

A GENERALIZAÇÃO DE PADRÃO SOB O PONTO DE VISTA DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Silvia D.Alcântara Machado**

*Maria Margarida Massignan de Almeida***

[...] a matemática é a ciência dos padrões, que podem surgir a partir do mundo a nossa volta, das profundezas do espaço, ou das atividades mais ocultas da mente humana. (DEVLIN,2002, p. 9)

Resumo: Este artigo é parte de um estudo mais amplo, que visou investigar se e como professores do Ensino Fundamental trabalham com a generalização de padrões. Foram entrevistados cinco professores da rede pública de uma cidade do interior de São Paulo, e aqui destacamos os dados obtidos da entrevista com uma professora. A análise dos dados foi feita à luz principalmente das idéias de John Mason. Concluiu-se, que embora a professora trabalhe com atividades que propiciam a generalização de padrões, ela não intenta em seu trabalho chegar à generalização verbal e muito menos à generalização simbólica.

Palavras-chave:

professor; Ensino Fundamental; generalização de padrões.

Abstract: *This paper is part of a wider study concerning middle school (11- to 15-year old students) teachers from public schools of a small town in São Paulo state. It aims to check if and how those teachers work with activities involving pattern generalization. Five teachers were interviewed and we dealt with data from one of the five interviews in this particular study. Data analyses were carried out mainly using John Mason's approach. We concluded that even though the teacher worked with activities concerning the theme, she didn't mean either to reach the verbal generalization nor even the symbolic, formal generalization.*

Key words:

Teachers; Middle School; pattern generalization.

* Professora pesquisadora da PUC SP, silviaam@pucsp.br

** Mestre pela PUC SP, mariamargarida@interall.com.br

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa que visou investigar se e como o professor do Ensino Fundamental trabalha atividades que envolvem a observação e generalização de padrões.

Dario Fiorentini, Maria Ângela Miorim e Antonio Miguel em artigo de 1993, ao abordar a educação algébrica, destacam a importância da percepção da regularidade em diferentes tipos de situações-problema, como um dos elementos que contribuem para a construção de uma linguagem simbólica, que seja significativa para o estudante. John Mason et al, em artigo de 1985 são mais específicos, quando indicam o uso de padrões como assunto capaz de levar o aluno a conceber a Álgebra, como uma linguagem adequada para expressar regularidades, onde a generalização de padrão tem um papel importante.

Mais recentemente, em 2005, Isabel Vale e Teresa Pimentel confirmam, que o tema permanece candente, ao afirmarem que:

É nossa convicção que a matemática perspectivada como ciência dos padrões, pode contribuir para uma nova visão desta disciplina por parte dos professores e proporcionar contextos de aprendizagem bastante ricos e motivantes para os estudantes, onde o seu poder matemático possa ser explorado. (Vale e Pimentel, 2005, p.14).

Os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental, PCN, de 1998, apresentam concordância com a opinião dos autores citados, ao explicitarem que:

[...] o estudo da álgebra constitui uma oportunidade bastante significativa para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e de generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (PCN, 1998, p.115).

Esses PCN apresentam a sugestão de trabalhar se com padrões desde a 6ª série do Ensino Fundamental. Nisso eles são tímidos, pois em outros países como nos E.U.A., os Principles & Standards (2000) sugerem iniciar esse trabalho desde o Pre-K-2, equivalente a nossa 1ª série do ensino fundamental.

Talvez seja por influência dessas sugestões, sejam elas dos PCN ou das pesquisas em Educação Matemática, que as atividades de generalização de padrões têm sido incluídas, tanto em concursos públicos, como em Olimpíadas da Matemática e vestibulares. A prova do concurso de provimento de cargos de professores de Educação Básica II do Estado de São Paulo, realizada em 2003, por exem-

plo, apresentou questões que envolviam o tema da generalização de padrões.

Diante desses fatos e concordando com vários educadores matemáticos, que o trabalho com o processo de generalização de padrões dá oportunidade ao aluno de pensar por si mesmo e construir estratégias de resolução e de argumentação, além de relacionar diferentes conhecimentos, nos questionamos, como esse assunto tem sido trabalhado por professores do Ensino Básico.

Fizemos primeiramente uma pesquisa, com professores do Ensino Fundamental Público de uma cidade próxima a Campinas, no intuito de verificar se eles estavam sensibilizados pela importância do trabalho com observação e generalização de padrões e como estavam abordando o tema com seus alunos.

Neste artigo apresentamos os resultados dessa pesquisa com um dos professores dessa localidade.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os professores selecionados partilhavam na época da característica particular de pertencerem à Rede Pública Estadual de uma mesma cidade do interior de São Paulo. Como esses professores não formavam um grupo, na acepção de Lüdke e André (2001), segundo Bogdan e Biklen (1994) a entrevista representaria:

[...] neste caso, uma melhor forma de abordagem do que a observação participante. Aquilo que partilham entre si revelar-se-á mais claramente quando solicitar, individualmente, as suas perspectivas e não enquanto observa as suas atividades BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 92).

Seguindo esse conselho, optamos por coletar os dados requeridos por meio de entrevistas semi-estruturadas, que de acordo com Lüdke e André (2001), são realizadas de acordo com um roteiro “guia”, flexível, para poder ser adaptado durante o transcorrer da entrevista ou em entrevistas subsequentes.

Elaboramos o roteiro da entrevista semi-estruturada, balizando-o por meio de uma análise “a priori”, que levou em conta as variáveis inerentes ao assunto “padrões matemáticos”.

As entrevistas foram feitas pela primeira autora que as gravou sempre e quando os entrevistados permitiram. Após cada entrevista fez-se a transcrição das fitas gravadas, seguida da textualização da

transcrição, onde foram acrescentadas as notas registradas pela entrevistadora durante as mesmas.

Na análise dos dados levamos em conta o “ciclo da generalização”, da conversão do específico para o geral, e do geral para o particular, na matemática escolar, descrito por Mason et al (1985) e interpretado por nós da seguinte forma:

Do específico para o geral:

- Percepção da generalidade (reconhecendo um padrão, por exemplo, em seqüências numéricas).
- Expressão da generalidade (elucidando uma regra geral, verbal ou numérica, para gerar uma seqüência)
- Expressão simbólica da generalidade (obtendo uma fórmula correspondente a uma regra geral).

Do geral para o específico:

- Manipulação da generalidade (resolvendo problemas relacionados à seqüência).

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A entrevista ocorreu em abril de 2006 em uma sala de aula da escola na qual a professora trabalha, onde estavam somente a entrevistadora e a entrevistada que chamaremos de Rita, para preservar seu anonimato. A professora Rita de início concordou com a gravação.

Caracterização da professora

Ao comentar sua escolha profissional, a entrevistada falou que: *[...] eu queria ser veterinária, mas as circunstâncias não me davam condições, porque é muito caro, então [...] comecei (a licenciatura em matemática)¹, mas não dava para conciliar (o trabalho na) papelaria e a faculdade, então parei o trabalho. [...] achei que a Faculdade em si não puxou tanto os alunos, deixou muito a desejar, mas é aquele negocio, a escola quem faz é você.*

Contou que era professora há 5 anos e que no ano da entrevista, lecionava Física no ensino médio, e Matemática em todas as séries

¹ O que aparece entre parênteses nas falas da professora, foi acrescentado para facilitar a compreensão.

do 2º ciclo do ensino fundamental. da cidade focalizada por esta pesquisa. Esta professora leciona a disciplina experiências matemáticas, que exige que o professor prepare aulas dinâmicas, com atividades em grupo, jogos, isto é, o professor não pode dar aulas somente expositivas. Isso faz com que os professores procurem cursos e leituras que tratem dessas atividades.

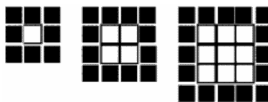
Eu participei em um (curso de formação continuada) da UNICAMP, acho que o nome era “Letra e Vida”; o curso era destinado a professores da rede pública, foi de duas semanas, excelente! Fizeram a gente aprender muitas coisas, (conhecer) materiais que davam para trabalhar com alunos em sala de aula.[...] (como por exemplo) resolução de problemas, jogos e informática, que hoje a informática está entrando muito na escola não é? Tinha muito tipo (de problema) de contagem.

A entrevistada afirmou que durante o curso feito na Unicamp haviam trabalhado as questões das olimpíadas de 2005, e comentou que trabalharam “todas”.

Sobre As Questões De Generalização

Apresentamos a atividade 1 a professora dizendo que essa questão havia sido feita tanto para alunos de nível 1 quanto de nível 2 em uma das últimas olimpíadas brasileiras de matemática.

1. Uma seqüência de mosaicos quadrados é construída com azulejos quadrados pretos e brancos, todos do mesmo tamanho, como se segue: o primeiro é formado por um azulejo branco cercado por azulejos pretos, o segundo de quatro azulejos brancos cercados por azulejos pretos, e assim sucessivamente, como indica a figura. Nos dois primeiros elementos da seqüência apresentam 20 azulejos pretos e 5 azulejos brancos. Se numa seqüência de mosaicos formada de acordo com esta regra forem usados 80 azulejos pretos, quantos serão os azulejos brancos utilizados? a) 55; b) 65; c) 75; d) 85; e) 100.



A entrevistada disse que trabalhava com seus alunos com esse tipo de atividade. Antes de responder como imaginava que seu aluno resolveria esse problema a professora pediu: “Você quer parar o gravador?”.

Dessa forma a entrevistada mostrou seu desconforto com a gravação quando a pergunta se relacionava à matemática propriamente dita.

Após termos desligado o gravador a professora explicou:

No caso eu já dei esse para a 6ª série, alguns alunos contaram os quadrados e outros foram por potência. Daí eles fizeram 9, 16, só que daí tem que tirar os brancos.

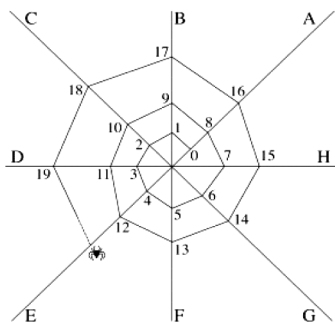
[enquanto falava, a entrevistada escrevia: pretos $3^2+4^2+5^2+6^2$ e brancos $1^0+2^2+3^2$]

Ao responder qual foi o resultado da turma em relação a esse problema, a professora disse que: “Alguns não conseguiram entender o conceito [...] No caso a potenciação”. Desta forma expressou que seu principal objetivo ao trabalhar com essa atividade foi o de contextualizar a potenciação. Consequentemente a entrevistada adotou a estratégia de resolução compatível com seu objetivo de explicitar a seqüência de ladrilhos brancos e pretos, por meio de seqüências de potências $3^2, 4^2, 5^2, \dots$ e $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$

Dessa forma, embora a entrevistada tivesse apontado que trabalhara a percepção da generalidade ao reconhecer um padrão na seqüência de figuras, parece que seu intuito de contextualizar a potenciação levou-a a trabalhar com uma generalização, digamos “limitada” a mais dois termos, plenamente justificada, porque o problema não exigia que se chegasse à expressão simbólica da generalidade para que a manipulação da “fórmula” permitisse o resultado particular solicitado.

A segunda atividade apresentada à entrevistada juntamente com a informação de que fôra destinada ao nível 2 de uma das últimas olimpíadas brasileira de matemática foi a seguinte:

2. A, B, C, D, E, F, G e H são os fios de apoio que uma aranha usa para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho. Sobre qual fio de apoio estará o número 118?



I) B; II) D; III) E; IV) G; V) H; VI) A; VII) C; (VIII) F.

Ao observar a atividade a professora comentou que um aluno da 7ª série lhe mostrara esse mesmo problema dizendo:

[...] que tinha uma seqüência. [...] Ele apontou a linha que mostrava 0, 8, 16, ... Mas daí ele disse: Agora, não estou entendendo porque é: 7, 15, ...? (mostrando a linha H).

A professora ainda refletiu:

Mas, daí aquele aluno parou porque ele não encontrou o mesmo modelo de seqüência como a de 0, 8, 16, ... [...] É que esta seqüência é dos múltiplos de oito, e a que ele encontrava não seguia este modelo.

Perguntada se esse aluno tinha sido o único a tentar resolver a questão, a professora Rita respondeu que nenhum outro tinha conseguido resolver: “Nem fazendo um por um, acho que pensaram que ia dar muito trabalho”.

Ao explicar como ela própria resolveria a atividade, disse:

[...] está indo de 8 em 8, tudo de 8, exemplo: Eu estaria olhando, como ele termina com par, excluo os fios ímpares e analiso os pares. No A não está porque (118) não é múltiplo de 8, no E não está porque tem que ser múltiplo de 4 (que não é múltiplo de 8). Sobra a C e G que daí tem que ver [...].

A estratégia acima exemplifica todo um processo de descobrimento, que foi: primeiro observar que em cada fio da teia os nós contêm uma seqüência de números que evoluem de 8 em 8, após o que, a percepção de que os fios A, C, E e G são de números pares e os B, D,

F e H são de números ímpares. Com isso sobraram apenas quatro fios para serem analisados. Verificando que 118 não é múltiplo de oito nem de quatro, sobraram apenas os fios C e G para examinar.

Embora não tenha concluído sua estratégia de resolução, o processo de raciocínio explicitado confirma o que Radford (1996) considerou, quando explicou que os fatos observados são interpretados de acordo com certo modo de pensamento, dependendo do conhecimento e propósito do observador, o que implica numa variedade de estratégias dependentes dos modos de pensamento de cada um.

No caso, entendemos que a procura da solução específica requerida desviou a atenção da professora, não a levando a expressar a generalidade antes de chegar ao resultado. Isto é, a atenção estava posta na busca do geral para o específico, sem passar pela generalização, que permitiria encontrar o fio em que estaria todo e qualquer número.

Quando da apresentação à professora da 3ª atividade lhe explicamos que esta foi destinada a alunos do nível 1 em uma das últimas olimpíadas brasileira de matemática.

Ao observar a terceira atividade:

3. Joana escreve a seqüência de números naturais 1, 6, 11, ... onde cada número, com exceção do primeiro, é igual ao anterior mais cinco. Joana pára quando encontra o primeiro número de três algarismos. Esse número é: a - 100 ; b - 104; c - 101; d - 103; e - 102

a entrevistada afirmou que trabalhava com atividades deste tipo com seus alunos, sugerindo que eles resolveriam da seguinte forma:

Primeiro como todo aluno resolve, sempre somando o valor 5. Caso ele conheça (a noção de) variável, ele pode pensar que é o anterior mais 5. Mas quando vou parar e dar o valor (para o primeiro número)de 3 algarismos? É, acho que iriam jogar somando 5.

Ao mesmo tempo escrevia:

1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36

Após observar o que escrevera a professora Rita exclamou: “AH! mas neste caso eles veriam que o resultado é 101.” Em seguida a professora disse que trabalharia com seus alunos da seguinte maneira:

Se fosse colegial poderia ser uma PA. $a^n = a^{1+(n-1)} \cdot r$. O a^n não tenho, não tenho o número de termos, a razão é 5 e o 1º termo é 1, faltam dados. Resolveria da forma que falei acima.

A entrevistada sugeriu num primeiro momento, que seus alunos utilizariam a estratégia de escrever a continuação da seqüência até chegar ao primeiro número de 3 algarismos. Após o que, considerou que seus alunos poderiam também observar que os números da seqüência só terminam com os algarismos 1 e 6 e assim concluir que o primeiro número, que termina em 1 com três algarismos é o 101. Acrescentou que se fossem alunos do ensino médio poderiam aplicar seus conhecimentos sobre progressões aritméticas.

Nesta atividade, também como na segunda, a professora se fixou na procura do específico e embora tenha percebido se tratar de uma progressão aritmética, apresentando sua representação simbólica da generalidade: $a_n = 1 + (n-1) 5$, alegando falta de dados, não a utilizou, preferindo uma estratégia mais “imediate”. Neste caso fica uma questão: a professora afirmou que se fossem alunos do ensino médio poderiam resolver, utilizando seus conhecimentos de progressões aritméticas, o que parece indicar que a entrevistada não acredita que se possa chegar a uma generalização verbal ou numérica sem conhecer a “fórmula”.

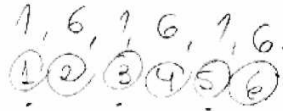
Ao apresentar as duas últimas atividades explicamos que foram os mesmos dados a alunos do ensino médio de escola pública da região, em pesquisa realizada por uma colega do grupo: Educação Algébrica (Perez, 2006). Esses problemas embora apresentem menor grau de dificuldade, exigem que se expresse a generalização para daí manipular e encontrar o resultado específico requerido.

A entrevistada leu a atividade seguinte:

4. *Um aluno diz que encontrou o próximo termo e que também foi capaz de encontrar o 127º termo. E você encontraria? Qual seria sua resposta?*

1, 6, 1, 6, 1, 6, 1, 6,...

Ela, então, começou a rabiscar:



explicando que os alunos responderiam que o 127º termo é 1 porque os termos ímpares são 1 e os pares são 6. Acrescentando que trabalharia com seus alunos desse mesmo jeito.

A estratégia apontada pela professora entrevistada sugere uma generalização sem a formalização algébrica, correspondendo a uma variação da 1ª etapa com condições de chegar a 2ª etapa descrita por Mason. Desta forma, podemos deduzir que a professora, ao menos explicitamente não espera chegar à generalização simbólica com seus alunos do EF.

Comentando a última atividade

5. Um aluno diz que encontrou o próximo termo e que também foi capaz de encontrar o 127º termo. Como você responderia essas questões?



a professora Rita disse que essa tinha o mesmo grau de dificuldade que a atividade 3, argumentando que:

Aquela é mais fácil, é uma seqüência mais visível. Vendo como aluno, o número, a visualização é mais fácil, ou melhor, [...], pois poucos professores trabalham geometria em sala de aula. Aqui ele continuaria a seqüência até chegar no 127º.

Nesta fala a entrevistada dá conta da dificuldade dos alunos com a Geometria, devida ao pouco trabalho dos professores com assuntos dessa área, fazendo com que uma seqüência de figuras, que no caso representam apenas formas geométricas das mais simples, cause a perturbação prevista pela professora. Aqui parodiando frase de

Lesley Lee² relativa à álgebra e trocando a palavra álgebra por geometria podemos dizer que:

Reconhecemos que os significados que o sujeito constrói depende em grande parte do ambiente geométrico para o qual foi direcionado, dos aspectos da cultura geométrica para os quais foi chamada sua atenção, assim como de suas primeiras experiências nela.

Ao refletir sobre o problema cinco a entrevistada desenhou no papel:



É que aqui, veja, tem 3, 6, o próximo seria 9, o próximo o 12, estaria indo de 3 em três. Mas aqui também, 1, 4 o próximo seria 7 daí 10, não daria a mesma seqüência que estaria indo o quadrado. Aqui seria 2, 5 o próximo seria 8. Se fosse de três em três poderia pensar que ele fosse... Como faz?

Aparentando cansaço a professora Rita disse a entrevistadora que iria pensar mais tarde sobre essa atividade.

É interessante notar que a entrevistada ao relacionar a atividade 5 que trata de uma seqüência repetitiva, de 3 em 3, com a atividade 3, que é uma seqüência crescente, portanto de outra natureza, criou um obstáculo que a impediu de chegar à generalização. Além disso, é importante destacar a observação da professora Rita, quanto a maior dificuldade apresentada pela seqüência de figuras geométricas, sugerindo que quando se trata de uma atividade que envolve (aparentemente) a geometria o aluno imediatamente se retrai, ou seja, imagina que é um problema mais difícil de resolver. Este parece ser o caso citado por Lee de que às vezes o maior problema apresentado não é o de ver o padrão, mas sim, o de perceber um padrão útil algebricamente, o qual leve a uma solução geral. Lee ressalta também que quando uma pessoa se fixa em uma percepção inicial de padrão, fica muito difícil abandoná-la.

² Penso que todos reconhecemos que os significados que os alunos constroem dependem em grande parte do ambiente algébrico para o qual os direcionamos, dos aspectos da cultura algébrica para os quais chamamos a atenção, assim como de suas primeiras experiências nela (na álgebra). (Lee, 1996, p. 104).

Observando o problema acima se verifica que trata de uma seqüência, a qual exige da pessoa que irá resolver, tanto a visualização das figuras, quanto a contagem de elementos.

Ao darmos por terminada a entrevista a professora Rita perguntou sobre a resolução da última atividade, dando oportunidade de discutirmos a importância da generalização de padrões.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A entrevista realizada permitiu verificar que a professora entrevistada trabalha com seus alunos atividades que permitem a observação e generalização de padrões, tendo mesmo desenvolvido com seus alunos a primeira atividade apresentada durante a entrevista. O fato de ter feito curso de formação continuada parece tê-la sensibilizado para o assunto.

É de se notar que, embora a gravação da entrevista, aparentemente, no início não tenha afetado o desenrolar da conversa, ao se deparar com as atividades matemáticas a professora Rita sugeriu o desligamento do gravador.

Quanto à questão do como a professora trabalha as atividades relativas ao tema da generalização de padrões, verificou-se, que em nenhum momento a professora mostrou a intenção explícita de chegar à generalização simbólica, sugerindo que aparentemente não percebia a oportunidade e até mesmo a necessidade de chegar à generalização. No entanto não se pode negar que para cada atividade a professora Rita sugeriu uma estratégia diferente, o que confirma considerações de Vale e Pimentel (2005) e de Lee (1996) de que a resolução desse tipo de atividade depende do olhar do observador.

Durante a entrevista, em geral, a entrevistada sugeriu apenas uma forma de resolução para cada atividade, não tendo validado nenhuma das resoluções sugeridas. Radford (1996) considera que a validação necessita de mais de uma forma de resolução, concluindo que a generalização, como um modelo didático, não pode evitar o problema da validação, pois é a existência dessa variedade de estratégias que permite a validação dos resultados.

Como “efeito colateral” da entrevista, ressaltamos o fato de que uma mesma atividade pode ser abordada, visando enfatizar um ou mais conhecimentos matemáticos envolvidos. Por exemplo, a profes-

sora Rita “via” a atividade 1 como oportunidade de verificar se o aluno apelava para seus conhecimentos de potenciação, enquanto outro professor poderia enfatizar a generalização, sem se preocupar com isso. Da mesma forma o problema da aranha pode ser visto como uma oportunidade para se trabalhar classe de restos e a própria professora encaminhou-o de outra maneira.

Outro destaque a ser feito é quanto à suposta crença delineada pela professora, de que somente um aluno do Ensino Médio, que já conhecesse a fórmula do enésimo elemento da progressão aritmética, poderia resolver o problema 3. Isto nos leva a concluir que para essa professora a formalização algébrica está longe de ser trabalhada em atividades deste tipo no ensino fundamental.

Concluimos que embora a professora trabalhe com atividades que propiciem a generalização de padrões, ela não intenta em seu trabalho chegar à generalização seja ela verbal ou literal e muito menos a generalização simbólica.

Embora, de nenhum modo tenhamos a pretensão de generalizar essa conclusão, julgamos que ela indica que na formação continuada de professores o trabalho com esse tema necessita a discussão sobre a oportunidade propiciada pelo processo de generalização de padrões para que o aluno pense por si mesmo e construa estratégias de resolução e de argumentação, além de relacionar diferentes conhecimentos. O estudo do tema também oportuniza destacar a importância de se chegar à generalização utilizando mais de uma estratégia que possibilite a validação dos resultados obtidos, possibilitando assim a autonomia do aluno. Além disso, quando da análise do tema deve-se enfatizar que o assunto é capaz de levar o aluno a conceber a Álgebra como uma linguagem adequada para expressar regularidades, onde a generalização de padrão tem um papel importante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino Fundamental: terceiro e quarto ciclos*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora. 1994.

DEVLIN. K. *Matemática: A ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora. 2002.

FIorentini, D., MIORIN, M.A , MIGUEL, A. A Contribuição par um repensar ... a Educação Algébrica Elementar, In: *Pro-Posições*, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação- Unicamp. Vol.4, nº1[10]. Campinas: Cortez Editora, 1993, p 78-91.

LEE, L. An initiation into algebraic culture through generalization activities. In: NADINE, Bednarz, KIERAN, Carolyn, LEE, Lesley (eds.). *Approaches to algebra – perspectives for research and teaching*. Dordrecht: Kluwer, pp. 87-106, 1996.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. Coleção Temas Básicos de Educação e Ensino. São Paulo: EPU Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 2001.

MASON, J. GRAHAN, A. PIMM, D & GOWAR, N. *Routes to roots of algebra*. Milton Keynes, UK: The Open University, 1985.

MASON, J. Expressing Generality and Roots of Algebra. In: *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*. Netherlands : Kluwer Academic Publishers, p. 65-86, 1996.

NCTM . *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston : NCTM .(2000)

RADFORD, L. *Reflections on Teaching Álgebra Through Generalization*. *Approaches to algebra – perspectives for research and teaching*. Dordrecht: Kluwer, pp. 107-111, 1996.

VALE, I.; PIMENTEL, T. *Padrões: um tema transversal do currículo: Revista da Associação de Professores de Matemática*, Novembro/ dezembro, nº 85, 2005.