



## Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico

### Algebra at Early Years: teachers' knowledge and understanding of Algebraic Reasoning

Miriam Criez Nobrega Ferreira<sup>1</sup>  
Alessandro Jacques Ribeiro<sup>2</sup>  
Miguel Ribeiro<sup>3</sup>

#### RESUMO

Nos dias atuais muito se tem pesquisado, internacionalmente, sobre o trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Porém tais pesquisas têm se voltado mais para o aluno que aprende do que para o professor que ensina. Considerando a importância do conhecimento matemático do professor na aprendizagem dos alunos e referendando a potencialidade do trabalho com o Pensamento Algébrico, este artigo se propõe a identificar a compreensão de professores dos Anos Iniciais acerca do significado do Pensamento Algébrico e em que medida eles reconhecem os elementos que o constituem. Os dados foram coletados no contexto de um curso de extensão, dentro de uma abordagem qualitativa. Os resultados evidenciam que, no que se refere ao trabalho com diferentes linguagens, as formas de raciocínio dos alunos e a generalização, elementos que constituem o Pensamento Algébrico, os professores possuem um conhecimento mais voltado para o saber fazer, em detrimento do conhecimento do conteúdo a ser ensinado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Álgebra nos Anos Iniciais. Pensamento Algébrico. Conhecimento Matemático dos Professores.

#### ABSTRACT

Algebraic Thinking at Early Years (of Elementary Education) has become a focus of attention in recent years. But such research has been focusing more on the learners than on the teachers. Considering the teachers' mathematical knowledge role in the students' learning, and acknowledging the potentiality of working Algebraic Reasoning since Early Years, in paper we aim at identify and discuss the teachers' understanding of such theme

---

<sup>1</sup> Mestre em Ensino e História das Ciências e da Matemática pela Universidade Federal do ABC (UFABC). Doutoranda em Didática da Matemática pela Universidade de Lisboa. E-mail: criezmiriam@gmail.com

<sup>2</sup> Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professor no Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC). E-mail: alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

<sup>3</sup> Doutor em Educação Matemática pela Universidade de Huelva (Espanha). Professor da Faculdade de Educação da UNICAMP. E-mail: cmribas78@gmail.com

and understand to what extent they recognize the different elements that constitute Algebraic Reasoning. For doing so, a group of Early Years teachers' understanding and reasoning is analyzed, in the context of a professional development course. The results enhance that, with regard to the work with different languages, students' reasoning and generalization (core elements of Algebraic Reasoning), teachers are knowledgeable on "how to do" and not so oriented to the specificities of the content to be taught.

**KEYWORDS:** Algebra at Early Years. Algebraic Reasoning. Teachers' Mathematical Knowledge.

## Introdução

No presente artigo buscamos um entendimento mais amplo sobre o conhecimento profissional do professor, assumindo a relevância que suas especificidades para a atuação docente – no âmbito do conhecimento do conteúdo e do conhecimento didático do conteúdo – são fundamentais nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Nesse sentido, iremos abordar aspectos que se relacionam à Álgebra nos Anos Iniciais e à pertinência de seu ensino no início da escolarização, enfatizando aspectos que dizem respeito aos diferentes conhecimentos necessários à docência e suas implicações na aprendizagem dos alunos.

Com isso, a partir de dados coletados em um curso de extensão, este texto tem como propósito identificar a compreensão de professores dos Anos Iniciais acerca do significado do Pensamento Algébrico e em que medida eles reconhecem os elementos que o constituem. Ressaltamos que os resultados apresentados e discutidos neste artigo são parte integrante de uma dissertação de mestrado (FERREIRA, 2017a), desenvolvida em formato *multipaper*, que teve por objetivo principal investigar o conhecimento matemático para o ensino do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

## O ensino da Álgebra nos Anos Iniciais e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico

Dentre as diferentes discussões que têm provocado reflexões entre os pesquisadores da área de Educação Matemática está a viabilidade do trabalho com Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Pesquisas mais recentes têm demonstrado que os alunos já têm

condições de pensar de forma algébrica assim que adentram o ensino obrigatório<sup>4</sup> (MESTRE; OLIVEIRA, 2011; RUSSEL; SCHIFTER; BASTABLE, 2011).

Mas, o que significa ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Para essa discussão, apresentamos alguns elementos que podem contribuir em nossa argumentação e com as reflexões que propomos. Primeiramente, discutir o que é Álgebra e qual sua relação com a Aritmética nos parece essencial, uma vez que, nas propostas curriculares vigentes, cabe aos Anos Iniciais trabalhar com a Aritmética e, aos Anos Finais, trabalhar com a Álgebra. Entendemos que aqui se demarca e se evidencia uma diferenciação entre ambas. Também é importante ressaltar que, nos Anos Iniciais, o trabalho com a Álgebra não deve ser considerado – e tampouco deve ser em outras etapas da escolaridade – como um conjunto de técnicas e símbolos à semelhança do que geralmente é apresentado ao longo da Educação Básica, mas, sim, como uma forma de pensar (KIERAN, 2004). Por essa razão, ao nos referirmos ao trabalho com Álgebra voltado para os primeiros anos do Ensino Fundamental, devemos aprofundar a discussão sobre o significado do Pensamento Algébrico.

Tradicionalmente, os currículos dispõem os conteúdos matemáticos iniciando por aqueles referentes à Aritmética (o trabalho com o sistema de numeração decimal e as quatro operações básicas) para, somente em seguida, abordar de forma sistemática os elementos algébricos. Imbuídos de dados que evidenciam que os alunos não precisam aprender primeiramente Aritmética para, só depois, aprender Álgebra, alguns autores vêm questionando essa separação entre Álgebra e Aritmética, apregoando que existe uma relação intrínseca entre esses dois domínios da Matemática:

É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que  $33 + 8 = 8 + 33$  não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente) (CANAVARRO, 2007, p. 89).

As pesquisas de Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007), Carraher, Schliemann, Brizuela e Earnest, (2006), Kieran, (2004), Trujillo, Castro e Molina (2009), entre outras, indicam uma associação dessas duas áreas da Matemática, integração essa que pode colaborar

---

<sup>4</sup> A Lei nº 12.796/2013 estabelece a obrigatoriedade do ensino dos 4 aos 17 anos, decorrente da Emenda Constitucional nº 59, de 11 de novembro de 2009, sendo que esta medida deverá ser implementada progressivamente, até 2016.

para uma maior compreensão, por parte do aluno e do professor, da estrutura matemática que sustenta tanto a Álgebra quanto a Aritmética. Segundo Mason (1996), a estrutura da Aritmética, quando reconhecida e demonstrada, se configura em Álgebra como uma Aritmética Generalizada.

Nesse sentido, nosso trabalho toma como pressuposto o entendimento de que os elementos algébricos podem (e, porque não, devem) ser trabalhados conjuntamente com os elementos aritméticos, desde os Anos Iniciais; e que uma compreensão profunda da Aritmética é elemento fundante para se entender a Álgebra – considerando as potencialidades de uma discussão de forma imbricada. Portanto, julgamos essencial nos debruçarmos em torno de outra questão bastante controversa, mas de suma importância na aprendizagem dos alunos e, portanto, também parte central do conhecimento do professor: o Pensamento Algébrico.

A revisão de literatura nos revela a inexistência de uma visão única na comunidade de educadores matemáticos com respeito ao significado do Pensamento Algébrico – o pensar algebricamente.

Ao refletir sobre como se desenvolve o raciocínio algébrico dos alunos nos Anos Iniciais de escolaridade, Blanton e Kaput (2005, p. 413) o definem como “um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade”. E categorizam o Pensamento Algébrico de quatro formas: o uso da aritmética como o domínio da expressão e a formalização da generalização (Aritmética Generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (Pensamento Funcional); a modelação como um domínio para a expressão e a formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações. Nessa categorização, as duas primeiras, a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional são, segundo os autores, as formas mais comuns do Pensamento Algébrico, possíveis de serem contempladas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Semelhante à conceituação de Blanton e Kaput (2005), no que tange ao aspecto da generalização, Cyrino e Oliveira (2011, p. 103) consideram o Pensamento Algébrico “como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes

entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto de generalização destes objetos”.

Para Carraher e Schliemann (2014), o Pensamento Algébrico pode ser compreendido como a combinação entre a operação com incógnitas, o pensamento com variáveis e suas relações, e as estruturas algébricas. Eles ressaltam ainda que os alunos podem pensar algebricamente, mesmo sem usar a notação algébrica.

Canavarro (2007) salienta que a conceituação de Pensamento Algébrico é diferente da visão que se tem da Álgebra, na maioria das vezes, derivada do ensino tradicional escolar de décadas. Para esta autora, “a Álgebra escolar tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos terem adquirido um estatuto de primazia *per si*” (CANAVARRO, 2007, p. 88).

Ela prossegue, defendendo a ênfase na compreensão do fazer matemático e na construção de significados, assim como a ideia de que, no desenvolvimento do Pensamento Algébrico, aceitam-se outras linguagens que não somente as letras. Em outras palavras, se, por um lado, a Álgebra com o passar do tempo começou a ser vista como o estudo ou o uso dos sistemas simbólicos, por outro, o Pensamento Algébrico busca a compreensão das estruturas matemáticas subjacentes a essa forma de pensamento matemático.

Um componente comum aos autores apresentados em nosso trabalho, que estudam e delimitam os significados do Pensamento Algébrico, é o papel desempenhado pela generalização. Em outras palavras, a partir de um conjunto particular de dados se pode chegar a uma regularidade matemática, que pode ser sintetizada conforme apresentado por Schliemann, Carraher e Brizuela (2007, p. 12): “A generalização está no coração do pensamento algébrico”.

Outro aspecto relevante se refere ao fato de as tarefas matemáticas estarem ou não no campo da Álgebra e, por consequência, compreenderem ou não o Pensamento Algébrico. Como exemplo de tal situação, trazemos o trabalho de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Os autores, após apresentarem algumas situações matemáticas que envolvem o Pensamento Algébrico, ao se referirem a uma situação-problema cujo enunciado é tipicamente de uma situação algébrica, alertam que o modo de resolução se dará por meio do Pensamento Algébrico não só porque o enunciado traz aspectos desse campo conceitual:

De fato, caso essa resolução ocorresse pelo método de tentativas, não poderíamos, a rigor, caracterizá-la como algébrica. Por outro lado, se o plano de resolução prever, de forma retórica ou simbólica, operações com quantidades incógnitas e o emprego de leis aritméticas que legitimem as transformações entre os membros de uma igualdade, então, seguramente, os elementos do pensamento algébrico deverão aí se manifestar. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 88)

Essa posição também é referendada por Ponte (2006, p. 76), que evidencia o fato de que um problema matemático não é, em si, aritmético, algébrico ou geométrico, mas, antes, pode ser resolvido de diferentes formas, o que demonstra que as áreas da Matemática “não estão compartimentadas de modo estanque”.

Diante do apresentado e discutido até o momento, alguns aspectos surgem como elementos conceituais constituintes de nossa pesquisa e farão parte da análise dos dados, ancorados na viabilidade do trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais:

- o trabalho com diferentes linguagens, além das letras e da compreensão do fazer matemático, como a construção de significados (CANAVARRO, 2007);
- as formas de raciocínio que o aluno desenvolve e que, quando de sua operacionalização, pode ou não fazer parte do pensamento propriamente algébrico (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993);
- a generalização como aspecto central desse tipo de pensamento (BLANTON; KAPUT, 2005).

### **O conhecimento matemático de professores que lecionam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**

A despeito dos vários aspectos que influenciam a aprendizagem dos alunos, esta pesquisa tem como foco investigar um dos fatores que mais a determinam: a compreensão que os professores demonstram ter em relação aos conteúdos matemáticos. Como exposto por Ribeiro (2011, p. 91), “os professores são a principal fonte de conhecimento para os alunos (pelo menos em termos escolares – e isto, claro está, em termos teóricos), daí a necessidade de que possuam um sólido conhecimento profissional, em todas as suas componentes”.

É na evidência da importância do papel docente nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática que reside nosso interesse em investigar uma parcela de sua

constituição: o conhecimento matemático do professor para o exercício de sua profissão, notadamente no que se relaciona ao Pensamento Algébrico.

Considerando, portanto, o papel preponderante do professor na atuação docente, e uma vez que nosso foco de estudo recaiu sobre o ensino nos Anos Iniciais, consideramos relevante sinalizar algumas características da formação desse profissional.

Curi (2004), ao analisar as orientações oficiais da formação docente e o modo como elas foram incorporadas pelos cursos de Pedagogia, especificamente na área de Matemática, afirma que existe um predomínio de abordagens metodológicas nesses cursos (conhecimento pedagógico), com a presença incipiente de referências aos fundamentos da Matemática (conhecimento do conteúdo). Ela nos diz: “Podemos, então, dizer que as futuras professoras polivalentes têm tido poucas oportunidades para uma formação matemática que possa fazer frente às atuais exigências da sociedade e, quando ela ocorre na formação inicial, vem se pautando nos aspectos metodológicos” (CURI, 2004, p. 22).

Com relação ao conhecimento para a prática docente, trazemos as discussões de Saviani (2009), que ao abordar os aspectos históricos e teóricos da problemática da formação de professores, aponta dois modelos teóricos que prevaleceram, e ainda prevalecem, no contexto educacional brasileiro: o modelo dos conteúdos cultural-cognitivos e o modelo pedagógico-didático. O primeiro centra seus esforços formativos no conhecimento da cultura geral e no conhecimento do conteúdo específico da disciplina que será ministrada. No caso da Matemática, o conhecimento para a docência seria o domínio dos conteúdos matemáticos, e a didática de ensino seria uma decorrência da aprendizagem desses conteúdos, trabalhados de uma forma lógica e estrutural com os futuros professores. Por outro lado, o segundo modelo (pedagógico-didático), que se contrapõe ao primeiro, versa que, sem o necessário preparo didático-pedagógico, não se estariam formando professores.

Shulman (1987), ao estudar quais conhecimentos o professor precisa ter para desempenhar com sucesso sua profissão, apresenta algumas dimensões desse conhecimento. Entre elas, estão o conhecimento relativo à gestão de sala de aula; o conhecimento dos alunos e suas características; o conhecimento dos contextos educativos, de suas bases filosóficas e históricas; o conhecimento do currículo, do conteúdo; e o conhecimento pedagógico do conteúdo, este último podendo ser considerado como uma amálgama do conteúdo e da pedagogia e que é o conhecimento exclusivo do docente.

Ao fazer um estudo sobre o conhecimento do professor, Shulman (1986) realizou pesquisas sobre as avaliações e os testes para a admissão de professores aplicados no final do século XIX. Naquela época, os exames enfatizavam a importância que o conhecimento do conteúdo tinha para a prática docente. Shulman verificou, em suas investigações, que as questões sobre a prática, presentes nos exames, eram poucas ou quase inexistentes. Embora o conhecimento das teorias e dos métodos de ensino fosse importante, ele desempenhava um papel secundário nas qualificações de um professor, segundo o que era exigido naqueles testes.

Reportando-se ao início dos anos 1980, Shulman afirma que a ênfase então dada ao conhecimento da matéria a ser ensinada estava em nítido contraste com as políticas emergentes naquela época, pois, em suas pesquisas realizadas em 1985, a ênfase havia migrado para a avaliação da capacidade de ensinar ou, ainda, para os procedimentos de ensino, em detrimento dos conteúdos. O autor questiona o que teria acontecido com o conteúdo de ensino nos cem anos que separam o final do século XIX do final do último século, levantando uma importante questão: sempre houve uma lacuna entre essas duas instâncias – conteúdo e procedimentos de ensino?

Diante dessa aparente dissociação, nos posicionamos a favor de uma formação docente que não privilegie o conhecimento pedagógico, que poderia ser traduzido como do âmbito do saber fazer, nem, tampouco, uma formação que enfatize apenas o conhecimento do conteúdo. No entanto, no sentido de complementar a lacuna apontada por Curi (2004) – a ênfase dada ao conhecimento do âmbito metodológico na formação dos professores dos Anos Iniciais –, daremos uma especial atenção ao conhecimento do conteúdo matemático, em específico aquele revelado pelos professores no tocante ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

### **Contexto do nosso estudo: da coleta dos dados à nossa proposta de análise**

A pesquisa que aqui se reporta (recorte de uma pesquisa mais ampla) tem como objetivo identificar a compreensão de professores dos Anos Iniciais acerca do significado do Pensamento Algébrico e em que medida eles reconhecem os elementos que o constituem. Assim, buscando conhecer o que revelam professores quando questionados sobre o significado do Pensamento Algébrico (ao discutirem e resolverem tarefas com potencialidade algébrica), tomamos uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo, como caminho metodológico para operacionalizar nossa investigação.



Os dados foram coletados no primeiro encontro de um curso de extensão intitulado “*Matemática nos anos iniciais e o desenvolvimento do pensamento algébrico*”, com o objetivo de propiciar o desenvolvimento do conhecimento dos professores no que concerne ao Pensamento Algébrico: discutir características do trabalho com as propriedades dos números e das operações, o sinal de igualdade como equivalência, sequências e padrões, enfatizando os elementos que o compõem, bem como a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional (BLANTON; KAPUT, 2005).

Essa formação<sup>5</sup> foi conduzida pelos integrantes do projeto de pesquisa “Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais”<sup>6</sup>, vinculado ao Programa Observatório da Educação (OBEDUC), financiado pela Capes<sup>7</sup>, sendo a primeira autora do presente trabalho a formadora principal. Os participantes de nosso estudo eram professores que lecionam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, oriundos tanto da rede pública quanto privada.

Nesse contexto de formação foram coletados dados a partir de tarefas realizadas com esses professores, utilizando, além das respostas escritas produzidas por eles – em resposta às tarefas discutidas – gravações em áudio e em vídeo de cada uma das sessões presenciais. Para responder à tarefa proposta, que exploramos no presente artigo, os professores estavam divididos em quatro grupos (15 professores no total). Neste artigo focamo-nos nas respostas, nos comentários e nas reflexões em torno das questões descritas na Figura 1.

- 1 – Se vocês tivessem que explicar a algum professor o que é o Pensamento Algébrico, o que diriam?
- 2 – Que tarefas vocês preparam e implementam com os seus alunos que considera o Pensamento Algébrico?
- 3 – Quais aspectos matemáticos vocês consideram essenciais, quando se fala em Pensamento Algébrico?

**Figura 1** - Questionário de coleta de dados  
Fonte: Elaborado pela primeira autora deste artigo

<sup>5</sup> A formação foi oferecida nas dependências da Universidade Federal do ABC, campus de São Bernardo do Campo, São Paulo, nos meses de maio a julho de 2016. Contou com uma carga horária de 32 horas divididas em aulas presenciais (20 horas), de quatro horas cada e atividades à distância (12 horas).

<sup>6</sup> O referido projeto de pesquisa tinha por objetivo principal investigar os conhecimentos matemáticos para o ensino de Álgebra na Educação Básica, tomando-se por pressuposto a importância das diferentes dimensões do conhecimento profissional docente, assim como, os diferentes significados que conceitos matemáticos podem assumir nas salas de aula. Na presente pesquisa, o Pensamento Algébrico e os professores dos Anos Iniciais foram os focos de investigação e os resultados desta pesquisa contribuíram no todo orgânico do projeto mais amplo.

<sup>7</sup> Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

A primeira e a terceira questões tiveram a intenção de verificar em que medida o termo Pensamento Algébrico era familiar aos professores, de modo que eles pudessem, ao refletir com seus pares, evidenciar os aspectos matemáticos que poderiam estar relacionados ao tema em discussão. A segunda questão, por sua vez, teve por objetivo compreender de que forma os professores relacionavam o seu entendimento sobre o Pensamento Algébrico com possíveis tarefas de sala de aula.

Ao examinar os dados coletados, decidimos dividir nossa análise em duas categorias: a primeira considera as referências que os professores fizeram ao seu próprio papel na condução da ação docente (conhecimento pedagógico do conteúdo), e a segunda considera os elementos matemáticos constituintes do Pensamento Algébrico (conhecimento específico do conteúdo) – este último, foco de nossa investigação.

Inicialmente foi feita uma primeira leitura dos protocolos e observado o que mais predominava para, em seguida, distribuir as evidências das falas e das escritas dos professores nas duas categorias propostas. Nos protocolos apresentados utilizamos nomes fictícios para salvaguardar a identidade dos professores.

### **Análise dos dados: o que os professores nos comunicam sobre o Pensamento Algébrico**

Ao analisar os dados produzimos a categorização a partir da incidência de vezes que cada grupo fez referências a cada uma das categorias (Quadro 1):

**Quadro 1** - Categorização das referências.

	G1	G2	G3	G4
Papel do professor no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos (conhecimento pedagógico do conteúdo)	5	6	1	3
Elementos matemáticos constituintes do Pensamento Algébrico (conhecimento específico do conteúdo)	7	1	2	1

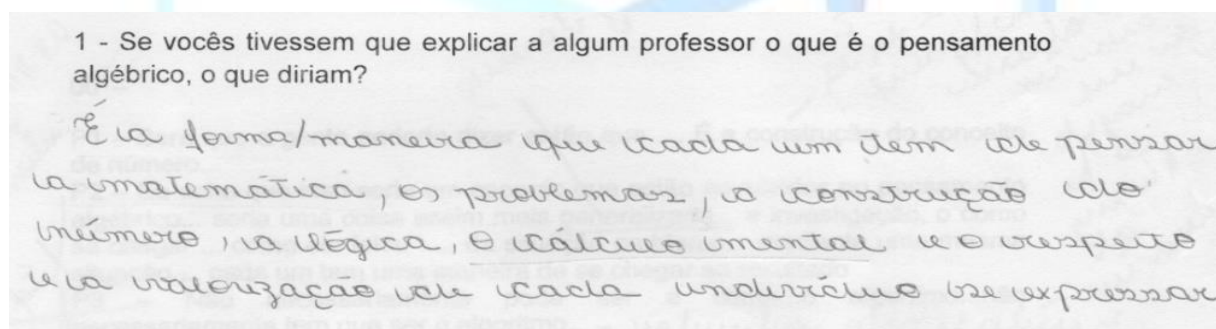
Fonte: Elaborado pelos autores

O Quadro 1 sintetiza que, surgiram referências nas duas categorias consideradas, tanto nas falas dos professores quanto nas respostas escritas, com uma relevância de incidências de ambas categorias apenas no Grupo 1. Por outro lado, os dados permitem observar uma preponderância nas respostas relacionadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo,

excetuando-se o G3, o qual existiu uma maior incidência do conhecimento específico do conteúdo.

Na categoria *Papel do professor no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos* estão incluídas referências à compreensão, pelos professores, dos aspectos pedagógicos que poderiam estar relacionados ao trabalho com o Pensamento Algébrico. Um dos aspectos que surgiu em mais de um grupo, por exemplo, foi o respeito e a valorização do raciocínio do aluno, assim como a ênfase na compreensão do fazer matemático e na construção de significados (CANAVARRO, 2007). Dentro dessa categoria também foram consideradas as menções a um trabalho com a Matemática que a aproxime do cotidiano dos alunos, contribuindo para atividades que possam ser consideradas mais contextualizadas.

Por outro lado, quando os professores falam do respeito e da valorização da comunicação matemática (Figuras 2 e 3), eles sinalizam para a construção de um ambiente em sala de aula no qual o aluno possa verbalizar seu raciocínio, onde exista a troca de ideias que, embora não sendo formas de trabalho exclusivas do Pensamento Algébrico, podem favorecer o seu surgimento (SILVA; SAVIOLI, 2012).



(É a forma/maneira que cada um tem de pensar a matemática, os problemas, a construção do número, a lógica, o cálculo mental e o respeito e a valorização de cada indivíduo se expressar)

**Figura 2** - Protocolo de resolução do Grupo 1

Fonte: Dados da pesquisa

Anita - ...a valorização... o PNAIC<sup>8</sup> fala muito isso, de cada criança resolver a situação, você abrir um espaço para que ele exponha, a maneira que ele pensou...  
Solange – Que ele possa explicar oralmente...

<sup>8</sup> Em 2012, o MEC promulgou a Medida Provisória nº 586/2012, que instituiu o PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa), o qual se constituiu num conjunto de medidas, dentre elas, a oferta de formação continuada dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, cujo objetivo era o de alfabetizar todos os alunos nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática até o terceiro ano do Ensino Fundamental.

Anita – *Isso ... porque eu tenho uma maneira de pensar...quando você explica a sua maneira de pensar [...] a sua maneira pode ser bem mais fácil do que a minha, isso vai dando repertório, ele vai conhecendo várias maneiras de se resolver, de se fazer...*

**Figura 3** - Transcrição de diálogo do Grupo 1

Fonte: Dados da pesquisa

Na transcrição da Figura 3, Anita explica o porquê da importância de haver em sala de aula um ambiente onde exista a circulação das ideias matemáticas: *“quando você explica a sua maneira de pensar [...] a sua maneira pode ser bem mais fácil do que a minha, isso vai dando repertório, ele vai conhecendo várias maneiras de se resolver, de se fazer...”*.

Verificamos ainda (Figuras 2 e 3) que os professores fazem referência à valorização da fala matemática dos alunos e também à criação de situações nas quais os alunos possam verbalizar o que e como pensaram para resolver determinada questão matemática. Segundo Canavarro (2007), tal contexto potencializa o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, indo além das aulas centradas na explicação e no treino do algoritmo:

Está aqui presente a ideia de que o desenvolvimento do pensamento algébrico se coaduna bem com uma organização de aula em que os alunos têm oportunidade de trabalhar autonomamente sobre a tarefa proposta e que posteriormente confrontam as suas produções, retirando daí aprendizagens colectivas e crescendo para o apurar de generalizações amplas colectivamente construídas (CANAVARRO, 2007, p.111).

Portanto, pode-se abstrair que a ação docente, quando na condução de uma situação didática propiciadora de um ambiente no qual o aluno possa dar voz a seu raciocínio, pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Considerando o incentivo à exposição das ideias matemáticas dos alunos, os professores fazem referência ao *Congresso Matemático* (Figura 4), que consiste em oferecer uma atividade matemática para que os alunos respondam em grupo e, em seguida, os possam compartilhar com os outros grupos a forma utilizada para resolver o problema proposto (BOAVIDA; SILVA; FONSECA, 2009; BRASIL, 2014; CANAVARRO, 2007).

Sofia – *A comanda estava no papel, só estava tudo embaralhado, cada grupo ia fazer de uma maneira diferente... a gente deu na mão das crianças, “Prô o que é pra eu fazer?”...a inscrição, o que eu vou fazer, como eu vou fazer, aquilo já foi bem interessante, no sentido de como a gente como grupo vai se organizar para resolver essas tarefas, que não eram tarefas matemáticas...*

Adriana – *Isso é a ideia do Congresso Matemático, a ideia do congresso matemático é exatamente essa, porque o grupo tem de se organizar, tem que discutir e juntos chegar a uma*

*solução, depois eles têm que socializar o como eles fizeram, né, a ideia do congresso matemático é bem essa...*

**Figura 4** - Transcrição de diálogo do Grupo 2  
Fonte: Dados da pesquisa

Ainda no que se refere ao papel do professor para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, os participantes de nossa pesquisa sinalizam para uma forma de ensino que considere o cotidiano dos alunos, buscando a contextualização das atividades e, conseqüentemente, um maior significado às tarefas matemáticas, como ilustrado na Figura 5.

Barbara - *Quais os aspectos matemáticos você considera essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico?*  
Adriana - *Eu acho que é contextualização, não é?*  
Ana - *A problematização...*  
Adriana - *A problematização, a contextualização a proximidade com o que é real, com o que é cotidiano...*  
Ana - *A aplicação da matemática...*

**Figura 5** - Transcrição de diálogo do Grupo 2  
Fonte: Dados da pesquisa

Expressas algumas referências às questões metodológicas e considerando que, atreladas a essas questões, estão aquelas relacionadas ao conhecimento necessário das estruturas matemáticas – de forma que esse conhecimento específico do conteúdo possa levar o professor tanto a esclarecer o raciocínio dos alunos quanto a orientá-los no desenvolvimento do Pensamento Algébrico – e das relações e generalizações, passamos a analisar as evidências que dizem respeito aos *Elementos matemáticos constituintes do Pensamento Algébrico* (conhecimento específico do conteúdo).

Retomando o que foi apresentado na revisão de literatura, no tocante à generalização como sendo o coração do Pensamento Algébrico (SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2007), buscamos nas respostas dos professores elementos que se referissem à generalização ou à busca de regularidades. Exemplo de tais situações é apresentado na Figura 6:

Anita – *Isso, aquele quadro numérico... quando você trabalha buscando regularidades...*  
Solange – *O quadro numérico... as descobertas...*  
Anita - *O quadro numérico, quando você preenche só por preencher, ele é muito pobre, mas quando você trabalha buscando as regularidades... a linha .... a multiplicação do número por*

*ele mesmo... você percebe os resultados acima dessa linha e abaixo são os mesmos resultados ele se torna super rico... essa questão da sequência...*

**Figura 6** - Transcrição de diálogo do Grupo 1.  
Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 6 mostra a clareza com que a professora Anita se refere à busca de regularidades como uma das características do trabalho com o Pensamento Algébrico. Além disso, ela oferece aos colegas um exemplo dessa situação matemática, trabalhando, inclusive, com uma linguagem matemática diferente do habitual algoritmo – o quadro numérico.

Alguns autores, como Blanton e Kaput (2005) e Ponte, Branco e Mattos (2009) consideram que um dos eixos que pode colaborar para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos alunos é a representação matemática por meio de diferentes linguagens: numérica, natural, tabelas, gráfico, reta numérica, etc.

Ao tentar responder à primeira questão, *Se vocês tivessem que explicar a algum professor o que é o pensamento algébrico, o que diriam?*, Gabriela observa que a conta e o algoritmo podem ser usados, mas como colocado por Anita, podem existir formas diferenciadas de representação do cálculo, ou seja, outras linguagens matemáticas (Figura 7).

Solange – *Será que a gente poderia dizer então que... É a construção do conceito de número...*  
Anita – *Eu acho que isso seria um aspecto que está envolvido no pensamento algébrico... seria uma coisa assim mais generalizada... a investigação, o como se chegar... como ela falou... da situação problema... mediante uma mesma situação... cada um tem uma maneira de chegar ao resultado.*  
Gabriela – *Não necessariamente pode ser a conta... o algoritmo... não necessariamente tem que ser o algoritmo.*  
Anita – *Sim... desenhos, relações, talvez assim... nessa linha.*

**Figura 7** -Transcrição de diálogo do Grupo 1.  
Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda no que se refere ao trabalho com diferentes linguagens, a professora Solange (Figura 8), aponta sua tentativa de trabalhar com outras representações de uma situação matemática, mas explica que os alunos não conseguiram ir além do algoritmo. Essa afirmação está diretamente ligada à ênfase e à forma repetitiva com que são trabalhados o algoritmo, abstraindo do aluno a pro atividade de pensar em outras formas de resolução.

Em uma situação de sala de aula na qual os alunos são incentivados a utilizar formas de resolução para além do algoritmo, eles podem usar as propriedades dos números e das operações, considerados como as relações “que governam as formas pelas quais as operações

funcionam na aritmética e na álgebra” (BLANTON; LEVI; CRITES; DOUGHERTY, 2011, p. 17).

Solange – *No começo do ano eu falava para eles... “cada um vai resolver os problemas do jeito que achar melhor, se quiser fazer por meio do desenho, por meio da continha”... e a maioria não conseguia fazer o desenho, não conseguia se expressar de outra forma a não ser a continha, o algoritmo...*

**Figura 8** - Transcrição de diálogo do Grupo 1  
Fonte: Dados da pesquisa

Importante salientar que a fluência no cálculo (ênfase na Aritmética) é um dos objetivos do trabalho em Matemática nos Anos Iniciais, porém estudar as estruturas matemáticas que estão na raiz das operações potencializa a aprendizagem (para o aluno e para o professor) tanto da Aritmética quanto da Álgebra (CANAVARRO, 2007; RUSSEL; SCHIFTER; BASTABLE, 2011).

Outro aspecto do trabalho com a Álgebra nos Anos Iniciais apontado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (2000) como de fundamental importância é a decomposição dos números e das operações, a qual aparece no Grupo 3, quando os professores respondem quais tarefas que consideram o Pensamento Algébrico eles implementam com seus alunos (Figura 9).

2 - Que tarefas vocês preparam e implementam com os seus alunos que considera o pensamento algébrico?

*- Composições e decomposições dos números.*

**Figura 9** - Protocolo de resolução do Grupo 3.  
Fonte: Dados da pesquisa

Também é ilustrativo o fragmento da discussão do Grupo 1 (Figura 10), quando Solange faz uma relação entre o cálculo mental e a decomposição: para resolver  $120 + 240$ , em que se faz primeiro  $100 + 200$  e depois  $20 + 40$ , que pode ser representado por  $120 + 240 = (100 + 20) + (200 + 40) = (100 + 200) + (20 + 40)$ .

Solange – *Eu lembro direitinho...que fazia.. .chamava de QVL quadro de valor de lugar, aí ele colocava mesmo, centena, dezena unidade... o negócio que frisa muito... sempre começa pela unidade, nunca pode começar pela centena, nunca dezena, mas quando você vai... tipo...*

*fazer o cálculo mental, você pega cento e vinte mais duzentos e quarenta, aí você faz cem mais duzentos, trezentos...*

Anita – *Você faz o contrário...*

Solange – *Vinte mais quarenta, sessenta, não necessariamente você faz na ordem.*

**Figura 10** - Transcrição de diálogo do Grupo 1.

Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 10 ilustra Solange a exemplificar o cálculo mental que se deseja estimular nos alunos, aquele em que o aluno consiga decompor os números em unidades menores e voltar a compô-los, de modo a chegar ao resultado, como, por exemplo: para calcular  $98 + 55$ , faz sentido decompor 55 em  $2 + 53$ , sendo expressado como  $(98 + 2) + 53$ .

Anita – *Ao mesmo tempo que as crianças levam um tempo para se apropriar, nós, professores, também levamos um tempo para se apropriar, uma trajetória.*

Solange – *De estudos, de conscientização.*

Anita – *Não pensa que chega na segunda feira e tudo vai ser diferente.*

Solange – *Rsrrsrs...*

Anita - *A gente que trabalha com a criança... tem que estar muito claro para a gente; enquanto não estiver claro, a gente nem ousa trabalhar; você vai trabalhar alguma coisa que você não tem certeza?... claro que não...*

**Figura 11** - Transcrição de diálogo do Grupo 1.

Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 11, Anita afirma que, enquanto o professor não tiver clareza do que vai ensinar, ele, o professor, não “ousa” trabalhar de maneira diferente ou inovadora; ou seja, o conhecimento do professor precisa ir além de saber realizar o cálculo, porque, do contrário, abordagens como as que aqui estão sendo propostas – do trabalho com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico – não serão oferecidas aos alunos. Assim nos sugere Cavalcante (2013, p. 14):

Responsáveis pelo primeiro contato dos alunos com a matemática escolar, os professores dos anos iniciais têm a complexa tarefa de, nessa fase da escolaridade, lançar muitas das sementes para a aprendizagem dos mais diversos conceitos matemáticos que devem fazer parte da sua vida escolar futura. Esse fato ratifica a importância de esses professores possuírem uma sólida formação em matemática e nos seus processos de ensino e aprendizagem, fornecendo-lhes subsídios para desempenhar o seu papel satisfatoriamente.

## Considerações finais



Em comparação com a produção científica internacional, o desenvolvimento e o trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em nosso país são relativamente novos, dada a escassez de pesquisas nessa área, bem como a pouca presença deste tema nos documentos curriculares oficiais<sup>9</sup>.

Considerando a necessidade do trabalho com Álgebra desde o início da escolaridade e o papel preponderante que o professor desempenha na aprendizagem dos alunos, retomamos o objetivo que abordamos no presente artigo: identificar a compreensão de professores dos Anos Iniciais acerca do significado do Pensamento Algébrico e em que medida eles reconhecem os elementos que o constituem. Para isso, tomamos por contexto de investigação e de coleta de dados um dos encontros do curso de extensão<sup>10</sup>.

Do ponto de vista do saber fazer, ou do conhecimento pedagógico, os professores de nosso estudo demonstraram – tanto nas discussões dos subgrupos quanto nas respostas ao questionário – uma certa compreensão acerca de alguns elementos metodológicos que podem colaborar para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Esses dados foram classificados na categoria: *Papel do professor no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos*, na qual surgiram o respeito à valorização do raciocínio dos alunos, a contextualização das atividades, a construção do significado matemático e também a referência ao *Congresso Matemático* como uma estratégia para a circulação das ideias matemáticas, enfatizando as diferentes maneiras de se chegar ao resultado de uma determinada situação problema. Importante sinalizar que essas afirmações não são uma prerrogativa do papel do professor apenas para o trabalho com o Pensamento Algébrico, mas contribui também no trabalho com outros conteúdos escolares.

Canavarro (2007) referenda essa opção metodológica como uma das formas de trabalhar a Matemática que mais oferece condições ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico em sala de aula. Em outras palavras, para que a Álgebra e o Pensamento Algébrico possam fazer parte das aulas de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, parece ser especialmente importante a criação de “uma cultura de sala de aula adequada à discussão e confronto de ideias, à argumentação e à construção colectiva de generalizações matemáticas” (CANAVARRO, 2007, p. 82).

---

<sup>9</sup> A investigação acerca da presença do Pensamento Algébrico nos documentos curriculares oficiais é discutida com mais profundidade em Ferreira (2017b).

<sup>10</sup> Matemática nos anos iniciais e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Contudo, propiciar um espaço para a apresentação e o debate de diferentes ideias e percursos matemáticos para um mesmo problema pode ser uma das condições para a estruturação do Pensamento Algébrico, mas não é suficiente para o surgimento dos fundamentos matemáticos necessários à solução dos problemas. Assim, surge a necessidade de que o professor tenha um tal conhecimento específico do conteúdo – Pensamento Algébrico, no nosso caso –, que lhe permita questionar os alunos e propiciar a construção, por eles, do conhecimento matemático (BLANTON; KAPUT, 2005).

Adentrando, portanto, à categoria *Elementos matemáticos constituintes do Pensamento Algébrico* (conhecimento específico do conteúdo), localizamos alguns aspectos do Pensamento Algébrico nas discussões realizadas pelos professores, ao responder às questões apresentadas na Figura 1: a representação matemática com o uso de diferentes linguagens, indo além do trabalho com o algoritmo; o cálculo mental pressupondo a decomposição e a composição dos números; as regularidades, traduzidas nas generalizações.

Porém, outros aspectos que fazem parte do trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais não foram contemplados em nossos dados, mas são igualmente importantes, quando se deseja que os alunos consigam entender as estruturas matemáticas que fazem parte tanto da Aritmética quanto da Álgebra. Exemplo disso é o trabalho com as propriedades dos números e das operações, os diferentes significados do sinal da igualdade, os padrões e as sequências, entre outros. Tais elementos constituintes do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais podem colaborar na aprendizagem futura da Álgebra, ao mesmo tempo em que fornecem aos alunos um pensar matematicamente mais profundo e também mais significativo, mas não retratado nas respostas dos professores.

Nesse sentido, à semelhança do que afirma Curi (2004), os professores, no que se refere ao trabalho com o Pensamento Algébrico, possuem um conhecimento mais voltado para o saber fazer, em detrimento do conhecimento do conteúdo a ser ensinado, que, por sua vez, sustentaria as opções metodológicas já apontadas pelos professores participantes de nossa pesquisa, bem como poderia apoiar a “ousadia” de inovar e trazer outros elementos para suas aulas de Matemática nos Anos Iniciais.

Por fim, como uma última reflexão, podemos abstrair da presente pesquisa que, embora os professores participantes reconheçam alguns elementos inerentes ao Pensamento Algébrico, ainda há um longo caminho a percorrer em termos formativos, abrindo espaço para novas pesquisas que possam investigar aspectos relacionados ao Pensamento Algébrico e ao

seu desenvolvimento nos Anos Iniciais e abordando os âmbitos do saber e do saber fazer, uma vez que, como nas palavras de Shulman (1986, p. 8), “simples conhecimento do conteúdo é provável que seja tão inútil como a habilidade pedagógica sem conteúdo”.

## Referências

- BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Boston, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005.
- BLANTON, M.; LEVI, L.; CRITES, T.; DOUGHERTY, B. J. **Developing Essential Understanding of Algebraic Thinking for Teaching Mathematics in Grades 3-5**. Reston Va: NCTM National Council Teachers of Mathematics, 2011.
- BOAVIDA, A. M.; SILVA, M.; FONSECA, P. Pequenos investigadores matemáticos: do pensamento à comunicação e da comunicação ao pensamento. **Educação e Matemática**, Portugal, n. 102, p.2-10, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. **PNAIC: Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa**. Cadernos de Formação. Brasília: MEC/SEF, 2014.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Lisboa, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.
- CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; BRIZUELA, B.; EARNEST, D. Arithmetic and algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 2, n. 37, p. 87-115, mar. 2006.
- CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Early Algebra Teaching and Learning. In: LERMAN, S. (Ed.). **Encyclopedia of Mathematics Education**. London: Springer, 2014. p. 193-96.
- CAVALCANTE, J. L. **Formação de professores que ensinam matemática: saberes e vivências a partir da resolução de problemas**. Jundiaí: Paco Editorial, 2013.
- CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise dos conhecimentos para ensinar Matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo, 2004.

CURI, E. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educação**, OEI, v. 37, n. 35, p.1-9, jan. 2006.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro-SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

FERREIRA, M. C. N. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico. 2017a. 148f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências e matemática)-Universidade Federal do ABC/Santo André, São Paulo, 2017a.

\_\_\_\_\_. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais. **REnCiMa**, v. 8, n. 5, p. 16-34, 2017b.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, C. M.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.25, n. 3, p.496-514, set./dez. 2017.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 7, n. 1, p. 79-91, mar. 1993.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, Georgia, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

MASON, J. Expressing generality and roots of algebra. In BEDNARZ, N.; Kieran, C.; LEE, L. (Eds.). **Approaches to algebra**. Dordrecht: Kluwer, 1996, p. 65–86.

MESTRE, C. M. M. V.; OLIVEIRA, H. O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico. In: GUIMARÃES, C.; REIS, P. (Org.) **Professores e infâncias**: estudos e experiências. São Paulo: Junqueira & Marin, 2011. p. 201-223.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, I. et al. (Org.). **Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Porto: SEM/SPCE, 2006. p. 5-27.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no Ensino Básico. Ministério da Educação, Portugal, **Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular** (DGIDC), Portugal, 2009.

RIBEIRO, C. M. A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora: discutindo um modelo de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 19, n. 35, p.71-102, 2011.

RUSSELL, S. J.; SCHIFTER, D.; BASTABLE, V. Developing algebraic thinking in the context of arithmetic. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Ed.). **Early algebraization**. Heidelberg: Springer Berlin, 2011. p. 43-69. (Advances in Mathematics Education).

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas, v. 14, n. 40, p.143-155, jan./abr. 2009.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. **Bringing out the algebraic character of arithmetic**: From children's ideas to classroom practice. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

\_\_\_\_\_. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, n. 57, p. 1-22, 1987.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p.206-222, maio 2012.

TRUJILLO, P. A.; CASTRO, E.; MOLINA, M. El proceso de generalización: um estúdio com futuros maestros de primaria. **Indivisa, Monografia XII**, p. 73-90, 2009.

**Submetido em março de 2017**

**Aprovado em fevereiro de 2018**