



Análise Praxeológica de Funções Trigonométricas em um Livro Didático do Ensino Médio

Praxeological Analysis of Trigonometric Functions in a High School Textbook

Helder Lima Silva¹

Afonso Henriques²

Rogério Pedro Fernandes Serôdio³

RESUMO

Neste trabalho temos por objetivo identificar as praxeologias de Funções Trigonométricas presentes em um Livro Didático de Matemática adotado no 2º ano do Ensino Médio como instituição de referência. Utilizamos como metodologia de pesquisa a Análise Institucional & Sequência Didática proposta por Henriques. Como fundamentação, apoiamos-nos na Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Yves Chevallard considerando o estudo da organização matemática como meio para evidenciar os tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria presentes no Livro Didático. Como resultado, observamos uma organização praxeológica completa, na qual o autor do livro parte do tipo de tarefa para revelar as técnicas, a tecnologia e a teoria, seguindo, portanto, a praxeologia modelada de um Livro Didático.

PALAVRAS-CHAVE: Funções Trigonométricas. Ensino Médio. Organização Matemática. Estrutura Organizacional do Livro Didático.

ABSTRACT

In this work we will identify the *praxeologies* of Trigonometric Functions present in a Mathematical Didactic Book adopted in the 2nd year High School as the institution of reference. The research methodology that we used was the Institutional Analysis and the Didactic Sequence proposed by Henriques. As theoretical basis, we support on the Anthropological Theory of Didactics (ATD) proposed by Yves Chevallard, considering the study of mathematical organization as a way to evidence the types of tasks, techniques, technology and theory present in the didactic book. As a result, we have observed a complete *praxeological* organization, in which the author of the book starts from the type of task to reveal the techniques, the technology and the theory, thus following the *praxeology* model for a Didactic Book.

KEYWORDS: Trigonometric Functions. High School. Mathematical Organization. Didactic Book Organizational Structure.

¹ Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). E-mail: helderlimaprofessor@gmail.com.

² Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). E-mail: henry@uesc.br.

³ Universidade da Beira Interior (UBI). E-mail: rserodio@ubi.pt.

Introdução

As Funções Trigonométricas são reconhecidas nas Instituições de Educação Básica (IEB), como objetos de estudo, a partir do 2º ano do Ensino Médio, por meio dos documentos oficiais tais como, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Fazem assim parte da vida estudantil, não apenas nos estudos matemáticos neste nível escolar, como também em outros domínios das ciências, onde se destacam a Física, a Química, a Biologia e as Engenharias, nas Instituições de Ensino Superior (IES), caracterizando-se, portanto, como um dos objetos importantes na formação de recursos humanos.

Além disso, diversas são as possibilidades de representação, visualização e manipulação direta de Funções Trigonométricas que podem ser feitas em tempo real, onde as animações dinâmicas em computadores podem contribuir para a aprendizagem deste objeto.

A nossa prática docente nos permite afirmar que existem dificuldades por parte dos alunos na aprendizagem de Funções Trigonométricas. Corroborando com esta afirmação, algumas dessas dificuldades, segundo Júnior e Rosebaum (2010, p.377), estão “na simplificação de notação, no uso de instrumentos, na formulação de hipóteses, no conhecimento de funções e a dificuldade na construção dos gráficos das funções trigonométricas”. Destarte, acreditamos que tais dificuldades dependem de vários fatores, didáticos⁴ e institucionais⁵, e merecem ser investigadas, observando, em particular, as organizações matemáticas correspondentes, presentes na instituição, bem como os registros de representação⁶ contemplados no seu ensino.

Segundo Klein e Costa (2011, p.44), “A nossa experiência docente de mais de duas décadas tem mostrado que os alunos apresentam dificuldades em assimilar os conceitos trigonométricos, [...]”. Os autores não explicitam, porém, os conceitos de trigonometria que se referem. No nosso trabalho, investigamos, a partir de análise de livro didático (LD) se as dificuldades na aprendizagem de Funções Trigonométricas estão associadas à mera reprodução dos conceitos e das atividades propostas nos Livros Didáticos (LD) sugeridos pelo Ministério da Educação (MEC) no Ensino Médio.

⁴ Referem-se às formas ou metodologias utilizadas pelo Professor no ensino de algum conceito.

⁵ Relativos às exigências institucionais implícitas ou explícitas em uma determinada instituição.

⁶ “Um registro de representação é um sistema dotado de signos que permitem identificar uma representação de um objeto de saber”. (Henriques, Almouloud, 2016). Neste artigo não aprofundamos os nossos conhecimentos sobre essa teoria, contudo, ao longo do artigo, nos remetemos à mesma sempre que necessário com referências em Henriques, Almouloud (2016) que se apoiam nos trabalhos de Duval (1988, 1993, 1995, 1998).

Para isso, objetivamos identificar as praxeologias de Funções Trigonométricas presentes em um Livro Didático de Matemática adotado no 2º ano do Ensino Médio como instituição de referência. Para isso, buscamos responder a seguinte questão de pesquisa:

Qual é a praxeologia de Funções Trigonométricas proposta em um Livro Didático de Matemática adotado no 2º ano do Ensino Médio?

Ora, os PCNEM, revelam que a Matemática proposta no Ensino Médio desempenha dois papéis fundamentais: o *formativo*, uma vez que ela contribui para estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo e, o *instrumental*, por servir de ferramenta para a vida cotidiana e para diversas atividades humanas. Além do seu caráter formativo e instrumental, a Matemática proposta no Ensino Médio deve também ser vista como ciência, com as suas características específicas. Ainda de acordo com esse documento, é relevante ao aluno compreender que as definições, demonstrações e implicações conceituais e lógicas têm o papel de estruturar novos conceitos a partir de outros que servem para legitimar intuições e dar significado às técnicas aplicadas.

No que se refere ao estudo de Funções Trigonométricas, ressalta-se nos PCNEM a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de competências e habilidades na Trigonometria, considerando que:

[...] desde que o seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. (BRASIL, 2000, p.44).

A aprendizagem da Trigonometria, especificamente os aspectos indispensáveis no estudo das Funções Trigonométricas, bem como nas análises das suas representações no registro gráfico, reforça-se a ideia de que o mais importante no ensino deste objeto do saber é a sua aplicação voltada para a resolução de problemas e a construção de modelos correspondentes aos fenômenos periódicos. O cálculo excessivo, a memorização de regras e dos exercícios, não contribuem no desenvolvimento de competências e de habilidades significativas do aluno. Com efeito, espera-se que a abordagem deste e de outros objetos do saber propostos nos livros didáticos apresente praxeologias que tenham como objetivo fazer com que o aluno aprenda a aprender.

Ao referir-se à Trigonometria e aos aspectos importantes das Funções Trigonométricas, ressalta-se nos PCN+ Ensino Médio que:

[...] o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo. (BRASIL, 2002, p.121-122).

Desse modo, entendemos que o estudo das Funções Trigonométricas deverá dar maior ênfase às suas aplicações e relações com situações presentes no dia-a-dia, atribuindo assim significados ao objeto em estudo por meio da contextualização.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) se constituem também em um documento importante para o direcionamento das práticas do Professor de Matemática, nestas destaca-se a importância da representação gráfica das funções quando se sublinha que:

É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes. (BRASIL, 2006, p.72).

Apesar da apresentação equivocada em termos conceituais, quando se lê “movimentos realizados pelo gráfico” ao invés “movimentos sofridos pelo gráfico”, percebemos a importância da visualização e o comportamento de uma função no registro gráfico, quando alteramos os valores das variáveis didáticas⁷. Especificamente no estudo de Funções Trigonométricas, é salutar quando o aluno tem a oportunidade de perceber a relação da frequência e da amplitude com essas variáveis quando assumem diferentes valores, pois esses conceitos são tão importantes na Matemática quanto em outras áreas do conhecimento. O documento ressalta ainda que:

Sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções. (BRASIL, 2006, p.72).

⁷ As variáveis didáticas são elementos ou noções próprias do objeto de estudo em questão, e estão à disposição do professor permitindo a análise de situações envolvidas na investigação. (Henriques, 2013)

Percebe-se nessa citação a insistência sobre a importância do entendimento global na construção de gráficos de funções, permitindo ao aluno uma compreensão geral de conceitos matemáticos. Isso se dá porque restringir o entendimento do gráfico de uma função quando as variáveis matemáticas assumem valores numéricos pré-estabelecidos numa tabela, pode não contribuir numa compreensão eficaz da visualização de elementos e propriedades contidas nesse gráfico. Nesse documento oficial OCEM ressalta-se ainda que:

Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve $f(x) = \text{sen}(x)$, usualmente a variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico.

O estudo das demais funções trigonométricas pode e deve ser colocado em segundo plano. (BRASIL, 2006, p.74).

Assim, acreditamos que as Funções Trigonométricas exercem um papel fundamental para o ensino da Matemática, bem como em outras áreas do conhecimento, por meio de aplicações diretamente ligadas ao cotidiano dos indivíduos acerca de fenômenos periódicos, por exemplo, a comunicação ou transmissão de sinais e sons produzidos pelo batimento do coração, entre outros que possam trazer significado no estudo de Funções Trigonométricas. A partir das orientações preconizadas nos oficiais, buscamos compreender as organizações propostas nas instituições de ensino, apoiando-nos na abordagem que apresentamos a seguir.

Abordagem praxeológica

Esta abordagem é uma das vertentes da Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1992), que visa estudar o homem diante de saberes, em particular, os saberes matemáticos. O ponto de partida dessa teoria é a ideia de que “tudo é objeto”. Chevallard (1992) distingue, no entanto, os tipos de objetos específicos, a saber: instituições, pessoas e as posições que as pessoas ocupam nas instituições, e apoia a sua teoria em quatro conceitos fundamentais, que são: objeto, relação pessoal, pessoa e instituição. Estes conceitos são explicitamente definidos por Chevallard (2009) para descrever o papel que cada um ocupa no desenvolvimento da teoria, permitindo, por conseguinte, as discussões que encadeiam as relações institucionais em torno das atividades requeridas aos alunos. Estas atividades são de certo modo, caracterizadas por distintos tipos de tarefas que estes devem

realizar, fundamentadas pelas teorias nas quais foram construídas.

Nesse contexto, a relação institucional de uma Instituição **I** a um objeto **O** do saber, denotada por $R(I, O)$ é, conseqüentemente, manifestada por um conjunto de práticas sociais reconhecidas pela instituição onde sobrevive o referido objeto **O**. Assim, entendemos que a Matemática, enquanto constituinte de diversos objetos de saberes, apresenta-se como uma forma particular de aquisição de conhecimento em função de ações humanas institucionais, e é estruturada com determinadas organizações das subáreas que a compõem. Ela é produzida, utilizada, se ensina e transita nas instituições.

Nesse âmbito, Chevallard (1992) propõe um modelo para a análise das referidas ações, que ele denomina organização praxeológica ou simplesmente praxeologia, sendo uma noção importante para o estudo das práticas institucionais em torno de um objeto do saber, em particular as práticas sociais em Matemática. Henriques, Attie e Farias (2007) evidenciam que:

Chevallard se propôs a distinguir as *praxeologias* que podem se construir numa sala de aula, onde se estuda esse objeto, a analisar a maneira pela qual pode se construir o estudo desse objeto e que pode permitir a descrição e o estudo das condições de realização. (HENRIQUES; ATTIE; FARIAS, 2007, p.61).

Assim, entendemos que a abordagem praxeológica é uma vertente da TAD, e evidencia um modelo para a análise das ações humanas institucionais. Esse modelo é organizado com quatro noções esquematizadas conforme se mostra na Figura 1.

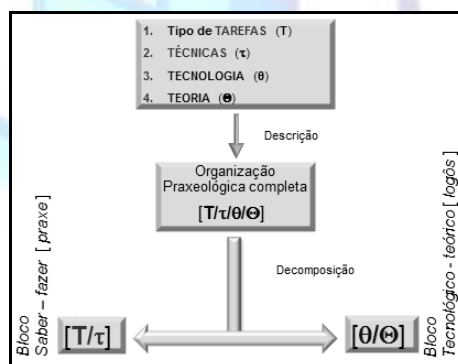


Figura 1 – Modelo Praxeológico
Fonte: (HENRIQUES, 2013, p.6)

Essas noções são descritas como segue:

T representa um tipo de TAREFAS identificadas na organização de um

Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 10, n. 22 – Ano 2017

objeto **O** do saber. τ representa uma técnica ou tipo de TÉCNICAS que permitem realizar as tarefas do tipo **T**. θ representa um discurso racional (TECNOLOGIA) que justifica que a técnica permite realizar as tarefas do tipo **T**. A TEORIA, representada por Θ , tem a função de justificar e tornar compreensível uma tecnologia θ . (HENRIQUES, 2013, p.6, grifo do autor).

O autor acrescenta ainda que essas quatro noções propostas por Chevallard (1992) determinam uma organização praxeológica completa, denotada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$, decomposta em dois blocos (cf. Figura 1):

1. O bloco *praxe* $[T, \tau]$ que refere-se ao saber-fazer.
2. O bloco *lôgos* $[\theta, \Theta]$ relativo ao ambiente tecnológico-teórico.

Sobre essas praxeologias, Chevallard (2009) ressalta que:

Um aspecto crucial do conceito de praxeologia é: a partir de uma perspectiva antropológica, não existe uma *praxe* que não seja acompanhada de um *lôgos*, embora desde a posição institucional ocupada pelo observador (professor colocar na frente de praxeologias de estudantes, os pesquisadores enfrentam praxeologias professorais, burgueses, praxeologias proletariados, etc.) o ambiente tecnológico-teórico parece ausente, porque isso na verdade não é visível (ou pouco visível). (CHEVALLARD, 2009, p.4, tradução nossa).

Nesse sentido, entendemos que existe, no processo ensino-aprendizagem, uma preocupação em evidenciar somente o bloco *praxe*, isto é, a apresentação de tarefas e as suas técnicas na resolução de algum tipo de tarefa. Entretanto, nessa teoria ressalta-se a importância e a necessidade simultânea do emprego dos dois blocos, *praxe* e *lôgos*, nas praxeologias de objetos do saber visado.

Henriques (2013) destaca dois modelos praxeológicos de referência notáveis em análise de livros didáticos, organizados como se mostra na Figura 2 e na Figura 3.



Figura 2 – Modelo Praxeológico usual do livro didático

Fonte: HENRIQUES (2013)



Figura 3 – Modelo Praxeológico modelado do livro didático

Fonte: HENRIQUES (2013)

Do primeiro modelo (Figura 2) parte-se da teoria à prática, enquanto que do segundo (Figura 3), da prática à teoria. A título de aplicações das quatro noções do modelo praxeológico, apresentamos uma tarefa T1 construída no âmbito do nosso objeto matemático

de referência, e traz o seguinte enunciado:

Tarefa T1: Determinar a amplitude e a imagem da Função Trigonométrica representada por: $f(x) = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Objetivo da tarefa: Compreender as propriedades relativas à amplitude e ao conjunto imagem da função cosseno fornecida no enunciado e evidenciar os registros de representação que podem ser mobilizadas na realização dessa tarefa.

Análise da tarefa T1

É notável que essa tarefa revela no mínimo, duas subtarefas distintas (**St1:** Determinar a amplitude da função f fornecida na tarefa T1) e (**St2:** Determinar o conjunto imagem da função f fornecida na tarefa T1). Logo, são necessárias, no mínimo, duas técnicas τ distintas, sendo uma para cada tarefa. Cada técnica utilizada necessita de um discurso racional, ou melhor, de uma tecnologia θ , que permite explicar e justificar que cada técnica conduz ao resultado esperado em cada subtarefa. A tecnologia, por sua vez, deve ser sustentada pela Teoria Θ na qual a tarefa foi elaborada, ou seja, na teoria de *Funções Trigonométricas*. Logo, a tarefa T1 constitui uma praxeologia completa.

Para cumprir essa praxeologia, realizamos a primeira subtarefa, a partir do entendimento do que é a amplitude. Logo, dizemos que a St1 gera uma subtarefa que se reflete no conhecimento da definição desse conceito, a saber: a amplitude de uma função, que representamos por A , é a metade da ordenada do ponto máximo (y_{\max}) subtraído pela ordenada do mínimo (y_{\min}) da função em questão. No registro algébrico ⁸ temos a seguinte representação:

$$A = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2}$$

Além disso, é necessário lembrar que a função notável cosseno de x , que identificamos por $g(x) = \cos(x)$, assume valores no intervalo $[-1,1]$, ou equivalentemente $[y_{\min}, y_{\max}]$. De maneira análoga, para a função h dada por $h(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$. Designamos as funções g e h como técnicas e tecnologias da tarefa T1, cuja estratégia consiste na análise e comparação das três funções f , g e h . Logo, essa estratégia assume também o papel de técnica da St1.

⁸ Com base nos registros destacados por Henriques, Almouloud (2016).

Ora, observando a função h , é possível notarmos que esta sofre uma translação de $\frac{\pi}{6}$ medidas para a direita ao longo do eixo x em relação à função g . Essa translação não afeta o y_{\min} e nem o y_{\max} da função h , como se mostra na Figura 4.

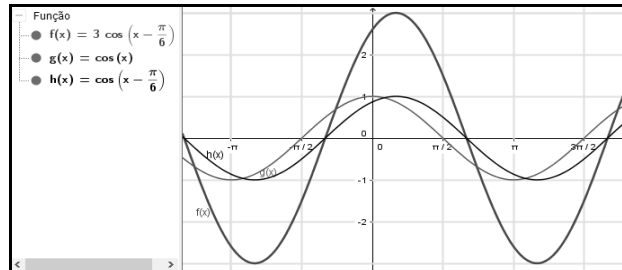


Figura 4 – Visualização das funções f , g e h no registro gráfico.
Fonte: Dados da pesquisa (2016)

Comparando a função f com a função h é possível notar que f representa três vezes a função h , isto é: $f(x) = 3 \cdot h(x)$, o que equivale a ter a imagem $3 \cdot [-1, 1]$. Assim, pode-se afirmar que a função f assume valores mínimo e máximo no intervalo $[-3, 3]$. Utilizando a definição de amplitude apresentada, obtemos o seguinte resultado no registro numérico⁹:

$$A = (3 - (-3)) / 2$$

Logo, a amplitude esperada para a função f é 3.

Para realizarmos a St2 é suficiente aplicar a técnica que consiste na definição do conjunto imagem de funções de uma variável real. Identificada por $\text{Im}(f)$ a referida imagem é o conjunto constituído pelos valores funcionais de f para todo x pertencente ao domínio D de f . No registro algébrico temos a seguinte representação analítica deste conjunto imagem de f :

$$\text{Im}(f) = \{f(x) \in \mathbb{R} : x \in D\}.$$

Utilizando essa técnica, é possível concluirmos que a imagem da função $g(x) = \cos(x)$ consiste nos valores funcionais de $g(x)$ compreendidos no intervalo $[-1, 1]$. Isto é, $\text{Im}(g) = [-1, 1]$. Consequentemente, a imagem da função $f(x)$ consiste nos valores funcionais de f compreendidos no intervalo $[-3, 3]$. Isto é, $\text{Im}(f) = [-3, 3]$, onde D são os reais para ambas.

Assim, Henriques, Attie e Farias (2007, p.63) ressaltam que “Analisar a vida de um objeto matemático numa *instituição*, compreender a sua significação para essa instituição, é identificar a *organização matemática* que coloca esse objeto em jogo”.

⁹ Em conformidade com Henriques, Almouloud (2016).

Nesse sentido, o modelo praxeológico nos possibilita estudar e compreender melhor a organização praxeológica de Funções Trigonométricas proposta no Ensino Médio, a partir da análise de ao menos um Livro Didático de Matemática dessa instituição, pois concordamos com Henriques, Attie e Farias (2007) quando sublinham que:

A noção de *organização praxeológica* e a noção de *relação institucional* proporcionam, a partir de um estudo *ecológico dos livros didáticos* e de *programas* de cursos, ferramentas que podem permitir que se respondam as questões de pesquisa que se colocam no contexto desse quadro. Assim, é importante analisar os livros e os programas na *instituição* considerada, pois eles permitem obter dados oficiais de objetos do ensino visado. (HENRIQUES, ATTIE, FARIAS, 2007, p.63, grifo dos autores).

Assim, para a análise de Livros Didáticos os autores defendem que é importante o conhecimento dos conceitos de *habitat* e de *nicho* provenientes da ecologia, constituindo, além do modelo praxeológico, outra abordagem da TAD denominada *ecologia de saberes* que os autores explicam como segue.

Nessa abordagem, o *habitat* é definido como o lugar de vida e o ambiente conceitual de um objeto do saber. Trata-se, essencialmente, de objetos com os quais interage, mas também das situações de ensino nas quais aparecem as manipulações e experiências associadas. O *nicho ecológico* descreve o lugar funcional ocupado pelo objeto do saber no sistema ou praxeologia dos objetos com os quais interage. (HENRIQUES, ATTIE, FARIAS, 2007, p.64, grifo dos autores).

Na nossa pesquisa, adotamos esses conceitos na análise do Livro Didático da instituição de referência. Procuramos assimilar o lugar de vida e funcional das Funções Trigonométricas, quer dizer, o *habitat* desse objeto matemático e os seus *nichos*.

Nesse contexto, entendemos que a abordagem praxeológica possibilita compreender as organizações de objetos do saber, em particular, matemáticos em seus respectivos *habitats*, e as funções (papeis) que exercem nesses *habitats*. Além disso, o acesso a esses objetos passa pela mobilização de objetos ostensivos a partir dos objetos não ostensivos associados. Sobre esses conceitos, Chevallard (1999 *apud* HENRIQUES, ATTIE, FARIAS, 2007) explica que:

Os ostensivos são todos os objetos que tem uma natureza sensível, uma certa materialidade que, com efeito, adquirem para o sujeito humano uma realidade perceptível.

Os objetos não-ostensivos são objetos que, como as ideias, as intenções ou os conceitos, existem institucionalmente sem, no entanto, poderem ser vistos, ditos, entendidos, percebidos ou mostrados por si: eles só podem ser evocados ou invocados a partir da manipulação adequada de objetos ostensivos associados. (HENRIQUES; ATTIE; FARIAS, 2007, p.14).

Assim, as organizações praxeológicas são compreensíveis através de objetos ostensivos em função da mobilização de representações de objetos correspondentes nos distintos registros, quer dizer, por meio dos objetos não ostensivos. Em busca dessa compreensão, nós utilizamos a metodologia que apresentamos a seguir.

Análise institucional & sequência didática como metodologia de pesquisa

Com o objetivo de identificarmos as praxeologias em torno do estudo de *Funções Trigonométricas* na instituição de referência (2º ano do Ensino Médio), adotamos como metodologia de pesquisa: a *Análise Institucional & Sequência Didática (AI&SD)* proposta por Henriques (2016), baseada na TAD e na Engenharia Didática¹⁰. Esta metodologia é organizada em duas fases contendo quatro etapas cada. Com o olhar no objetivo deste trabalho e para responder a questão de pesquisa que nos propomos, utilizamos a primeira fase dessa metodologia imersa na Pesquisa Interna¹¹. A **1ª ETAPA** desta fase designada *Tomada de decisões iniciais* foi contemplada na introdução deste artigo, quando definimos as *Funções Trigonométricas* como objeto de estudo, bem como, o objetivo e a questão de pesquisa.

Na **2ª ETAPA**, identificamos o 2º ano do Ensino Médio como *instituição de referência*. Nessa instituição, escolhemos na **3ª ETAPA**, analisar o Livro Didático (*LD*) como um dos elementos institucionais que, ao nosso entender, revela os saberes que devem ser ensinados em todas as instituições do Ensino Médio, com base nas orientações preconizadas nos PCNEM. De fato, o *LD* é considerado como um dos elementos institucionais importantes que pode permitir a identificação das praxeologias existentes em uma dada instituição. Portanto, a análise desse elemento não deve ser omitida em uma *AI&SD*, pois favorece ao pesquisador aprofundar os seus conhecimentos acerca das praxeologias propostas para o ensino do seu objeto matemático nas instituições. Para a análise do *LD*, Henriques, Nagamine, Nagamine (2012), apresentam o modelo que ilustramos na Figura 5 e sublinham que:

A análise do livro didático possibilita o acesso dos elementos característicos da relação institucional com o objeto do ensino visado, bem como das exigências institucionais e das organizações propostas em torno desse objeto.

¹⁰ A **Engenharia Didática**, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise sequencial de atividades de ensino (ARTIGUE, 1988 *apud* Henriques, 1999)

¹¹ A **Pesquisa Interna** é uma sondagem realizada pelo pesquisador individualmente (ou por um grupo de pesquisadores), sem intervenção de sujeitos externos. (Henriques, 2014)

Nesse tipo de análise consideramos três estruturas organizacionais. (HENRIQUES; NAGAMINE; NAGAMINE, 2012, p.1272).

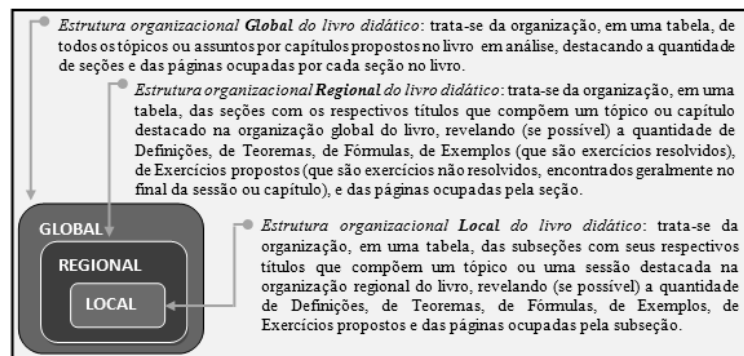


Figura 5 – Estruturas Organizacionais do Livro Didático
Fonte: (HENRIQUES; NAGAMINE; NAGAMINE, 2012, p.1272)

Entendemos, portanto, que a análise do *LD* se caracteriza como um momento relevante na pesquisa, pois permite aprofundar os conhecimentos sobre o *habitat* e o *nicho* do objeto do saber visado, bem como a sua organização praxeológica proposta nas instituições.

Na 4ª **ETAPA** realizamos a análise do *LD* que escolhemos na 3ª **ETAPA**, evidenciando assim as praxeologias das *Funções Trigonométricas*, utilizando os modelos indicados nas Figuras 1 e 5. Análise esta que apresentamos a seguir.

Análise do livro didático adotado na Instituição de Referência

Dedicamos esta parte do nosso trabalho à análise do Livro Didático (*LD*), pois compreendemos que esse é um dos elementos ou recursos didáticos indispensáveis no processo ensino-aprendizagem. Com efeito, o MEC instituiu, através do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), que cada IEB do país tenha a possibilidade, dentro de prazos estabelecidos, de escolher democraticamente o *LD* que cada uma das áreas do conhecimento gostaria de implementar em suas salas de aula a cada triênio. Nesse âmbito, os Professores, com base nas orientações sobre a escolha do Livro Didático, têm autonomia para escolherem o livro que pretendem utilizar com referência no Guia de Livros Didáticos sugerido pelo MEC. A escolha ocorre por meio de reuniões organizadas pelas respectivas instituições de ensino, contando com a participação dos Professores. É sugerido também, após a decisão e apontamentos em *Ata da Escolha dos Livros Didáticos*, juntamente com o comprovante de escolha, que sejam divulgadas para a comunidade escolar as escolhas realizadas e arquivados para eventuais consultas posteriores pelo Fundo Nacional de Educação (FNDE) ou pelos

órgãos de controle.

Para a nossa análise, consideramos a obra composta de três volumes que se mostra na Figura 6, destinada para o ensino da Matemática nas três séries do Ensino Médio no triênio 2015-2017, sendo um volume para cada série, escolhido pelos Professores de Matemática em regência nas respectivas séries.



Figura 6 – Coleção de livros de Matemática escolhida no triênio 2015-2017
Fonte: Dados da Pesquisa

O objeto de estudo, Funções Trigonômicas, encontra o seu *habitat* no segundo volume dessa obra que traz, além do título, a referência completa do livro em questão, o lugar (P/n) ocupado pelas Funções Trigonômicas (FT), em que P indica o número de páginas ocupadas exclusivamente pelas FT e n o número total de páginas do livro.

| Referência do livro | P/n |
|---|--------|
| Título, autor, edição, volume, cidade, editora, ano de edição | |
| <i>Conexões com a Matemática</i> . LEONARDO, Fábio Martins de. 2ª ed. Volume 2. São Paulo: Moderna, 2013. | 35/319 |

Quadro 1 – Livro de Matemática utilizado no triênio 2015-2017 na instituição de referência da nossa pesquisa
Fonte: Dados da Pesquisa

Segundo Henriques, Nagamine, Nagamine (2012, p.1271) “a análise do *LD* possibilita o acesso dos elementos característicos da relação institucional com o objeto do ensino visado, bem como das exigências institucionais e das organizações propostas em torno desse objeto”. Para a realização da análise de um *LD*, os autores propõem o modelo de análise que apresentamos anteriormente na Figura 5, que consiste em três estruturas organizacionais (*global, regional e local*) notáveis em um livro didático. Utilizando esse modelo, apresentamos a seguir a primeira estrutura.

Estrutura organizacional global do livro didático

No segundo volume do livro *Conexões com a Matemática*, essa estrutura é composta por 11 capítulos, 62 seções ocupando 319 páginas. Nessa estrutura, podemos imediatamente visualizar os assuntos propostos em cada capítulo, a quantidade de seções e de páginas ocupadas por cada assunto. Com efeito, encontramos o *habitat* do nosso objeto de estudo no segundo capítulo, composto por 8 seções, ocupando 35 páginas do livro, como ilustrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Estrutura Organizacional Global do Livro Didático

| Capítulos | Assuntos | Seções | Páginas |
|-----------|--|-----------|------------|
| - | Elementos pretextuais (capa, apresentação, esquema do capítulo, sumário) | - | 07 |
| 01 | Ciclo Trigonométrico (1ª volta) | 05 | 33 |
| 02 | Principais funções trigonométricas | 08 | 35 |
| 03 | Complementos e aprofundamento | 03 | 17 |
| 04 | Superfícies poligonais, círculo e áreas | 03 | 21 |
| 05 | Introdução à Geometria espacial | 04 | 22 |
| 06 | Poliedros | 06 | 36 |
| 07 | Corpos redondos | 05 | 24 |
| 08 | Matrizes e determinantes | 10 | 27 |
| 09 | Sistemas lineares | 06 | 23 |
| 10 | Análise combinatória | 08 | 28 |
| 11 | Probabilidade | 04 | 24 |
| | Tópicos complementares | - | 20 |
| | Lista de siglas | - | 01 |
| | Bibliografia | - | 01 |
| | Total | 62 | 319 |

Fonte: Dados da pesquisa

Além dos assuntos propostos nos capítulos e dos tópicos complementares, observamos que cada capítulo dessa obra traz a seguinte organização:

- Apresentação de conteúdo;
- Apresentação dos Exercícios resolvidos;
- Apresentação dos Exercícios propostos para os alunos;
- Apresentação dos Exercícios complementares;
- Apresentação de questões para auto avaliação.

Para alimentar a ecologia dos conceitos explorados no decorrer do capítulo, o livro é complementado por seções que abordam:

- Questões comentadas e resolvidas;
- Textos que exploram vários níveis de interpretação e compreensão, para incentivar o aluno a desenvolver a competência de leitura;
- Atividades em grupo que incentivam o aluno a pesquisar e explorar situações que promovem organização, interpretação de dados e informações, buscando desenvolver a construção de argumentação e aprofundar os conhecimentos adquiridos.

A fim de compreender melhor a ecologia (*habitat* e *nicho*) das Funções

Trigonométricas, proposto pelo autor nessa obra, apresentamos a seguir a sua estrutura organizacional regional, destacado no segundo capítulo.

Estrutura organizacional regional do livro didático

Essa estrutura permite abrir o capítulo ocupado pelo objeto de estudo em questão (Funções Trigonométricas), destacado na organização global (cf. Tabela 1), revelando-se os temas que investigamos, como se mostra na Tabela 2.

Tabela 2 – Estrutura Organizacional Regional do Livro Didático

| Seções | Título das seções | Def | Teo | Fór | Ex | Exp | Pág |
|--------------|--|----------|-----|-----|-----------|-----------|-----------|
| 1 | Funções periódicas | 1 | - | - | 1 | 1 | 3 |
| 2 | O ciclo trigonométrico | 2 | - | - | 2 | 5 | 3 |
| 3 | A função seno | 1 | - | - | 1 | 6 | 3 |
| 4 | A função cosseno | 1 | - | - | 2 | 6 | 3 |
| 5 | A função tangente | 1 | - | - | 1 | 5 | 4 |
| 6 | Funções trigonométricas inversas | 3 | - | - | 1 | 3 | 3 |
| 7 | Construção de gráficos | - | - | - | 4 | 12 | 10 |
| 8 | Aplicações das funções trigonométricas | - | - | - | 2 | 3 | 2 |
| TOTAL | | 9 | - | - | 14 | 41 | 31 |

Def: Definições, **Teo:** Teoremas, **Fór:** Fórmulas, **Ex:** Exemplos, **Exp:** Exercícios propostos, **Pág:** Páginas

Fonte: Dados da pesquisa

Assim, como podemos observar na

Tabela 2, o segundo capítulo é organizado com 8 seções, de onde, conforme o modelo proposto por Henriques, Nagamine, Nagamine (2012), evidenciamos 9 Definições, 14 Exemplos (que são exercícios resolvidos), 41 Exercícios Propostos e o Número de Páginas ocupadas por cada uma dessas seções. Contudo, essa organização não é suficiente para emergir a praxeologia de cada um dos objetos de estudos propostos em cada seção. Assim, com o interesse de aprimorar a nossa análise do LD, é necessária a apresentação da estrutura organizacional local de cada seção regional. Nesse artigo, nos limitamos em uma dessas seções que apresentamos a seguir.

Estrutura organizacional local do livro didático

Da

Tabela 2, destacamos a sétima seção onde se discute, localmente, os conceitos matemáticos de referência, em particular, a construção de gráficos envolvidos explicitamente

na nossa investigação, identificados na Estrutura Organizacional Global desse livro como *Principais funções trigonométricas*. Com base nesse destaque, apresentamos a análise da seção, revelando, inicialmente, a sua estrutura organizacional local. Essa análise nos permite evidenciar efetivamente a praxeologia proposta nesse livro, o ensino-aprendizagem de Funções Trigonométricas, na Instituição de Referência, com ênfase no registro gráfico.

Construção de gráficos

Apresentamos na

Tabela 3 a estrutura organizacional local da seção *Construção de gráficos*, proposta no LD analisado.

Tabela 3 – Estrutura Organizacional Local da seção 7 (Construção de gráficos)

| Seção 7. Construção de gráficos | | | | | | | |
|---------------------------------|---------------------------|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| Subseção | Título da subseção | Def | Teo | Fór | Ex | Exp | Pág |
| 7.1 | Alguns casos especiais | - | - | - | 2 | 6 | 7 |
| 7.2 | Outros gráficos especiais | - | - | - | 2 | 6 | 4 |
| TOTAL | | - | - | - | 4 | 12 | 11 |

Def: Definições, **Teo:** Teoremas, **Fór:** Fórmulas, **Ex:** Exemplos, **Exp:** Exercícios propostos, **Pág:** Páginas

Fonte: Dados da Pesquisa

Percebemos que essa seção é constituída por duas subseções como ilustrado na Tabela 3, contendo 4 exemplos, sendo dois em cada, 12 exercícios propostos, e ocupa um total de 11 páginas. Discorreremos a seguir sobre o estudo proposto na subseção *Alguns casos especiais*.

Alguns casos especiais

Nessa subseção, o autor revela uma praxeologia modelada quando parte da apresentação de exemplos cuja realização perpassa na utilização de técnicas de demarcação ponto-a-ponto, interpretação global e extensão de traços já construídos, revelando, por conseguinte, o papel ocupado pelos objetos ostensivos e não ostensivos na sua organização praxeológica. Observamos, contudo, que os referidos exemplos não são apresentados com uma estrutura de tarefas, no âmbito praxeológico, quando o autor escreve: *Exemplo:* a) $f(x) = 2 + \text{sen}(x)$. Entendemos que toda tarefa carece de um verbo no infinitivo, dito

gênero de tarefa que requer um determinativo. Daí, julgamos que o autor queira realizar a tarefa, que identificamos por $T2$ (para respeitar a nossa sequência de tarefas neste artigo), e que enunciamos como segue:

Tarefa 2: Considerar a função f de uma variável dada por $f(x) = 2 + \text{sen}(x)$, e fornecer a sua representação no registro gráfico quando x assume valores no intervalo $[0, 2\pi]$.

Para realizar essa tarefa o autor, inicialmente escreve: Primeiro montamos uma tabela adotando x valores de 0 a 2π , como se mostra na Figura 7.

| | | | | | | | | | |
|---------------------|---|--------------------------|-----------------|--------------------------|-------|--------------------------|------------------|--------------------------|--------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | π | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | 2π |
| $\text{sen } x$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 |
| $2 + \text{sen } x$ | 2 | $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ | 3 | $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ | 2 | $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ | 2 |

Figura 7 – Valores de x considerados pelo autor expostos em tabela
Fonte: (LEONARDO, 2012, p.56)

Podemos então notar que o autor decompõe a função fornecida no enunciado em duas funções trigonométricas que são: a própria f e a outra que identificamos por $g(x)$, sem justificção. Considerando essas funções e os valores destacados na Figura 7, o autor fornece o gráfico das duas funções, como ilustrado na 8.

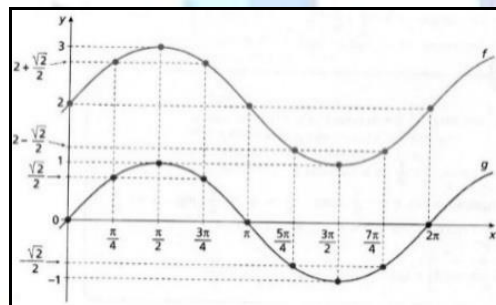


Figura 8 – Gráfico das funções $g(x) = \text{sen}(x)$ e $f(x) = 2 + \text{sen}(x)$ de T2
Fonte: (LEONARDO, 2013, p.56)

É notável que o autor evidencia os resultados obtidos como produtos de computador, sem que sejam explicadas as técnicas utilizadas para a organização dos dados na tabela bem como para a representação das duas funções no registro gráfico. No seu discurso, o autor destaca que a função f apresenta o mesmo domínio, período e amplitude que a função g e ressalta que o gráfico de f foi transladado, ponto a ponto, duas unidades para cima e, apesar desse deslocamento, a função f é limitada, sendo o intervalo $[1,3]$ o seu conjunto imagem. Para emergir a sua prática (*praxe*) no bloco *lôgos* (teórico-tecnológico) o autor apresenta a

seguinte tecnologia:

O gráfico de funções trigonométricas do tipo $f(x) = c + \text{sen}(x)$ sofre uma translação de $|c|$ unidades em relação ao gráfico original da seguinte forma:

- Se $c > 0$, a translação é para cima;
- Se $c < 0$, a translação é para baixo.

O mesmo vale para funções do tipo $f(x) = c + \text{cos}(x)$ e $f(x) = c + \text{tg}(x)$. (LEONARDO, 2013, p.57).

Podemos, então, notar que essa tarefa constitui, de fato, uma praxeologia completa (*Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria*), na medida em que o autor evidencia os conhecimentos teóricos sobre os quais se apoia para explicar o que acontece com os gráficos em particular, a translação vertical. Na sequência, essas ideias ou noções, são estendidas para o caso das funções cosseno e tangente.

Constatamos, da mesma forma que no exemplo anterior identificado por (a) nessa organização local, que o exemplo subsequente também não apresenta um enunciado, quando

o autor escreve, *Exemplo: (b)* $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, preconizando realizar a seguinte tarefa:

Tarefa 3: Considerar a função f dada por $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, e fornecer a sua representação no registro gráfico quando x assume valores no intervalo $[0, 2\pi]$.

Novamente, para realizar essa tarefa o autor apresenta, inicialmente, uma tabela com quatro linhas e dez colunas, como ilustrado na Figura 9, onde considera $x \in [0, 2\pi]$.

| | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|-----------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|------------------|-----------------------|------------------|----------------------|------------------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | π | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | 2π |
| $\cos x$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 |
| $x + \frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | π | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | 2π | $\frac{9\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{2}$ |
| $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 |

Figura 9 – Tabela com valores para x

Fonte: (LEONARDO, 2013, p.57)

Diferentemente da T2, aqui são extraídas duas funções trigonométricas da função f a saber: a própria f com dados na última linha da Figura 9, uma função constante que identificamos por $h(x)$ (cf. terceira linha) e $g(x)$ (cf. segunda linha), também sem justificativas. Considerando essas funções e os valores destacados na Figura 9, o autor fornece os gráficos das funções f e g , como ilustrado na

10.

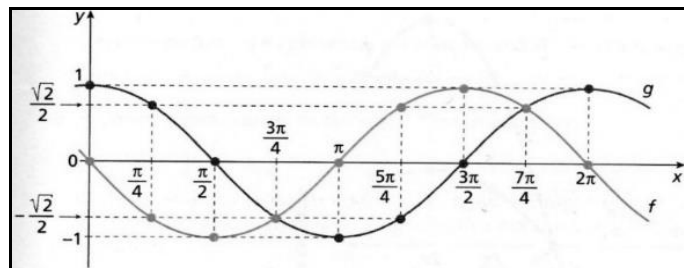


Figura 10 – Gráfico das funções f e g de T_3

Fonte: (LEONARDO, 2013, p.57)

É evidente também observarmos que tanto a Figura 9 quanto a Figura 10 revelam produtos de computador. No seu discurso, o autor ressalta que a função f tem o mesmo domínio, imagem, período e amplitude que a função g , porém, o gráfico de f sofre um deslocamento de $\frac{\pi}{2}$ para a esquerda. Além disso, ele traz observações referentes ao deslocamento de um gráfico para a direita, o que acontece quando são consideradas funções associadas a equações do tipo $y = \cos(x+b)$ onde a variável didática b assume valores negativos, como $-\frac{\pi}{2}$. Com efeito, mergulhando a sua prática (*praxe*) no bloco *lôgos* (teórico-tecnológico) o autor apresenta a seguinte tecnologia:

O gráfico de funções do tipo $f(x) = \cos(x+b)$ sofre uma translação de $|b|$ unidades em relação ao gráfico original de tal modo que:

- Se $b > 0$, a translação é para a esquerda;
- Se $b < 0$, a translação é para a direita.

O mesmo pode ser verificado para funções do tipo $f(x) = \sin(x+b)$ ou $f(x) = \operatorname{tg}(x+b)$. (LEONARDO, 2013, p.57).

Assim, de modo análogo que no *Exemplo (a)*, o autor por meio dos registros algébrico, numérico e gráfico, generaliza a praxeologia inerente a função cosseno com deslocamento à direita ou à esquerda, para os casos que envolvem a função seno e tangente. Como forma de mobilizar e articular os dois exemplos anteriores o autor ressalta que:

Adicionando -1 a $f(x)$, temos a função h , cujo gráfico, em relação ao gráfico de g , apresenta duas translações: vertical (uma unidade para baixo) e horizontal. (LEONARDO, 2013, p.58).

Em seguida, nos deparamos com a visualização das duas translações envolvidas no tratamento da função h , no registro gráfico, como se mostra na Figura .

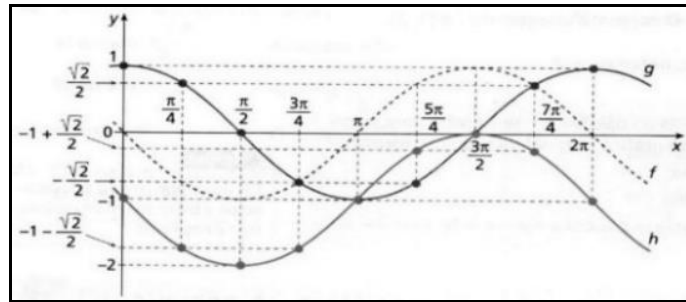


Figura 11 – Translação vertical e horizontal da função h

Fonte: (LEONARDO, 2013, p.58)

Podemos observar nessa figura que, de fato, a função h sofre inicialmente um deslocamento horizontal em relação à função g , resultando na f e seguida de um deslocamento, de uma unidade, verticalmente para baixo. Além disso, o autor traz uma reflexão acerca do conjunto imagem da função h . Acreditamos que essa articulação que o autor do *LD* promove, contribui para a apreensão conceitual do aluno, conduzindo-o a refletir acerca de propriedades e elementos que fazem sobreviver o objeto em estudo nas instituições.

O terceiro exemplo tratado pelo autor também não apresenta um enunciado com gênero, quando ele escreve *Exemplo: c*) $f(x) = 3 \cdot \cos(x)$, que reescrevemos como segue:

Tarefa 4: Considerar a função f dada por $f(x) = 3 \cdot \cos(x)$ e fornecer a sua representação no registro gráfico quando x assume valores no intervalo $[0, 2\pi]$.

Analogamente às tarefas anteriores, para realizar T4, o autor também apresenta inicialmente, uma tabela contendo três linhas e dez colunas, como ilustrado na Figura , onde considera $x \in [0, 2\pi]$.

| | | | | | | | | | |
|------------------|---|-----------------------|-----------------|------------------------|-------|------------------------|------------------|-----------------------|--------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | π | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | 2π |
| $\cos x$ | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 |
| $3 \cdot \cos x$ | 3 | $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ | -3 | $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ | 0 | $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ | 3 |

Figura 12 – Tabela de valores de x

Fonte: (LEONARDO, 2013, p.58)

Podemos observar que o autor decompõe a função fornecida no enunciado em duas funções trigonométricas que são: a própria f e a que identificamos por g , sem justificção. Considerando essas funções e os valores destacados na Figura , o autor fornece o gráfico das duas funções, como ilustrado na Figura 13.

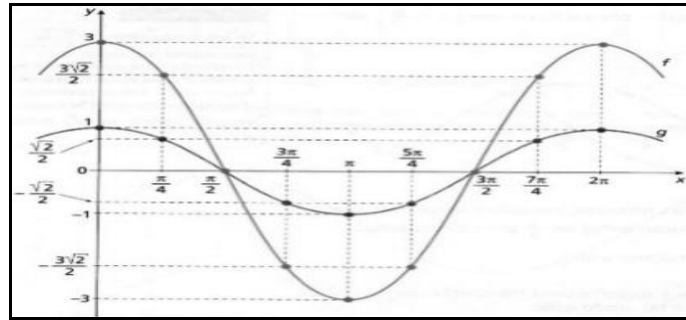


Figura 13 – Gráfico das funções $g(x) = \cos(x)$ e $f(x) = 3 \cdot \cos(x)$ de T4

Fonte: (LEONARDO, 2013, p.58)

Como nas duas tarefas anteriores, podemos notar que a Figura 13 revela resultados que são produtos de computador, sem uma explicação das técnicas utilizadas para a organização dos dados na tabela, assim como para a visualização dos gráficos das funções consideradas. Em sua apresentação, o autor ressalta que a função f possui o mesmo domínio e período que a função g , mas a sua amplitude é o triplo da amplitude de g , isto é, a referida amplitude oscila entre os valores -3 e 3 de y . Para adentrar a sua prática (praxe) no bloco *lôgos* (teórico-tecnológico), o autor manifesta a seguinte tecnologia:

Isso significa que a função f está limitada entre esses valores, o que pode ser demonstrado da seguinte forma: sabemos que, para todo número x real; multiplicando os membros dessas desigualdades por 3 , temos $-3 \leq 3 \cdot \cos(x) \leq 3$.

Logo, a função f limitada entre -3 e 3 , inclusive, ou seja, seu conjunto imagem é $\text{Im}(f) = [-3, 3]$. [...] O gráfico de funções trigonométricas do tipo $f(x) = d \cdot \cos(x)$ tem amplitude $|d|$. O mesmo ocorre para funções do tipo $f(x) = d \cdot \sin(x)$. (LEONARDO, 2013, p.59).

Podemos observar aqui que o autor ao discutir sobre a imagem da função cosseno enfatiza a definição referente a seção 4, *habitat* desse objeto de estudo. Por meio dessa definição, o autor mobiliza reflexões acerca da variável didática identificada por d , destacando o seu conjunto imagem e a alteração no comportamento do gráfico quando essa variável didática assume um valor qualquer. O autor traz ainda uma reflexão referente ao valor de d caso ele seja negativo e ressalta não ser necessário uma análise para a função tangente, pois com essa não se trabalha com amplitude. Entendemos que as interações promovidas no *LD*, propiciam um ambiente de aprendizagem que possibilita o desenvolvimento do pensamento cognitivo do aluno, além de promover uma apreensão conceitual quando mobilizadas pelo Professor.

Considerações finais

Encontramos no livro que escolhemos o *habitat* do nosso objeto de estudo no capítulo intitulado *Principais funções trigonométricas*. A análise que realizamos nos permitiu evidenciar a organização global, regional e local do objeto de estudo em questão, reconhecido na instituição de referência (2º ano do Ensino Médio), assegurando assim a importância desta investigação. A análise centrada na estrutura organizacional local dessa obra, versada ao ensino de construções de gráficos de Funções Trigonométricas, permitiu-nos destacar uma organização praxeológica completa que emerge de dentro para fora, constituindo assim, uma praxeologia modelada que parte do bloco *praxe* $[T/\tau]$ com apresentação de exemplos (Exercícios resolvidos) para o bloco *lôgos* $[\theta/\Theta]$, utilizando uma ou mais técnicas de realização das tarefas, as quais são justificadas com base nos conceitos de Funções Trigonométricas, isto é, pela teoria. Nessa praxeologia, os resultados são apresentados como produtos de computador, sem que sejam explicadas as técnicas utilizadas no desenvolvimento e obtenção de tais resultados. Porém, esse aspecto atende ao que preconizam os PCNEM, os PCN+ Ensino Médio e as OCEM sobre a importância da utilização de recursos tecnológicos, em especial o computador e *softwares* educativos no estudo de Funções Trigonométricas, estimulando assim o pensamento em novas perspectivas para pesquisas futuras, tais como, quais e como utilizar os recursos computacionais em favor de aprendizagem de Funções Trigonométricas pelos alunos?

Referências

- BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio (volume 2):** Ciências da natureza. Matemática e suas tecnologias. Secretaria de Educação Básica (Departamento de políticas de Ensino Médio) – Brasília: MEC, SEB, 2006.
- BRASIL. **PCN +. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.** Secretaria de Educação Média e Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. Parte I – Bases Legais.** Secretaria de Educação Média e Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2000.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.** Secretaria de Educação Média e Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2000.
- CHEVALLARD, Y. **Approche Anthropologique du Rapport au Savoir et Didactique des Mathematics.** Recherches en Didactique des Mathématiques, V. 12, n°1, p.1-8, 2009.
- HENRIQUES, A. Análise Institucional & Sequência Didática como metodologia de pesquisa. In: Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, I, 2016, Bonito. **Anais...** Mato Grosso do Sul, 2016 (In prelo)
- HENRIQUES, A. **Análise Institucional e Sequência Didática:** Aplicação de conteúdos de Licenciatura em Matemática na Educação Básica. XV Encontro Baiano de Educação Matemática - EBEM, Educação Matemática na Formação de Professores: um novo olhar. UNEB CAMPUS X – Teixeira de Freitas – BA, 3 a 5 de julho de 2013.
- HENRIQUES, A. NAGAMINE, C. M. L. NAGAMINE, A. **Reflexões sobre a Análise Institucional:** O caso de ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, dez. 2012.
- HENRIQUES, A. ATTIE, J. P., FARIAS, L. M. S. Referências teóricas da didática francesa: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do *software* Maple. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, SP, v. 9, n. 1, p. 51-81, 2007.
- JÚNIOR, A. T.; ROSEMBAUM, L. S. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.12, n.2, p.369-393, 2010.
- KLEIN, M. E. Z; COSTA, S. S. C. da. Investigando as Concepções Prévias dos Alunos do Segundo Ano do Ensino Médio e seus Desempenhos em alguns Conceitos do Campo Conceitual da Trigonometria. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n° 38, p. 43 a 73, abril 2011.
- LEONARDO, F. M. de. **Conexões com a Matemática** / organizadora Editora Moderna. – 2. ed. – São Paulo: Moderna, 2013.

Submetido em outubro de 2016

Aprovado em abril de 2017

