PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 19, número 55 – 2026 DOI: https://doi.org/10.46312/db9yp573

O Kit Multiplano no ensino de funções: limites e possibilidades semióticas na coordenação entre registros

The Multiplano Kit in the teaching of functions: semiotic limits and possibilities in the coordination between registers

Wellson de Azevedo Araújo[1]

Aníbal de Menezes Maciel[2]

RESUMO

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa desenvolvida em um Mestrado Profissional, que analisou potencialidades e limitações didático-semióticas do Kit Multiplano no ensino de funções. Fundamentado em Duval (2009), Bachelard (1996) e na BNCC (Brasil, 2018), adotou-se abordagem qualitativa, exploratória e documental-analítica. O corpus compreendeu o Kit Multiplano, seu manual de orientações didáticas e uma sequência de situações-problema submetida à análise *a priori*. A análise mostrou que o potencial pedagógico do material depende da mediação docente e da coordenação entre os registros verbal, algébrico, gráfico e manipulável. Observou-se um gradiente de adequação: funções afins são mais bem representadas, enquanto quadráticas e exponenciais encontram limites na malha discreta para representar continuidade e assíntotas. Revelaram-se ainda obstáculos didáticos, epistemológicos e semióticos, reforçados pelo manual. Os achados indicam a necessidade de leitura crítica do recurso. Como contribuição, elaborou-se um guia didático para articular registros e reconhecer seus limites semióticos.

PALAVRAS-CHAVE: Kit Multiplano. Gradiente de Adequação Semiótica. Conversão entre Registros de Representação. Teoria dos Registros de Representações Semióticas. Ensino de Funções.

ABSTRACT

This article presents the results of research conducted as part of a Professional Master's program, analyzing the didactic-semiotic potential and limitations of the Multiplano Kit in the teaching of functions. Grounded in the work of Duval (2009) and Bachelard (1996) as well as the BNCC (Brazil,

[1] Instituição: Universidade Estadual da Paraíba. E-mail: wellsonaraujo@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8034-2470.

[2] Instituição: Universidade Estadual da Paraíba. E-mail: anibalmenezesmaciel@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6786-1049.

CC BY NC ND

2018), the study adopted a qualitative, exploratory, and document-based analytical approach. The corpus consisted of the Multiplano Kit, its instructional manual, and a series of problem situations subjected to *a priori* analysis. The analysis revealed that the material's pedagogical potential depends on teacher mediation and the coordination of verbal, algebraic, graphical, and manipulative registers. A gradient of suitability was observed: affine functions are represented most effectively, whereas quadratic and exponential functions face limitations regarding the representation of continuity and asymptotes due to the discrete grid structure. Didactic, epistemological, and semiotic obstacles reinforced by the manual were also identified. The findings highlight the need for a critical assessment of the resource. As a contribution, a didactic guide was developed to facilitate the coordination of registers and the recognition of their semiotic limitations.

KEYWORDS: Multi-plane Kit. Semiotic Adequation Gradient. Conversion between Registers of Representation. Theory of Semiotic Representation Registers. Teaching Functions.

Introdução

A aprendizagem da Matemática permanece como um dos principais desafios da Educação Básica brasileira, uma vez que as constatações do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) evidenciaram níveis de aprendizagem inferiores aos esperados em diferentes etapas da escolarização (Inep, 2024). Essas defasagens decorrem, em grande medida, da ênfase na aplicação de procedimentos em detrimento da construção de significados (Duval, 2009; Lorenzato, 2010). Nesse cenário, a BNCC (Brasil, 2018) procura superar esse quadro ao orientar práticas pedagógicas pautadas no uso de diversos registros de representação semiótica.

Este estudo vincula-se às ações dos Laboratórios Interativos de Matemática (LIM) da rede estadual paraibana, tendo como objeto central de análise o uso do Kit Multiplano. A mera disponibilização do material não garante seu uso intencional nem a apropriação conceitual pelos estudantes, o que justifica o desenvolvimento desta pesquisa.

Diante disso, o estudo buscou responder à seguinte questão: que potencialidades e limitações didático-semióticas o Kit Multiplano apresenta quanto à formação, ao tratamento e à conversão de registros de representação semiótica no ensino de funções, e quais obstáculos epistemológicos emergem de sua utilização? Para tanto, objetivou-se: (i) analisar criticamente o manual do material à luz da TRRS e da epistemologia bachelardiana, identificando entraves de natureza conceitual, instrucional e representacional; (ii) investigar as possibilidades de formação, tratamento e conversão de registros proporcionadas pelo Kit Multiplano; (iii) elaborar e analisar, em caráter teórico-exploratório, uma proposta de situações-problema envolvendo funções afim, quadrática e exponencial; e (iv) propor, como desdobramento da investigação, um guia de orientações didáticas destinado a professores. Sendo assim, o artigo estrutura-se em fundamentos teórico-analíticos; delineamento metodológico; análise documental e *a priori*; e conclusões.

Fundamentos Teórico-Analíticos

A fundamentação teórica deste estudo articula quatro pilares interdependentes: a TRRS, formulada por Duval (2009, 2011, 2012); os aportes de Lorenzato (2010, 2012) acerca do uso pedagógico de materiais manipuláveis; as contribuições da epistemologia bachelardiana (Bachelard, 1996), complementadas pela releitura didática de Pais (2007); e a BNCC (Brasil, 2018), que atua como documento normativo que orienta as diretrizes curriculares nacionais para o ensino de Matemática.

A Teoria dos Registros de Representações Semióticas

A TRRS constitui o principal referencial deste estudo por compreender que a aprendizagem matemática depende da coordenação entre diferentes registros de representação. Para Duval (2003, 2009, 2011), o conhecimento matemático não se constitui diretamente a partir do objeto, uma vez que a matemática opera sobre entidades não perceptíveis. Ou seja, o acesso a esses objetos só é possível por meio de representações semióticas, tais como formas gráficas, simbólicas, verbais, algébricas, geométricas, entre outras. Conforme Duval (2003, p. 19), a representação não é mera ilustração, mas o meio pelo qual o objeto matemático se dá à consciência.

Duval (2009) distingue três atividades cognitivas: formação, tratamento e conversão, sustentando que a compreensão conceitual (*noésis*) exige a coordenação de ao menos dois registros de representação (*semiósis*), sendo a conversão a atividade central para a flexibilização do pensamento matemático. Duval (2012, p. 270) adverte que o recurso a “múltiplos registros é condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações, o que é particularmente relevante na apreciação de materiais manipuláveis”.

O autor formula o “paradoxo da compreensão em matemática”, isto é, “como [...] não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação?” (Duval, 2012, p. 268). Esse paradoxo evidencia a centralidade das representações semióticas na aprendizagem matemática e justifica a interpretação crítica dos materiais manipuláveis como mediadores dessa relação.

À formação, ao tratamento e à conversão, Duval (2009, 2011) agrega um fenômeno que constitui uma categoria analítica relevante para este estudo: a

congruência ou não-congruência semântica entre representações. Uma conversão é congruente quando há correspondência ponto a ponto entre unidades significantes do registro de partida e do registro de chegada, de modo que a passagem se aproxima de uma transcodificação; é não-congruente quando exige reorganização completa do conteúdo representado, elevando o custo cognitivo da tarefa, pois é nas conversões não-congruentes que se concentram os fracassos de aprendizagem.

Nesta pesquisa, portanto, a TRRS fundamentou o estudo do Kit Multiplano como recurso que pode, se bem orientado, facilitar o trânsito entre registros e, consequentemente, aprofundar a compreensão dos conceitos envolvidos, especialmente no estudo de funções. Essa perspectiva desloca a investigação do material em si para as condições didáticas em que ele é mobilizado, aspecto que orienta toda a interpretação desenvolvida neste estudo.

O Material Manipulável como Suporte para a Conversão de Registros

Sob essa perspectiva, materiais manipuláveis não constituem registros de representação em si, mas suportes que podem favorecer a produção, o tratamento e a conversão de registros, dependendo das tarefas propostas, das características do objeto matemático e da intervenção do professor. Desse entendimento decorre uma premissa central deste estudo: a adequação didático-semiótica de um material manipulável não é uma propriedade intrínseca e fixa do artefato, mas resulta da relação entre o sistema de representação mobilizado pelo recurso, a natureza do objeto matemático e as condições didáticas de sua utilização. Assim, um mesmo material pode apresentar diferentes graus de adequação conforme o conceito matemático em estudo e os registros que se pretende coordenar.

Nessa mesma linha, a contribuição de Lorenzato (2010, 2012) oferece elementos para compreender o papel destes materiais na aprendizagem. Segundo o autor, a presença física do recurso não é garantia de aprendizagem por si só, pois é o papel mediador do professor que define a qualidade da experiência didática. O uso intencional, reflexivo e investigativo do material é o que o torna uma ferramenta significativa. O autor adverte:

> Mesmo em condições desfavoráveis, o LEM pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno, se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade (Lorenzato, 2012, p. 7-8).

Estudos como os de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) e Kaleff (2019) indicam que a integração de materiais concretos com ambientes digitais pode ampliar o potencial do Multiplano, superando limitações de discretização. A atividade

sensório-motora deve estar articulada a processos de abstração, exame e interpretação, permitindo ao estudante construir relações, elaborar conjecturas e operar intelectualmente sobre os objetos matemáticos. Essa concepção desloca o foco da materialidade do recurso para sua integração crítica no processo de ensino-aprendizagem. Tal compreensão aproxima-se da perspectiva de Duval (2009, 2012), ao reconhecer que a manipulação do material somente favorece a aprendizagem quando articulada à coordenação entre diferentes registros de representação. Manipular o artefato é produzir semiósis; compreender o objeto exige coordenar o registro figural do material com os registros algébrico, numérico e verbal que os transcendem. Nessa perspectiva, o potencial didático do material decorre da qualidade das situações organizadas pelo professor e das conversões entre registros que essas situações tornam possíveis.

Obstáculos Epistemológicos e Didáticos: fontes e distinções

Com base nessa mediação, torna-se necessário considerar os entraves cognitivos que podem emergir durante a aprendizagem matemática. Nesse aspecto, a noção de obstáculo epistemológico, formulada por Bachelard (1996), constitui um referencial importante para compreender que o erro não deve ser interpretado como um desvio acidental ou como ausência de conhecimento, mas como uma estrutura de pensamento consolidada e funcional dentro de uma lógica interna própria, construída a partir de experiências empíricas, intuições cotidianas ou conhecimentos prévios mal elaborados.

Bachelard (1996, p. 18) postula que “todo conhecimento é uma resposta a uma questão” e que o espírito científico se constrói contra o conhecimento anterior. Tais obstáculos não se superam por mera correção, mas exigem uma verdadeira “ruptura epistemológica”, isto é, uma reconstrução profunda das formas de pensar que permita ao sujeito abandonar concepções anteriores e acessar novos níveis de abstração e racionalidade científica. Esse entendimento tem implicações diretas para o ensino da Matemática, uma vez que dificuldades persistentes, como a interpretação da área, a partir da contagem de pinos ou a leitura equivocada da inclinação de uma reta não são meros lapsos, mas manifestações de estruturas cognitivas anteriores que precisam ser explicitadas, confrontadas e reelaboradas.

Cabe, contudo, uma distinção que a Didática da Matemática consolidou ao transpor Bachelard (1996) para o ensino: nem todo obstáculo tem origem epistemológica. Conforme argumenta Pais (2007), há obstáculos de origem didática engendrados pelas próprias escolhas de ensino, pelos materiais e por suas

instruções. Esses obstáculos diferenciam-se dos epistemológicos por serem produzidos pelas escolhas do professor, pelos materiais utilizados ou pela organização do ensino, e não pela estrutura do próprio conceito matemático. Identificar a origem do obstáculo como o conceito, o sujeito, o material ou o documento é condição para intervir no lugar certo; confundi-las é atribuir ao estudante a responsabilidade por um erro que lhe foi ensinado.

A BNCC e o Ensino de Funções: prescrições curriculares e condições cognitivas

Complementarmente, a BNCC (Brasil, 2018) atua como documento normativo para o ensino de Matemática, propondo uma concepção que busca ir além do domínio técnico ao reconhecê-la como linguagem, ciência e tecnologia, integrando-a às práticas sociais e culturais dos estudantes. No que se refere ao ensino de funções, enfatiza-se a construção de modelos, a leitura crítica de dados e a mobilização de diferentes representações, entre elas, tabelas, gráficos, expressões simbólicas, figuras geométricas e descrições verbais.

No Ensino Médio, a BNCC explicita essa exigência em habilidades como a EM13MAT302 (modelagem com funções polinomiais) e a EM13MAT404 (conversão entre representações algébrica e gráfica), que orientam diretamente a apreciação do Kit Multiplano. Essa aproximação entre a BNCC e a TRRS não implica equivalência entre ambos os referenciais. Enquanto a BNCC estabelece expectativas curriculares para a aprendizagem matemática, a TRRS oferece categorias analíticas para compreender os processos cognitivos envolvidos na formação, no tratamento e na conversão de registros de representação.

Delineamento Metodológico

Esta pesquisa caracterizou-se como qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994), exploratória (Gil, 2008) e documental-analítica (Cellard, 2008), por buscar compreender as potencialidades e as limitações didático-semióticas do Kit Multiplano à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) e das orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018).

Este artigo constitui um recorte da pesquisa desenvolvida em nível de mestrado[3] e concentra-se na análise documental do Kit Multiplano, de seu manual

[3] ARAÚJO, Wellson de Azevedo. Laboratório Interativo de Matemática e a produção de representações semióticas: Um estudo do multiplano em conexão com a BNCC. 2020. 137f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática -

de orientações didáticas e da sequência de situações-problema elaborada no âmbito da investigação. O material de estudo foi constituído pelo Kit Multiplano disponível em um LIM de uma escola da rede estadual de ensino da Paraíba, selecionado em razão da disponibilidade de trinta unidades do Kit Multiplano e da existência de seu guia de orientações didáticas, por meio de autorização da gestão para levantamento *in loco.*

A investigação desenvolveu-se em três etapas complementares. A primeira consistiu no levantamento das condições de organização e funcionamento do LIM, através de visita técnica e registro fotográfico. A segunda realizou análise documental do Kit Multiplano e de seu manual de orientações, tomando como referência categorias analíticas descritas adiante. A terceira correspondeu à elaboração de uma sequência de quatro situações-problema envolvendo funções afim, quadrática e exponencial, posteriormente submetida à análise *a priori*. A opção pela análise documental e a *priori,* sem coleta empírica, justifica-se pela fase de diagnose preliminar da Engenharia Didática (Artigue, 1996), visando à construção de um referencial analítico consistente para intervenções futuras.

O primeiro eixo investigou as possibilidades de formação, tratamento e conversão de registros de representação semiótica proporcionadas pelo Kit Multiplano (Duval, 2003, 2009, 2012). A análise considerou a congruência entre as unidades significantes do material (pinos, espaços e elásticos) e aquelas do objeto matemático representado (pontos, unidades de medida e curvas). O segundo analisou a aderência das atividades propostas às habilidades previstas pela BNCC para o ensino de funções (Brasil, 2018). De modo transversal aos dois eixos, os fenômenos identificados foram classificados quanto à natureza dos obstáculos identificados da seguinte forma: epistemológica (Bachelard, 1996), semiótica (Duval, 2009) ou didática (Pais, 2007), evitando-se atribuir ao conceito o que é do material, ou ao estudante o que é do guia de instruções didáticas.

A análise documental foi conduzida de forma interpretativa, com o objetivo de identificar relações entre as características do Kit Multiplano, as orientações presentes em seu manual e as possibilidades de formação, tratamento e conversão de registros de representação semiótica mobilizadas pelas atividades propostas. A interpretação dos dados ocorreu por aproximações sucessivas entre as evidências

---

PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2021. Disponível em: https://repositorio.uepb.edu.br/items/38659d1a-e448-4df3-8f0b-2f3c5c8abee8. Acesso em: 20 de jun. 2025.

documentais, as categorias analíticas e os referenciais teóricos mobilizados, buscando assegurar coerência entre os procedimentos de análise e o problema de pesquisa.

A sequência de situações-problema foi elaborada com base nos objetos de conhecimento e nas habilidades previstas para o ensino de funções na BNCC (Brasil, 2018), de modo a mobilizar os registros verbal, numérico, algébrico e gráfico. As situações foram submetidas exclusivamente à análise *a priori*, procedimento que permitiu examinar suas potencialidades e limitações antes de qualquer implementação em sala de aula. Assim, os achados apresentados dizem respeito às potencialidades representacionais identificadas na análise documental, não permitindo inferências sobre processos efetivos de aprendizagem, cuja investigação compõe etapa posterior do projeto de pesquisa.

Análise Documental e *A Priori*: evidências semióticas e didáticas

O LIM como Contexto: entre a disponibilidade e o uso

O diagnóstico realizado no Laboratório Interativo de Matemática (LIM) evidenciou um descompasso entre a disponibilidade de materiais didáticos e sua utilização no ensino de Matemática. A Figura 1 apresenta o espaço do laboratório do ambiente de armazenamento dos materiais manipuláveis.

Figura 1 - Laboratório Interativo de Matemática da escola investigada.

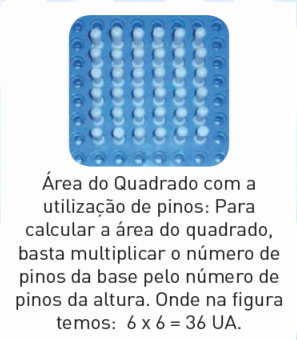


Fonte: elaborado para a pesquisa (2020).

Embora a escola dispusesse de um acervo diversificado, incluindo trinta unidades do Kit Multiplano, observou-se que esses recursos permaneciam armazenados, sem evidências de utilização sistemática nas práticas de ensino. Essa constatação revela que a presença de materiais manipuláveis não assegura, por si só, sua incorporação ao processo de ensino. Como alerta Lorenzato (2012), o potencial didático de um laboratório não está no volume de materiais, mas nas condições didáticas de integração ao currículo. Neste caso, o LIM observado funcionava mais como depósito do que ambiente de investigação.

A análise documental do Kit Multiplano e de seu manual mostrou que o material apresenta potencial para representar diferentes objetos matemáticos, especialmente conceitos geométricos e funções. Entretanto, também indicou limitações conceituais que podem comprometer a construção de significados matemáticos quando suas orientações são utilizadas sem problematização pedagógica. A Figura 2 apresenta trecho do manual com a atividade destinada ao cálculo da área de figuras planas.

Figura 2 - Trecho do manual de orientações didáticas do Kit Multiplano referente ao cálculo da área



Fonte: Ferronato (2020).

A principal inconsistência identificada refere-se às orientações para o cálculo da área de figuras planas. O manual orienta que a área do quadrado seja obtida pela multiplicação da quantidade de pinos da base pela quantidade de pinos da altura. Essa orientação estabelece uma equivalência entre a quantidade de pinos e a medida da área, rompendo a correspondência entre o objeto matemático e sua representação. Sob a perspectiva da TRRS, essa relação produz uma conversão não congruente, pois toma os vértices da malha como unidades de superfície, atribuindo-lhes um significado matemático que não possuem (Duval, 2009). Em um quadrado com cinco espaços por lado, a área corresponde a 25 unidades quadradas, e não às 36 sugeridas pela contagem dos pinos. Esse tipo de orientação constitui, ao mesmo tempo, situação didática potencialmente geradora de obstáculos epistemológicos (Bachelard, 1996), pois leva à confusão entre a contagem de vértices e a medição de superfícies, e um obstáculo didático (Pais, 2007), uma vez que o manual legitima o erro, o que exige que o professor faça uma análise crítica prévia.

Do ponto de vista da TRRS, o uso isolado do registro manipulável restringe as possibilidades de conversão entre representações. A atividade privilegia a manipulação dos pinos, mas não estabelece relações explícitas com os registros

algébrico, numérico ou verbal, restringindo a compreensão do conceito à dimensão perceptiva do material. Como argumenta Duval (2009), a compreensão em matemática exige o trânsito entre múltiplas representações, e não da permanência em uma única forma de representação. Em linha com Lorenzato (2010, 2012), esses achados confirmam que os materiais manipuláveis não produzem aprendizagem de forma autônoma. Seu alcance educacional depende das situações de ensino propostas e da condução pedagógica, responsável por estabelecer relações entre a experiência concreta e os conceitos matemáticos envolvidos. Nesse contexto, a análise indica que a orientação apresentada no manual necessita ser reformulada para explicitar que a área corresponde ao número de unidades quadradas delimitadas entre os pinos, e não à quantidade de vértices da figura. Essa distinção favorece a congruência entre o registro manipulável e o conceito matemático representado, reduzindo a possibilidade de consolidação de interpretações equivocadas e ampliando as condições para a construção de significados.

Análise a Priori das Situações-Problema e Gradiente de Adequação Semiótica

Com o objetivo de analisar as possibilidades de mobilização de diferentes registros de representação semiótica no ensino de funções, foi elaborada uma sequência de quatro situações-problema envolvendo funções afim, quadrática e exponencial, articuladas às habilidades previstas na BNCC para o Ensino Médio (Quadro 1). As atividades foram submetidas exclusivamente à análise *a priori.* A adequação didático-semiótica foi analisada considerando três dimensões articuladas: (i) as características do sistema de representação disponibilizado pelo Kit Multiplano; (ii) as exigências representacionais do objeto matemático; (iii) as condições didáticas de coordenação entre registros. Neste estudo, o gradiente de adequação didático-semiótica constitui uma categoria analítica qualitativa que expressa o grau de compatibilidade entre essas dimensões. A análise considerou as possibilidades de formação, tratamento e conversão, o grau de congruência e as restrições do material. As demandas cognitivas foram classificadas qualitativamente em baixa, média e alta, considerando a complexidade das transformações e a reorganização das unidades significantes. A adequação distingue-se da congruência, pois, além da correspondência entre unidades significantes, considera as características do material, as propriedades do objeto e as condições de uso. O gradiente não constitui índice quantitativo ou instrumento psicométrico.

Quadro 1 - Situações-problema elaboradas para análise *a priori*

SITUAÇÕES-PROBLEMA	HABILIDADES
Situação 1: O senhor Nildo vende o litro de leite por R$ 2,00. Considerando essas circunstâncias, responda: a) Quanto custa 2 litros de leite? b) Quanto custa 1,5 litro de leite? c) Pagando um total de R$ 10,00, quantos litros de leite poderão ser comprados? d) Qual a lei que relaciona o preço (y) com o número de litros (x)? e) Represente graficamente as situações apresentadas acima.	EM13MAT302 EM13MAT401
Situação 2: Um determinado objeto é lançado verticalmente para cima e descreve uma trajetória definida pela equação y = - x² + 6x (sendo x e y medidos em metros). Pergunta-se: a) Qual é a altura máxima atingida pelo objeto? b) Qual é o alcance do lançamento do objeto?	EM13MAT302 EM13MAT402 EM13MAT502
Situação 3: Construa o gráfico da função f, cuja lei é $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ e descreva o comportamento de f(x) à medida que x aumenta.	EM13MAT403
Situação 4: Com base no relatório de número de casos repassados pelo Ministério da Saúde (Brasil, 2020, s/p), observamos que no mês de março de 2020, especificamente nos dias 10, 11 e 12, o Brasil apresentou respectivamente os seguintes números de casos confirmados: 34, 52 e 77. Dessa maneira, matemáticos e epidemiologistas observaram que o crescimento da doença se dá de forma exponencial, considerando o seguinte modelo para a sua evolução: $P = x \,.\, (b)^t$, no qual P = é o número de pessoas que estarão contaminadas t = é o número de dias (tempo) x = número de pessoas contaminadas no primeiro dia b = é o número de pessoas infectadas por cada pessoa doente, também chamado de fator de crescimento. Neste contexto construa um gráfico com um cenário hipotético para o Brasil para os próximos 10 dias.	EM13MAT304

Fonte: elaborado para a pesquisa (2020).

A análise considerou a capacidade do material de favorecer processos de formação, tratamento e conversão entre os registros verbal, numérico, algébrico e gráfico, conforme proposto pela TRRS (Duval, 2003, 2009). Os resultados indicaram que essas possibilidades variam de acordo com a natureza do objeto matemático representado, configurando um gradiente de adequação didático-semiótica, ou seja, o potencial didático do Kit Multiplano não é uniforme para todos os tipos de função. Com base nesses critérios, foram sistematizadas as conversões esperadas para cada tipo de função, considerando as correspondências entre os registros, as restrições impostas pelo material e as demandas cognitivas envolvidas. O resultado é apresentado no Quadro 2.

Quadro 2 - Gradiente de Adequação Semiótica do Kit Multiplano para o Ensino de Funções

Tipo de Função	Conversão Esperada	Registro de Partida	Registro de Chegada	Congruência	Demanda cognitiva da conversão
Afim	Verbal - Algébrico	Língua natural (problema)	Expressão y = 2x	Alta	Baixo
Afim	Algébrico - Gráfico (Multiplano)	y = 2x	Pontos alinhados na malha	Média-Alta	Baixo-Médio
Quadrática	Algébrico - Tabular	$y = -x^2 + 6x$	Tabela de valores (x, y)	Alta	Médio
Quadrática	Tabular - Gráfico (Multiplano)	Pares ordenados discretos	Poligonal aproximando parábola	Média	Médio-alto
Exponencial (decrescente)	Algébrico - Tabular	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	Tabela com valores fracionários	Média	Médio
Exponencial (decrescente)	Tabular - Gráfico (Multiplano)	Valores fracionários	Curva sem assíntota	Baixa	Alto
Exponencial (Crescente)	Verbal - Modelo Algébrico	Dados COVID-19	$P = x \,.\, (b)^t$	Média	Médio
Exponencial (Crescente)	Algébrico - Gráfico (Multiplano)	$P = 34 \,.\, (1{,}5)^t$	Curva com escala limitada	Baixa	Alto

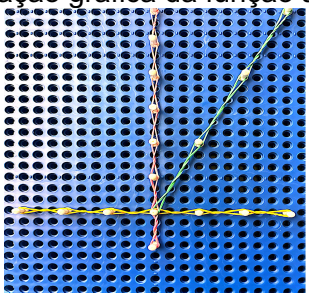
Fonte: elaborado para a pesquisa (com base em Duval, 2009).

O Quadro 2 evidencia que a complexidade representacional das conversões não é uniforme. Para fins desta análise, os níveis de congruência foram utilizados para caracterizar o grau de correspondência entre as unidades significantes dos registros envolvidos nas conversões. As demandas cognitivas foram classificadas em níveis baixos, médio e alto, considerando a complexidade das transformações requeridas, a necessidade de reorganização das unidades significantes e as restrições impostas pelo sistema de representação do material. Essas classificações possuem caráter analítico e não correspondem a uma mensuração psicométrica do desempenho cognitivo dos estudantes. Esse gradiente confirma a tese central da pesquisa e oferece ao professor um critério objetivo para decidir em quais situações o Multiplano deve ser utilizado como recurso principal, e em quais deve ser complementado por outros registros.

Função Afim: congruência entre registros e baixo custo cognitivo

A primeira situação-problema, fundamentada em um contexto de compra e venda, favoreceu a representação gráfica da função afim, por meio da disposição de pinos e elásticos no Multiplano.

Figura 3 - Representação gráfica da função afim no Kit Multiplano



Fonte: elaborado para a pesquisa (2020).

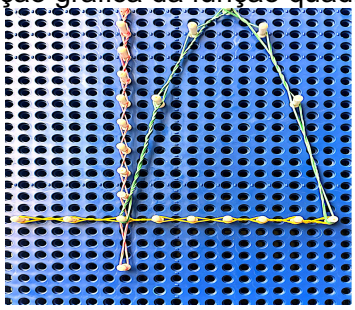
Entre as situações analisadas, a função afim apresentou maior compatibilidade com a estrutura física do material. A disposição regular dos pinos permitiu representar pares ordenados de coordenadas inteiras, favorecendo a conversão entre os registros verbal, numérico, algébrico e gráfico com reduzida carga processual. Sob a perspectiva da TRRS, essa representação aproxima-se de uma conversão congruente, pois existe correspondência relativamente direta entre os elementos da malha e os pontos representados no plano cartesiano (Duval, 2003). Essa característica favorece a compreensão inicial da proporcionalidade, da taxa de variação constante e do comportamento linear da função.

Entretanto, a análise também indicou limitações. A ausência de escalas explicitadas nos eixos e de problematizações sobre coeficiente angular e intercepto pode restringir a atividade à localização de pontos, sem promover a interpretação das propriedades da função. Nessa condição, a manipulação do material tende a permanecer no nível operacional, reforçando a necessidade de condução pedagógica para estabelecer relações entre os diferentes registros de representação (Duval, 2009; Lorenzato, 2010). Essas evidências indicam que a compatibilidade entre o Kit Multiplano e a função afim favorece as conversões entre registros, mas não substitui a necessidade de intervenções didáticas voltadas à interpretação dos significados matemáticos envolvidos. Consequentemente, a representação manipulável deve ser compreendida como aproximação do objeto matemático, e não como sua reprodução.

Função Quadrática: aproximação poligonal e curvatura oculta

A segunda situação-problema explorou a representação da função quadrática (Figura 4) por meio da trajetória de um objeto lançado verticalmente.

Figura 4 - Representação gráfica da função quadrática no Kit Multiplano



Fonte: elaborado para a pesquisa (2020).

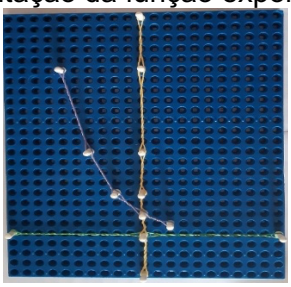
A construção permitiu identificar propriedades relevantes da função, como concavidade, vértice e raízes. Contudo, diferentemente da função afim, a representação da parábola exigiu maior esforço de conversão entre os registros algébrico e gráfico, uma vez que a estrutura discreta do Kit Multiplano não reproduz integralmente a continuidade da curva. A parábola construída resulta da aproximação produzida pela tensão do elástico entre pontos sucessivos da malha, a rigor, uma poligonal que interpola linearmente os pontos plotados, constituindo uma representação condicionada pelas características físicas do material. Nessas condições, determinadas propriedades geométricas permanecem ocultas nesse registro, evidenciando que a limitação observada não decorre da função quadrática, mas da natureza do sistema de representação utilizado (Duval, 2009).

A análise realizada permite afirmar que essa limitação não inviabiliza o uso do Kit Multiplano, mas redefine seu alcance didático, exigindo que o professor articule registros manipuláveis, gráficos, algébricos e verbais para favorecer a compreensão conceitual da função quadrática. Desse modo, a diferença entre a representação construída e a curva definida analiticamente deixa de constituir apenas uma limitação do material, e passa a representar uma possibilidade de problematização didática sobre a natureza das representações matemáticas.

Funções Exponenciais: discretização, assíntota e custo cognitivo elevado

As Situações-Problema 3 e 4 abordaram funções exponenciais em contextos distintos: decrescimento e crescimento, respectivamente.

Figura 5 - Representação da função exponencial decrescente

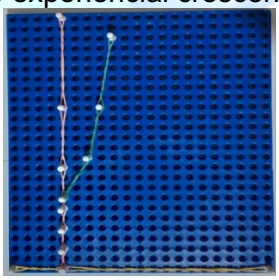


Fonte: elaborado para a pesquisa (2020).

Na função exponencial decrescente, a análise revelou limitações relacionadas à representação de valores fracionários e ao comportamento assintótico da curva. A malha do Multiplano é organizada em unidades discretas igualmente espaçadas, dificultando a representação de valores como $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, fundamentais para a compreensão desse tipo de função. Representar f(3) = $\frac{1}{8}$ exigiria subdividir um único espaço entre pinos em oito partes. Contudo, tais limitações podem ser superadas por estratégias complementares como o uso simultâneo de papel quadriculado ou a reescala não linear da malha, o que transforma a disparidade entre a representação construída e a curva teórica em uma oportunidade para debater a distinção entre o objeto matemático e sua representação (Duval, 2009).

Além disso, a representação construída não permite evidenciar adequadamente a aproximação da curva ao eixo das abscissas sem interceptá-lo, característica essencial das funções exponenciais, isto é, fixado ao último pino disponível, o elástico encerra a curva, materializando o oposto que a assíntota significa. Nessa situação, a estrutura física do material limita a conversão entre os registros gráfico e algébrico, exigindo apoio de outras representações para favorecer a compreensão conceitual. A Situação-Problema 4 utilizou dados relacionados ao crescimento da COVID-19 para discutir funções exponenciais crescentes

Figura 6 - Representação da função exponencial crescente utilizando dados da COVID-19



Fonte: elaborado para a pesquisa (2020).

A abordagem contextualizada alinha-se às diretrizes da BNCC, ao vincular o estudo de funções a um fenômeno social significativo. .Entretanto, a análise indicou

que a representação gráfica, isoladamente, não possibilita compreender propriedades como fator de crescimento, domínio, imagem e comportamento exponencial. A interpretação dessas características depende do trânsito entre os registros verbal, numérico, algébrico e gráfico, reafirmando o papel da ação orientadora do docente na coordenação entre diferentes formas de representação (Duval, 2009). Os indícios indicam que, embora o Kit Multiplano favoreça a visualização inicial do comportamento das funções exponenciais, sua utilização deve ser complementada por registros simbólicos e outras formas de representação, que permitam representar com maior precisão propriedades que extrapolam as possibilidades da malha física.

Síntese Analítica: da categorização dos obstáculos ao guia

A análise documental do Kit Multiplano, de seu manual e das situações-problema mostrou que as potencialidades do material variam conforme a natureza do objeto matemático representado. Embora favoreça a formação e a conversão entre registros no estudo da função afim, sua estrutura discreta impõe limitações à representação de objetos contínuos, particularmente nas funções quadráticas e exponenciais; tensão entre o discreto do artefato e o contínuo do conceito que organiza o gradiente de adequação semiótica identificado. A análise permitiu classificar os entraves encontrados em três categorias, distinguidas pela origem, pelo ponto do funcionamento representacional que atingem, e pela intervenção que demandam, conforme sistematiza o Quadro 3.

Quadro 3 - Tipologia dos obstáculos identificados no uso do Kit Multiplano

Categoria	Descrição	Exemplo no material	Registro afetado	Intervenção recomendada
Didática	Entrave engendrado pelas escolhas de ensino, instruções do material, e não pela estrutura do conceito nem pelo estudante.	Instrução oficial do manual: multiplicar pinos da base pelos da altura (6 × 6 = 36 UA), institucionalizando o erro.	Formação do registro manipulável: a regra de leitura do material é instituída de modo equivocado.	Reformular a instrução (unidades quadradas entre pinos: 5 × 5 = 25 UA); análise crítica prévia do manual pelo professor, subsidiada pelo guia didático.
Epistemológica	Concepção funcional que estabiliza interpretação incompatível com o conceito; resiste à correção pontual e exige ruptura.	Identificação entre contagem de elementos discretos (vértices) e medida de grandeza contínua (área).	Tratamento no registro manipulável: opera-se corretamente sobre uma representação lida de modo errado.	Problematizar o conflito 36 × 25 até a ruptura: confrontar contagem de vértices e de unidades quadradas na própria malha.
Semiótica	Não congruência entre as unidades significantes do artefato e as do objeto matemático, imposta pela estrutura do sistema de representação.	Malha discreta que não comporta 1/2, 1/4, 1/8; poligonal do elástico em lugar da parábola; borda da placa que encerra a assíntota.	Conversão algébrico–gráfico e tabular–gráfico (funções quadrática e exponencial).	Coordenar o material com registro gráfico contínuo (papel quadriculado); reescalar a malha; explorar a diferença representação × objeto como conteúdo de ensino.

Fonte: elaborado para a pesquisa com base em Duval (2009), Bachelard (1996) e Pais (2007).

A análise possibilitou a classificação dos impedimentos em três tipos: obstáculos epistemológicos (quando a representação leva a uma interpretação que não se alinha ao conceito), semióticos (quando a forma física impede a conversão entre diferentes registros) e didáticos (quando as orientações do manual favorecem a realização de procedimentos que não estão ligados à compreensão do conceito). Essa tipologia apoia a elaboração do guia didático, criado para resolver as limitações do manual original e apresentar intervenções fundamentadas na TRRS e em conformidade com a BNCC.

Conclusões

A investigação permitiu responder à questão de pesquisa ao demonstrar que o Kit Multiplano favorece a mobilização de registros de representação semiótica no

ensino de funções, porém, esse potencial varia conforme a natureza do objeto matemático representado e as condições didáticas em que o material é utilizado. Os resultados indicaram um gradiente de adequação semiótica: as funções afins apresentaram maior compatibilidade com a estrutura do recurso, enquanto as quadráticas e, sobretudo, as exponenciais apresentaram limitações decorrentes da discretização da malha e das dificuldades de representação de propriedades contínuas.

Os resultados convergiram para uma proposta analítica articulada, ou seja, a análise documental evidenciou a presença de obstáculos de três ordens distintas: epistemológicos, semióticos e didáticos, que foram fundamentais para a análise *a priori* das situações-problema. Isso pôde ser visto no gradiente de adequação semiótica do material, evidenciado no Quadro 2 Nas duas etapas fundamentou-se a construção de um guia didático pautado na TRRS e em conformidade com os preceitos da BNCC. A principal contribuição deste estudo é deslocar a análise do material para as condições didáticas e semióticas de seu uso, destacando que a eficiência dos materiais manipuláveis depende mais da organização das situações de ensino e da articulação entre diferentes registros de representação semiótica do que de suas propriedades físicas. O Gradiente de Adequação Semiótica proposto neste estudo constitui-se instrumento analítico potencialmente transferível a outros contextos e recursos, cuja aplicação deverá ser examinada em estudos posteriores, bem como a adaptação na investigação de outros recursos manipuláveis ou ambientes digitais de aprendizagem.

Ademais, a análise revela que a BNCC, embora prescreva a mobilização de registros, não explicita as condições cognitivas das conversões, o que reforça a necessidade de formações docentes que instrumentalizem o uso epistemologicamente fundamentado de materiais manipuláveis – direção para a qual o guia didático elaborado pretende contribuir. Como limitação, esta investigação restringiu-se à análise documental do material, de seu manual e das situações-problema elaboradas, não contemplando sua implementação em contextos reais de sala de aula. Desse modo, pesquisas posteriores, incluindo a etapa subsequente deste estudo, poderão examinar empiricamente a utilização do guia didático com professores e estudantes, verificando se o gradiente aqui identificado se confirma nas práticas de sala de aula, bem como analisar seus efeitos sobre a aprendizagem de funções, os processos de formação, tratamento e conversão de registros de representação semiótica.

Referências

ARAÚJO, Wellson de Azevedo. ***Laboratório Interativo de Matemática e a produção de representações semióticas***: um estudo do Kit Multiplano em conexão com a BNCC. 2021. 137 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2021.

ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. *In*: BRUN, Jean. (Org.). ***Didactique des mathématiques***. Lausanne: Delachaux et Niestlé, 1996. p. 243-274.

BACHELARD, Gaston. ***A formação do espírito científico***: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. 5. ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BOGDAN, Robert ; BIKLEN, Sari. Knopp. ***Investigação qualitativa em educação***: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho.; SCUCUGLIA, Ricardo Rodrigues da Silva; GADANIDIS, George. ***Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática***: sala de aula e internet em movimento. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. ***Base Nacional Comum Curricular***. *Brasília, DF: Ministério da Educação*, 2018.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. ***Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) 2023***: resultados. Brasília, DF: Inep, 2024.

CELLARD, André. A análise documental. In*:* POUPART, Jean et al. (Org.). ***A pesquisa qualitativa***: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, 2008.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). ***Aprendizagem em matemática***: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, Raymond. ***Semiósis e pensamento humano***: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. ***Ver e ensinar a matemática de outra forma***: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la . ***Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática***, Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Tradução de Méricles Thadeu Moretti.

FERRONATO, Rubens. ***Multiplano***: guia de orientações didáticas. Curitiba: Brink Mobil, 2020.

GIL, Antônio Carlos. ***Métodos e técnicas de pesquisa social***. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

KALEFF, Ana Maria. A Formação de Professores de Matemática frente à Aprendizagem Ativa Significativa e à Inclusão do Aluno com Deficiência Visual. ***Perspectivas da Educação Matemática***, [S. l.], v. 11, n. 27, 2019.

LORENZATO, Sérgio. ***Para aprender Matemática***. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LORENZATO, Sérgio. ***O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores***. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

PAIS, Luiz Carlos. ***Didática da Matemática***: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. ***Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica***. Campinas: Papirus, 2008.

Submetido em setembro de 2025.

Aceito em julho de 2026.