REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 19, número 52 – 2026 DOI: https://doi.org/10.46312/a0e46c42

Formas de generalização no processo formativo de professores envolvendo elementos do conhecimento algébrico nos anos iniciais[1]

Forms of generalization in the teacher training process that include elements of algebraic knowledge in early school years of school

Iraji de Oliveira Romeiro[2]

Vanessa Dias Moretti[3]

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar as formas de generalização mobilizadas por professores dos anos iniciais ao se envolverem com Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que incorporam elementos do pensamento algébrico. Fundamentada no conceito de pensamento teórico e na Teoria da Objetivação, a investigação foi conduzida por meio de um experimento formativo com que envolveu 18 docentes que lecionam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os resultados evidenciaram que problemas cuja resolução pode ser feita por meio de contagem tendem a favorecer uma generalização de natureza aritmética, enquanto aqueles que exigem a superação da contagem para alcançar a solução propiciam o desenvolvimento de generalizações de caráter algébrico. Com isso, a pesquisa busca contribuir tanto para o aperfeiçoamento da formação docente quanto para a promoção do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

PALAVRAS-CHAVE Pensamento Algébrico. Generalização. Formação de professores dos Anos Iniciais. Teoria da Objetivação. Pensamento Teórico.

ABSTRACT

[1] Artigo aprofundado a partir do texto apresentado ao SIPEM 2024.

[2] Universidade Federal de São Paulo. irajioliveira@gmail.com. https://orcid.org/0000-0002-1633-9872

[3] Universidade Federal de São Paulo. vanessa.moretti@unifesp.br. https://orcid.org/0000-0003-2435-5773

This article aims to analyze the forms of generalization employed by early-grade teachers when engaging with Learning Trigger Situations that incorporate elements of algebraic thinking. Based on the concept of theoretical thinking and the Theory of Objectification, the research was conducted through a formative experiment involving 18 elementary school mathematics teachers. The results showed that problems solved through counting tend to favor arithmetic generalizations, while those that require overcoming counting to reach the solution foster the development of algebraic generalizations. Thus, research seeks to contribute both to the improvement of teacher training and to the promotion of algebraic thinking in the early grades of elementary school.
KEYWORDS: Algebraic thinking. Generalization. Early childhood teacher training. Theory of Objectification. Theoretical thinking.

1 Introdução

Pesquisas desde a década de 80 vem apontando para a importância de antecipar o ensino de álgebra para os primeiros anos do Ensino Fundamental, ao invés de esperar uma maturação dos conhecimentos aritméticos (Filoy & Rojano, 1989; Fiorentini; Miorin & Miguel, 1993; Lins & Gimenez, 1998; entre outros). A partir desses estudos, e com a inclusão explícita da álgebra como unidade temática nos anos iniciais pela BNCC (Brasil, 2018), cresce o interesse em pesquisas envolvendo o assunto no Brasil.

Frente ao tópico recente nos documentos oficiais e compreendendo a importância da organização do ensino de maneira consciente e intencional para o desenvolvimento do pensamento algébrico, evidencia-se ser necessário uma formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais com vistas a favorecer práticas pedagógicas que possam potencializar o desenvolvimento desse modo especial de pensar nos estudantes desta etapa de ensino.

Neste contexto, o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Produção e Educação na perspectiva Histórico-Cultural (GEPPEDH-Mat)[4], realizou uma pesquisa coletiva junto a professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental intitulada “O desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais”. Como desdobramento desse movimento coletivo, o presente artigo apresentará um recorte de uma pesquisa de doutorado (Romeiro, 2023), que teve como objetivo investigar as formas de generalização manifestadas por professores dos anos iniciais ao se envolverem com situações desencadeadoras de aprendizagem, na perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino (Moura, Araújo & Serrão, 2018). A escolha do objetivo de investigação na pesquisa se deu diante da importância atribuída à generalização quando se trata do desenvolvimento do pensamento algébrico presente

[4]Mais informações do grupo disponíveis no Diretório de Grupos de Pesquisa da CAPES, no endereço http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/35714.

nos documentos oficiais e pesquisas relacionadas ao tema (Brasil, 2018; Radford, 2018; Vale & Barbosa, 2019; Proença, 2019, entre outros).

A pesquisa está pautada no conceito de pensamento teórico a partir dos trabalhos de Davídov (1988) e na Teoria da Objetivação de Luis Radford (2021), no tocante às contribuições teóricas e metodológicas envolvendo a temática estudada, uma vez que compreendemos que a generalização está inserida no movimento do pensamento em geral, e do pensamento algébrico em particular.

Baseada nos princípios da Teoria da Objetivação, a análise da realidade em movimento, que permite que o objeto revele sua essência (Vigotski, 2007; Davídov, 1988), deu-se pela ótica multimodal (Radford, 2015; Moretti & Radford, 2021), já que compreendemos que os sujeitos manifestam o pensamento com o auxílio de diversos meios semióticos, como gestos, linguagem verbal, representações simbólicas, entre outros.

Diante do objetivo delineado para este artigo, buscaremos apresentar o processo de generalização no movimento do pensamento dos professores, visando identificar em suas manifestações semióticas o tipo de generalização envolvendo o conhecimento algébrico.

2 Formas de Generalização no pensamento matemático envolvendo elementos do conhecimento algébrico.

Partindo da compreensão que a álgebra, assim como os diversos conceitos matemáticos, é produzida a partir da necessidade humana, e que esta continua em produção e transformação a partir da realidade histórico e cultural de uma sociedade, embasamos nossa pesquisa na perspectiva histórico-cultural em geral, e no conceito de pensamento teórico e na Teoria da Objetivação em particular.

A Teoria da Objetivação (TO), proposta por Luis Radford (2021), é uma abordagem contemporânea que investiga os processos de ensino e aprendizagem em sala de aula, e tem como elementos fundamentais o saber, o conhecimento e a aprendizagem. Diferentemente das abordagens contemplativas ou cognitivistas do processo de aprendizagem, a TO assume que tal processo ocorre por meio da atividade humana, conforme a concepção de Leontiev (1978), o que Radford (2021) chama de labor conjunto. O labor conjunto na TO, não se resume a simples interações entre sujeitos, mas envolve uma ação coletiva consciente entre professores e estudantes, que compartilham um objetivo comum: transformar o saber em conhecimento. Além de incorporar os elementos estruturantes da atividade: o motivo, o objetivo e o objeto (Leontiev, 1978), o labor conjunto, na perspectiva da TO, também insere uma dimensão ética comunitária, pautada no respeito, compromisso e cuidado com o outro (Radford, 2021).

Nesse referencial, o pensamento não se configura como uma operação em uma mente isolada e de forma espontânea, uma vez que o pensamento articula práticas sociais corporificadas, mediações simbólicas, o uso de signos, e a utilização de artefatos culturais, que só se dão quando envolve a alteridade, isto é, na relação consigo e com o outro. Davídov, nesta mesma perspectiva, diz que o pensamento "é o movimento de formas de atividade da sociedade historicamente constituídas e apropriadas por aqueles [os sujeitos da sociedade]" (Davýdov, 1982, p. 279, tradução nossa). Desta maneira, o pensamento envolve uma relação dialética entre o significado cultural e o sentido pessoal, sendo que sua base fundante é a atividade objetal-prática e produtiva, isto é, o trabalho.

Em sua teoria, Davídov (1988) distingue dois modos de pensamento que podem ser desenvolvidos na prática pedagógica escolar: o pensamento empírico e o pensamento teórico. O pensamento empírico opera a partir das qualidades aparentes e observáveis do objeto, isto é, "[...] reconhece como comuns as qualidades parecidas em todos os objetos do mesmo tipo e classe" (Davídov, 1988, p. 100). A partir dessa classificação, induz-se um modo abstrato e geral de constituição do objeto, uma generalização empírica. A generalização empírica determina uma forma geral de solução de alguns tipos de situações particulares, apresentadas inicialmente por meio de modelos. Segundo Davídov (1988) este tipo de pensamento é limitado, pois, não analisa o objeto em sua plenitude e universalidade, não considera as tensões e contradições de produção histórica desse objeto, bem como, não revela sua essência, observando somente o processo lógico, pronto e acabado, como se o objeto sempre tivesse existido do modo no qual foi apresentado.

Já o pensamento teórico busca compreender o "processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetal-prática, a reprodução nela, das formas universais das coisas" (Davídov, 1988, p. 125). Este pensamento visa revelar a gênese dos objetos a partir da sua essência, ou seja, da totalidade de suas determinações externas e internas. Esse tipo especial de pensamento segue dois percursos dialéticos: o de redução do concreto caótico e imediato ao abstrato e o de ascensão do abstrato ao concreto real e pensado. É no movimento de ascensão que está inserida a generalização teórica, o que possibilita revelar a essência do objeto e, a partir dela, resolver diversos problemas particulares de mesma essência. Desta maneira, o movimento do pensamento teórico é mediado por elementos do próprio conceito de modo a compreendê-lo de forma consciente podendo usá-lo para entender a agir no mundo.

Tanto para Davídov como para Radford a atividade humana é o meio pelo qual o sujeito compreende os objetos presentes no mundo de forma consciente, possibilitando sua atuação crítica e transformadora da realidade. Contudo, a TO oferece uma contribuição explícita sobre o papel da atividade humana no processo de ensino e aprendizagem como unidade dialética, uma ação conjunta de professores e alunos, de modo a possibilitar a constituição do sujeito humano, ético, crítico, político, poético.

Na TO o encontro com o saber é o objetivo do processo de ensino e aprendizagem na atividade em movimento (Radford, 2021). Compreendemos que à medida que o sujeito entra em movimento a partir da atividade, o pensamento também se põe em movimento. Desta maneira, defendemos que na busca do encontro com o saber de modo a desenvolver as máximas potencialidades humanas, o pensamento entra em movimento. Sendo a objetivação "processos sociais de, progressivamente tomar consciência dos sistemas histórico-culturais de pensar e fazer – algo que gradualmente percebemos e ao mesmo tempo dotamos de significado" (Radford, 2021, p. 109), defendemos que, ao buscar o encontro com o saber, o pensamento deve seguir o movimento do pensamento teórico.

Durante esse processo de objetivação, mediado pela atividade humana, é possível materializar o saber – entendido como potencialidade humana - transformando-se em conhecimento, que se configura como uma manifestação singular deste saber. O conhecimento, portanto, possui uma essência interna, que pode ser revelada por meio do trabalho conjunto, permitindo sua reprodução em outras situações que contenham a mesma essência. Conforme descrevemos, no processo de objetivação, o pensamento também entra em movimento, que, por sua vez, é mediado por elementos do conceito. Diante disso, consideramos que o encontro com o saber, apesar de não o refletir integralmente, é mediado pelos elementos que constituem o conceito deste saber.

Considerando que a álgebra é um saber produzido no percurso histórico e cultural humano, e que pode ser materializado na forma de conhecimento, defendemos, assim como Santos (2020) e como Moretti, Virgens e Romeiro (2021), que o pensamento algébrico é o pensamento teórico mediado por conceito algébrico. Nesse sentido, a generalização teórica do conceito torna-se elemento constituinte do pensamento algébrico.

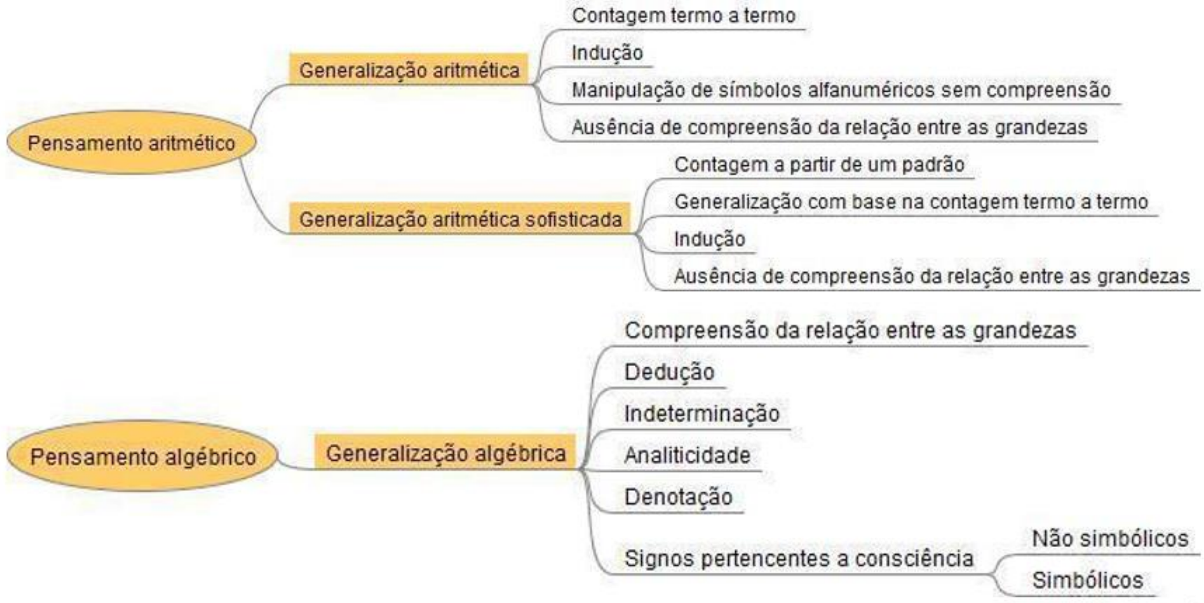
Na perspectiva da TO, a generalização algébrica, própria do movimento do pensamento algébrico, é caracterizada pela indeterminação, pela analiticidade e pelos modos de representar ou simbolizar essas quantidades indeterminadas e suas operações, isto é, uma "maneira analítica na qual pensamos quando pensamos algebricamente" (Radford, 2018, p. 9). Para o autor, a indeterminação está associada ao uso de variáveis, termos desconhecidos, parâmetros, entre outros. A analiticidade refere-se à manipulação das quantidades indeterminadas como se fossem determinadas, isto é, opera-se com termos desconhecidos e suas operações, como se os termos fossem conhecidos. Os modos de representação idiossincráticos abrangem os meios semióticos de explicar e representar a generalização e o pensamento (Radford, 2018). Essa forma de representação pode ser tradicional, usando o simbolismo, ou não tradicional, usando outros meios semióticos como a linguagem natural.

Radford (2018) também observa que, ao buscar o resultado de uma situação contendo elementos do conhecimento algébrico por meio de tentativa e erro ou por meio de indução, a generalização não é considerada algébrica, isto é, ela fica no campo da aritmética, uma vez que a atenção e a atividade estão voltadas para "achar" um modo geral de resolver o problema ou "achar uma fórmula", e não deduzir, por meio da analiticidade o modo geral de resolvê-lo. Consideramos que ao se tratar do saber algébrico, esta forma de generalização pode ser classificada como uma generalização pertencente ao pensamento empírico e não ao pensamento algébrico ou teórico.

Vergel, Radford e Rojas (2022) identificam ainda a existência de outro modo generalizar situações, principalmente abrangendo sequências, que chamam de "generalização aritmética sofisticada". Conforme os autores, essa forma de generalização tem como base uma proto-analiticidade, quer dizer, um modo primário de analiticidade que não tem em seu processo a dedução para se alcançar a uma generalização envolvendo os elementos do campo algébrico. A generalização aritmética sofisticada continua no campo aritmético, uma vez que ela parte de dados aritméticos por meio da contagem para estabelecer um modo geral de definir qualquer termo de uma sequência.

A figura 1 sintetiza nossa compreensão sobre a relação entre o pensamento e o processo de generalização contendo elementos conceituais algébricos.

Figura 1 - Relação entre pensamento e tipos de generalização envolvendo elementos conceituais algébricos



Fonte: Romeiro, 2023, p. 95

Radford (2018) complementa sua análise sobre pensamento algébrico ao propor diferentes formas de manifestação da generalização algébrica com o que ele chama de camadas de generalidade. Para o autor, existem três níveis de generalização no desenvolvimento do pensamento algébrico: generalização factual, generalização contextual e generalização simbólica, que são percebidas progressivamente pelos estudantes.

A generalização factual, segundo Radford (2018), refere-se ao primeiro nível em que a ideia geral de um conceito, no caso dos seus estudos, a forma geral de um padrão, é expressa por meio de fatos, de exemplos particulares, sendo a generalização fortemente vinculada ao concreto. Na generalização contextual, que se dá em um novo percurso do movimento do pensamento algébrico, os sujeitos começam a se desvincular da dependência dos exemplos particulares e passam a expressar sua compreensão sobre o objeto usando uma representação semiótica mais geral (Moretti, Virgens & Romeiro, 2021), isto é, "a fórmula é expressa em um nível mais geral; as variáveis e sua relação tornam-se explícitas e são referidas por meio de elementos contextuais - divisões linguísticas espaciais" (Radford, 2018, p. 22-23).

Por fim, a generalização simbólica utiliza meios semióticos simbólicos, principalmente os literais, para representar o modo geral de formação de uma sequência. Este modo de pensar e generalizar, se apresenta num campo do pensamento algébrico bastante aprimorado, de modo que não são necessárias situações particulares, para compreender ou explicar a sequência e seu padrão. Este nível de generalização “muda a forma de pensar e ser do sujeito, dentro do contexto do pensamento algébrico” (Moretti, Virgens & Romeiro, 2021, p. 1468).

A cada camada de generalidade, um novo movimento do pensamento vai se constituindo e, neste movimento, “o empírico se transforma em teórico, e ao contrário, o que em certa etapa da ciência se considerava teórico torna-se empiricamente acessível em outra etapa mais elevada” (Kopnin, 1978, p. 153). Esse movimento do pensamento engloba os elementos já validados e supera os limites desses elementos para a formação de novas concepções.

Essas três camadas de generalidade permitem compreender o percurso e movimento do pensamento dos sujeitos em relação aos conceitos algébricos, revelando a complexidade envolvida no movimento do pensamento teórico nesse campo de conhecimento. Foi diante dessa compreensão de generalização, envolvendo o conhecimento algébrico, que pautamos nosso olhar para análise da realidade produzida junto aos professores no processo formativo. No próximo item, apresentaremos o percurso metodológico da pesquisa.

3 O movimento da pesquisa: o percurso metodológico

A presente pesquisa foi desenvolvida a partir do método histórico-dialético, articulado a abordagem semiótica multimodal da Teoria da Objetivação (Radford, 2015; 2021), visando compreender as formas de generalização manifestadas por professores em trabalho conjunto. Para isso, elaboramos de modo coletivo com os pesquisadores do Geppedh-Mat um experimento formativo (Davídov, 1988) com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A parte experimental da pesquisa foi realizada no segundo semestre de 2018 e no segundo semestre de 2019. Ao todo, foram promovidos 20 encontros presenciais, realizados durante o período destinado à formação em serviço dos professores, chamado na rede municipal de Guarulhos de hora-atividade. Complementarmente, foram indicadas duas leituras para serem feitas em local de livre escolha dos professores e posteriormente discutidas nos encontros presenciais. Participaram deste experimento formativo 18 professores da rede pública municipal da cidade de Guarulhos que, majoritariamente, tinham licenciatura em pedagogia. Todos assinaram o Termo de Livre e Esclarecido, bem como autorizaram o uso de imagens e depoimentos. Para garantir a confidencialidade, os nomes utilizados neste artigo são fictícios.

Com base em critérios previamente e intencionalmente definidos pelos pesquisadores, os professores foram separados em quatro grupos que se mantiveram até o final do experimento. Para possibilitar uma análise coerente com os pressupostos da análise semiótica multimodal (Radford, 2015; Moretti & Radford, 2021), os encontros foram registrados em vídeo usando cinco câmeras e quatro gravadores, um para cada grupo. Também foram fotografadas as produções realizadas na lousa pelos professores ou em momentos que os pesquisadores julgavam importante. Além disso, foram disponibilizadas aos professores, folhas para registro individual e/ou registros coletivos. Todos os materiais produzidos foram digitalizados e organizados em pastas virtuais por data e tipo de arquivo. Para uma melhor compreensão dos dados, o áudio e o vídeo foram sincronizados.

A análise da realidade apreendida no experimento formativo, seguiu os três momentos metodológicos propostos por Radford (2015). Inicialmente foram identificados e transcritos os “segmentos salientes”, isto é, trechos que pareciam conter evidências de aprendizagem, de objetivação (Radford, 2015, p. 561, tradução nossa). Estes segmentos já transcritos foram analisados à luz do referencial teórico, levando em conta todas as manifestações semióticas, buscando revelar o fenômeno estudado, isto é, as formas de generalização manifestadas pelos professores, em movimento.

Para estruturar as ações em um contexto coletivo e colaborativo entre os pesquisadores participantes e professores em formação, foram elaboradas cinco Situações Desencadeadoras de Aprendizagem - SDA (Moura et al., 2010). A SDA é um instrumento mediador que visa gerar a necessidade dos sujeitos [alunos ou professores em formação] de compreender a gênese do conceito, isto é, o que moveu a humanidade a produzi-lo. A SDA pode ser materializada na forma de história virtual, jogo ou situação emergente do cotidiano. No contexto da pesquisa, as SDA produzidas tiveram o formato de história virtual. A história virtual é uma história que pode conter personagens, contos, lendas ou uma história inventada e visa desencadear o interesse do aluno e com isso o movimento da atividade. Essas situações produzidas para a pesquisa foram compostas por elementos conceituais do pensamento algébrico, sendo eles: a aritmética generalizada e as variáveis (campo de variação, incógnitas e as relações funcionais).

A segunda parte do experimento demandou também dos professores a análise das potencialidades e fragilidades de alguns materiais didáticos utilizados no cotidiano escolar para desenvolvimento do pensamento algébrico nos estudantes. Ao final, foi sugerido aos professores a elaboração de uma proposta de ação pedagógica junto aos estudantes, considerando os conhecimento e reflexões produzidos ao longo do processo formativo.

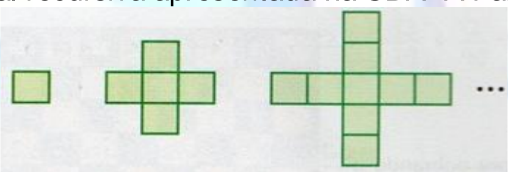
Na seção seguinte, apresentaremos um recorte da análise dessas manifestações identificadas no processo formativo dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais.

4 Formas de generalização manifestadas por professores envolvendo elementos do conhecimento algébrico nos anos iniciais.

A análise dos dados na pesquisa foi organizada em episódios por meio dos segmentos salientes, em consonância com a estrutura do experimento formativo. Conforme Cedro (2008, p.112), o episódio evidencia "uma situação de conflito que pode levar à aprendizagem do novo conceito". Para identificar os dados analisados nos segmentos salientes, utilizaremos a numeração sequencial dos diálogos contendo a transcrição das falas dos professores e alguns comentários interpretativos da pesquisadora.

Neste artigo, optamos por destacar excertos referentes à realidade apreendida inserida no momento denominado: "Formas de generalização em situações envolvendo sequências", envolvendo a SDA "A fantástica aventura de Leo", trabalhada ao longo de dois encontros. A SDA continha uma história virtual com três questões com complexidade progressiva tendo como elementos conceituais essenciais a relação entre as grandezas, a variável e a relação funcional, apresentando uma sequência figural recursiva, conforme a figura a seguir:

Figura 2: Sequência figural recursiva apresentada na SDA "A Fantástica Aventura de Leo"

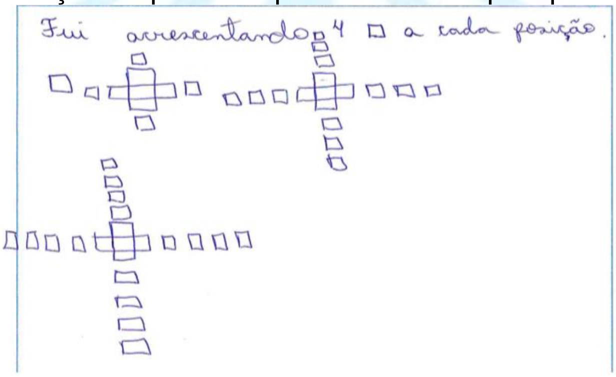


Fonte: Arquivo dos pesquisadores do Geppedh-Mat (Romeiro, 2023)

A história virtual apresentava a história de cinco meninos que se perderam em uma terra esquisita chamada "Papelândia". Para conseguirem sair desse lugar, era necessário digitar um código no elevador, o qual determinava que, a cada 5 posições saia uma pessoa de Papelândia. No entanto, todas pessoas que entravam juntas deveriam sair simultaneamente, já que o elevador abriria uma única vez.

A primeira questão proposta convidava os professores a determinar a quantidade de quadradinhos[5] presentes no 5º termo da sequência. Para auxiliar na visualização e na compreensão, foram disponibilizados cubinhos do material dourado que poderiam servir como instrumento concreto. Os professores iniciaram a resolução da SDA observando os dados sensoriais e concretos da sequência, sendo que alguns utilizaram o material concreto para apoiar na continuação dos próximos termos. De modo geral, os professores resolveram a primeira questão por meio da contagem termo a termo e generalizaram aritmeticamente o padrão da sequência, isto é, reconheceram que a cada termo havia um acréscimo de quatro quadradinhos, conforme registro da professora Eloísa (figura 3).

Figura 3: Resolução da primeira questão da SDA pela professora Eloísa



Fonte: Eloísa, 5, RI

A forma de generalização dos professores, indicou que o padrão da sequência foi encontrado, contudo, a dedução da estrutura da sequência não foi revelada no pensamento dos professores, não demonstrando a analiticidade, uma das características da generalização algébrica. Esse modo de pensar sobre a sequência não permitia aos professores encontrar termos remotos de forma rápida, mas sim, por meio do apoio do termo anterior somado ao padrão, isto é, a contagem de cada termo a partir do padrão. Este tipo de pensamento não revela as relações estruturais da sequência, as relações entre as grandezas, ficando então, no campo empírico aritmético, no que tange aos conhecimentos algébricos.

A segunda questão propunha determinar a quantidade de quadradinhos necessária para que todos os meninos pudessem sair de Papelândia, isto é, a quantidade de quadradinhos para os cinco meninos saírem juntos pelo elevador. Essa questão envolvia duas relações distintas entre as grandezas: posição em relação ao número de pessoas e quantidade de quadradinhos em relação à posição na

[5] No texto usaremos o termo quadradinho para se referir a figura plana representada na folha da SDA, e o termo cubinho para designar o material concreto ofertado e manipulado pelos professores.

sequência, o que envolveu um novo modo de pensar a sequência, uma vez que a resposta não estava explícita na história virtual ou na figura.

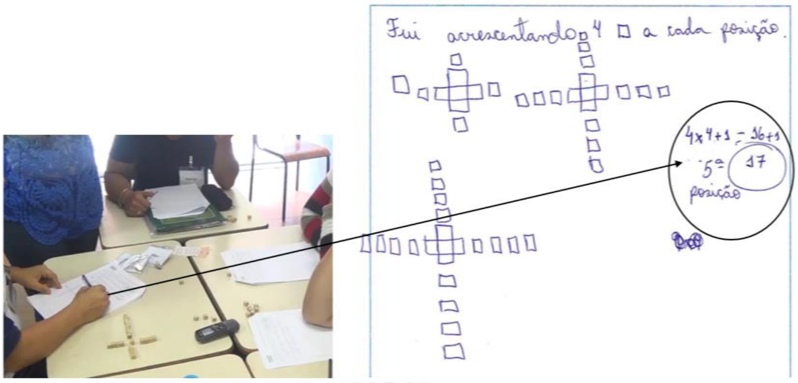
Inicialmente os professores deveriam pensar e identificar qual posição eles iriam encontrar a quantidade de quadradinhos. Foi preciso um longo período de diálogo, até os professores conseguirem chegar a um consenso, e compreender essa relação. Após essa conclusão, retomaram seu olhar para a relação entre a quantidade de quadradinhos em função da posição e buscaram encontrar a quantidade de quadradinhos do 25º termo da sequência.

Um dos professores sugeriu que, continuando a adicionar quadradinhos termo a termo alcançaria a posição desejada, e desta forma, seria possível obter a resposta. No entanto, a professora Débora ponderou “mas a gente vai ficar o resto da vida acrescentando cubinhos? Tem que ter uma lógica” (Débora, Encontro 5, Grupo 4, Vídeo: 15’26”-15’44”). Essa reflexão impulsionou um novo movimento de diálogo dos professores, no qual eles passaram a buscar um modo geral de compreender e resolver a questão. Este movimento conjunto foi bastante longo e o material concreto foi fortemente usado, tanto para validar hipóteses levantadas, quanto para aprofundar a compreensão da estrutura da sequência.

Durante a manipulação dos cubinhos, os professores observaram que não era necessário adicionar um cubinho em cada lado do cubinho central, já que o acréscimo se repetia a cada lado do cubinho correspondente à primeira posição. Com base nessa constatação, concluíram que, para determinar a quantidade de quadradinhos de cada posição, era necessário saber a quantidade de quadradinhos em um dos lados do quadradinho central e multiplicar esse valor por quatro, mantendo assim o padrão da sequência. Essa compreensão da estrutura da sequência permitiu aos professores compreender a sequência de uma nova forma, conforme registro apresentado na figura 4.

De acordo com a história virtual, a cada pessoa era necessário acrescentar cinco posições. Desta maneira, os professores foram organizando os cubinhos em grupos para encontrar a resposta ao problema proposto.

Figura 4 - Registro generalizado de resolução da primeira questão



Fonte: Eloísa, 5, VTC_19’38”/ Eloísa, 5, RI

O segmento saliente 1, apresentado na figura 5, evidenciou que, embora os professores tenham conseguido resolver a segunda questão, ainda não demostraram uma compreensão da relação funcional da sequência: posição em função da quantidade de meninos.

Figura 5: Forma de generalização envolvendo a aritmética sofisticada

	Segmento Saliente 1	Comentários interpretativos
1	*Katia*: Aqui dá quanto? 	A organização espacial mostra que os professores identificaram o padrão, identificaram o modo como esse padrão se repete em cada lado do quadradinho central, não sendo necessário colocar cubinhos em todos os lados.
2	*Eloísa:* Mas por que esses daqui têm 5 e esse só tem 4?	Questionando o primeiro bloquinho formado por 4 cubinhos e os demais formados por 5 cubinhos.
3	*Paula:* Porque aqui é a primeira posição.	Apontando para o cubinho referente a 1ª posição.
4	*Katia:* Então vai ser 24 [...]  [...] vezes 4 mais 1 [...]  [...] que dá? 97 [...]. Então, na verdade a gente respondeu a 2 aqui. Para os 5 saírem juntos, eles vão sair na 25ª posição, não é isso? Então é 24 x 4 + 1.	Ao final da conclusão, os professores concordam que a quantidade de quadradinhos a ser considerada era 24, e que deveriam realizar a multiplicação por todos os lados do quadradinho central, adicionando o quadradinho central ao final: (24x4+1) = 97.

Fonte: Encontro 5, Grupo 4, Vídeo (36’ - 36’48”)

Observam-se indícios de uma proto-analiticidade, aproximando-se de uma generalização aritmética sofisticada, uma vez que, apesar de compreenderem a estrutura espacial (multiplicar os blocos formados para cada posição por quatro), ainda não demonstraram compreender a estrutura numérica geral, baseando-se na contagem aritmética de blocos de cubinhos.

Tanto na primeira quanto na segunda questão, a generalização manifestada pelos professores permaneceu no âmbito da aritmética, pois a atenção se concentrou nos dados concretos e a contagem aritmética termo a termo, mesmo quando trabalharam com blocos de cubinhos agrupados para cada criança a sair do elevador.

Para afastá-los da dependência dos blocos de cubinhos utilizados na segunda questão, e colocá-los diante da necessidade de compreender a estrutura da sequência, o pesquisador/formador propôs que os professores pensassem na quantidade de quadradinhos correspondente à 23ª posição da sequência.

Figura 6: Diálogo sobre a resolução para a 23ª posição

	Segmento saliente 2	Comentários interpretativos
5	*Irineu:* eu fiz aqui 6, pra achar na 23ª: (23 – 1) x 4 + 1. 	Mostrando sua folha com os registros para os professores. As professoras observam atentamente os argumentos da sua elaboração para resolução do problema.
6	*Katia:* Deu quanto?	
7	*Irineu:* 89.	
8	*Eloísa:* Aqui você está na 20ª e ele falou ali 23ª. Coloca mais 3 [cubinhos]. 	Diálogo com a professora Paula observando os cubinhos do material concreto organizados para a 20ª posição, realizando a contagem termo a termo.
9	*Paula:* Conta aí.	A professora Katia inicia a contagem dos cubinhos termo a termo. Base do pensamento aritmético perpassando pela generalização aritmética. Os professores Irineu e Eloisa observam a contagem. 
10	*Katia:* Tem 23. Então tem que fazer 23 x 4 [...].	Neste momento, a professora Eloisa a interrompe.
11	*Eloísa:* [...] aqui tem 22.	A fala da professora na quantidade de cubinhos referente a 23ª posição foi bastante firme. Isso nos dá indícios de uma compreensão da professora das duas estruturas da sequência: espacial e numérica.
12	*Katia:* Então é 22 x 4 que dá 88, mais 1, que dá 89.	
13	*Eloísa:* É.	
14	*Irineu:* Sempre tem que fazer o número de posição menos 1.	

Fonte: Encontro 7, Grupo 4, Vídeo (18’20” – 19’33”)

As linhas 10 e 12 da figura 6, revelaram indícios de que os professores compreenderam as três características pertencentes ao movimento do pensamento algébrico, tornando-se capazes de calcular qualquer termo da sequência. Como a manifestação desse modo de pensar está vinculada a termos particulares, neste caso 23º termo, é possível interpretar que o movimento do pensamento algébrico inclui uma generalização algébrica factual.

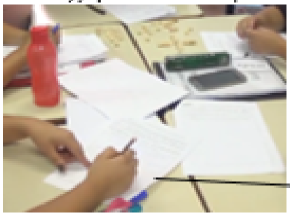
Com base nessa compreensão coletiva, o professor Irineu, na 14ª linha, da figura 6, estabelece a relação entre as grandezas posição e quantidade de quadradinhos. A utilização da expressão "sempre" sinaliza uma generalização válida para qualquer termo da sequência, denotando a analiticidade, uma vez que ele trata o termo desconhecido como se fosse conhecido. Além disso, essa forma de manifestar a compreensão da sequência aproxima-se de uma generalização algébrica contextual, pois a particularidade vai dando espaço a um modo mais geral de representar a sequência e as variáveis passam a ser explicitadas por meio de expressões dêiticas verbais (Radford, 2018), tornando-se conscientes para os professores.

De modo a propiciar um novo movimento do pensamento, a terceira questão da SDA, solicitava que os professores deixassem uma mensagem que revelasse o segredo do elevador, válido para a saída de qualquer número de pessoas que estivessem em Papelândia, isto é, registrar o modo geral de representação da sequência. Para responder essa questão, os professores tiveram que iniciar o movimento do pensamento sem o auxílio da contagem, já que este procedimento se mostrou insuficiente para resolver a questão.

No segmento saliente 3 (figura 7), foi possível observar o movimento do pensamento algébrico e da generalização algébrica já em outro nível de complexidade. A generalização contextual vai dando espaço a um modo mais geral, em que os signos vão superando os aspectos verbais, tornando dispensável o uso do material concreto, deduzindo o registro simbólico para representar a sequência (figura 8).

O registro feito pelos professores (figura 8), representa o modo de compreensão da estrutura da sequência e revela um movimento do pensamento que perpassa por uma generalização algébrica simbólica. O movimento de ascensão do abstrato ao concreto, mediado pela generalização, possibilita aos professores retomarem situações concretas e resolverem problemas que envolvem a mesma estrutura conceitual. Um exemplo disso é a determinação da quantidade de quadradinhos na 23ª posição, expresso na linha 25 da figura 7, mesmo quando essa tarefa não está diretamente vinculada à relação funcional previamente trabalhada, como no caso da posição em função da quantidade de pessoas. Essa retomada ao concreto, sustentada pela generalização, evidencia a consolidação de nexos conceituais próprios do conhecimento algébrico.

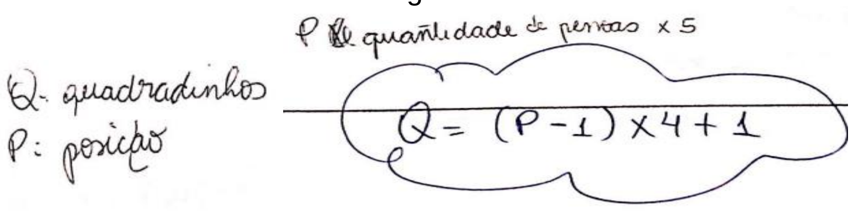
Figura 7: Formas de generalização manifestadas por professores

	Segmento saliente 3	Comentários interpretativos
15	*Carla*: Vamos supor, pra 20ª posição, sair 4 pessoas, como a primeira posição é 1, [...], não vai somar [com] o 20, vai fazer 1 depois.	Quando a professora diz que vai fazer 1 depois, ela está se referindo ao fato de que inicialmente ele é subtraído para depois ser somado.
16	*Katia*: Vinte menos 1.	A professora Katia sussurra.
17	*Carla*: Vai fazer vezes [4], depois soma com esse (mostrando o 1 inicial), que vai dar a quantidade de quadrados.  $1 (19 \times 4) =$	O círculo em torno do 1 foi para evidenciar que aquele 1 é referente ao quadradinho da posição 1. Ele está fora dos parênteses mostrando que primeiro deve-se fazer a multiplicação da posição menos um (posição anterior) pelo padrão, para depois somar com o quadradinho inicial.
18	*Irineu*: Por isso que eu falo, tem que colocar a posição menos 1 e depois você soma o 1 de novo, pra pessoa sempre saber que tem que tirar o 1, se não colocar que é pra tirar o 1, a pessoa esquece. Por exemplo, desse jeito assim, a pessoa acaba esquecendo [de retirar 1]. E a 20ª posição, vou colocar o 20, e acaba se embananando.	O professor Irineu foi mostrando cada termo que fez na sua folha. Quando o professor diz "desse jeito assim", ele faz referência ao registro direto que a professora Carla fez, sem escrever (20-1): posição menos 1.
23	*Katia*: Ela [Carla] fez igualzinho. Ela queria saber a 20ª, ela diminuiu 1, fez igualzinho: menos 1, vezes 4, mais 1. Só inverteu.	Expressão oral que demonstra o pensamento algébrico incluindo a generalização algébrica contextual.
24	*Eloisa*: Esse mais 1 você jogou pra trás, ela jogou pra frente [...]. $1 (19 \times 4) =$ Carla, 7, RI posição $Q = (23 - 1) \times 4 + 1$ Irineu, 7, RI	Apresentando a diferença dos registros dos professores, porém, mostrando que ambas as formas dizem sobre o quadradinho central a ser considerado e acrescentado na resposta final.
25	*Carla*: Aqui é então a posição menos 1, vezes 4 + 1. $((P - 1) \times 4) + 1 =$ $(23 - 1)$ $22 \times 4 + 1 = 89$ Carla, 7, RI	Durante a apresentação da fala, a professora Carla se apoia nos registros simbólicos anotados na folha de registros individual.

Fonte: Romeiro (2023, p. 194-195)

O registro elaborado pelos professores (figura 8) evidencia as duas relações funcionais envolvidas na SDA: posição em função do número de pessoas (P é a quantidade de pessoas x 5), e a quantidade de quadradinhos em função da posição Q = (P – 1) x 4 + 1.

Figura 8 - Registro usando a notação simbólica alfanumérica para representar a relação entre as grandezas



Fonte: Irineu, 7, RI.

Além do movimento do pensamento, a postura assumida pelos professores nestes excertos evidencia os fundamentos do trabalho conjunto, caracterizado pelo engajamento coletivo em torno de um objetivo comum. Observa-se que os docentes demonstraram uma compreensão consciente das relações funcionais, por meio de uma síntese compartilhada pelo grupo, indicando um avanço no movimento do pensamento algébrico, perpassando pela generalização algébrica. Em outras palavras, foi no trabalho conjunto entre os professores que se deu a objetivação do saber algébrico em forma de conhecimento, em um processo mediado, em que a generalização algébrica constituiu o movimento do pensamento algébrico.

5 Considerações finais

A presente pesquisa teve como objetivo de identificar as formas de generalização manifestadas por professores dos anos iniciais ao se envolverem com Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) que contemplam elementos do conhecimento algébrico.

A pesquisa fundamentou-se na Teoria da Objetivação, a qual pressupõe que o conhecimento é produzido por meio de um trabalho conjunto na relação dialética entre professores e estudantes para alcançar um objetivo comum. Apoiamo-nos também no conceito de pensamento teórico, compreendendo que na materialização do saber em forma de conhecimento, o pensamento entra em movimento no sentido do movimento do pensamento teórico. Assim, nessa pesquisa assumimos o pensamento algébrico como sendo o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos.

No contexto do conhecimento algébrico, Radford (2018) afirma que a generalização algébrica, caracteriza-se pela indeterminação, pela analiticidade e pelos modos de representar ou simbolizar essas quantidades indeterminadas e suas operações, uma “maneira analítica na qual pensamos quando pensamos algebricamente" (Radford, 2018, p. 9). Radford (2018) propõe ainda, três camadas de generalização no processo de objetivação do saber algébrico: factual, contextual e simbólica.

Como recorte desse artigo, apresentamos os dados da realidade apreendida em um experimento formativo junto aos professores de anos iniciais do Ensino Fundamental, os quais se depararam com a história virtual e os problemas contidos na SDA “A fantástica aventura de Leo”.

Por meio de uma análise multimodal, observamos que as duas primeiras questões propostas nesta Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) mobilizaram inicialmente o pensamento aritmético, permitindo inclusive uma forma de generalização considerada mais sofisticada, porém, ainda baseada na contagem. Já a terceira questão, ao solicitar a formulação de uma regra geral para a sequência apresentada, instigou os professores, a examinarem sua estrutura tanto sob o ponto de vista espacial quanto numérico.

Essa análise favoreceu a objetivação dos conceitos algébricos, como a identificação de padrões, a relação entre grandezas, o campo de variação. Esse terceiro momento também impulsionou os docentes em direção a um pensamento mais próximo ao teórico algébrico, em consonância com o percurso concreto-abstrato-concreto. A passagem do concreto sensível, relacionado à percepção do padrão e da organização espacial da sequência, para o nível abstrato foi mediada pela analiticidade, possibilitando, assim, o desenvolvimento de uma generalização algébrica.

Em síntese, os professores ao resolverem problemas com posições definidas nas sequências, como termos próximos, recorreram à contagem. Esse tipo de pensamento, está no campo do pensamento aritmético englobando uma generalização aritmética ou aritmética sofisticada. No entanto, diante de questões que exigiam uma compreensão mais geral da estrutura da sequência, o movimento do pensamento seguiu em direção ao pensamento teórico, que insere a generalização algébrica nas suas diversas camadas, que evidencia a estrutura numérica e espacial, por meio da analiticidade.

A realidade apreendida mostrou que o percurso do pensamento algébrico acontece durante o processo de objetivação, quando o saber algébrico se torna objeto de conhecimento, considerando que a objetivação abarca o processo de compreensão do saber em movimento, a partir da atividade humana, inserida em um contexto histórico-cultural: o trabalho conjunto.

Por fim, compreendemos que os resultados dessa pesquisa oferecem importantes contribuições para a estruturação da formação de professores que ensinam matemática, especialmente no que diz respeito à abordagem do conhecimento algébrico nas diversas etapas da educação básica. Essa formação deve considerar professores e alunos como sujeitos histórico-culturais, vislumbrando a formação humana nas suas máximas potencialidades em uma perspectiva de educação humanizadora, a qual visa a formação docente para além da apropriação de conceitos, mas para a transformação de sujeitos humanos.

Referências

BRASIL. MEC. (2018). ***Base Nacional Comum Curricular***. Brasília.

DAVÝDOV, Vasili. (1982). ***Tipos de Generalización en la Enseñanza***. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

DAVÍDOV, Vasili. (1988). ***La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psiquico: Investigación psicológica y experimental*****.** Editorial Progresso. Moscu.

FILLOY, Eugênio & ROJANO, Teresa. (1989) Soving Equations: Transition from Arithmetic to Algebra. **For the learning of matemátics**. v. 9, nº 2, p. 19-25. *FLM Publish Association*. Montreal. Quebec. Canadá.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Angela & MIGUEL, Antonio. (1993). Contribuição para um Repensar… A educação algébrica elementar. In: ***Pro-Prosições*****.** v. 4, nº 10, p. 79-91.

KOPNIN, Pavel Vasilyevich. ***A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento***. Editora Civilização Brasileira S.A: Rio de Janeiro, 1978.

LEONTIEV, Alexis. (1978). ***O desenvolvimento do psiquismo*****.** Lisboa: Horizonte.

LINS, Romulo Campos & GIMENEZ, Joaquim. (1998). ***Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*****.** 2. ed. Campinas: Papirus.

MORETTI, Vanessa Dias & RADFORD, Luis. (2021). Contribuições da Teoria da Objetivação para a Análise multimodal de vídeos na Pesquisa sobre formação de Professores que ensinam matemática. *VIII SIPEM* – ***Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*****.** SBEM.

MORETTI, Vanessa Dias; VIRGENS, Wellington Pereira & ROMEIRO, Iraji Oliveira. (2021). Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais. set-dez. ***Bolema***. Rio Claro, SP.

MOURA, Manoel Oriosvaldo; ARAÚJO, Elaine Sampaio; MORETTI, Vanessa Dias; PANOSSIAN, Maria Lucia & RIBEIRO, Flávia Dias. (2010). **Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem.** ***Revista Diálogo Educacional*****.** v. 10, n. 29, p. 81-109, jan/abr. Curitiba.

MOURA, Manoel Oriosvaldo; ARAUJO, Elaine Sampaio & SERRÃO, Maria Isabel Batista. (2018). *Atividade orientadora de ensino: fundamentos*. **Linhas Críticas**, v. 24. Brasília.

RADFORD, Luis. (2015). Methodological Aspects of the Theory of Objectification. In: ***Perspectivas da Educação Matemática*****,** v. 8, n.18. pp. 547-567. Mato Grosso do Sul. https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1463/970

RADFORD, Luis. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In KIERAN, Carolyn. (Ed.) ***Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice*.** P. 2-25. New York: Springer.

RADFORD, Luis. (2021). ***Teoria da Objetivação: Uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática*.** Tradução de Bernadete B Morey e Shirley T. Gobara. São Paulo: Editora Livraria da Física.

ROMEIRO, Iraji de Oliveira. (2023). ***Formas de generalização no processo formativo de professores envolvendo elementos do conhecimento algébrico nos anos iniciais*.** Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos.

SANTOS, Fernanda Cristina Ferreira (2020). ***Desenvolvimento do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais em atividade de ensino: o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos*.** Dissertação [Mestrado]. Universidade Federal de São Paulo. Guarulhos.

VERGEL, Rodolfo Causado; RADFORD, Luis & ROJAS. Pedro Javier Garzón. (2022). Zona conceptual de formas de pensamiento aritmético "sofisticado" y proto-formas de pensamiento algebraico: una contribución a la noción de zona de emergencia del pensamiento algebraico. ***Bolema*,** v.36, n.74, p.1174-1192, dez. Rio Claro (SP). https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a11.

VYGOTSKY, Lev Semiónovich. (2007). ***A formação social da mente*.** 7ª ed. São Paulo: Martins Fontes.

Submetido em: 25/07/2025

Aceito em: 22/09/2025