Valor relativo aprox.
Aluno	I. Falta de Conhecimento	50	43,1%
	II. Leitura/interpretação do enunciado	17	14,6%
	III. Atitude do aluno em relação à matemática/falta de interesse/prática	13	11,2%
	IV. Situação psicológica	01	0,9%
	V. Falta de atenção/concentração	11	9,5%
Professor	VI. Propor problemas inadequados/acima da capacidade do aluno	02	1,8%
	VII. Erros ocorrem porque o professor não ensina apropriadamente	03	2,5%
Conhecimento	VIII. Conhecimentos prévios incompletos	19	16,4%

Fonte: autoria própria.

Na análise quantitativa dos dados, a categorização das 116 unidades de análise revela uma predominância expressiva de ocorrências na dimensão Aluno, cuja totalidade englobou quase 80% das unidades analisadas. Dentro dessa dimensão, teve destaque a categoria “Falta de conhecimento”. Isso indica que uma parcela majoritária dos desafios enfrentados pelos alunos está relacionada, na perspectiva dos entrevistados, à ausência de compreensão ou domínio de conceitos matemáticos essenciais. Algumas das respostas mais comuns e representativas dessa categoria foram: *“Não entender as operações algébricas”*; *“Desconhecimento básico das operações básicas de aritmética”*; *“Faltou o conhecimento de abordagens de problemas envolvendo equações”*; *“Falta de conhecimento sobre o que tem que ser aplicado”*, entre outras.

Nas categorias “Leitura/interpretação do enunciado”, foram comuns unidades de análise simplesmente escritas como *“falta de interpretação”* ou *“dificuldade de interpretação”*, especialmente no Modelo 2, além de variações como *“Não compreendeu a questão”* e *“O estudante tem dificuldade na compreensão do*

problema". Um dos respondentes expressou a razão do erro como *"leitura e interpretação"*.

De forma similar, na categoria "Falta de atenção/concentração" encontramos na maioria dos casos o fragmento simples *"Falta de atenção"*, além de *"Falta de atenção na aula"* e variações como *"desatenção"* e *"... ou apenas uma pequena falta de atenção"*. No caso da categoria "Atitude do aluno", alguns exemplos de excertos categorizados foram: *"Falta de treino"*, *"Falta de determinação"*, *"Preguiça de pensar"* e *"Falta de vontade. Nem tentou fazer"*.

É relevante observar que a categoria "Situação psicológica" apresenta uma baixa incidência, aparecendo uma única vez. No fragmento associado a essa categoria, a referência feita a uma situação psicológica do aluno aparece de forma conjunta com a categoria de falta de atenção: *"Falta de atenção na aula ou nervosismo de prova"*.

Na dimensão Professor foram identificadas apenas cinco unidades de análise. Na primeira categoria da tabela, que atribui a razão para o erro à formulação do problema, encontramos as falas: *"O enunciado não está bem explicativo!"*, no Modelo 4, e *"Questão mal feita"* no Modelo 1. Na segunda categoria, que relaciona o erro à inadequação da explicação do professor, identificamos as respostas *"Falta de explicação mais detalhada por parte do professor"*, *"Falta de explicação"* e *"... ou o professor explicou de forma inadequada para a realidade daquele aluno"*, todas surgidas no Modelo 1.

Unidades de análise nas quais foi possível notar indícios de consideração de algum papel exercido pelo conhecimento anterior do aluno, ou seja, quando o respondente mencionava que o aluno possuía algum conhecimento anterior, foram associadas à dimensão Conhecimento. De forma geral, essas unidades traziam a ideia de que o aluno tinha um conhecimento legítimo – não apenas errado –, mas que esse conhecimento não era suficiente ou não era apropriado para o contexto do problema. Algumas manifestações nessa direção foram: *"Aplicação de conhecimento prévio de álgebra no contexto errado"*; *"O aluno sabe o conteúdo, mas nunca deve ter feito questão parecida"*; *"a resposta foi coerente com um pensamento lógico que o aluno pensa que tem"*; *"Tem um pouco de conhecimento, mas não utiliza a linguagem algébrica"*.

Conclusão

Em síntese, os resultados da análise dos quatro Modelos foram convergentes com os resultados dos questionários, mostrando de forma predominante uma

atribuição das razões de erros dos alunos a características dos próprios alunos (falta de conhecimento, atitude, falta de habilidades de interpretação, falta de atenção). No outro extremo, aspectos ligados à ação do professor, como a adequação dos problemas e a clareza na explicação tiveram reduzido reconhecimento na atribuição das razões dos erros, tanto nos resultados do questionário, quanto naqueles da análise dos Modelos.

Em segundo lugar, embora muito distante do primeiro, ficou a dimensão Conhecimento. Nesse ponto é necessário destacar que, embora as falas surgidas na análise dos Modelos que tenham a característica descrita no parágrafo precedente tenham sido categorizadas na dimensão Conhecimento, a estrutura linguística destas mantém, quase sempre, o aluno como sujeito da frase. Por esse motivo, é apenas de forma parcial e relativa que podemos associar essas ocorrências a um reconhecimento do papel da própria natureza dos conhecimentos matemáticos anteriores do sujeito. Esse efeito se intensifica ao se considerar especialmente os Modelos 2, 3 e 4, que traziam explicitado um raciocínio que empregava tais conhecimentos e que conduzia a um insucesso na resolução do problema.

No conjunto, os resultados levam a concluir que os respondentes, de maneira geral, não identificam a possibilidade de que um conhecimento anteriormente exitoso possa contribuir para a manifestação de um erro.

Considerações Finais

Com base no corpo de conhecimento constituído na literatura, consideramos evidente que os erros desempenham um papel positivo no contexto da aprendizagem da Álgebra, influenciando o modo como os estudantes compreendem e assimilam esse campo do conhecimento. À luz da concepção epistemológica desenvolvida por Bachelard e transposta para a Didática da Matemática por Brousseau, o erro – pelo menos aquele originado de uma manifestação de um obstáculo epistemológico – constitui parte integrante do processo de apropriação de conhecimento.

Na presente investigação, os resultados apontaram que, em sua maioria, os participantes tendem a associar a características do aluno as causas dos erros e não consideram a natureza da própria matemática como uma possível origem. Em adição, poucos relacionaram as causas dos erros ao papel do professor e às suas estratégias de ensino. Isso não significa, porém, que se deva responsabilizar o docente, muito menos promover uma cultura de culpabilização de qualquer um dos lados. Especificamente no caso dos Modelos de erros, esse resultado poderia ser esperado pelo desenho metodológico da pesquisa, que mostrou apenas a resolução das

questões, ou seja, o trabalho dos alunos. No estudo feito por meio do questionário, contudo, foi possível notar uma forte ênfase na atribuição dos erros aos alunos, mesmo com as afirmativas apresentadas de forma independente de algum contexto. Esse resultado também sugere que pode ser necessário problematizar certas concepções sobre as causas dos erros como "falta de atenção", "preguiça do aluno" e assemelhadas, que podem estar sendo adotadas de forma excessivamente naturalizada e acrítica e, assim, mascarando dificuldades legítimas que tomam lugar no enfrentamento de obstáculos epistemológicos.

Ainda que limitados devido à natureza exploratória deste estudo, os resultados reforçam a necessidade de incluir, na formação inicial de professores de Matemática, reflexões acerca da natureza do conhecimento matemático. Essa necessidade se torna ainda mais urgente considerando a ubiquidade dos erros e dos obstáculos nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática em todos os níveis e o papel do professor como agente capaz de problematizar os obstáculos e propor condições que favoreçam sua superação. Nessa direção, defendemos a necessidade de incluir, nos cursos de formação inicial de professores, abordagens epistemológicas explícitas, dentre as quais destacamos a potencialidade da noção bachelardiana dos obstáculos epistemológicos como um caminho possível para a construção de concepções mais críticas acerca da natureza dos erros na aprendizagem matemática.

Agradecimentos

As autoras agradecem aos avaliadores anônimos pelas críticas e sugestões que ajudaram a aprimorar este artigo.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Referências

ALMOULOU, Saddo Ag. Fundamentos da didática da matemática e metodologia de pesquisa. **Caderno de Educação Matemática**, v. 3, 1997.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BOOTH, Lesley R. Children's difficulties in beginning algebra. **The ideas of algebra, K-12**, p. 20-32, 1988.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didática das matemáticas. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

CARVALHO, José Sérgio Fonseca de. As noções de erro e fracasso no contexto escolar: algumas considerações preliminares. In: AQUINO, J. G. (Org.). **Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas**. São Paulo: Summus, 1997. p. 11-24.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Horizonte: Editora Autêntica. 2007.

D'AMORE, Bruno. Epistemologia, didática da matemática e práticas de ensino. **Boletim de Educação Matemática**, v. 20, n. 28, p. 179-205, 2007.

GAGATSIS, Athanasios; KYRIAKIDES, Leonidas. Teachers' attitudes towards their pupils' mathematical errors. **Educational Research and Evaluation**, v. 6, n. 1, p. 24-58, 2000.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

KIKUCHI, Luzia Maya. **Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental: uma tentativa de aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a teoria dos campos conceituais**. 2012. 136f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico, Material de Apoio do Ensino Básico**. ME-DGIDC, Lisboa, setembro 2009.

SORTISSO, Alessandra. Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da álgebra. **Revista da Graduação**, v. 4, n. 2, 2011.

Anexo – Modelos de erros

Modelo 1	Modelo 3
1. Considere as expressões: $A = +3x^4 - 2x^2 + 1$ $B = -3x^4 - 2x^2 - 1$ É correto dizer que $A + B$ equivale a a) $-6x^4$ b) $+6x^4 + 2$ c) $-4x^2$ d) 0 Resolução ou explicação: <i>Professor explicou ao que não entendi.</i>	2. Do total de moedas que Fausto tinha em sua carteira, sabe-se que: o seu quintuplo era igual ao seu quadrado diminuído de 6 unidades. Assim sendo, o número de moedas que Fausto tinha na carteira era: a) 1 b) 2 c) 5 d) 6 Resolução ou explicação: $5x = x^2 - 6$ $5 \times 4 = 20 - 6 = 14 \times$ $5 \times 2 = 10 - 6 = 4 \times$ $5 \times 1 = 5 - 6 = -1 \times$ $5 \times 5 = 25 - 6 = 19$ <i>Porque</i> $5^2 = 25 - 6 = 19$

Modelo 2

2. Do total de moedas que Fausto tinha em sua carteira, sabe-se que, o seu quintuplo era igual ao seu quadrado diminuído de 6 unidades. Assim sendo, o número de moedas que Fausto tinha na carteira era:

- a) 1
b) 2
c) 5
d) 6

Resolução ou explicação:

Eu acho que é porque a palavra "quintuplo" lá diz o significado que é 5 vezes alguma coisa. Por isso, então, coloquei de 5 moedas.

Modelo 4

3. Resolva as seguintes expressões:

- a) $5x + x = 6x$
b) $4x^2 - x^2 = 3x^2$
c) $2x - 1 = x = 0,5$
d) $3x^2 + x^2 + 12x = x = 4^2 + 12$

Fonte: Kikuchi (2012) - Modelo 1: página 126; Modelo 2: página 126; Modelo 3: página 66; Modelo 4: página 97

Submetido em fevereiro de 2025.

Aceito em maio de 2026.