REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

Volume 11, número 25 – 2018

ISSN 2359-2842

Diferentes Representações dos Números Racionais: um estudo no 6º ano com o bingo dos números racionais

Different representations of the Rational Numbers: a study in the 6th year with the bingo of rational numbers

Amanda Rodrigues Marques da Silva[1]
Paula Moreira Baltar Bellemain[2]

RESUMO

Esse trabalho é um recorte da nossa pesquisa de mestrado, realizada numa turma de 6º ano numa escola da Zona da Mata Norte no estado de Pernambuco. Buscamos observar como os estudantes lidam com diferentes representações de números racionais no contexto do jogo Bingo dos Números Racionais. Realizamos a coleta de dados em dois momentos, jogando partidas do bingo e com entrevistas individuais. Percebemos que os estudantes têm uma compreensão mais ampla acerca de algumas representações e fazem uso de teoremas-em-ação que não levam a resposta esperada. Um outro ponto que foi observado foi a dificuldade em estabelecer relações entre diferentes representações para um mesmo número, bem como a dificuldade na compreensão da composição de números decimais nas representações simbólico-numérica decimal. Nesse trabalho analisamos as repostas de sete estudantes para a primeira questão da entrevista que realizamos para ampliar nossos dados e verificar algumas hipóteses elencadas durante as partidas jogadas.

PALAVRAS-CHAVE: Números Racionais. Representações. Jogos nas Aulas de Matemática. Teoremas-em-Ação.

ABSTRACT

This work is a piece from our master's research, carried out in a 6th grade class at a school in the Zona da Mata Norte in the state of Pernambuco. We look at how students deal with different representations of rational numbers in the context of the Bingo game of Rational Numbers. We collect data in two moments, playing bingo games and with individual interviews. We realize that students have a broader understanding of some representations and make use of theorems-in-action that do not lead to the expected response. Another point that was observed was the difficulty in establishing relations between different representations for a same number, as well as the difficulty in understanding the composition of decimal numbers in the decimal-symbolic-numeric representations. In this work we analyze the answers of seven students for the first question of the interview that we carried out to enlarge our data and verify some hypotheses listed during the games played.

KEYWORDS: Rational Numbers. Representations. Games in Class Math. Theorems-in-Action.

[1] UFPE. professoraamandam@gmail.com
[2] UFPE. pmbaltar@gmail.com

Introdução

Esse trabalho desenvolvido na linha de pesquisa da Didática da Matemática. Investigou possíveis contribuições de um jogo para o diagnóstico dos conhecimentos e das dificuldades de aprendizagem de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental sobre os números racionais.

Muitas pesquisas em Educação Matemática tratam dos jogos como recurso que pode favorecer o ensino e a aprendizagem de determinados conteúdos, seja expandindo os conhecimentos construídos, iniciando uma nova fase exploratória de determinados aspectos do conceito ou ainda para verificar a aprendizagem dos estudantes.

No que se trata de jogo e suas características, fundamentamos nosso trabalho em Huizinga (2000) e Caillois (1990). Quanto ao jogo no contexto da Educação Matemática trazemos como fundamentação os trabalhos de Grando (1995), Muniz (2010), Gitirana *et. al* (2013) e Smole *et. al* (2007). Buscamos definir jogo de uma forma mais geral e ampla, afunilando a discussão para questões que envolvem a sala de aula e o planejamento das aulas de matemática com a utilização desse recurso metodológico.

O jogo que utilizamos nesse estudo tem como foco central as diferentes representações de números racionais. Os números racionais são estudados pelas crianças desde os primeiros anos de escolarização, porém o primeiro contato com esses números acontece no cotidiano.

Facilmente encontramos o emprego dos números racionais no dia-a-dia, seja para pedir metade de um chocolate ou para dizer que tomamos apenas metade da água que havia no copo. No contexto de compra e venda, as crianças lidam com esses números ao ir comprar balas, chocolates ou pipoca na barraquinha. Nessas e em muitas outras ocasiões, os números racionais estão presentes no cotidiano das pessoas desde muito cedo, necessitando assim de uma compreensão mais ampla a cada avanço sobre suas estruturas.

O trabalho com representações diferenciadas de números racionais nos permite investigar em quais aspectos os estudantes possuem maior ou menor dificuldades em compreender o conceito de número racional, bem como quais conhecimentos estão imbricados nessa compreensão e podem interferir na aprendizagem desses números, considerando que cada representação trata dos números racionais por “diferentes ângulos”.

Para conhecer um pouco sobre a origem histórica desse campo numérico, utilizamos Caraça (1951) e Ifrah (1992); aspectos sobre o ensino e a aprendizagem desses números e

algumas conexões com outros conceitos, fundamentados em Bezerra (2001), Silva (2004), Catto (2000), Lima (1989) e Nunes e Bryant (1997); a observação sobre a estrutura do ensino dos números racionais no Brasil foi feita apoiada nos documentos de orientação curricular nacional e do estado de Pernambuco através dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997; 1998) e Parâmetros Curriculares para Educação Básica de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012),

Preparamos nosso instrumento de coleta de dados sob o olhar da Teoria dos Campos Conceituais, considerando o papel fundamental do número racional em dois campos conceituais: o das estruturas multiplicativas e o das grandezas e medidas. Para estruturarmos a conexão entre os Campos Conceituais citados e o conceito de número racional utilizamos como fundamentação teórica Vergnaud (2009). Trouxemos algumas reflexões sobre o papel da representação em matemática e a importância dos conhecimentos prévios dos estudantes, também sob o olhar da Teoria dos Campos Conceituais.

O presente texto traz um recorte da nossa pesquisa de mestrado que buscou identificar como estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental lidam como diferentes representações de um mesmo número racional no contexto do jogo (SILVA, 2016). O jogo que utilizamos foi o Bingo dos Números Racionais, concebido no Projeto Rede – Interdisciplinaridades e Formação Docente, na UFPE, no desenvolvimento de um subprojeto que visou construir com os professores de matemática materiais concretos e de baixo custo para o ensino de matemática.

No contexto desse subprojeto foram desenvolvidos outros seis jogos, dos quais dois já foram investigados, o Jogo dos Polígonos (BARROS, 2012) e o Mankala Colhe Três (SANTOS, 2014) e dois estão sendo investigados no Programa de Pós-Graduação em Educação matemática e Tecnológica (EDUMATEC – UFPE). Para nossa coleta de dados realizamos uma análise a priori do jogo para melhor elencar as diferentes possibilidades de representações para um mesmo número e assim definir as cartelas do jogo que seriam utilizadas e as fichas que seriam chamadas.

Para complementar os dados da pesquisa, realizamos entrevistas individuais ainda no contexto do jogo, porém adequando as questões propostas às hipóteses que precisavam ser revistas ou aprofundadas. A primeira questão da entrevista foi o objeto de análise desse texto.

Os jogos como elemento cultural do ser

Quando falamos em jogo podemos fazer uma associação imediata a lazer, diversão, imaginação, liberdade e vários outros substantivos relacionados ao que chamamos de ludicidade. Na literatura consultada, não encontramos uma definição direta do termo ludicidade, mas trazem a ideia de ludicidade associada à ação que leva ao divertimento e ao lazer.

Huizinga e Caillois são convergentes quando começam a refletir com a finalidade de definir jogo, eles estabelecem algumas características que são indispensáveis em uma atividade para que possa ser chamada de jogo: precisa ter regras; ser jogado voluntariamente pelo prazer de jogar; não produzir nada duradouro; e, sair do contexto da realidade e da responsabilidade, sair do mundo real.

Quando afirmam que o jogo não produz nada de duradouro se referem ao fato que na situação de jogo, ao final de cada partida, os jogadores retomam "à estaca zero", todos retornam às mesmas condições de jogo. Embora alguns jogadores tenham mais experiência e conhecimento sobre o jogo, naquele momento as circunstâncias materiais para os jogadores no início da partida é o mesmo. Porém o ato de jogar desenvolve e aprimora sempre alguma habilidade, seja ela motora ou intelectual.

Caillois (1990) divide os jogos em quatro categorias: Jogos de competição, onde os jogadores ou equipes se enfrentam entre si (Agôn); Jogos de azar, onde a sorte que determina o vencedor e não as habilidades dos jogadores (Alea); Jogos de imitação, fantasia, faz de conta (Mimicry); e, os jogos que buscam a desestabilidade, a vertigem (Ilinx). O autor destaca o fato de que dificilmente os jogos se encaixam em apenas uma categoria, geralmente eles são uma combinação entre dois ou mais tipos de jogos.

De acordo com essas reflexões sobre as características do jogo e considerando o jogo como elemento lúdico essencial ao ser, acreditamos que utilizado no contexto da sala de aula é uma possibilidade de trabalho diferenciado que pode mexer com a emoção dos estudantes.

Os jogos no contexto das aulas de matemática

No contexto da sala de aula, além de possibilitar o estudo de um conteúdo específico o jogo pode estimular o trabalho em equipe, motivação, concentração, formulação de hipóteses, argumentação e o exercício pleno da cidadania. Em um jogo de estratégia, por exemplo,

jogado em grupo, os estudantes para serem bem-sucedidos precisam combinar estratégias, através da formulação de hipóteses e argumentação; as regras precisam ser respeitadas ou o jogo acaba; durante o período de jogo podem precisar trabalhar juntos, mantendo-se motivados para continuar ativos.

Esses aspectos são valiosos para educação escolar. A motivação e a concentração, por exemplo, são indispensáveis para a construção de conhecimentos. No caso dos jogos trabalhados com intenção didática, o ideal é manter o caráter lúdico aliado ao estudo de conteúdos matemáticos, pois caso contrário passará a ser mais uma atividade obrigatória do dia-a-dia. Nesse sentido, o ponto principal a ser considerado é como planejar a inserção dos jogos nas aulas de matemática.

Para planejar aulas com jogos, precisa-se clareza sobre os objetivos do jogo, os objetivos da aula e as possíveis dúvidas e questões que podem surgir. Concordamos com Gitirana et. al (2013) quando dizem que.

> O problema a encarar é como inserir, então, no contexto da Educação Básica as experiências com jogos matemáticos. Esta não é uma tarefa fácil, requerendo de um lado, a clareza sobre os vários conceitos matemáticos envolvidos e, de outro, um planejamento do momento e da maneira adequados à sua utilização no processo do ensino-aprendizagem, garantindo-se assim, a riqueza conceitual, o prazer de participar da atividade e a conquista da autoconfiança (p. 13).

As relações da matemática com o cotidiano podem ser observadas também em situações contidianas. Muniz (2010) faz um estudo da matemática encontrada nos jogos espontâneos, por meio da observação de crianças no dia-a-dia, revelando a matemática que elas produzem ao jogar.

Dividindo os jogos em três classes: jogos espontâneos, que são os jogados socialmente como o jogo de dominó, baralho e damas, ele inicia o seu estudo observando crianças jogando POG (uma brincadeira também conhecida como jogo de tazzos); os jogos de reflexão pura, que são jogos em que a sorte ou azar não influenciam no resultado do jogo e que dependem apenas do raciocínio lógico para chegar à solução; e, os jogos matemáticos, que são os jogos considerados dos sábios, que se apresenta como um problema que precisa ser resolvido (MUNIZ, 2010).

Diante do exposto, podemos dizer que o jogo que utilizamos nessa pesquisa trata-se de uma adaptação do bingo tradicional que é um jogo espontâneo, de acordo com as classes

definidas por Muniz (2010), pois faz parte de um contexto cultural o jogo do bingo. E Alea, encaixando-o nas categorias de Caillois (1990), uma vez que a sorte influencia no resultado do jogo; embora não seja o fator determinante para vencer o jogo, pois os estudantes precisam mobilizar conhecimentos matemáticos para realizar as marcações.

O bingo dos números racionais

O bingo dos números racionais possui características parecidas com as regras do bingo tradicional. São cantadas algumas fichas de chamada e cada jogador marca na sua cartela uma representação correspondente à ficha chamada. Possui cartelas e fichas de chamada, diferenciando principalmente, pelo caráter educacional. As cartelas (como mostra o exemplo da FIGURA 1) são compostas por nove representações de números racionais, dispostas em um quadro com três linhas e três colunas. As fichas de chamada trazem representações escritas de números racionais e ganha o jogo quem marcar primeiro uma linha, uma coluna ou diagonal.

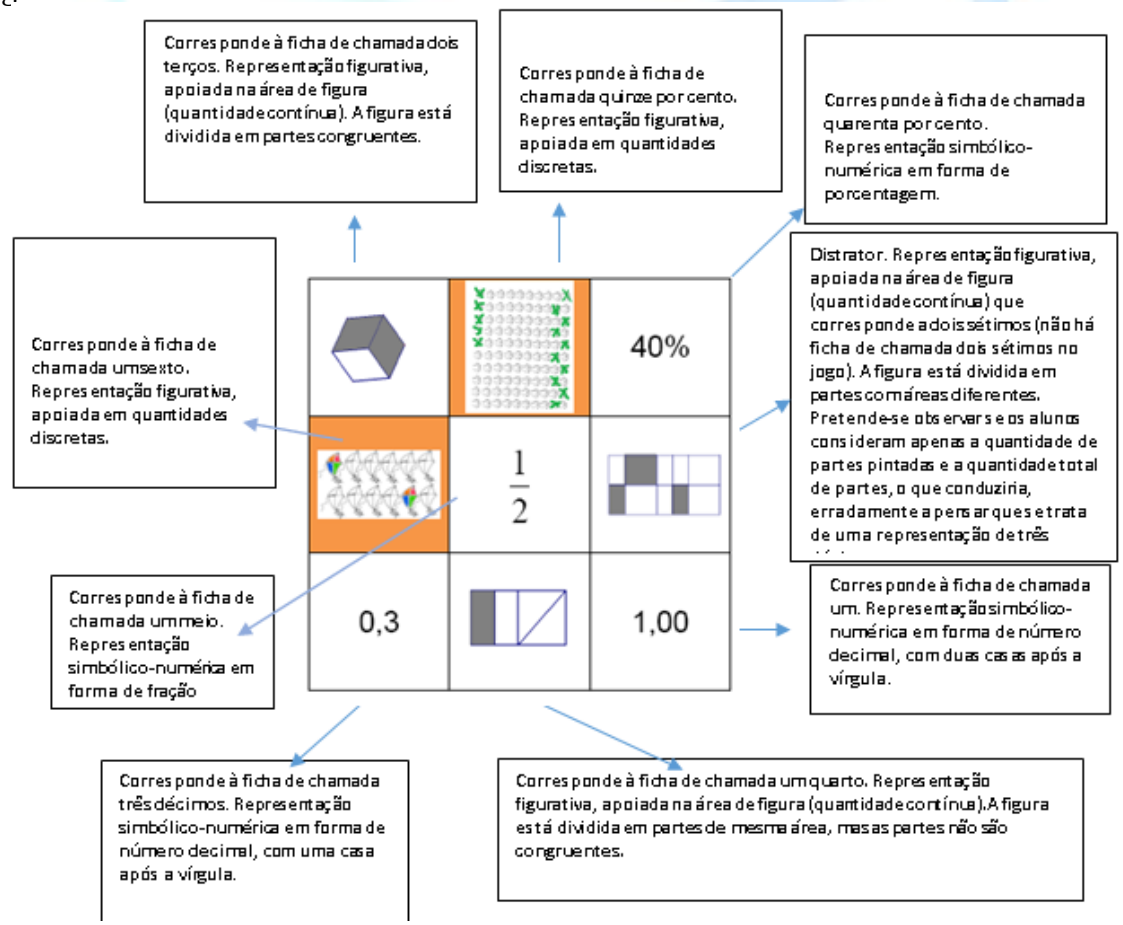

Figura 1: Exemplo de cartela do jogo
Fonte: Adaptado do texto de apresentação do jogo apud Silva, 2016.

As representações que formam as cartelas podem ser figurativas ou numéricas. As representações figurativas podem ser de grandezas contínuas ou discretas e as representações numéricas podem ser um número decimal (com uma, duas ou três casas decimais), uma fração irredutível ou um número acompanhado do símbolo de porcentagem (%).

Dentre as representações que compõem as cartelas, existem as que foram chamadas de distratores[3]. Para minimizar um efeito de cartelas mais fáceis ou mais difíceis, na composição das cartelas foi decidido que os distratores não podem estar nas diagonais das cartelas.

Ainda em relação à composição das cartelas, foram considerados pelos criadores do jogo alguns critérios: no centro da cartela fica a representação mais simples de ser reconhecida, cada cartela tem pelo menos quatro representações figurativas e quatro numéricas e em todas as cartelas aparecem uma representação para um meio. Utilizamos na pesquisa as cartelas e fichas de chamada do jogo originalmente produzido no Projeto Rede, embora na proposta do referido projeto, esteja prevista a possibilidade de adaptações pelos professores. A versão original do Bingo dos Números Racionais possui 24 cartelas, 20 fichas de chamadas e uma folha de registro na qual os estudantes devem produzir um registro numérico para cada ficha chamada. Na forma original do jogo estão previstas três funções para os jogadores

De acordo com as definições de jogos por nós utilizadas, pensamos que a função escriba tornaria o jogo menos dinâmico, forçando uma atividade obrigatória que não é necessária para dar sentido ao jogo e decidimos jogar sem essa função. As orientações didáticas do jogo aconselham que os estudantes joguem em grupos de dois ou três alunos para que a interação favoreça a construção de hipóteses e a argumentação. É interessante também que sejam jogadas várias partidas para que o estudante possa interagir com diferentes representações.

As partidas do Bingo dos Números Racionais são compostas por dois momentos: as chamadas das fichas e marcação das representações contidas nas cartelas; e, o momento da conferência. O momento da conferência é o momento em que os estudantes socializam seus conhecimentos sobre as diferentes representações dos números racionais com seus colegas e

[3] A finalidade dos distratores é favorecer a observação de associações errôneas entre representações de determinados números racionais. Os distratores correspondem a erros identificados na revisão de literatura ou observados por professores em sua prática docente. É importante ressaltar que em cada cartela existe uma representação correta, que tem relação com alguma das fichas de chamada, que pode se confundir com o distrator. (SILVA, p. 29, 2016)

com o professor. É durante a conferência, momento em que os estudantes vão conferir a cartela da equipe ganhadora, que o professor pode realizar as devidas intervenções para auxiliar o estudante no processo de compreensão e sistematização dos conhecimentos.

Elementos da teoria dos campos conceituais

Esse trabalho teve como marco teórico a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Vergnaud e seus colaboradores, a qual subsidia a análise dos conhecimentos implícitos e sua importância na aprendizagem, bem como o papel das representações na mobilização desses conhecimentos.

Em matemática, utilizamos constantemente as representações para resolver problemas e explicitar nosso entendimento sobre determinadas estruturas matemáticas. Sabemos que existem diferentes representações para um mesmo conceito matemático e que cada representação pode contemplar aspectos diferenciados sobre esses conceitos. A compreensão dessas diferentes representações para um mesmo conceito pode favorecer o entendimento dos invariantes operatórios. No caso do nosso objeto de pesquisa, o número racional, temos diferentes representações e diferentes significados para um mesmo número racional e nesse sentido o jogo que escolhemos para compor nosso objeto se propõe a favorecer o trabalho com diferentes representações de números racionais.

A Teoria dos Campos Conceituais considera a interligação entre diferentes conceitos e campos conceituais. No caso do número racional, podemos observar sua presença nos campos conceituais das Grandezas e Medidas, no estudo e na compreensão de grandezas contínuas, conceito de unidade de medida e sistemas métricos, e nas Estruturas Multiplicativas, no estudo de razão, proporção, divisão, por exemplo.

De acordo com essa teoria para a compreensão do conceito de número racional é necessário levar em consideração três elementos:

- S – O conjunto das situações que dão sentido ao número racional;
- I – O conjunto de invariantes operatórios relativos ao número racional
- s – O conjunto das representações simbólicas que dão acesso ao número racional e nos permitem observar os invariantes mobilizados nas situações.

Nossa pesquisa buscou identificar como os estudantes lidavam com diferentes representações dos números racionais. O estudo está focado nos invariantes operatórios, que

são os conceitos e teoremas-em-ação mobilizados durante a resolução de uma tarefa proposta. Os teoremas-em-ação são formulações realizadas a partir de experiências anteriores e que o sujeito não consegue ainda explicitar, são proposições utilizadas implicitamente, consideradas apropriadas pelos sujeitos.

Como os teoremas-em-ação são utilizados com base em situações anteriores vivenciadas, algumas vezes ele não é um teorema válido para resolução da tarefa em diferentes situações, sua mobilização permite chegar a uma solução correta apenas em algumas situações específicas. Dessa forma, justificamos a necessidade de trabalhar com diferentes representações de números racionais, para que o estudante possa entrar em contato com tarefas nas quais a mobilização de alguns teoremas-em-ação não leva a solução correta.

Uma outra justificativa para o trabalho com diferentes representações de números racionais é a possibilidade de análise das dificuldades de compreensão do estudante. Tomamos como pressuposto que diagnosticar os conhecimentos implícitos que os estudantes trazem acerca de um conceito favorece o trabalho de planejamento e intervenção do professor com a finalidade ampliar a construção de conhecimentos pelos estudantes.

Os números racionais

A história das representações numéricas está atrelada ao desenvolvimento social da humanidade. Quando os homens deixaram de ser nômades e começaram a praticar a agricultura e a pecuária surgiu a necessidade de situar-se no tempo para saber o período da colheita, contar os animais do rebanho para controlar suas propriedades, fazer relações entre moedas de compra e venda para organização das finanças e etc.; quanto mais a sociedade se desenvolvia, maior era a necessidade de contar (IFRAH, 1992).

Inicialmente o controle de quantidades era feito com objetos ou símbolos auxiliares. Os anos foram se passando e a sociedade se desenvolvendo mais e mais, até o ponto em que as formas utilizadas não davam mais conta de registrar as contagens. Era preciso registrar pagamentos, débitos, recebimento de impostos e etc. Então paralelamente em diversas regiões foram sendo criados sistemas de numeração, surgindo aí a sistematização do conjunto dos números naturais. O sistema numérico que utilizamos em nossa sociedade teve origem com os hindus e foi aperfeiçoado e difundido pelos árabes, por isso hoje cada dígito recebe o nome de algarismos (em homenagem a Al-khwarizmi) e chama-se indo-arábico (IFRAH, 1992).

De acordo com Caraça (1951) os números naturais surgiram como resposta ao problema da contagem, da mesma forma ele afirma que o surgimento dos números racionais como resposta ao problema da medida.

Da mesma forma que os números naturais surgem como solução ao problema da contagem, Caraça (1951) afirma que os números racionais surgiram como solução ao problema da medida. Ao se comparar duas grandezas de mesma natureza, podemos perguntar quantas vez uma "cabe" na outra. Ao tentar responder essa indagação nos deparamos com algumas situações onde uma quantidade inteira de vezes não é a resposta para o questionamento.

Heródoto, historiador grego que viveu no século V a.C, segundo Caraça (1951) refere-se à origem da geometria com a distribuição de terras feitas as margens do rio Nilo, onde homens do rei realizavam as medições dos terrenos para cobrar os impostos de acordo com área de cada terrenos. Vemos aí a necessidade de expressar o resultado de uma medição para estabelecer a relação entre o estado e a propriedade privada. Acredita-se que esse fato também deu origem a necessidade dos números racionais, que no contexto da medida são sempre positivos. Uma vez que para expressar numericamente uma medida, encontra-se comumente casos onde os números inteiros não são suficientes para exprimi-la. Assim, em alguns casos é preciso realizar uma subdivisão da unidade de medida escolhida e a partir daí expressar a medida como a razão entre o número de partes contidas na grandeza medida e o número de partes que contém o instrumento de medida.

Vários fatores estão relacionados ao ensino e a aprendizagem dos números racionais, como a priorização do uso de uma determinada forma de representação, emprego inadequado de técnicas operacionais, focalização em um determinado significado ou situação que envolvem esses números, podemos observar essa diversidade de fatores na nossa prática docente e na variedade de ramificações das pesquisas já realizadas.

Alguns estudos sobre os números racionais apontam para aspectos que envolvem o ensino e aprendizagem dos números racionais, como a confusão entre partes iguais e partes do mesmo tamanho e privilégio de algumas representações (SILVA, 2004; BEZERRA, 2001), a dificuldade de resolver problemas e questões por não compreender a equivalência entre diferentes representações para um mesmo número (CATTO, 2010), a necessidade de estabelecer relações entre os diferentes significados do número racional (KIEREN, 1976), a

utilização de técnicas inadequadas para encontrar a solução de questões propostas (NUNES; BRYANT, 1997), por exemplo.

Compreender como os estudantes lidam com as diferentes representações dos números racionais é importante para estabelecer uma relação entre os diferentes aspectos das representações, as técnicas empregadas para estabelecer uma relação de equivalência entre as diferentes representações para o mesmo número e a forma como dá-se o ensino desse conjunto numérico.

Percurso metodológico

Na apresentação do percurso metodológico da pesquisa, enfatizaremos três pontos principais: (a) o experimento piloto; (b) a construção do dispositivo experimental; e (c) a construção das entrevistas com os alunos.

Escolhemos realizar um experimento piloto para basear nossas escolhas metodológicas e identificar fragilidades nos procedimentos adotados. Após a realização do experimento piloto e a análise dos dados pudemos perceber alguns aprimoramentos necessários, como o controle prévio das fichas que seriam utilizadas em cada partida. Percebemos também que apenas o jogo não nos deu base suficiente para sabe como aqueles alunos lidavam com as diferentes representações contidas no jogo e preparamos após análise dos dados coletados durante a vivência do jogo em sala de aula, entrevistas individuais.

(a) O experimento piloto

O experimento piloto visou verificar como se daria a interação dos estudantes com o jogo. Trabalhamos nessa etapa com 18 estudantes do 5º ao 9º do Ensino Fundamental de uma escola particular de um município da Zona da Mata Norte de Pernambuco.

O experimento consistiu na realização de três partidas utilizando o jogo Bingo dos Números Racionais, com os estudantes que aceitaram participar do experimento. Os estudantes jogaram em duplas, como sugerido pelos criadores do bingo e para favorecer o diálogo e o levantamento de hipóteses, as partidas foram videogravadas. As duplas recebiam uma cartela a cada partida, sendo as duas primeiras partidas jogadas com cartelas iguais.

O jogo seguiu as etapas previstas - chamada das fichas, marcações nas cartelas e conferência após alguma dupla bater. Os estudantes foram orientados a escrever dentro da

“casa” onde marcassem a representação a ficha de chamada anunciada pelo chamado, para que pudéssemos saber a relação representação /ficha de chamada que eles estabeleceram.

A análise desse experimento piloto mostrou que os estudantes não identificaram as representações figurativas que faziam relação à porcentagem. Alguns não identificaram as representações figurativas de grandeza contínua que não estavam divididas em partes congruentes (porém, de mesma área) e alguns ainda não levaram em conta a necessidade de igualdade entre a área das partes na hora de realizar as marcações (fazendo assim, marcações incorretas).

Algumas observações quanto ao desempenho das partidas em relação aos objetivos da nossa pesquisa também foram realizadas. Como por exemplo, a não mobilização das representações que traziam a ideia de equivalência e das possibilidades de distratores numéricos. Pudemos observar também que os estudantes se mantiveram motivados e trabalhando em equipe durante as partidas, respeitaram as regras e trabalharam com o levantamento e validade de hipóteses durante a conferência.

(b) O dispositivo experimental

Construímos nosso dispositivo experimental tomando como base os resultados do experimento piloto. No experimento piloto trabalhamos com estudantes em diferentes anos de escolaridade e não percebemos uma diferença significativa entre eles. Sendo assim decidimos manter como sujeitos da nossa pesquisa, estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. A escolha pelo 6º ano e não outra turma justifica-se pelo fato de o jogo ter sido pensado para estudantes do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, tendo assim esses estudantes já passado pelo período de aprendizagem formal desses números e dessas representações.

O experimento consistiu em jogar quatro partidas do Bingo dos Números Racionais com os estudantes. As cartelas utilizadas foram escolhidas com base numa análise a priori detalhada dos tipos de representação contemplados por cada ficha de chamada e em cada cartela. As fichas de chamada não foram sorteadas aleatoriamente como no experimento piloto, pois percebemos que dessa forma algumas representações poderiam não ser contempladas nas partidas.

Foram escolhidas as cartelas e as fichas de chamada levando em consideração as representações que seriam contempladas, com intuito de em cada partida fosse trabalhado o

maior número de representações. As partidas foram videogravadas e os estudantes jogaram em duplas. Cada dupla recebeu uma pasta com as quatro cartelas que iriam utilizar durante as quatro rodadas, as cartelas foram impressas em papel A4 de cor diferente para cada rodada.

Trabalhamos com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular (diferente da escola onde o experimento piloto foi realizado) da Zona da Mata Norte de Pernambuco. Participaram do experimento todos os estudantes presentes na sala de aula. Dividimos os estudantes em dois grupos para garantir a qualidade do registro em vídeo, sendo um com quatro duplas e o outro com três duplas. Contamos com a ajuda de cinco colaboradores na coleta de dados, dos quais um ficou anotando as fichas chamadas para conferência e os demais ficavam com uma dupla realizando a filmagem.

(c) construção das entrevistas com os alunos.

A análise da vivência do jogo revelou a necessidade de realizar entrevistas individuais com os estudantes, a fim de aprofundar a compreensão dos conhecimentos mobilizados pelos estudantes. A entrevista apoiou-se no contexto do jogo e focou os aspectos que deixaram lacunas durante as partidas jogadas. Uma análise mais detalhada sobre as entrevistas será vista mais à frente após uma breve discussão dos resultados obtidos nas partidas com o jogo.

Discussão dos dados das partidas jogadas e a primeira questão da entrevista

Sobre os dados obtidos nas partidas jogadas observamos que, com exceção de uma dupla, todas as demais marcaram corretamente as representações figurativas que não necessitavam da mobilização do conceito-em-ação de equivalência. Todas as duplas marcaram corretamente as representações simbólico-numérica de fração irredutível e de porcentagem. Nenhuma das duplas marcou as representações figurativas que necessitavam o uso do conceito-em-ação de equivalência e de porcentagem. Algumas representações se apresentaram problemáticas, foi o caso das representações figurativas de grandeza contínua com partes não congruentes e alguns números decimais que misturavam partes inteiras e decimais.

A partir dessas observações, construímos a entrevista com questões que envolviam representações do mesmo tipo das contidas nas cartelas do jogo e representações de tipos diferentes das contempladas nas cartelas originais do jogo. A primeira questão da entrevista,

que vamos detalhar nesse artigo, apresenta uma cartela (FIGURA 2) com nove representações das quais: 06 são idênticas às existentes nas cartelas originais e 03 são diferenciadas das contidas no jogo. Tal cartela foi utilizada, supostamente, em uma partida e pedimos que o estudante entrevistado identificasse a quais fichas de chamada estavam associadas as representações marcadas na cartela e quais fichas precisariam ser chamadas para que as outras representações fossem marcadas.

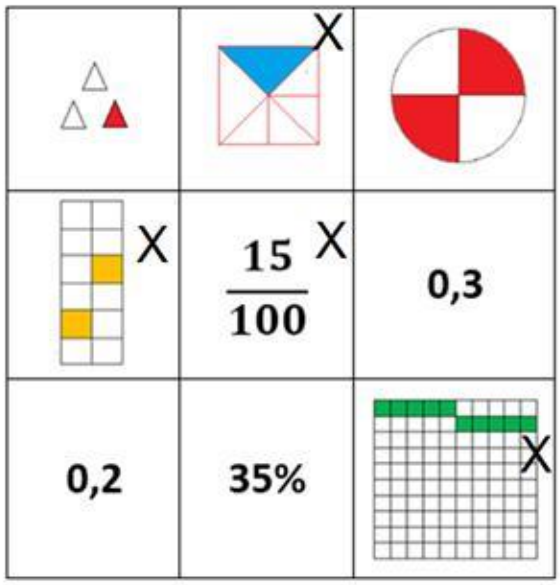

Figura 2: Cartela utilizada na entrevista
Fonte: Silva, 2016.

A representação figurativa de grandeza discreta, primeira linha e primeira coluna (R_{11}), e a representação simbólico-numérica de porcentagem, terceira linha e segunda coluna (R_{32}) são representações que não demonstraram durante o jogo dificuldades em ser reconhecidas. Optamos por trabalhar com elas justamente para observar como os estudantes fazem as relações entre tais representações e possíveis fichas de chamada.

As representações R_{23} e R_{31} não pareceram problemáticas para a identificação durante as jogadas. Porém ao estabelecer relações entre outras representações decimais, o processo pareceu ser mais complexo. Alguns estudantes demonstraram dificuldades em estabelecer a relação representação simbólico-numérica decimal e a ficha de chamada, como exemplo de uma dupla ao ser chamada a ficha UM: "Os estudantes questionavam-se que poderiam ser diferentes '*um*', poderia ser um inteiro, um décimo, um centésimo ou ainda um milésimo, porém um dos estudantes disse, '*é um apenas*' (SILVA, 2016, p.84 – Grifo do Autor)".

Baseados em Nunes e Bryant (1997), sabemos que aspectos linguísticos podem auxiliar a compreensão pelas crianças. Levantamos a hipótese que essas dificuldades podem surgir pela forma que muitas vezes “lemos” os números enquanto representações simbólico-numéricas decimais. Por exemplo, o número 1,3 que lemos na maioria das vezes como uma vírgula três ao invés de um inteiro e três décimos. Com a presença dessas representações objetivamos observar qual a associação que essas estudantes fariam a uma representação "na língua materna”.

As representações que necessitavam a utilização da ideia de equivalência não foram marcadas por dupla alguma durante as partidas do jogo. Sendo assim, resolvemos trabalhar com duas representações que poderiam ser associadas a mais de uma “leitura” se usado o conceito em ação de equivalência. Lima (1989), chama atenção para o fato de que as crianças compreendem a ideia de conservação primeiro em situações com grandezas discretas, contudo as representações inseridas por nós nessa questão, representações R_{13} e R_{21}, fazem o uso de representações figurativas contínuas tendo em vista que as representações contidas nas cartelas originais são figurativas discretas para essa mesma situação. Nosso objetivo era verificar se dentro do contexto contínuo os estudantes realizariam essa associação.

Visto que os estudantes não erraram nenhuma marcação de representações simbólico-numérica de fração e não associaram nenhuma das representações figurativas com cem objetos ou dividida em cem partes idênticas a uma porcentagem, inserimos uma fração decimal com denominador cem (R_{22}), representação não contemplada nas cartelas originais que só utilizam frações irredutíveis e uma representação figurativa contínua dividida em cem partes iguais (R_{33}), idêntica às representações contidas nas cartelas originais. Nosso objetivo foi verificar como os estudantes lidam com a relação entre a ideia de porcentagem e diferentes representações.

Por fim temos a representação figurativa contínua com partes não congruentes e áreas diferentes, utilizada no jogo como uma representação chamada de distrator. Com a inserção desse tipo de representação, quisemos observar qual significado os estudantes davam às partes diferentes e se para eles a diferença entre as áreas das partes modificavam a forma de relacioná-las.

Resultados

Dos sete estudantes que participaram da entrevista, apenas um errou ao relacionar a representação para um terço (R_{11}) com outra representação. O erro (FIGURA 3) desse estudante nos leva a pensar que ele mobilizou o teorema-em-ação TA_{CND} (comutatividade numerador-denominador) segundo o qual eles acreditam que a posição do numerador e denominador não muda o número representado. Porém todos os estudantes relacionaram corretamente a representação R_{32} à expressão trinta e cinco por cento (escrita por extenso em língua materna).

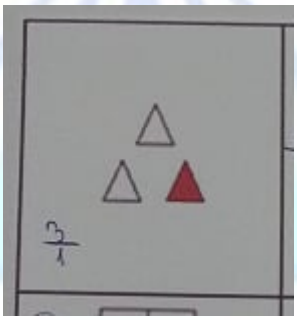

Figura 3: Erro ao relacionar representações para um terço
Fonte: Dados da Pesquisa

Para representações simbólico-numérico decimal R_{23} (0,3) e R_{31} (0,2) tivemos seis respostas utilizando o nome da ordem, três décimos e dois décimos respectivamente e um dos estudantes não escreveu, mas ao ser perguntado quais fichas precisavam ainda ser chamadas para marcar as representações que ainda não foram marcadas respondeu que a representação R_{23} seria "zero vírgula três" e não soube responder qual ficha de chamada corresponderia a representação R_{31}.

No que tange às representações que trazem a possibilidade de uso do conceito em ação de equivalência, R_{13} e R_{21}, percebemos que todas as relações feitas estavam diretamente ligadas ao total de partes e o total de partes tomadas. Para essa relação tivemos duas representações diferentes (FIGURA 4): simbólico-numérica de fração e língua materna por extenso.

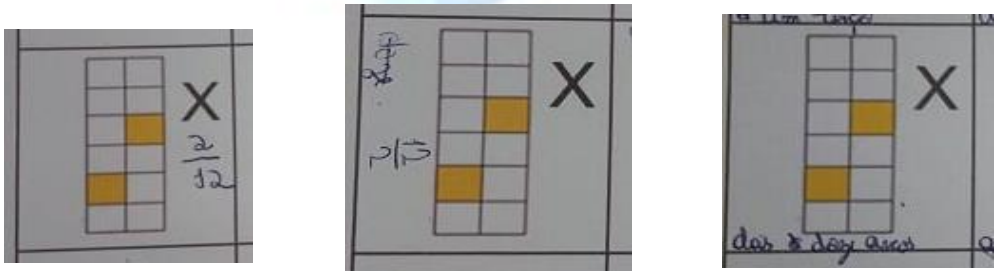

Figura 4: Relações estabelecidas para representação R_{21}
Fonte: Dados da Pesquisa

Observamos que embora seis estudantes tenham estabelecido uma relação válida, nenhum deles deu indícios de perceber a possibilidade de outras representações usando a ideia de equivalência. Um dos estudantes comete o mesmo erro ao utilizar a representação simbólico numérica de fração, mobilizando ao que parece o teorema-em-ação T_{CND}.

Ao estabelecer relações das representações simbólico-numérica de fração e figurativa contínua dividida em partes congruentes que poderiam ser associadas à porcentagem e uma possível ficha de chamada, os estudantes estabeleceram relações corretas. Porém não apareceu a mobilização do conceito-em-ação de porcentagem, ou seja, os estudantes não expressaram a possível relação entre ambas as representações e uma ficha de chamada que usasse esse conceito. Para a representação R_{22} a fração decimal com denominador cem, tivemos cem por cento de acerto entre as relações, duas formas diferentes de representações apresentadas, 02 escreveram quinze cem avos e 04 escreveram quinze centésimos (FIGURA 5) e uma ausência de escrita, pois segundo o estudante não era preciso.

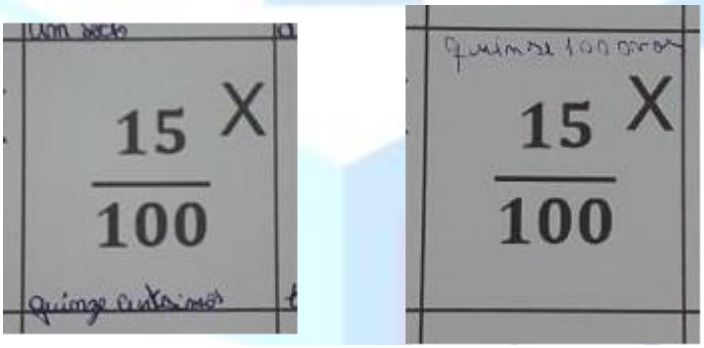

Figura 5: Diferentes representações associadas a representação R22
Fonte: Dados da Pesquisa

Para a representação figurativa R_{33} um dos estudantes disse que não sabia, um escreveu cem dez avos, um escreveu dez cem avos, três escreveram dez centésimos e um escreveu na forma de fração decimal com denominador cem e numerador dez. Nenhum dos estudantes expressou conhecimento sobre a possibilidade daquela representação estar relacionada com o conceito-em-ação de porcentagem.

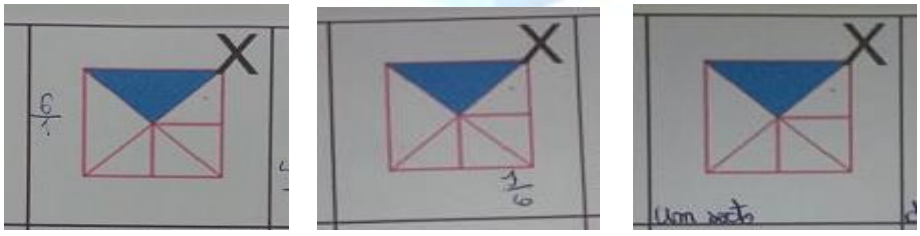

Figura 6: Diferentes representações construídas para a rerpesentação R12
Fonte: dados da Pesquisa.

Todos os estudantes ao lidar com a representação R_{12}, uma representação figurativa contínua com partes de área diferentes, demonstraram não compreender a necessidade de comparar cada parte com o todo tendo estabelecido uma unidade de medida. Todos os estudantes entrevistados relacionaram o total de partes e a quantidade de parte tomadas para estabelecer uma representação equivalente e que poderia vir a ser a ficha de chamada correspondente no jogo. Podemos inferir que os estudantes utilizam o teorema-em-ação T_{DCC}, utilizando a dupla contagem no contexto contínuo mesmo quando a situação exige uma análise mais aprimorada e a utilização de conceitos mais elaborados como o de estabelecimento de uma unidade de medida e comparação a partir desta. Apareceram duas formas diferentes (FIGURA 6) de representações relacionadas, simbólico-numérico de fração e em língua materna, sendo uma delas incorretas, apontando para a utilização do teorema-em-ação da comutatividade do denominador e numerador, $T_{CDN.}$

Considerações Finais

Pudemos perceber de forma global nessa questão analisada que a maior parte dos estudantes optam por uma representação em língua materna quando possível. Algumas relações que não foram realizadas nas partidas jogadas também não foram mobilizadas durante essa parte da entrevista, continuando a aparência problemática da mobilização do conceito-em-ação de equivalência e de porcentagem, Outro ponto que foi reforçado nessa primeira questão foi a dificuldade em compreender a relação parte-todo no contexto das representações figurativas contínuas, onde não pode ser tomada a técnica da dupla contagem para dizer que temos uma fração a/b, tal que *a* é número de partes tomadas e *b* é o total de partes. Pois essa técnica leva a resposta correta apenas em algumas situações, onde as partes das figuras possuem a mesma área.

Acreditamos ainda que o fator linguístico pode contribuir para a compreensão das representações, visto que algumas vezes durante as partidas do jogo e um dos estudantes nessa etapa da entrevista teve dificuldade em estabelecer a relação entre a representação simbólico-numérica decimal e uma expressão em língua materna. Outro ponto que percebemos, é que nenhum dos estudantes relacionou as representações simbólico-numérica decimal com uma representação simbólico-numérica de fração, mesmo no caso da cartela utilizada ambas as representações possuírem a mesma leitura, dois décimos e três décimos.

Referências

BARROS, Lilian Debora. **Análise de um jogo como recurso didático para o ensino da geometria:** o jogo dos polígonos. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife: 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BEZERRA, Francisco José Brabo. **Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações:** Uma abordagem criativa para a sala de aula. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2001.

BROLEZZI, Antônio Carlos. **A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino da matemática.** Tese de Doutorado em Educação. Universidade de São Paulo. Faculdade de Educação. São Paulo, 1996.

CAILLOIS, Roger. **Os jogos e os homens**: A máscara e a vertigem. Tradução de: José Garcez Palha. Lisboa: Cotovia, 1990.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CATTO, Glória Garrido. **Registros de representação e o número racional:** uma abordagem em livro didático. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC, 2000.

GITIRANA, Verônica; TELES, Rosinalda; BELLEMAIN, Paula M. B.; CASTRO, Airton T. de C.; CAMPOS, Iolanda; LIMA, Paulo F.; BELLEMAIN, Franck. (Orgs.). **Jogos com Sucata na Educação Matemática:** Projeto Rede. Recife: NEMAT: Ed. Universitária UFPE, 2013.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** Dissertação de Mestrado. Campinas: UNICAMP, 1995.

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens:** O jogo como elemento na cultura. Tradução de: João Paulo Monteiro. São Paulo: Editora Perspectiva, 2000.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. Tradução de: Stella M. de Freitas Senra. São Paulo: Editora Globo, 1992.

KIEREN, Thomas E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, Richard A.; BRADBARD, David A. **Number and mensurament:** papers from a research workshop. Georgia: ERIC, 1976.

LIMA, José Mauricio Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In: CARRAHER, Terezinha Nunes (Org.). **Aprender pensando.** 4. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1989.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática.** Tradução de: Sandra Costa.Porto Alegre: Artes medicas, 1997.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação de Pernambuco. **Parâmetros para a Educação Básica do estado de Pernambuco:** Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife: SEDUC-PE, 2012.

SANTOS, Tarcísio Rocha dos. **Mankala Colhe Três:** jogando e explorando conhecimentos matemáticos por meio de situações didáticas. Dissertação. Universidade Federal de Pernambuco – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife: 2014.

SILVA, Amanda Rodrigues Marques da. **Como os estudantes com diferentes representações?** Um estudo com o bingo dos números racionais. Dissertação. Universidade Federal de Pernambuco – Programa de Pós de Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife, 2016.

SILVA, Marithiça Flaviana Florentino da. **Frações e grandezas geométricas: um estudo exploratório da abordagem em livros didáticos.** Dissertação. Universidade Federal de Pernambuco – Programa de Pós Graduação em Educação. Recife, 2004.

Submetido em março de 2017

Aprovado em agosto de 2017