

## Reflexões sobre grandezas e medidas na formação inicial de professores que ensinarão matemática

## Reflections on magnitudes and measurements in the initial training of teachers who will teach mathematics

*Maiara Luisa Klein*<sup>1</sup>

*Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes*<sup>2</sup>

*Simone Pozebon*<sup>3</sup>

### RESUMO

Este artigo aborda uma pesquisa de mestrado e tem como objetivo refletir sobre a aprendizagem de futuros professores sobre grandezas e medidas em um espaço formativo. A partir das premissas da Teoria Histórico-Cultural, foi organizado um espaço formativo com acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Educação Especial, Matemática e Pedagogia. A análise dos dados parte de duas cenas que permitem tecer algumas considerações: i) grande parte dos conhecimentos trazidos da educação básica se pauta na generalização empírica; ii) a necessidade de resolver uma situação intencionalmente organizada pode levar o sujeito a se colocar em atividade; iii) o curso de formação inicial não dá conta de oferecer a apropriação de todos os conhecimentos necessários para tornar-se professor, ressaltando a relevância de outros espaços formativos, em especial os que oportunizem a discussões a partir de situações que se remetam a reflexões sobre o movimento lógico-histórico do conceito.

**PALAVRAS-CHAVE:** Conhecimento Matemático; Formação inicial; Espaço formativo.

### ABSTRACT

This article addresses a master's degree research project and aims to reflect on future teachers' learning about magnitudes and measurements in a training environment. Based on the premises of Historical-Cultural Theory, a training environment was organized with students from the bachelor's programs in Special Education, Mathematics, and Pedagogy. Data analysis stems from two scenarios

---

<sup>1</sup> Instituição: Universidade Federal de Santa Maria. E-mail: [maiaraluisa94@gmail.com](mailto:maiaraluisa94@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5867-5375>.

<sup>2</sup> Instituição: Universidade Federal de Santa Maria. E-mail: [anemari.lopes@gmail.com](mailto:anemari.lopes@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4636-9618>.

<sup>3</sup> Instituição: Universidade Federal de Santa Maria. E-mail: [sipoufsm@gmail.com](mailto:sipoufsm@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3872-5117>.



that allow for some considerations: i) much of the knowledge acquired from basic education is based on empirical generalization; ii) the need to resolve an intentionally organized situation can lead the subject to engage in activity; iii) the initial training program does not provide the appropriation of all the knowledge necessary to become a teacher, highlighting the relevance of other training environments, especially those that provide opportunities for discussions based on situations that lead to reflections on the logical-historical movement of the concept.

**KEYWORDS:** Mathematical Knowledge; Initial formation; Training espace.

### **De onde falamos: apontamentos iniciais**

Os conhecimentos são produto dos movimentos perpassados pela humanidade e que refletem nos tempos atuais, portanto, não partimos mais do desconhecido, mas sim, daquilo que já foi sistematizado com base nas necessidades de solucionar problemas ao longo dos tempos. Esse movimento permite à humanidade criar a partir do que se já tem e, assim, qualificar as interações sociais com os novos conhecimentos produzidos.

Visando garantir que as novas gerações tenham acesso ao legado produzido historicamente, estabeleceu-se a escola como espaço social para a sua apropriação por parte dos sujeitos que estão se inserindo nesse meio. Como forma de garantir a aprendizagem dos estudantes, é importante que o professor compreenda o conhecimento de modo a subsidiar a organização do seu ensino e, como consequência, é necessário que, na formação inicial, o licenciando se aproprie de conhecimentos relacionados às suas futuras ações pedagógicas.

O presente trabalho, produto de uma pesquisa de Mestrado concluída no Programa de Pós-Graduação em Educação de uma universidade federal do Rio Grande do Sul, foi desenvolvido no âmbito de um espaço formativo constituído a partir de um Curso de Extensão, direcionado a licenciandos, voltado à unidade temática “Grandezas e Medidas”. Nesse contexto, entendemos o futuro professor que ensinará matemática como licenciando em Educação Especial, Matemática e Pedagogia<sup>4</sup>.

Centrado nas possibilidades formativas de futuros professores, se tem como questão de pesquisa: como futuros professores se apropriam dos conceitos relacionados a medidas? Aproximando-se de tal questionamento, delimitamos como objetivo refletir sobre a aprendizagem de futuros professores sobre grandezas e medidas em um espaço formativo. E para alcançá-lo, apresentamos brevemente o referencial teórico, seguido dos caminhos metodológicos para, então, discorrer sobre

---

<sup>4</sup> Destacamos estes três cursos, pois no contexto da universidade onde foi desenvolvida a pesquisa são as licenciaturas que formam futuros professores que ensinarão matemática, contudo, cabe destacar que existem outros cursos que contemplam esta denominação.

a apreensão de dados a partir de duas cenas e, por fim, tecer algumas considerações finais.

### **A orientação da pesquisa: alguns pressupostos teóricos**

Embasados na Teoria Histórico-Cultural, compreendemos o ser humano como sujeito biológico e social, havendo necessidade que ele se humanize para desenvolver aptidões únicas da espécie. A partir de suas funções biológicas, a interação com o meio lhe possibilitará desenvolver as funções advindas de natureza social.

Podemos dizer que cada indivíduo aprende a ser um homem. O que a natureza lhe dá quando nasce não lhe basta para viver em sociedade. É-lhe ainda preciso adquirir o que foi alcançado no decurso do desenvolvimento histórico da sociedade humana (Leontiev, 1978, p. 267).

O ser humano irá se apropriar de funções psíquicas da espécie nas relações estabelecidas no tempo e no espaço em que está imerso, tendo em vista que as diferentes necessidades oriundas do meio social lhe permitiram transformar a natureza e, conseqüentemente, criar novas formas de interações. O desenvolvimento humano é resultante de um processo que se deu ao longo da história, sendo que o *“principio de desarrollo histórico del comportamiento dependa directamente de las leys generales del desarrollo histórico de la sociedad humana”* (Vigotski, 1982, p. 117).

O processo de humanização de cada sujeito depende do que acontece no âmbito geral do meio social em que se encontra, sendo que o

desenvolvimento é um processo de formação do homem ou da personalidade que acontece por meio do surgimento, em cada etapa, de novas qualidades, novas formações específicas, preparadas por todo o curso precedente, mas que não se encontram prontas nos degraus anteriores (Vigotski, 2018, p. 36).

Com o desenvolvimento, novas qualidades são adquiridas e, por conseguinte, novas funções poderão ser apropriadas. A natureza social é que viabiliza à espécie humana estar em constante mudança, adaptar-se às novas formas de interação e, ainda, criar e transformá-las constantemente.

Esse processo contínuo, produto das atividades realizadas pelo sujeito, vai proporcionando novas qualidades e novas aquisições, dentre elas as de conceitos, que se compõem como reflexo dos processos do pensamento. Nesse transcurso, há

de se considerarem os conhecimentos empíricos e os conhecimentos teóricos<sup>5</sup>. Os conhecimentos empíricos, que são as primeiras manifestações sobre um objeto, caracterizam-se principalmente pela comparação e pela representação entre fenômenos particulares.

*Em este período inicial del conocimiento surgen y se forman en los diferentes sistemas simbólicos y de señales (verbales y materiales) las propias representaciones, se efectuó la “idealización” primaria de ciertos aspectos de la vida material, y ante todo de aquellos que pueden observarse y constatarse directamente em la percepción. Todo ello permite destacar e designar verbalmente nuevas clases de objetos (Davidov, 1982, p. 296, grifos do autor).*

Ao comparar e criar juízos sobre os objetos que estão sendo observados, cria-se um tipo de representação. Assim, ao pensarmos em um determinado conceito a partir do conhecimento empírico, estaremos apenas criando algum juízo sobre ele e fazendo generalizações empíricas. Aproximando a temática do trabalho aqui apresentado – conceitos de grandezas e medidas – dos exemplos apontados por Davidov (1982), identificamos que diversas grandezas precisam ser trabalhadas e, dentro delas, as unidades padrões e seus múltiplos e submúltiplos.

Olhando especificamente para a medida de comprimento, há o metro como unidade padrão, todavia, há também o centímetro, o decímetro, o milímetro, o quilômetro, o hectômetro e o decâmetro. Se o professor se restringe a apresentar aos alunos apenas essas unidades de medida e a conversão delas, desprezando todo o movimento de criação e inter-relação entre elas, eles poderão atribuir juízos a esse conhecimento, contudo a sua generalização se concretizará tão somente pela dedução, apropriando-se de suas características externas.

*Aquí se subraya el carácter directo del saber empírico. [...] La existencia del objeto em la singularidad del ser efectivo, expresa su naturalidad o apariencia ante todo com relación a sí mismo. Este contenido objetivo, que aparece ante um hombre aislado como existencia directa, determina la forma de su reflejo o sensibilidad (Davidov, 1982, p. 297).*

O conhecimento empírico é resultante da relação direta com a realidade, sendo apropriado a partir da dedução e da comparação de objetos. Esse procedimento precede as generalizações. O conhecimento empírico, mesmo que não promova a apropriação do conhecimento teórico, é significativo para o desenvolvimento humano. Portanto, embora seja importante considerar o

---

<sup>5</sup> Tendo em vista as diversas traduções das obras de Vigotski e outros que o sucederam, neste artigo para conhecimentos empíricos, utilizamos também o termo conceito espontâneo, bem como para conhecimento teórico usamos conhecimento científico.

conhecimento empírico, na educação escolar almejamos desenvolver o pensamento teórico, por meio do conhecimento teórico.

O conhecimento teórico é o promotor da apropriação de conceitos e, conseqüentemente, do movimento perpassado pela humanidade.

*Como contenido del pensamiento teórico sirve el ser, mediatizado, reflejado y esencial. Dicho pensamiento constituye una idealización del aspecto fundamental de la actividad práctica-objetiva, a saber, de la reproducción en ella de las formas generales de las cosas, de su medida y de sus leyes. Esta reproducción tiene lugar en la actividad laboral como em um singular experimento sensorio-objetivo. Luego, ese experimento va adquiriendo cada vez más un carácter cognoscitivo, permitiendo que el hombre pase con el tiempo a experimentos mentales, atribuya mentalmente a los objetos una u otra interacción, determinada forma de movimiento (Davidov, 1982, p. 299-300, grifos do autor).*

Ao assumir um caráter cognitivo, o conhecimento teórico permite reproduzir as formas gerais do processo percorrido pelo ser humano, contemplando a essência do conceito. Nessa direção, o conceito se converte em atividade mental, transparecendo em sua unidade a generalização e a essência. Portanto, o conhecimento teórico viabiliza compreender o conceito, utilizá-lo e transformá-lo, tendo em vista que, a partir das interações sociais, novas qualidades aparecem e, em consequência, novas necessidades surgem para serem sanadas.

Por essa compreensão, retomamos ao exemplo anteriormente citado, contudo, dessa vez considerando apresentar aos estudantes as necessidades que levaram a humanidade a utilizar tal conhecimento, colocando-os em um movimento semelhante ao perpassado pelos antepassados, permitindo-lhes compreender o movimento lógico-histórico do conceito de grandezas e medidas. A atribuição de juízos a esse conhecimento será diferente da anterior, pois não permanecerão apenas nas características externas, mas sim, poderão se aproximar da essência do conceito, do conhecimento teórico.

Nesse ponto, destacamos a importância da formação inicial de professores, tendo em vista que é por meio da organização do ensino que o aluno poderá se aproximar do conhecimento teórico. É durante a formação inicial que se formam suas significações sobre o ensino, conhecimentos e toda organização escolar. Nisso ocorre o processo de mudança de atividade principal: o sujeito passa a ocupar outro papel social, deixando de ser aluno para constituir-se professor. Lembramos que Leontiev (1988, p. 68) define atividade como "os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto),

coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo".

É a inserção em espaços formativos – o curso de Licenciatura, por exemplo – que pode subsidiar essas mudanças, as quais afetarão o desenvolvimento do sujeito.

Dada a natureza do trabalho docente, que é ensinar como contribuição ao processo de humanização dos alunos historicamente situados, espera-se da licenciatura que desenvolva, nos alunos, conhecimentos e habilidades, atitudes e valores que lhes possibilitem, permanentemente, irem construindo seus saberes fazeres docentes, a partir das necessidades e desafios que o ensino, como prática social, lhes coloca no cotidiano (Pimenta, 1997, p.6).

A formação inicial é um espaço importante para que os futuros professores elaborem suas percepções sobre o papel social que irão desenvolver, tendo em vista que serão os responsáveis pela inserção de novos sujeitos na sociedade e pelo desenvolvimento deles. Portanto, cabe viabilizar a apropriação de conhecimentos relativos ao exercício do trabalho pedagógico (específicos e metodológicos). No contexto da pesquisa aqui apresentada, foram trabalhados conhecimentos relativos a grandezas e medidas, mais especificamente comparação e estabelecimento de padrões.

Diante do exposto de alguns pressupostos tomados como orientadores, apresentamos no próximo subitem os caminhos traçados.

### **Caminhos metodológicos: a organização da pesquisa**

Ao ter como objetivo refletir sobre a aprendizagem de futuros professores sobre grandezas e medidas em um espaço formativo, apresentamos dados referentes ao Curso de Extensão intitulado “Medidas no Ensino Fundamental: o que se ensina na escola?”, registrado no Gabinete de Projetos do Centro de Educação (GAP/CE) da universidade onde foi realizado. Este foi intencionalmente organizado para ser um espaço formativo, buscando se aproximar de um experimento formativo, definido por Davidov (1988, p. 156) como uma

intervenção ativa do investigador nos processos psíquicos que ele estuda. [...] Para nós se pode chamar ao experimento formativo experimento genético modelador, o que traduz a unidade entre a investigação do desenvolvimento psíquico das crianças e sua educação de ensino.

O experimento formativo permite intervir em uma metodologia, no entanto, essa precisa privilegiar o ensino no processo de aprendizagem, desencadeando mudanças qualitativas. Nessa direção, na perspectiva de um experimento formativo,

nossa intenção foi oportunizar aos futuros professores que ensinarão matemática um espaço de estudos e reflexões sobre medidas, bem como de planejamento e desenvolvimento de unidades didáticas sobre o tema.

Desta maneira, o curso de Extensão ocorreu no período de agosto de 2019 a maio de 2020, sendo que os encontros se deram inicialmente de modo presencial e, posteriormente a distância e de forma remota (síncrona, via *Google Meet*) devido à pandemia da Covid-19. Desse espaço participaram 11 estudantes das Licenciaturas em Educação Especial, Matemática e Pedagogia, que se encontravam em diferentes semestres dos seus cursos. A identificação de cada sujeito se deu por pseudônimos, fazendo uma analogia com nomes de estrelas.

Os encontros buscavam fomentar reflexões acerca da temática de pesquisa, desencadeando contribuições dos acadêmicos dos três cursos em distintas ações – estudo e discussões de textos, análise de vídeos, produção de materiais, bem como em oficinas. Para a produção de dados, foram utilizadas as gravações de áudio e vídeo, além dos diários da pesquisadora e dos participantes.

Os dados se referem a reflexões oriundas de dois encontros que objetivaram a apropriação de conhecimento de grandezas e medidas: no primeiro foi desenvolvido um jogo e no segundo uma oficina. Para apreensão dos dados, foram organizadas cenas, embasadas na perspectiva de Moura (2000). Segundo o autor, as cenas buscam expressar o fenômeno, a partir de pequenas partes como em um filme, em que “o espectador será chamado a viver como diretor de montagens um conjunto de situações que, em momento do total das cenas escolhidas, vai constituindo a sua visão da comunidade a ser relatada” (Moura, 2000, p. 70).

Neste artigo, apresentamos duas das cenas com o intuito de fomentar reflexões acerca da aprendizagem dos futuros professores sobre conceitos relativos a grandezas e medidas, mais especificamente ao seu significado e à padronização de unidades. As cenas estão no próximo subitem, seguida da análise.

### **Reflexões acerca de grandezas e medidas: apreensão de dados**

Para organizar o ensino, é importante que o professor se aproprie dos conhecimentos historicamente sistematizados pela humanidade e que deverão ser por eles ensinados. Esse movimento exige estudo e nele reside a intencionalidade do seu planejamento, atendendo às necessidades que levaram a universalização dos conceitos. O modo de apropriação de conceitos pode levar o professor a estabelecer novas relações com o objeto, em sua totalidade. Nisso, entende-se o conceito como sendo “a forma refletida e pensada do objeto, elaborada em forma

abstrata, geral e universal, e apresentada como um sistema de relações dentro de uma área do conhecimento” (Freitas, 2016, p. 391).

Para se compreender o conceito, é necessário olhar para o seu movimento, para os reflexos das necessidades que o geraram, bem como para as relações que este estabelece. Ao se apoderar dele, o professor terá a possibilidade de contemplar esse processo em sua organização de ensino, para, assim, impulsionar a aprendizagem dos envolvidos.

A apropriação de conceitos não se dá a partir de sua aparência externa (Davidov, 1982), já cristalizada, mas em um processo que permita ao sujeito refletir até atingir suas formas mais elevadas. Para discutir sobre a relevância deste movimento para quem irá ensinar matemática, apresentaremos duas cenas. Inicialmente, uma acerca de uma reflexão sobre o que é grandezas e o que é medida.

Quadro 01: Medida ou grandeza, qual é o correto?

Cena 5.2.2.1: Durante o 11.º encontro, no qual foi realizado um jogo de tabuleiro que continha perguntas relacionadas com o desenvolvimento do curso. Uma das regras do jogo era que, além da pessoa que retirava a ficha, mais um participante deveria responder a pergunta apresentada. Em uma das rodadas, uma das participantes retirou a ficha que continha o questionamento “Como você conceituaria grandezas e medidas?”, o que desencadeou a reflexão da distinção entre os conceitos de grandeza e medida.

1. Horologium: *“Como você conceituaria grandezas e medidas?”*. *Grandezas é tudo o que tu pode quantificar, tudo o que tu pode contar. E, medidas...*

2. Sagitta: *Medida é tudo aquilo que tu pode medir.*

2. Apnus: *Depende. E o tempo?*

3. Horologium: *Tu diz o tempo como grandeza?*

4. Apnus: *O tempo tu não pode medir.*

5. Horologium: *Mas grandezas não seria medir, é contar.*

6. Apnus: *Mas pensando na medida, sendo tudo aquilo que pode ser medido. Tu consegue fazer a medição do tempo?*

7. Horologium: *O conceito de medida parte de comparar; tu compara o objeto com o outro. Como tu mede? Vou usar o exemplo clássico, o comprimento: tu compara dois objetos e tu vai saber qual é maior que o outro, qual mede mais que o outro.*

8. Ursa Major: *Mas tu pode quantificar toda medida?*

9. Horologium: *Tu usa o número para representar. O número seria um símbolo. Mas, eu acho, que a medida é mais a questão da comparação e a grandeza tem relação a contagem.*

10. Ursa Major: *Quando tu fica pensando isso, parece a mesma coisa. Em*

*determinado momento parece a mesma coisa, parece que quando tu vai definir uma grandeza, tu também vai definir uma medida. Mas eu acho que a grandeza, se tu for pensar em tempo...*

11. Apnus: *O tempo tu não consegue medir.*

12. Ursa Major: *Quais são as grandezas?*

13. Horologium: *Tempo, velocidade – deixa eu pensar – horas (tempo)... Eu elaborei a partir de uma substituição que eu fiz, e tinha o conceito relacionado com a regra de três, grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. Mas o que é grandeza? Qual o sentido de uma coisa crescer e outra diminuir? Ou as duas crescerem ou diminuírem, flechinha pra baixo e flechinha pra cima, não né?*

14. Pesquisadora: *O que é grandeza? Vocês a distinguem de medida?*

15. Pisces: *Olha, para ter dois termos, acredito que sejam diferentes, mas eu não sei a diferença. [risos]*

16. Horologium: *Velocidade, tempo... me ajudem com coisas que estudamos na Física.*

17. Ursa Major: *Medida de aceleração.*

18. Horologium: *Aceleração é uma grandeza. Aceleração é uma grandeza ou uma medida? Agora não sei mais.*

19. Ursa Major: *A velocidade é uma grandeza, então eu acho que aceleração também é.*

20. Horologium: *Ah, temos grandezas, tipo aceleração, que envolvem tempo e força. São duas grandezas.*

21. Apnus: *Aí tem newton e essas outras coisas que tu não pode medir, mas são grandezas.*

22. Ursa Major: *Mas tu pode quantificar.*

23. Horologium: *Newton é uma medida.*

24. Apnus: *Mas tem algumas grandezas da Física que tu não pode medir.*

25. Ursa Major: *Então medir é contar e grandeza quantificar? Mas medida também não quantifica?*

26. Horologium: *Eu penso que a medida tu... a quantificação que se vê na medida tem mais a ver com a representação numérica em função da comparação. Eu preciso de um símbolo para expressar aquela comparação e aí eu uso o número. Não sei.*

27. Ursa Major: *Não tem a ver com o que tu conta e o que tu não conta?*

28. Apnus: *Sim, mensurável e imensurável.*

29. Horologium: *Ah, que linda essa palavra!*

30. Ursa Major: *As medidas são mensuráveis.*

31. Horologium: *Numeráveis e innumeráveis.*
32. Ursa Major: *As medidas são mensuráveis. E a grandeza ... tu pode numerar.*
33. Horologium: *É, precisamos saber. Qual é a definição das duas? Tira essa curiosidade.*
34. Pesquisadora: *De modo geral, a grandeza é o que pode ser quantificado, ou seja, o comprimento é uma grandeza. E a medida é o que mensura as grandezas, por exemplo, o centímetro é uma medida da grandeza de comprimento.*
35. Ursa Major: *É que o comprimento parece muito uma medida do jeito que somos ensinados a vida toda. Pensa numa medida, a primeira coisa que me vem na cabeça é a tabelinha.*
36. Pesquisadora: *Mas na tabelinha são medidas, pois tem o centímetro, decímetro – isso são medidas, mas a grandeza é o comprimento.*
37. Apnus: *Então, não seria medida de tempo, mas sim grandeza de tempo.*
38. Ursa Major: *A hora, os minutos são as medidas de tempo.*
39. Horologium: *Depende do que tu quer falar. A medida de tempo é a hora, mas a grandeza em si é o tempo. O que tu está quantificando é o tempo.*

Fonte: Acervo da autora, registrado em áudio (14/03/2020)

Na cena, os participantes refletem sobre o conceito de grandeza e medida, levantando hipóteses a partir de sentidos já atribuídos, exemplificando com outras áreas do conhecimento, como física, ou aproximando de outros conceitos matemáticos – mensurável e imensurável. Mesmo os participantes demonstrando já terem tido algum contato anteriormente a esse encontro com os conceitos elencados, não haviam tido a oportunidade de refletir sobre sua distinção.

Ao apresentar a primeira hipótese, Horologium, na fala 1, pontuou a grandeza como algo que pode ser quantificado, o que, por sua vez, condiz com a definição do conceito, porém, ao ser indagada sobre medida, não teve total certeza, o que a levou a buscar outros elementos para compor a síntese, até mesmo sua experiência com o ensino da matemática, como relatou na fala 13. As hipóteses das participantes embasaram a elaboração de uma síntese, que foi se constituindo a partir do compartilhamento entre eles.

Nessa perspectiva, o compartilhamento assume o significado da coordenação das ações individuais em determinada situação-problema comum aos indivíduos. Essa coordenação passa, portanto, pela identificação das características do objeto, pela sua transformação e pela criação de resultados em comum (Moura *et al.*, 2016, p.122).

O movimento coletivo de diálogo permitiu o desvelamento dos sentidos individuais, sendo que as diferentes hipóteses davam subsídios para as interações,

como nas falas 17 e 18, quando Ursa Major trouxe a medida de aceleração e, a partir disso, Horologium questionou se aceleração seria uma grandeza ou uma medida. Também nessas falas, percebemos que as participantes se valeram de outras áreas do conhecimento para sustentar a argumentação.

Tentando lembrar conceitos trabalhados na física, como disse Horologium, fala 16, eles procuraram elencar as grandezas, para, assim, chegar à síntese desse conceito. Isso denota que os conceitos não são isolados e podem ser associados a outras áreas do conhecimento, mas isso demanda se colocar no movimento de estudo, como afirma Freitas (2016, p. 392), baseado em Ganelin (1978, p. 83):

para que aprendam os conceitos de forma viva e em movimento, os alunos estudam manejando os conceitos, movendo-os e conectando-os de uma cadeia de pensamento a outra, transitando de um conceito a outro e relacionando entre si conceitos de uma mesma matéria ou entre diferentes matérias.

As diversas relações estabelecidas com o conceito farão com que este seja apreendido em movimento, a partir da atribuição de novos sentidos. Isso nos faz inferir que, quando as participantes estão apontando as grandezas da área da física, estão recorrendo não apenas aos conhecimentos relacionados à sua licenciatura, mas sim, aos já estudados, quer seja na academia ou até mesmo na Educação Básica.

Quanto às grandezas elencadas relacionadas a área da física, Apnus, na fala 22, indicou que “não pode ser medido”, o que desencadeou novas inquietações em relação aos termos que estavam sendo discutidos. Todavia, logo em seguida a mesma participante, na fala 28, citou os termos mensuráveis e imensuráveis, o que, rapidamente, fez Ursa Major, fala 30, responder que as medidas são mensuráveis. Esse movimento proporcionou diferentes sínteses sobre os termos elencados – grandeza e medida – o que, por sua vez, incitou os participantes a refletirem sobre cada um, mesmo que eles tenham recorrido ao apoio da Pesquisadora para uma síntese.

A partir disso, Ursa Major, fala 35, se recordou das “tabelas” utilizadas para apresentar as unidades de medida e, como destacado na fala, é muitas vezes, apenas o que o aluno lembra em relação ao ensino de grandezas e medidas. Contudo, estas indicam apenas um produto de síntese de um movimento perpassado pela humanidade, o que, por sua vez, pode não ter sentido para o estudante, ao se exigir dele tão somente fazer conversões de uma unidade para

outra, sem nenhuma situação que o leve a sentir a necessidade de utilizar as medidas apresentadas na “tabelinha<sup>6</sup>”.

De qualquer forma, as grandezas e as medidas não se restringem apenas às unidades e seus múltiplos e, ao se pensar em organizar o ensino, é importante ter essa compreensão, pois apresentar apenas a síntese fará com que o aluno se prenda a isso, podendo não estabelecer novos sentidos para esse conhecimento. Ao limitar o ensino às unidades, que representam a aparência das medidas, impossibilitamos o estudante de se aproximar da essência dos conceitos, tal como preconiza Davidov (1982).

Nesse processo, para além das sínteses relacionadas a estes conceitos, é relevante entender o movimento lógico-histórico do conceito para assim captar a necessidade que subsidiou a universalização. A próxima cena, na sequência, expõe como os participantes vivenciaram uma situação na qual não havia padronizações estabelecidas

Quadro 02 - Cena: Por que utilizamos uma unidade padrão como medida?

**Descrição da Cena:** Na oficina com a Professora convidada, os participantes puderam utilizar diversos materiais, para, com eles, realizar medições: barbante, pedaço de pano, prendedor de roupa, copo com água, palito de fósforo, lixa de unha, clips, dado e folha de papel sulfite. Foram formados três grupos e, ao sistematizarem a sua ação, apresentaram-na para todos.

**Grupo 1- Andrômeda, Apnus e Vulpecula.**

**1. Andrômeda:** *Primeiramente a gente elencou o que poderia medir o objeto, por exemplo, o barbante poderíamos ver o comprimento; com o paninho poderíamos ver a área e o perímetro; no papel colocamos também área e perímetro; no prendedor comprimento e largura; a água colocamos volume e capacidade; fósforo, comprimento; lixa fechada poderia ser o comprimento, mas aberta pensamos no perímetro. O barbante utilizamos para medir o prendedor, que coube três vezes e sobrou um pouco; no paninho, para medir o perímetro, coube dois barbantes, e para a altura dois prendedores e um cubinho;*

**2. Apnus:** *A água nós pegamos esse objeto que é um contador, para medir. Era um instrumento que não estava aqui, mas coube 4 vezes mais a metade do contador.*

**3. Vulpecula:** *O fósforo utilizamos o lado do cubo, dando três lados de cubo. E os*

<sup>6</sup> Tabelinha é a denominação que tradicionalmente é utilizada para o quadro de conversão das unidades de medida.

*clips, utilizamos o comprimento aberto, manipulando ele deu um barbante.*

### **Grupo 2- Ursa Major, Delphinus e Sagitta.**

**4. Ursa Major:** *Nós vamos começar da última para a primeira. Para nós, medir é padronizar um tamanho, então nós padronizamos um tamanho que seria o barbante afundado na água.*

**5. Professora Convidada:** *Por que afundado na água?*

**6. Ursa Major:** *Para ter um padrão e poder medir as outras coisas. Então a gente afundou e pegamos essa medida e, a partir dessa medida, medimos os outros objetos. Então a medida padrão seria a altura do barbante que foi afundado no copo de água, sendo esta a nossa unidade de medida. Essa medida por coincidência é a mesma, a olho nu, que o tamanho do grampo, a altura do grampo. O perímetro da folha é 14 unidades de medida mais uma unidade de medida não inteira, que seria quase 14,6.*

**7. Delphinus:** *O prendedor tem o mesmo tamanho da nossa unidade padrão e de largura daria 3 da nossa unidade padrão, a largura dele.*

**8. Ursa Major:** *O clips é menor que a unidade de medida, mas é muito próximo. A unidade de medida cabe quase 3 vezes, então essa medida cabe quase 3 vezes nessa altura. Essa unidade de medida é muito próxima ao raio da boca do copo, então como acabamos dobrando, ficou muito próximo ao diâmetro do copo. A unidade de medida serve 6 vezes inteiras nesse barbante.*

**9. Professora Convidada:** *Como que vocês definiram que seria esse tamanho?*

**10. Ursa Major:** *Afundamos esse barbante e, onde marcou a água, padronizamos como sendo a unidade.*

**11. Professora Convidada:** *E deu certinho 6 vezes?*

**12. Delphinus:** *Deu 6 vezes e um pouquinho.*

### **Grupo 3- Pegasus, Horologium e Pyxis.**

**13. Pyxis:** *Deixa a matemática falar [se referindo a estudante do curso de Licenciatura em Matemática].*

**14. Horologium:** *A gente foi comparando todos os objetos. Primeiro o que poderia ser medido, então a gente pegou o papel; o papel a gente poderia medir com o paninho; a circunferência e a altura do copo com o barbante; o arame com o barbante; o prendedor com o fósforo; a gente foi relacionando um objeto com o outro. A face do dado a gente poderia medir o papel ou qualquer objeto, exceto o*

*copo. Então, a face do dado eu poderia colocar em cima do papel, em cima do barbante; qualquer objeto eu conseguiria utilizar essa unidade e, exceto o copo, a capacidade dele dentro. A gente realizou uma medida possível, de um procedimento que foi o papel; identificamos que era um trapézio e utilizamos o fósforo como unidade de medida. Para isso, fomos contando os lados a partir do tamanho do fósforo e fizemos o cálculo. O perímetro deu 12,5 fósforos.*

**15. Professora Convidada:** *Não foi em centímetros, foi em fósforo?*

**16. Horologium:** *Foi em fósforo, então, em tese, criamos uma unidade de medida para medir alguma coisa, mas poderia ser qualquer outro. Então, chegamos a conclusão de que a que não poderia ser medido, a olha nu, todos os objetos poderiam ser medidos, comparando uns com os outros, definindo uma unidade padrão. E a conclusão, seria que medir é associar e comparar objetos, contando as quantidades de um em relação ao outro. Então, qualquer coisa, dá ideia de que eu posso medir qualquer coisa com outro objeto, quando eu conto a quantidade desse, eu estou comparando um em relação ao outro.*

Fonte: Acervo da autora, registrado em áudio

Os participantes não tinham nenhum instrumento com unidades estabelecidas, apenas objetos e precisavam realizar medições com eles. O desenvolvimento da situação resultou em diferentes movimentos perpassados pelos grupos, realizando as medições de diferentes formas com objetos distintos e, como vemos na cena, nenhum grupo chegou ao mesmo resultado, obtendo sempre quantidades e unidades distintas. O que tiveram de comum foi que todos realizaram medições de comprimento (o que não estava preestabelecido), utilizando o(s) objeto(s) como unidade de medida.

A intenção da ação proposta centrava-se em possibilitar aos futuros professores uma vivência que lhes colocasse na necessidade de criar soluções semelhantes ao que, historicamente, a humanidade vivenciou e que levou a produção de conhecimentos sobre medidas. Pois, mesmo que diversos povos tenham sentido a necessidade de comparar objetos e utilizar um certo padrão para tal, os caminhos percorridos foram diferentes. Olhando o movimento lógico-histórico do conceito de grandezas e medidas, encontramos a comparação de objetos como desencadeadora da medição.

Considerando especificamente a comparação entre objetos, o Grupo 1 não expressou a necessidade de utilizar padrão algum para realizar as medições, apenas comparou os objetos, obtendo como resultado “quantas vezes o objeto x

coube no objeto  $y$ ". Essa resolução, como apresentado nas falas 1, 2 e 3, não permite estabelecer relação entre todos os objetos, uma vez que não apontou um único objeto a ser comparado.

Pede-se, em geral, uma resposta a esta pergunta – quantas vezes cabe um comprimento noutro? Mas isso não é tudo ainda; se não houver um termo de comparação único para todas as grandezas de uma mesma espécie, tornam-se, se não impossíveis, pelo menos extremamente complicadas as operações de troca que a vida social de hoje exige (Caraça, 1988, p. 19).

Seria possível analisar essa resolução como um estágio inicial de busca por um modo geral de medir. Não estabelecer um objeto como padrão inviabiliza perceber a proporcionalidade entre todos os objetos, pois estes não possuem um termo fixo de comparação, ou seja, é possível realizar comparações de um objeto com um outro, mas não o tornar como produto que pode ser atribuído a outros objetos, como percebido na resolução do Grupo 1. Este modo de resolução da situação colocada atende a demanda imediata e expressa um conhecimento empírico, pois como destaca Davidov (1982, p. 307), "*la diferenciación y la clasificación interviene cabalmente como funciones de representaciones generales y de conceptos empíricos*". Por se apresentar apenas por comparação a medida de cada objeto, não se estabeleceu relações, o que leva a se configurar como um conhecimento isolado.

Ao utilizar uma única unidade, o Grupo 2 realizou suas comparações, valendo-se do comprimento de um barbante, estabelecido como parâmetro para altura da água que estava no copo, como Ursa Major mencionou na fala 4. Esta ação materializa a necessidade que surgiu historicamente de estabelecer padrões para medidas como forma de generalizar um modo de ação de medir.

Este grupo utilizou somente uma unidade de medida (barbante) para realizar as comparações, o que propiciou estabelecer atributos qualitativos – maior e menor que – em relação aos outros objetos. Mesmo não fazendo do mesmo modo, o terceiro grupo também atribuiu uma medida padrão – palito de fósforo – para realizar a medição da folha. Esse grupo, além de utilizar um padrão, fez uso da sistematização do conceito de perímetro para quantificar o resultado, o que nos leva a inferir que, ao se estabelecer um padrão como unidade, já é possível utilizar conceitos matemáticos, mesmo que esses não sejam em sua forma universalizada.

Perante o exposto, podemos observar que, ao colocar os futuros professores num movimento de apropriação de conhecimento que se aproxima do movimento lógico-histórico do conceito de medidas, eles puderam vivenciar a necessidade

cultural de estabelecer as unidades atualmente conhecidas. Bishop (1999, p. 56) bem explica que

*en general, antes de que se desarrollen unidades de medición existe una necesidad cultural, evidente de que el lenguaje sea capaz de expresar cualidades mediante algún método comparativo y ordenado. La medición está relacionada con las ideas como <más que> e <menos que>, porque la necesidad de medir sólo se plantea si se quieren comparar dos o más fenómenos.*

Ao experienciar um movimento semelhante ao que a humanidade percorreu para chegar à sistematização do conceito, o futuro professor consegue perceber elementos que estão entrelaçados, essenciais para desenvolver um conceito. Comparar objetos sem estabelecer um padrão faz com que o sujeito sinta a necessidade de utilizar as unidades de medidas conhecidas atualmente, podendo, dessa forma, atribuir um novo sentido a elas.

Perceber as grandezas e as medidas como ideias relacionadas a maior e menor, por exemplo, que se apresentam a partir da comparação de dois fenômenos/objetos, favorece estabelecer relações com o conceito, ampliando o seu entendimento de que todo conhecimento é uma síntese da história humana e está inserido no movimento das formações sociais. É fundamental na organização de ensino contemplar esse movimento de comparação, já que “*estas acciones, que revelan y construyen la conexión esencial y general de los objetos, sirven de fuentes para las abstracciones, generalizaciones y conceptos teóricos*” (Davidov, 1987, p. 151). Contudo, há de se observar que estas não são suficientes, precisam ser ampliadas para possibilidades de numeralização, como foi o caso do Grupo 2 (em diversos momentos) e do Grupo 3 (na determinação do perímetro).

Outro ponto a ser destacado na cena apresentada é a fala 13, de Pixys. A participante, estudante do curso de Pedagogia, atribuiu maior domínio sobre o assunto à estudante do curso de Licenciatura em Matemática, por ter a formação específica nessa área do conhecimento. Esse pronunciamento nos faz refletir sobre a insegurança que o pedagogo e o educador especial têm acerca dos conceitos dessa área do conhecimento, mesmo sendo professores que ensinam matemática. Por conta disso, acabam se colocando no papel de ouvintes, por considerar o professor licenciado nessa área com mais autoridade para explicar. Entendemos que isto pode ser superado (e que possivelmente foi neste caso) à medida que espaços que envolvam diferentes sujeitos, com diferentes conhecimentos, forem constituídos na perspectiva de que todos podem aprender.

Salientamos que não estamos afirmando que alguns dos estudantes não tivessem conhecimento sobre medidas ou uso de unidades padronizadas que adquiriram em alguma fase de sua escolaridade. Contudo, suas manifestações expressam que estes, embora possam dar conta de atender suas demandas, talvez até de organização de ensino, nem sempre superam a empiria por pautar-se na forma cristalizada do conhecimento, expresso em unidades e relações entre elas a serem, muitas vezes, apenas decoradas. As grandezas e as medidas não se restringem apenas às unidades e seus múltiplos e, ao se pensar em organizar o ensino, é importante ter essa compreensão, pois apresentar apenas a síntese de todo um movimento perpassado pela humanidade fará com que o aluno se prenda a isso, podendo não estabelecer novos sentidos para esse conhecimento

Podemos inferir que nossos dados trazem indicativos de que colocar-se num movimento que exija a necessidade de estabelecer relações de grandezas e medidas que coincidam com o movimento lógico-histórico do conceito pode ter oportunizado novas generalizações, e essas podem levar à apropriação do conhecimento teórico. Assim sendo, no caso dos nossos futuros professores, a superação rumo a generalização teórica foi potencializada pelas condições objetivas do espaço formativo que foi intencionalmente organizado para que os participantes tivessem oportunidade de momentos coletivos de discussão.

### **Considerações Finais**

Com o objetivo de refletir sobre a aprendizagem de futuros professores sobre grandezas e medidas em um espaço formativo, foram apresentadas duas cenas em que os sujeitos discutiram, a partir de situações intencionalmente organizadas, que levavam em consideração o movimento lógico-histórico dos conhecimentos envolvidos. Tomando por base o que foi apresentado, é possível tecer, em especial, três considerações.

A primeira delas se refere ao fato de que grande parte dos conhecimentos trazidos da educação básica se pauta na generalização empírica, ou que não contempla a essência dos conceitos, mesmo relacionada ao que normalmente é identificado como conhecimentos básicos de matemática. Isto foi possível identificar tanto na ênfase à "tabelinha", relatada pelos participantes na primeira cena, quanto na solução apresentada pelos grupos na segunda cena, que se pautaram em atender uma resposta imediata, a partir do que traziam da escolaridade básica, uma vez que não tinham trabalhado com estes conhecimentos no curso superior. Estas soluções centraram-se unicamente na experiência sensorial que, embora

atendessem ao problema em sua dimensão imediata, caracterizam a generalização empírica, que identifica tão somente aspectos comuns ao objeto em cada caso concreto (Davidov, 1988).

Contudo, foi possível identificar que alguns grupos superaram a empiria, o que nos leva a segunda consideração, que diz respeito à evidência de que a necessidade de resolver uma situação intencionalmente organizada, como as apresentadas nas cenas, pode levar o sujeito a se colocar em atividade (Leontiev, 2021) rumo à apropriação de conhecimentos teóricos. Para Kopnin (1978, p. 154), “a passagem do nível empírico ao teórico não é uma simples transferência de conhecimento da linguagem cotidiana para a científica, mas uma mudança de conteúdo e forma de conhecimento”. Assim, tanto o empírico como o teórico são níveis do movimento do pensamento, diferenciando-se pela forma como é conseguido o conteúdo básico do conhecimento. É o conhecimento teórico relativo ao que deve ser ensinado que possibilita atribuir novos sentidos a ele e, na condição de professor, conduz ao domínio da atividade de ensino, aqui entendido como a possibilidade de organizar o ensino de modo a oportunizar a aprendizagem do aluno.

A terceira consideração, relacionada às outras e que já é amplamente conhecida e debatida, refere-se ao fato de que o curso de formação inicial não dá conta de oferecer a apropriação de todos os conhecimentos necessários para o sujeito tornar-se professor. Nesse contexto, cabe refletir que nem sempre a carga horária disposta para cada disciplina é suficiente para possibilitar um maior aprofundamento do conhecimento, ainda mais se tratando dos cursos como o de Educação Especial e Pedagogia, que são responsáveis por ensinar todas as áreas do conhecimento. O que faz com que outros espaços formativos se constituam como importantes na formação inicial, pois, além da apropriação do conhecimento, ainda possibilitam a interação com diferentes sujeitos.

Podemos concluir, então, que a possibilidade de se colocar em espaços que oportunizem a discussão sobre grandezas e medidas a partir de situações que se remetam a reflexões sobre o movimento lógico-histórico do conceito, pode oportunizar aprendizagens para futuros professores que ensinam matemática que superem a empiria. Assim, reiteramos que, se os futuros professores que ensinarão matemática não vivenciarem oportunidades de se apropriar do conhecimento teórico durante o processo formativo, a organização do seu ensino contemplará apenas o conhecimento empírico. Assim sendo, estará negando ao seu aluno o direito de

alçar estágios mais avançados de desenvolvimento que são atingidos somente via generalização teórica.

## Referências

BISHOP, Alan. **Enculturación matemática**: la educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Paidós, 1999.

CARAÇA, Bento Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1988.

DAVIDOV, Vasili Vasilievich. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

DAVIDOV, Vasili Vasilievich. Analisis de los principios didacticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza em el futuro proximo. **Antologia. La psicología evolutiva y pedagogia em la URSS**. Editorial Progreso, 1987. p. 143 - 154.

DAVIDOV, Vasili Vasilievich. **La esneñanza escolar y el desarrollo psiquico**. Tradução de Marta Shuare. Moscú: Progreso, 1988.

FREITAS, Raquel A. Marra da Madeira. Formação de conceitos na aprendizagem escolar e atividade de estudo como forma básica para a organização do ensino. **Educativa**, Goiânia, v.19, 2016. p.338-418.

KOPNIN, Pavel Vassilievitch. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Tradução Paulo Bezerra. Rio de Janeiro, RJ: Civilização Brasileira, 1978.

LEONTIEV, Alexei Nikilaevich. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LEONTIEV, Alexei Nikilaevich. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. *In*: VIGOTSKI, A. S. *et al.* **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, p. 119 - 142, 1988.

LEONTIEV, Alexei Nikilaevich. **Atividade, Consciência, Personalidade**. Tradução Priscila Marques. Bauru, SP: Mireveja, 2021.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O educador matemático na coletividade de formação**: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência). São Paulo: FEUSP, 2000.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de *et al.* A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. *In*: MOURA, Manoel Orioaldo (org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Campinas, SP: Autores Associados, p. 93-126, 2016.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores- saberes da docência e identidade do professor. **Nuances**, v., p. 5 -14, 1997.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **Obras escogidas**. Tradução: José Maria Bravo. Moscou: Editorial Pedagógica, Tomo II, 1982.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **Sete aulas de L. S. VIGOTSKI sobre os fundamentos da pedologia**. Organização (e tradução) Zoia Prestes, Elisabeth

Tunes: tradução Cláudia da Costa Guimarães Santana. Rio de Janeiro: E-Papers, 2018.

Submetido em julho de 2025.

Aceito em outubro de 2025.

