

**Noticing de futuros professores de Matemática no contexto
da classificação hierárquica de quadriláteros**

**Noticing of preservice mathematics teachers in the context
of hierarchical classification of quadrilaterals**

Fernanda Cybulski¹

Hélia Oliveira²

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino³

RESUMO

Este artigo discute o *noticing* de futuros professores de Matemática (FPM) sobre o pensamento de um estudante relativo à classificação hierárquica de quadriláteros. A investigação envolveu a discussão, com os FPM, de aspectos teóricos da aprendizagem em geometria, seguida da análise de registros escritos produzidos por um estudante em uma tarefa de classificação de quadriláteros. A partir de uma análise qualitativa e interpretativa, os resultados indicam que os FPM reconheceram erros e dificuldades do estudante; interpretaram tais dificuldades à luz do fenômeno prototípico, da classificação partitiva e de limitações relacionadas às definições geométricas; sugeriram questionamentos, recursos visuais e exemplos diversificados como estratégias de superação dos erros e dificuldades reconhecidos do estudante. Conclui-se, assim, que o *noticing* evidenciado concentrou-se em aspectos relevantes da estrutura hierárquica da classificação dos quadriláteros, ressaltando a importância de ações formativas articulando fundamentação teórica e análise de práticas escolares para potencializar o desenvolvimento desta capacidade profissional docente.

PALAVRAS-CHAVE: *Noticing* Docente. Formação Inicial de Professores de Matemática. Classificação Hierárquica de Quadriláteros.

ABSTRACT

This article discusses the noticing of preservice mathematics teachers (PMT) about a middle school student's thinking regarding a hierarchical classification of quadrilaterals. The investigation involved

¹Universidade Estadual de Londrina. fercybulski@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-9499-6782>.

²UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. hmoliveira@ie.ulisboa.pt. <https://orcid.org/0000-0002-2560-1641>.

³Universidade Estadual de Londrina. marciacyrino@uel.br. <https://orcid.org/0000-0003-4276-8395>.



engaging PMT in discussions on theoretical aspects of geometry learning, followed by the analysis of written work produced by a middle school student during a quadrilateral classification task. Based on a qualitative and interpretative analysis, the results indicated that the PMT attended errors and difficulties presented by the student; interpreted these difficulties considering the prototype phenomenon, partitive classification, and limitations related to geometric definitions; and proposed questions, visual resources, and diverse examples as strategies to overcome the errors and difficulties that were attended to. The noticing focused on relevant aspects of the hierarchical structure of quadrilateral classification, highlighting the importance of teacher education actions that integrate theoretical frameworks and the analysis of school practices to enhance the development of professional teacher noticing.

KEYWORDS: Professional Teacher Noticing. Preservice Mathematics Teacher Education. Hierarchical Classification of Quadrilaterals.

Introdução

O termo *noticing*, traduzido como “perceber” ou “percepção” (Cabral; Oliveira; Mendes, 2021; Rodrigues; Cyrino; Oliveira, 2019), pode designar, no uso cotidiano, o ato de observar algo. No entanto, no âmbito da profissão docente, essas observações referem-se a aspectos dessa profissão. De modo específico, o *noticing* docente pode ser entendido como a capacidade de reconhecer elementos relevantes na produção do estudante, interpretá-los e decidir como responder ao pensamento matemático desse estudante (Jacobs; Lamb; Philipp, 2010).

Entretanto, focalizar esse pensamento mostra-se particularmente desafiador para futuros professores de Matemática (FPM). Pesquisas apontam que esses licenciandos tendem a produzir análises meramente descritivas, em vez de inferenciais (Baldinger, 2019), e a enfatizar erros em detrimento das potencialidades do pensamento do estudante (Güner; Bozkuş; Güler, 2025; Lee; Kim; Cho, 2024; Scheiner, 2023). Assim, a formação inicial pode oferecer situações que promovam o *noticing* profissional docente (Rutten *et al.*, 2025; Stockero, 2021), como as aproximações da prática (Grossman *et al.*, 2009) na forma de análise de vídeos ou de produções escritas de estudantes (Cabral; Oliveira; Mendes, 2021; Dindyal *et al.*, 2021; Ivars; Fernández; Llinares, 2020; Rodrigues; Cyrino; Oliveira, 2019).

Embora tenham sido realizados estudos sobre *noticing* dos FPM, envolvendo temas matemáticos como álgebra (Cabral; Oliveira; Mendes, 2021; Rodrigues; Cyrino; Oliveira, 2019), aritmética (Fisher *et al.*, 2018), limite de funções (Fernández; Moreno; Sánchez-Matamoros, 2024) e geometria (Ulusoy; Çakıroğlu, 2021), as nuances ligadas a cada domínio permanecem pouco exploradas (Dindyal *et al.*, 2021; König *et al.*, 2022). Assim, investigar tais especificidades pode ampliar a compreensão do *noticing* profissional docente (König *et al.*, 2022).

No caso da geometria, a classificação hierárquica dos quadriláteros é fonte reconhecida de dificuldades, tanto para estudantes da educação básica (Haj Yahya;

Mahameed; Arisha Haj Yahya, 2024) quanto para futuros professores (Avcu, 2023; Cybulski; Oliveira; Cyrino, 2024). Examinar como FPM reconhecem, interpretam e lidam com as compreensões dos estudantes nesse tema, portanto, constitui um campo promissor para a pesquisa em Educação Matemática. Assim, o objetivo deste artigo é discutir o *noticing* de FPM sobre o pensamento de um estudante, relativo à classificação hierárquica de quadriláteros.

Na sequência, apresentaremos o referencial teórico adotado, os procedimentos metodológicos, os resultados, as discussões e as considerações finais.

Noticing profissional docente do futuro professor de matemática

Jacobs, Lamb e Philipp (2010) conceitualizam o *noticing* profissional docente, com ênfase no pensamento matemático do estudante, como um conjunto de três capacidades inter-relacionadas: reconhecer, interpretar e decidir como responder.

Reconhecer, na produção dos estudantes, se refere a aspectos matemáticos considerados relevantes pelo professor (Jacobs; Lamb; Philipp, 2010). *Interpretar* diz respeito a atribuir significado à compreensão dos estudantes a respeito desses aspectos matemáticos, destacando as causas ou as razões que as fundamentam, articulando-a a propriedades, relações e explicações amparadas na pesquisa sobre a aprendizagem matemática (Ivars; Fernández; Llinares, 2020; Jacobs *et al.*, 2022; Ulusoy; Çakiroğlu, 2021). *Decidir como responder ou agir* consiste em elaborar uma ação pedagógica com base no significado atribuído, relacionada conceitual e temporalmente com as outras duas capacidades (Jacobs; Lamb; Philipp, 2010).

A ausência de experiência em sala de aula não impede que FPM desenvolvam essas capacidades; contudo, requer abordagens formativas específicas (Fisher *et al.*, 2018), que poderão repercutir em sua futura prática docente (Stockero, 2021). Experiências de aproximação da prática, como a análise de vídeos ou de produções escritas de estudantes, mostram-se promissoras (Dindyal *et al.*, 2021; Grossman *et al.*, 2009; Rodrigues; Cyrino; Oliveira, 2019). A análise de produções escritas pode exigir que o FPM reconstrua o pensamento do estudante sem a sua presença – demanda que torna o processo mais analítico (Magiera; Zambak, 2021). Tal análise, mesmo que complexa e desafiante para FPM, pode reduzir a pressão por respostas imediatas e favorecer reflexões mais profundas, com considerações menos superficiais, sobre o pensamento dos estudantes (Scheiner, 2023).

A formulação de perguntas, por parte do formador, que guiem a análise das situações, pode direcionar a atenção do FPM para aspectos específicos, influenciando o que será reconhecido (Superfine *et al.*, 2017). Além disso, discutir fundamentos teóricos da aprendizagem pode apoiar o *noticing* do FPM. Por exemplo, Fernández, Moreno e Sánchez-Matamoros (2024), ao fornecerem suporte teórico sobre a aprendizagem do conceito de limite de uma função, observaram que essa abordagem auxiliou os FPM a compreenderem o conceito matemático e a construir um vocabulário específico sobre o assunto, fator decisivo para apoiar o *noticing* docente.

Classificação hierárquica de quadriláteros e o fenômeno prototípico na formação inicial de professores de Matemática

Segundo de Villiers (1994), há duas formas de classificar em geometria: a classificação hierárquica e a classificação partitiva. A classificação hierárquica baseia-se em relações de inclusão, nas quais conceitos mais específicos são compreendidos como subconjuntos de conceitos mais gerais. Já a classificação partitiva considera conjuntos disjuntos, em que diferentes conceitos são tratados como categorias separadas.

Assim, na classificação hierárquica, por exemplo, os paralelogramos podem ser considerados subconjuntos dos trapézios, desde que se adote uma definição inclusiva de trapézio – quadriláteros com *pele menos* um par de lados paralelos. Por outro lado, na classificação partitiva, utiliza-se uma definição exclusiva, segundo a qual o trapézio possui *exatamente* um par de lados paralelos, o que impede a classificação do paralelogramo como um tipo de trapézio.

Além da escolha entre definições inclusivas ou exclusivas, o conceito de definição econômica também desempenha um papel relevante na classificação em geometria. Este tipo de definição caracteriza-se por enunciar apenas as propriedades necessárias e suficientes, as chamadas “características mínimas” (de Villiers; Govender; Patterson, 2009), evitando informações redundantes. No entanto, apesar de sua precisão, a definição econômica pode gerar dificuldades. Por exemplo, definir economicamente um losango como “quadrilátero com lados congruentes” omite a propriedade de lados opostos paralelos – consequência lógica da definição –, o que pode dificultar sua identificação como paralelogramo. Esse tipo de dificuldade tem sido observado mesmo entre FPM. Por exemplo, no estudo de

Avcu (2023), os FPM apresentaram dificuldades para construir definições econômicas de quadriláteros como quadrado e retângulo.

A classificação hierárquica também pode representar maior desafio por exigir dedução lógica e estar sujeita à influência de protótipos conceituais (Fujita, 2012). Na geometria, certos exemplos tendem a ser privilegiados por apresentarem não apenas as propriedades necessárias para a definição de um conceito, mas também atributos adicionais e marcantes – muitas vezes com forte apelo visual (Hershkowitz, 1990). Esses protótipos são prontamente reconhecidos e, muitas vezes, assumidos como representantes legítimos do conceito, o que dificulta aceitar exemplos que não compartilham tais características visuais. Esse fenômeno, denominado “fenômeno prototípico”, pode comprometer a compreensão das relações de inclusão entre quadriláteros, mesmo quando as definições formais são conhecidas (Fujita, 2012).

Na investigação de Cybulski, Oliveira e Cyrino (2024), os FPM enfrentaram, inicialmente, dificuldades em relação à classificação hierárquica de quadriláteros, influenciados, entre outros fatores, pelo fenômeno prototípico. No entanto, verificou-se que a construção coletiva de um esquema visual das relações hierárquicas tornou-se um recurso eficaz para apoiar a identificação das inclusões entre as figuras.

Procedimentos metodológicos

Este estudo⁴ foi desenvolvido no contexto de uma disciplina de Didática da Matemática, oferecida no segundo ano do Mestrado em Ensino de Matemática de uma universidade em Portugal⁵. A disciplina tinha como objetivo abordar aspectos do ensino e aprendizagem de diferentes tópicos matemáticos e contemplou a análise de vídeos de aulas e produções escritas de estudantes e o estudo de aspectos teóricos relacionados à aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos.

Especificamente no que se refere à geometria, a primeira autora deste artigo atuou como professora investigadora, em colaboração com a professora responsável pela turma. Para esse tema, duas aulas foram destinadas ao estudo da classificação hierárquica de quadriláteros. Nessas aulas, os FPM construíram representações de quadriláteros, utilizando o *software* GeoGebra; identificaram as características mínimas de cada um dos quadriláteros construídos; e elaboraram, de

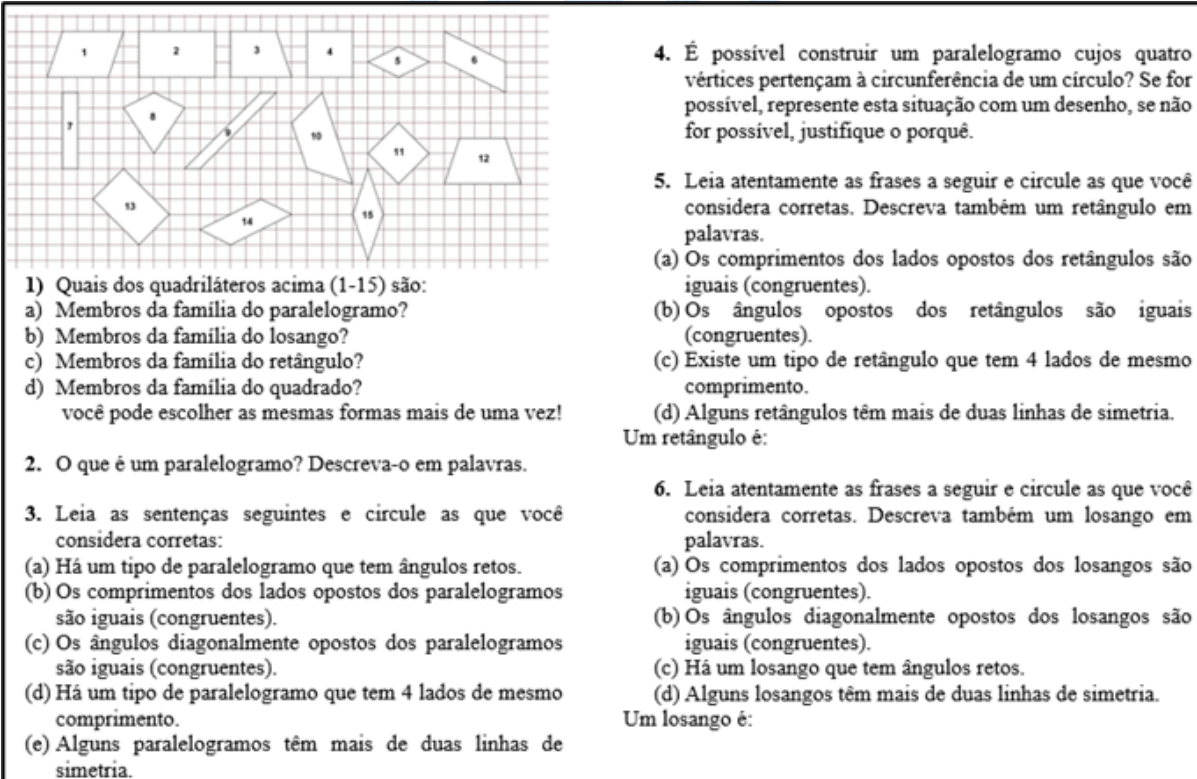
⁴ Aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (Parecer: 5.001.063; CAAE: 50991921.1.0000.5231).

⁵ A habilitação para lecionar no Ensino Básico e Secundário, em Portugal, ocorre mediante a formação em um curso de Mestrado em Ensino, de modo que o mestrado é considerado formação inicial.

forma coletiva, um esquema para representar as relações de inclusão entre quadriláteros (para mais detalhes, ver Cybulski; Oliveira; Cyrino, 2024).

Na aula seguinte, com duração de duas horas e participação de quatro FPM⁶, a professora investigadora conduziu uma discussão teórica acerca de aspectos da aprendizagem em Geometria, incluindo o fenômeno prototípico. Em seguida, os participantes realizaram uma tarefa composta por duas partes. A primeira consistiu na resolução de uma tarefa matemática voltada à classificação e à definição dos quadriláteros paralelogramo, losango, retângulo e quadrado, com foco em algumas de suas propriedades (Figura 1).

Figura 01 - Tarefa de classificação e definição de quadriláteros



1) Quais dos quadriláteros acima (1-15) são:

- Membros da família do paralelogramo?
- Membros da família do losango?
- Membros da família do retângulo?
- Membros da família do quadrado?

Se você pode escolher as mesmas formas mais de uma vez!

2. O que é um paralelogramo? Descreva-o em palavras.

3. Leia as sentenças seguintes e circule as que você considera corretas:

- Há um tipo de paralelogramo que tem ângulos retos.
- Os comprimentos dos lados opostos dos paralelogramos são iguais (congruentes).
- Os ângulos diagonalmente opostos dos paralelogramos são iguais (congruentes).
- Há um tipo de paralelogramo que tem 4 lados de mesmo comprimento.
- Alguns paralelogramos têm mais de duas linhas de simetria.

4. É possível construir um paralelogramo cujos quatro vértices pertençam à circunferência de um círculo? Se for possível, represente esta situação com um desenho, se não for possível, justifique o porquê.

5. Leia atentamente as frases a seguir e circule as que você considera corretas. Descreva também um retângulo em palavras.

- Os comprimentos dos lados opostos dos retângulos são iguais (congruentes).
- Os ângulos opostos dos retângulos são iguais (congruentes).
- Existe um tipo de retângulo que tem 4 lados de mesmo comprimento.
- Alguns retângulos têm mais de duas linhas de simetria.

Um retângulo é:

6. Leia atentamente as frases a seguir e circule as que você considera corretas. Descreva também um losango em palavras.

- Os comprimentos dos lados opostos dos losangos são iguais (congruentes).
- Os ângulos diagonalmente opostos dos losangos são iguais (congruentes).
- Há um losango que tem ângulos retos.
- Alguns losangos têm mais de duas linhas de simetria.

Um losango é:

Fonte: Fujita (2012, tradução nossa).

Após resolverem a tarefa individualmente, os FPM participaram de uma discussão coletiva para compartilhar suas respostas e esclarecer eventuais dúvidas. Essas etapas – resolução individual e discussão coletiva – tiveram como objetivo familiarizá-los com a tarefa matemática e com os conceitos envolvidos.

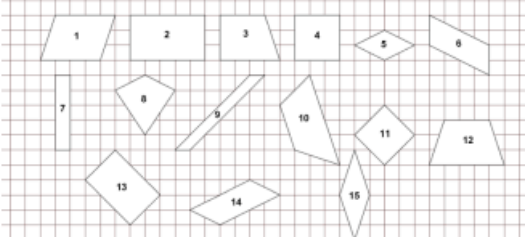
Em seguida, na parte 2 da tarefa, os FPM analisaram, individualmente, um registro escrito produzido por um estudante⁷ do Ensino Básico, ao resolver a tarefa matemática da parte 1 (Figura 2). Tanto a tarefa quanto a resolução do estudante

⁶ Identificados, na seção seguinte, como FPM1, FPM2, FPM3 e FPM4.

⁷ Foi informado aos FPM que o estudante frequentava o equivalente ao 7.º ano do Ensino Básico de Portugal que, por sua vez, equivale ao 7.º ano da Educação Básica brasileira.

foram retiradas de um artigo publicado em inglês. Embora os FPM tivessem conhecimentos da língua, optamos por apresentar uma tradução das respostas do estudante, mantendo também as versões originais. Assim, o material analisado pelos FPM corresponde exatamente ao que está representado na Figura 2. Cabe destacar que o artigo de origem não abordava o *noticing*, mas investigava a compreensão de estudantes da educação básica sobre as relações de inclusão entre quadriláteros.

Figura 02 – Registro escrito de um estudante do Ensino Básico



1. Quais dos quadriláteros acima (1-15) são:

a) Membros da família do paralelogramo? 1, 5, 6, 9, 14 **1, 5, 6, 9, 14**

b) Membros da família do losango? 15 **15**

c) Membros da família do retângulo? 7, 2 **7, 2**

d) Membros da família do quadrado? 4, 11 **4, 11**

você pode escolher as mesmas formas mais de uma vez!

2. O que é um paralelogramo? Descreva-o em palavras.
It's a shape in which has two pairs of parallel lines. Also they are slanted.
É uma forma com dois pares de linhas paralelas. Também são inclinados.

3. Leia as sentenças seguintes e circule as que você considera corretas:

(a) Há um tipo de paralelogramo que tem ângulos retos.
 (b) Os comprimentos dos lados opostos dos paralelogramos são iguais.
 (c) Os ângulos diagonalmente opostos dos paralelogramos são congruentes.
 (d) Há um tipo de paralelogramo que tem 4 lados de mesmo comprimento.
 (e) Alguns paralelogramos têm mais de duas linhas de simetria.

4. É possível construir um paralelogramo cujos quatro vértices pertençam à circunferência de um círculo? Se for possível, represente esta situação com um desenho, se não for possível, justifique o porquê.
 (a) Não, não é possível, porque *when you try it comes out as a trapezium*
 (b) Sim, é possível.
 (c) Eu não sei.
 Sua justificativa: **...quando você tenta ele sai como um trapézio**

5. Leia atentamente as frases a seguir e circule as que você considera corretas. Descreva também um retângulo em palavras.
 (a) Os comprimentos dos lados opostos dos retângulos são iguais.
 (b) Os ângulos opostos dos retângulos são congruentes.
 (c) Existe um tipo de retângulo que tem 4 lados de mesmo comprimento.
 (d) Alguns retângulos têm mais de duas linhas de simetria.
 Um retângulo é: *a shape with four lines.*
Uma forma com quatro linhas

6. Leia atentamente as frases a seguir e circule as que você considera corretas. Descreva também um losango em palavras.
 (a) Os comprimentos dos lados opostos dos losangos são iguais.
 (b) Os ângulos diagonalmente opostos dos losangos são congruentes.
 (c) Há um losango que tem ângulos retos.
 (d) Alguns losangos têm mais de duas linhas de simetria.
 Um losango é: *a shape is a diamond shape*
uma forma tem o formato de um diamante

Fonte: Fujita (2012, tradução nossa).

Para analisar a resolução do estudante, elaboramos um conjunto de questões orientadoras (Figura 3) que os FPM responderam individualmente, por escrito.

Figura 03 – Questões orientadoras

- 1) Analise e comente as respostas deste estudante.
- 2) O que pode ter levado o estudante a pensar dessa forma, no que diz respeito ao conceito de paralelogramo? O que pode “estar por trás” das respostas do estudante?
- 3) Indique possíveis intervenções/*feedback* que você faria, como professor, por exemplo: comentários e/ou questionamentos que levem o estudante a refletir e/ou que lhe permitam compreender características do raciocínio desse estudante; abordagens que poderiam ser usadas para sanar dúvidas e/ou auxiliar esse estudante a superar dificuldades etc.

Fonte: as autoras.

Concluída essa etapa, a professora investigadora promoveu uma discussão coletiva (que foi gravada), pautada nas mesmas questões, na qual os participantes compartilharam suas ideias. Esses dois momentos – análise individual do registro escrito do estudante e discussão subsequente – são o foco da presente investigação.

Esse estudo adota uma abordagem qualitativa (Creswell, 2013), recorrendo à observação direta, às gravações em áudio e vídeo das discussões e aos registros escritos produzidos pelos FPM (respostas às questões orientadoras e anotações no registro analisado). A análise seguiu um procedimento interpretativo (Erickson, 2012). Inicialmente, transcrevemos integralmente a discussão e reunimos os registros escritos dos FPM. Na sequência, realizamos leituras sucessivas para identificar evidências das três capacidades do *noticing* dos FPM (Jacobs; Lamb; Philipp, 2010), a saber: *reconhecimento* de aspectos manifestados pelo estudante acerca da classificação hierárquica de quadriláteros; suas *interpretações* a respeito do que foi manifestado; e *decisão de como responder*, isto é, propostas de intervenção pedagógica para promover a aprendizagem de seus (futuros) estudantes.

Na seção seguinte, apresentaremos características do *noticing*, ilustradas com excertos das discussões (D) e de registros escritos dos FPM (RE1 – resposta à questão orientadora 1; RE2 – resposta à questão orientadora 2; e RE3 – resposta à questão orientadora 3).

Características do *noticing* dos FPM

O *noticing* dos FPM incidiu no reconhecimento de erros e dificuldades apresentados pelo estudante em relação à classificação hierárquica dos quadriláteros, bem como na análise de possíveis causas e na proposição de ações para superá-los. Os participantes interpretaram que essas dificuldades estavam associadas a três fatores principais: o fenômeno prototípico; a tendência à

classificação partitiva dos quadriláteros; e a presença de dificuldades com definições geométricas.

A seguir, os resultados serão apresentados em três subseções: nas duas primeiras, abordaremos erros e as dificuldades reconhecidos pelos FPM, acompanhados de suas interpretações; e na terceira, descreveremos as propostas de intervenção pedagógica elaboradas pelos FPM com o objetivo de apoiar a aprendizagem de seus (futuros) estudantes.

Erros e dificuldades em relação à classificação hierárquica dos quadriláteros: fenômeno prototípico

Os quatro FPM atribuíram os erros e as dificuldades do estudante à influência do fenômeno prototípico. De modo geral, o FPM2 argumentou: “Talvez [o estudante] tenha um protótipo de paralelogramo que não corresponde à imagem e suas características” (FPM2, RE2). Para esse participante, o estudante pode ter construído um modelo mental de paralelogramo específico, incompatível com a definição formal.

O FPM1 detalhou qual poderia ser esse modelo prototípico e seu impacto:

O aluno tinha um “protótipo” de paralelogramo, uma figura mental, em que os lados “superior” e “inferior” são horizontais e paralelos e os lados, esquerdo e direito, são inclinados. Dessa forma, sua definição de paralelogramo exclui figuras como o quadrado, o losango e o retângulo (FPM1, RE2).

Essa interpretação do FPM1 indica que a forma padronizada pode ter impedido o reconhecimento de outros paralelogramos, cuja aparência diverge do protótipo.

O FPM3 e o FPM4, além de interpretarem a influência prototípica como fator determinante para as respostas do estudante, indicaram motivos que podem ter contribuído para reforçar essa ideia. Para o FPM3:

É notório que o aluno associa as várias figuras geométricas a um protótipo. Refere, por exemplo, que um paralelogramo tem de ter “linhas inclinadas”, que um losango tem a forma de um diamante. O aluno propaga o erro quando tem de indicar características das figuras geométricas, focando-se no protótipo que criou. Além disso, associa a figura geométrica apenas à sua forma e não às suas características geométricas. As respostas dadas pelo aluno são, pelo que já referi, majoritariamente erradas (FPM3, RE1).

O aluno pode ter sido exposto, ao longo do seu percurso escolar, majoritariamente, a paralelogramos da forma como ele descreve, com lados opostos paralelos e “linhas inclinadas”, criando um protótipo e não associando a figura geométrica às suas características mínimas (FPM3, RE2).

Segundo essa análise, a repetição de imagens prototípicas na escola dificulta a associação entre figuras e definições. O uso de uma representação específica para cada quadrilátero pode ser decorrente de um percurso escolar que considera, predominantemente, figuras prototípicas. Segundo ele, isso pode dificultar a compreensão dos estudantes, levando-os, por exemplo, a não associarem as figuras às suas definições, mas sim, à sua representação prototípica.

O FPM4 argumentou:

A figura que o aluno está a “imaginar” como paralelogramo é uma figura protótipo de paralelogramo, sem estabelecer relação com as figuras que também são paralelogramos, mas que têm mais características e, por isso, têm outros nomes. Estas respostas devem-se, provavelmente, às figuras constantes dos manuais serem apresentadas sempre como um protótipo, e o professor nunca ter explorado o fato de que os quadriláteros estão organizados de forma hierárquica (FPM4, RE2).

Observamos que o FPM4 vinculou os erros e as dificuldades do estudante à persistência da presença de protótipos nos livros didáticos e nas práticas de ensino que negligenciam a estrutura hierárquica das figuras. Esse fenômeno prototípico “impede” o estudante de identificar diferentes tipos de paralelogramos.

Erros e dificuldades em relação à classificação hierárquica dos quadriláteros: classificação partitiva e definições geométricas

Com exceção do FPM3, os demais participantes atribuíram as dificuldades do estudante à classificação partitiva e ao desconhecimento das definições formais dos quadriláteros. O FPM1 explicou:

O aluno não entende a estrutura hierárquica entre as figuras. Para ele, se é um losango, não pode ser um retângulo. Se é um retângulo, não pode ser um paralelogramo. Portanto, cada figura ele inclui em uma caixa. As figuras que estão em uma categoria não podem estar em outra. Isso justifica muitos dos erros do aluno, porque na pergunta 1 ele não repete [o mesmo quadrilátero em mais de uma categoria]. Portanto, ao não saber as definições, engana-se na categorização (FPM1, D).

O FPM1 atribuiu à noção de classificação partitiva a dificuldade de considerar que um mesmo quadrilátero pode ser classificado de diferentes formas, ainda que não use essa nomenclatura. Além disso, relacionou o raciocínio *exclusivo* do estudante à falta de definições precisas: sem elas, torna-se difícil reconhecer propriedades comuns que sustentam a inclusão.

O FPM2 igualmente ressaltou as dificuldades do estudante com definições: “Pela análise das respostas dadas, talvez se possa pensar que o estudante não conhece bem as características mínimas das figuras e o modo como elas se relacionam entre si. Ex.: Um retângulo é uma forma” (FPM2, RE1). Ao mencionar “características mínimas das figuras”, o FPM2 evocou as definições econômicas dos quadriláteros trabalhadas em uma das tarefas desenvolvidas na formação. Observamos, ainda, que o FPM2 destacou que o fato de o estudante não conhecer as definições leva a erros na classificação, uma vez que dificulta identificar possíveis propriedades em comum e, portanto, relações entre os quadriláteros. O FPM2, inclusive, comparou os erros do estudante às suas próprias dificuldades ao resolver a tarefa, quando disse: “Aconteceu a ele o mesmo que nos aconteceu no início da atividade: não tínhamos bem definidas as características mínimas de cada figura e, por isso, tivemos dificuldade em hierarquizá-las” (FPM2, D).

Durante a discussão, após outros FPM mencionarem a influência do fenômeno prototípico na classificação hierárquica, o FPM4 enfatizou a importância de articular definições e hierarquia. Discorreu a respeito de o estudante não saber, segundo ele, que havia relações de inclusão entre os quadriláteros:

Eu penso que não é apenas a parte do protótipo, a hierarquia também influencia. O aluno não sabia que do paralelogramo todas as figuras que estão para baixo [visualmente no esquema hierárquico] corresponderiam àquelas características do paralelogramo. Saber que o paralelogramo tem os lados paralelos dois a dois não é suficiente pelo fato de teres que saber que os losangos, os retângulos e os quadrados também têm os lados paralelos dois a dois (FPM4, D).

Para o FPM4, portanto, conhecer definições isoladas dos quadriláteros é insuficiente; é essencial estabelecer conexões entre elas. O FPM4 defendeu que, para além de saber a definição, o estabelecimento de relações de inclusão entre os quadriláteros, em detrimento de uma classificação partitiva, é fundamental. Ele interpretou que essa dificuldade de o estudante compreender as relações de inclusão entre os quadriláteros pode estar associada às práticas docentes: “O

professor nunca ter explorado o facto de que os quadriláteros estão organizados de forma hierárquica” (FPM4, RE2).

Propostas de intervenção pedagógica com o objetivo de apoiar a aprendizagem

A partir do que reconheceram e interpretaram na análise do registro escrito do estudante, os FPM delinearam três propostas de intervenção que adotariam como professores: (i) formular questionamentos ao estudante, (ii) oferecer recursos visuais e (iii) apresentar exemplos diversificados.

Os quatro FPM sugeriram o uso de perguntas para mobilizar o raciocínio do estudante. O FPM1 relacionou essa estratégia ao domínio das definições. Para ele, as definições dos quadriláteros têm o papel de auxiliar o estudante na classificação.

O que me parece mais apropriado é o professor começar por recordar as definições. Fazer os alunos chegarem às definições, pensarem qual é a definição apropriada a cada uma das figuras. Podemos perguntar à cada figura o que existe ou não. Eu acho que essa é a maneira correta de trabalhar isso (FPM1, D).

De modo complementar, na sua resposta escrita, o FPM1 exemplificou de que forma o professor poderia abordar as definições por meio de questionamentos ao estudante:

A classificação parte sempre da definição, pelo que começaria pela pergunta 2, e depois levaria o aluno a pensar se as figuras que excluiu na pergunta 1 a) não deveriam ser incluídas. Perguntaria “por que é que a figura 4 não é um paralelogramo?”, remetendo para a definição. O mesmo procedimento seria usado para os casos do losango e do retângulo (FPM1, RE3).

O FPM4 também propôs que fossem feitas perguntas ao estudante em comentários de seu registro: “Será que todos os paralelogramos têm de ter os lados ‘inclinados’?” (comentário na Questão 2); “Qual é a forma de um diamante? Podes desenhar? Qual o comprimento dos lados?” (comentário na Questão 6). Além disso, durante a discussão, o FPM4 ressaltou “No caso da questão 5, eu perguntaria se seria suficiente classificar com quatro lados o retângulo, se não haveria mais figuras com quatro lados que não fossem retângulos” (FPM4, D). A partir desses questionamentos, podemos observar que o FPM4 tinha como objetivo induzir o estudante a confrontar suas próprias respostas com as definições formais.

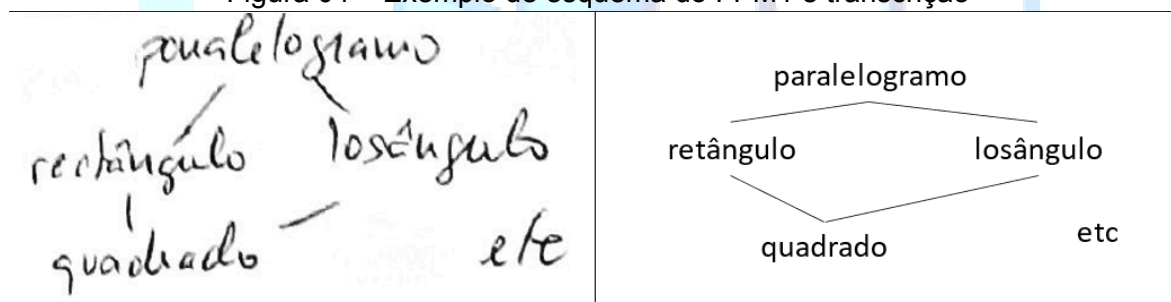
Já o FPM2 e o FPM3 propuseram questionamentos mais gerais, destinados a elucidar as características mínimas de cada figura e suas inter-relações, como uma alternativa para superar os equívocos ligados ao desconhecimento das definições. Segundo eles, poderíamos: “Questionar os alunos sobre as características mínimas para definir cada uma das figuras geométricas.” (FPM3, RE3); “Questionar sobre as características mínimas das figuras, sobre as características que se repetem entre elas e sobre as características que as diferenciam.” (FPM2, RE3).

Outro tipo de intervenção foi o que chamamos de “propor recursos visuais”. Os quatro FPM sugeriram construir um esquema visual (fluxograma/diagrama), que tornasse explícitas as relações de inclusão entre quadriláteros. Isso vai ao encontro de suas interpretações a respeito dos erros e das dificuldades do estudante: “*Eu penso que é preciso definir a partir das características mínimas, nesse caso os quadriláteros, e construirmos um fluxograma com eles*” (FPM3, D).

O FPM4 acrescentou a finalidade pedagógica desse recurso: “Inicialmente deve ser construído com o aluno um fluxograma (esquema) para que ele perceba a hierarquia dos quadriláteros” (FPM4, RE3). Assim, de acordo com o FPM4, construir o esquema permite visualizar possíveis relações de inclusão entre os quadriláteros, o que poderia ser útil na superação de uma visão de classificação partitiva, conforme apresentado na seção anterior.

O FPM1 esboçou um exemplo de esquema (Figura 4), após destacar que “Seria útil construir uma hierarquia das figuras” (FPM1, RE3).

Figura 04 – Exemplo de esquema do FPM1 e transcrição



Fonte: acervo da investigação.

No esquema, o FPM1 exhibe as inclusões entre as subclasses de paralelogramos. As relações hierárquicas entre diferentes especificidades de paralelogramo podem ser visualmente identificadas, o que poderia contribuir para sanar as dificuldades do estudante.

Durante a discussão, o FPM2 descreveu como conduziria a construção do esquema em sala:

Eu primeiro os conduziria para a construção do fluxograma, com a identificação das características das figuras. Depois, os conduziria a perceberem diferenças e semelhanças para, assim, perceberem a relação entre elas no fluxograma. Ou ao contrário, que identificassem a semelhança e depois construísem o fluxograma. Conforme aquilo que nos foi proposto eu acho que está bem: trabalharmos primeiro as características, discutirmos sobre elas e depois arrumarmos as figuras em um fluxograma (FPM2, D).

Ao propor uma estratégia de intervenção, o FPM2 reproduz a prática vivenciada por eles na aula anterior da disciplina: elencar as características mínimas de alguns quadriláteros; identificar semelhanças e diferenças entre essas características; e construir um esquema para organizar as relações de inclusão entre os quadriláteros.

Por fim, destacamos a terceira forma de intervenção apresentada pelos FPM: apresentar exemplos diversificados. O FPM3 sugeriu ampliar o repertório de figuras mostradas ao estudante para mitigar o fenômeno prototípico: *“Eu teria proposto para os alunos representações diversificadas, ou seja, não ser apenas aqueles protótipos”* (FPM3, D).

Na próxima seção, discutiremos como essas propostas se articulam às dificuldades previamente identificadas e às recomendações da literatura sobre desenvolvimento do *noticing* profissional.

Noticing de FPM sobre a classificação hierárquica de quadriláteros

Na figura 5, apresentamos uma síntese dos resultados, tendo em conta as características do *noticing* dos FPM sobre o pensamento de um estudante relativo à classificação hierárquica de quadriláteros.

Figura 05 – Características do *noticing* dos FPM

Noticing dos FPM	Características
Aspectos reconhecidos	Erros e dificuldades do estudante com relação às propriedades e às definições dos quadriláteros e ao estabelecimento de relações de inclusão.
Interpretações para os aspectos reconhecidos	Influência do fenômeno prototípico, da classificação partitiva e das definições dos quadriláteros.
Intervenções propostas pelos FPM	Questionar, propor recursos visuais e apresentar exemplos diversificados.

Fonte: as autoras.

O *noticing* dos FPM concentrou-se nos erros e nas dificuldades do estudante relativos à classificação hierárquica – um viés já descrito na literatura como *“noticing*

baseado em déficits”, isto é, voltado à identificação de erros e em formas de corrigi-los (Güner; Bozkuş; Güler, 2025; Lee; Kim; Cho, 2024). Embora tenham mantido esse foco, os participantes reconheceram aspectos matemáticos centrais – em especial as definições dos quadriláteros e suas relações de inclusão ou exclusão –, mostrando sensibilidade a detalhes conceituais relevantes.

Esse olhar pode ter sido potencializado por dois fatores formativos: as questões orientadoras (Figura 3), que, conforme Superfine *et al.* (2017), podem direcionar a atenção do FPM para aspectos almejados; e a análise de registros escritos, estratégia que promove identificar pistas matematicamente significativas e menos superficiais (Magiera; Zambak, 2021; Scheiner, 2023).

Nas interpretações, os FPM atribuíram as dificuldades do estudante à combinação entre fenômeno prototípico, preferência por classificações partitivas e definições imprecisas. Essa leitura ecoa estudos que apontam a apresentação dominante de figuras-protótipos em livros didáticos e a escassa exploração de exemplos variados como fatores de confusão (Fujita, 2012; Hershkowitz, 1990). Diferentemente de análises meramente descritivas comuns entre licenciandos (Baldinger, 2019), os FPM avançaram para explicações inferenciais – provavelmente porque já estavam habituados a discutir conceitos e a examinar situações de sala de aula ao longo da disciplina.

A etapa formativa anterior, que incluiu a construção de um esquema hierárquico e debates sobre o fenômeno prototípico, forneceu aos FPM um repertório conceitual (“fenômeno prototípico”, “classificação hierárquica” e “características mínimas”), fundamental para o desenvolvimento do seu *noticing*, especialmente quanto à capacidade de interpretar o pensamento do estudante. Esse resultado está alinhado às recomendações de Fisher *et al.* (2018) e Stockero (2021) sobre a importância de os FPM conhecerem como os estudantes aprendem geometria ainda na formação inicial, e por conseguinte, desenvolverem seu *noticing*.

As propostas de intervenção pedagógica dos FPM mostraram forte coerência com essas interpretações e com diretrizes da literatura. Por exemplo, questionamentos focados em definições – estratégia que atua diretamente na raiz dos erros identificados e é reconhecida como eficaz para aprofundar a compreensão conceitual (Superfine *et al.*, 2017); construção de um esquema hierárquico – recurso visual que explicita relações de inclusão, recomendado para superar visões exclusivas e consolidar estrutura conceitual (Cybulski; Oliveira; Cyrino, 2024); e

exemplos diversificados – proposta que combate o fenômeno prototípico, ao ampliar o leque de representações (Fujita, 2012; Hershkowitz, 1990).

Essas intervenções, por um lado, refletem a forte influência das experiências vivenciadas na formação e, por outro, demonstram progresso na terceira dimensão do *noticing* – decidir como responder –, frequentemente apontada como a mais desafiadora para os licenciandos (Fernández; Moreno; Sánchez-Matamoros, 2024). Apesar de possivelmente limitadas àquilo que foi modelado em aula, tais propostas evidenciam que oportunidades de aproximação da prática, ancoradas em suportes teóricos, contribuem para superar barreiras típicas no desenvolvimento do *noticing* profissional.

Considerações finais

O *noticing* dos FPM acerca do pensamento de um estudante relativo à classificação hierárquica de quadriláteros assumiu características específicas e pertinentes, diretamente relacionadas ao conteúdo da tarefa e às respostas analisadas, com especial relevância para as capacidades interpretativa e de decisão de como responder desses futuros professores. Esse *noticing*, particular da classificação hierárquica de quadriláteros, pode reverberar na (futura) prática desses FPM, especialmente no ensino de Geometria.

Com isso, destacamos a pertinência de experiências durante a formação inicial de professores de Matemática que promovam o desenvolvimento do *noticing* profissional deles, especialmente no que diz respeito à compreensão do pensamento dos estudantes sobre a classificação hierárquica de quadriláteros. Além disso, cumpre fomentar a discussão de aportes teóricos ao longo da formação inicial, que possibilitem aos FPM refletirem criticamente acerca da aprendizagem de conteúdos de Geometria e do desenvolvimento do pensamento dos estudantes.

O contexto investigado e as experiências prévias dos FPM podem ter influenciado o *noticing* sobre o pensamento do estudante. Investigações futuras podem aprofundar a compreensão a respeito do *noticing* profissional dos FPM, explorando possíveis especificidades relacionadas a diferentes temas da Matemática. Ademais, recomendamos investigar em que medida aspectos como a análise de produções escritas dos estudantes e o embasamento teórico sobre processos de aprendizagem contribuem para a constituição do *noticing* em diferentes contextos de formação e níveis de experiência docente.

As discussões e as experiências aqui apresentadas, bem como os desdobramentos apontados para investigações futuras, podem favorecer de maneira significativa o campo da formação de professores de Matemática, especialmente quanto ao aprofundamento do conhecimento sobre o desenvolvimento do *noticing* profissional de FPM, com destaque para o ensino de Geometria.

Agradecimentos

As autoras agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de Doutorado Sanduíche no Exterior concedida à primeira autora (Código de Financiamento 001), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de produtividade em pesquisa concedida à terceira autora (Proc. 315393/2023-8) e à FCT – Fundação Portuguesa para a Ciência e Tecnologia, I.P., no âmbito da UIDEF – Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Educação e Formação, UIDB/04107/2025, <https://doi.org/10.54499/UID/04107/2025>.

Referências

- AVCU, Ramazan. Pre-service middle school mathematics teachers' personal concept definitions of special quadrilaterals. **Mathematics Education Research Journal**, [S. l.], v. 35, n. 4, p. 743–788, 1 Dec. 2023. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00412-2>
- BALDINGER, Erin E. Reasoning about student written work through self-comparison: how pre-service secondary teachers use their own solutions to analyze student work. **Mathematical Thinking and Learning**, [S. l.], v. 22, n. 1, p. 56–78, 2 Jan. 2019. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1624930>
- CABRAL, Joana; OLIVEIRA, Hélia; MENDES, Fátima. O conhecimento matemático de futuras educadoras e professoras sobre sequências repetitivas e a capacidade de perceber o pensamento algébrico de crianças do jardim de infância. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 23, n. 6, p. 30–59, 2021. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6302>
- CRESWELL, John W. **Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing among five approaches**. [S. l.]: Sage, 2013.
- CYBULSKI, Fernanda Caroline; OLIVEIRA, Hélia; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade. Quadrilaterals hierarchical classification and properties of the diagonals: a study with pre-service mathematics teachers. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, [S. l.], v. 20, n. 8, 6 ago. 2024. (article em2490). <http://dx.doi.org/10.29333/ejmste/14916>
- DE VILLIERS, Michael. The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. **For the Learning of Mathematics**, [S. l.], v. 1, n. 14, p. 11–18, Feb. 1994.

DE VILLIERS, Michael; GOVENDER, Rajendran; PATTERSON, Nikita. Defining in Geometry. *In*: CRAINE, T. V.; RUBINSTEIN, R. (eds.). **Understanding Geometry for a Changing World**. [S. l.]: NCTM, 2009. p. 189–203.

DINDYAL, Jaguthsing; SCHACK, Edna O.; CHOY, Ban Heng; SHERIN, Miriam Gamoran. Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. **ZDM**, [S. l.], v. 53, n. 1, 1 Apr. 2021. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y>

ERICKSON, Frederick. Qualitative research methods for science education. *In*: FRASER, B. J. (ed.). **Second International Handbook of Science Education**. [S. l.]: Springer, 2012. p. 1451–1469. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9041-7_93

FERNÁNDEZ, Ceneida; MORENO, Mar; SÁNCHEZ-MATAMOROS, Gloria. Prospective secondary teachers' noticing of students' thinking about the limit concept: pathways of development. **ZDM**, [S. l.], 2024. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01573-z>

FISHER, Molly H.; THOMAS, Jonathan; SCHACK, Edna O.; JONG, Cindy; TASSELL, Janet. Noticing numeracy now! Examining changes in preservice teachers' noticing, knowledge, and attitudes. **Mathematics Education Research Journal**, [S. l.], v. 30, n. 2, p. 209–232, 1 Jun. 2018. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0228-0>

FUJITA, Taro. Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. **Journal of Mathematical Behavior**, [S. l.], v. 31, n. 1, p. 60–72, Mar. 2012. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003>

GROSSMAN, Pam; COMPTON, Christa; IGRA, Danielle; RONFELDT, Matthew; SHAHAN, Emily; WILLIAMSON, Peter W. **Teaching Practice: A Cross-Professional Perspective**. Teachers College Record, [S. l.], v. 111, n. 9, p. 2055–2100, 2009.

GÜNER, Pınar; BOZKUŞ, Figen; GÜLER, Mustafa. To notice, but what? An investigation on pre-service teachers' noticing of strengths and deficits in student thinking. **Teaching and Teacher Education**, [S. l.], v. 160, 1 Jul. 2025. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2025.105035>

HAJ YAHYA, Aehsan; MAHAMEED, Areej; ARISHA HAJ YAHYA, Hussam. Does the Use of Concept Maps Affect the Defining and the Understanding of Inclusion Relationships? **Mathematical Thinking and Learning**, [S. l.], 2024. <https://doi.org/10.1080/10986065.2024.2310038>

HERSHKOWITZ, Rina. Psychological Aspects of Learning Geometry. *In*: NESHER, Pearla; KILPATRICK, Jeremy (eds.). **Mathematics and cognition: A research synthesis by the International group for the psychology of mathematics education**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. p. 70–95. <https://doi.org/10.1017/cbo9781139013499.006>

IVARS, Pedro; FERNÁNDEZ, Ceneida; LLINARES, Salvador. A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [S. l.], v. 18, n. 3, p. 529–548, Mar. 2020. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

JACOBS, Victoria R.; EMPSON, Susan B.; JESSUP, Naomi A.; DUNNING, Amy; PYNES, D'Anna A.; KRAUSE, Gladys; FRANKE, Todd M. Profiles of teachers' expertise in professional noticing of children's mathematical thinking. **Journal of**

Mathematics Teacher Education, [S. /], 2022.
<https://doi.org/10.1007/s10857-022-09558-z>

JACOBS, Victoria R; LAMB, Lisa L C; PHILIPP, Randolph A. Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. **Journal for Research in Mathematics Education**, [S. /], v. 41, n. 2, p. 169–202, 2010.
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>

KÖNIG, Johannes; SANTAGATA, Rossella; SCHEINER, Thorsten; ADLEFF, Ann Kristin; YANG, Xinrong; KAISER, Gabriele. Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. **Educational Research Review**, [S. /], v. 36, 1 Jun. 2022.
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100453>

LEE, Hea Jin; KIM, Hee Jeong; CHO, Hyungmi. Investigating preservice teachers' feedback to students' mathematical solutions. **Journal of Education for Teaching**, [S. /], 2024. <https://doi.org/10.1080/02607476.2024.2326508>

MAGIERA, Marta T.; ZAMBAK, Vecihi S. Prospective K-8 teachers' noticing of student justifications and generalizations in the context of analyzing written artifacts and video-records. **International Journal of STEM Education**, [S. /], v. 8, n. 1, 1 Dec. 2021. <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00263-y>

RODRIGUES, Renata Viviane Raffa; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia. Percepção profissional de futuros professores sobre o pensamento algébrico dos alunos na exploração de um caso multimídia. **Quadrante**, [S. /], v. XXVIII, n. 1, p. 100–123, 2019.

RUTTEN, Logan; BUTVILLE, Danielle; WOLKENHAUER, Rachel; DVIR, Boaz. Noticing, interpreting, deciding: How elementary teachers address unplanned difficult-topics moments in educational practice. **Teaching and Teacher Education**, [S. /], v. 161, 1 Jul. 2025. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2025.105017>

SCHEINER, Thorsten. Shifting the ways prospective teachers frame and notice student mathematical thinking: from deficits to strengths. **Educational Studies in Mathematics**, [S. /], v. 114, n. 1, p. 35–61, 1 Sep. 2023.
<https://doi.org/10.1007/s10649-023-10235-y>

STOCKERO, Shari L. Transferability of teacher noticing. **ZDM**, [S. /], v. 53, n. 1, p. 73–84, 1 Apr. 2021. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01198-y>

SUPERFINE, Alison Castro; FISHER, Amanda; BRAGELMAN, John; AMADOR, Julie. Shifting perspectives on preservice teachers' noticing of children's mathematical thinking. *In*: SCHACK, Edna O.; FISHER, Molly H.; WILHELM, Jennifer A. (eds.). **Teacher noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks**. [S. /]: Springer, 2017. p. 409–426.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5>

ULUSOY, Fadime; ÇAKIROĞLU, Erdinç. Exploring prospective teachers' noticing of students' understanding through micro-case videos. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [S. /], v. 24, n. 3, p. 253–282, 1 Jun. 2021.
<https://doi.org/10.1007/s10857-020-09457-1>

Submetido em: 10/07/2025

Aceito em: 27/10/2025

