REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

Volume 10, número 23 – 2017

ISSN 2359-2842

Representações de Estudantes do 4º Ano do Ensino Fundamental Frente a Problemas do Campo Multiplicativo: uma análise de resoluções

Representations of Students of The Fourth Year of Fundamental Education to Multiplication Field Problems: an analysis of resolutions

Jorge Williams Cunha Ferreira[1]

José Messildo Viana Nunes [2]

RESUMO

Esta pesquisa apresenta os resultados de um estudo que objetivou investigar as representações que estudantes do 4º ano do ensino fundamental expressam acerca das operações de multiplicação e divisão, frente a situações do Campo Multiplicativo. Para alcançar nosso objetivo realizamos uma pesquisa qualitativa em duas dimensões inicialmente um estudo bibliográfico e posterior intervenção em uma turma do 4º ano em uma escola pública de Belém do Pará. Para intervenção elaboramos duas atividades, com base na teoria dos Campos Conceituais: a primeira consistiu na construção de uma tabela e a segunda na realização de um teste com situações problema do campo conceitual multiplicativo. Na análise dos dados, utilizamos com referências a Teoria dos Campos Conceituais. Os resultados indicam que, nessa faixa de escolaridade, as representações que predominam nas resoluções desse tipo de situação problema são aritmético-numéricas e simbólicas e que conhecimentos anteriormente internalizados pelos estudantes são utilizados como referências para essas resoluções.
PALAVRAS-CHAVE: Teoria dos Campos Conceituais, Campo Conceitual Multiplicativo, Anos Iniciais.

ABSTRACT

This research presents the results of a study that Aimed to investigate the representations that students of the 4th year of elementary school express about multiplication and division operations, in the face of Multiplicative Field situations. In order to reach our goal we carried out a qualitative research in two dimensions, initially a bibliographic study and later intervention in a class of the 4th year in a public school in Belém do Pará. For the intervention we elaborated two activities, based on the theory of Conceptual Fields . In the data analysis, we used with references the Theory of Conceptual Fields. The results indicate that this education range, the representations that predominate in the resolutions of this problem situation are arithmetic-numeric and symbolic and knowledge previously internalized by students are used as references for these resolutions..
KEYWORDS: Theory of Conceptual Fields, Multiplicative Conceptual Field, Early Years.

Introdução

[1] Universidade Federal do Pará. jwcferreira@outlook.com.

[2] Universidade Federal do Pará. messildo@ufpa.br.

Evidenciamos que na aprendizagem do campo aditivo (adição e subtração) há certo êxito por parte dos estudantes, principalmente na manipulação dos algoritmos. Em contrapartida, no campo multiplicativo (multiplicação e divisão), é necessário um maior nível de elaboração de ideias (VERGNAUD, 2009). Na busca de compreensão desse fenômeno, partimos do princípio que tão ou mais importante quanto o ensino e a aprendizagem de regras matemáticas, é, também, a valorização dos conhecimentos que os estudantes possuem ou atribuem a um determinado conceito.

Em nossos estudos sobre a temática (operações matemáticas) evidenciamos que as estratégias de resolução de problemas envolvendo as operações matemáticas são de vital importância para analisar os sentidos que os alunos atribuem a essas operações, e que esse fenômeno é amplamente discutido por uma teoria denominada Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

Para fundamentar nossa perspectiva, realizamos inicialmente um levantamento sobre pesquisas que abordaram a temática em questão no Brasil. Desse modo, averiguamos que ao longo dos anos, pesquisas no âmbito nacional destacam a importância de se analisar os meios pelos quais os estudantes dão significado e constroem determinados conceitos (FIOREZE et al., 2013; MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014; SANTOS et al., 2014; SILVA et al., 2015; LIMA; BORBA, 2015). Assim evidenciamos problemáticas quanto ao ensino das operações matemáticas básicas.

Nessa perspectiva, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) evidenciam a importância de se valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, dessa maneira devemos considera-los capazes de solucionar problemas, ainda que esses sejam razoavelmente complexos. O documento faz uma crítica ao modo tradicional com que se introduzem situações problemas, sem levar em consideração o caráter histórico-epistemológico do saber, nessa perspectiva as ações, na maioria das vezes, fica restrita a simples aplicação direta de regras matemáticas previamente estabelecidas. O documento sugere possíveis relações que podem ser estabelecidas, entre professor-aluno-saber, dentre os quais que o professor passe a atuar como organizador da aprendizagem dos alunos incentivando-os a construir o próprio conhecimento, renunciando o seu posto de expositor e detentor do saber.

Destacamos, também, indicações provenientes dos Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental (BRASIL, 2012), que em relação ao trabalho com as operações aritméticas, destaca que o processo de ensino dessas não se deve restringir à simples memorização de códigos matemáticos e linguagens simbólicas, sendo mais significativo, a nosso ver, que o estudante compreenda as ideias que permeiam determinados conhecimentos.

Com isso, nossa pesquisa busca enfatizar a importância da valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes acerca das operações fundamentais. Nessa perspectiva, nosso objetivo foi investigar as representações que estudantes do 4º ano do ensino fundamental expressam acerca das operações de multiplicação e divisão, frente a situações multiplicativas.

Quadro Teórico e Metodologia

Teoria dos Campos Conceituais e as estruturas multiplicativas

Desenvolvida pelo pesquisador francês Gerard Vergnaud, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) "visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas" (VERGNAUD, 1996, p. 155), ou seja, visa compreender os processos pelos quais se dá a construção dos conhecimentos bem como os significados atribuídos a estes pelos sujeitos (PAIS, 2008). Originalmente a TCC não se desenvolveu com finalidade didática, no entanto fornece subsídios teóricos para análise de situações que envolvem a construção de conhecimentos. Nessa perspectiva, o sentido atribuído a um conceito torna-se significativo por meio de situações que envolvam filiações e rupturas de conhecimentos. Assim, o autor distingue duas classes de situações (VERGNAUD, 1996, p. 156).

> 1- classe de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
> 2- classes de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso.

Nesse âmbito, de acordo com Vergnaud (1990, 1993, 1996), é necessário entender como o aluno se comporta frente a situações que lhe exijam organizar esquemas para a solução de determinado problema. Os esquemas são organizações invariantes que determinam a conduta do sujeito em uma dada situação. Para uma determinada classe de situação a qual o sujeito se depara, as ações a serem realizadas pelo mesmo dependerão da natureza desta e de organizações esquemáticas que este possui ou que anteriormente foram internalizadas por esse conforme suas experiências (VERGNAUD, 1996). Um esquema comporta, também, preceitos de antecipação, que são os objetivos a serem atingidos em função da ação realizada e os invariantes operatórios:

> cujas categorias principais são teoremas-em-ação e conceitos-em-ação, constituem a base conceitual implícita que permite obter a informação pertinente e, a partir dela e dos objetivos a alcançar, inferir as regras de ação mais pertinentes (VERGNAUD, 1996, p. 201).

Trata-se de conhecimentos postos em ação pelo sujeito e que dão suporte aos esquemas. O autor afirma que um esquema é eficaz, porém nem sempre é efetivo. Para uma determinada classe de situações, um esquema poderá mostrar-se inadequado, o que culminará, por parte do sujeito, numa tomada de decisão, que poderá se configurar pela a mudança desse esquema ou pela alteração do modelo esquemático inicial.

A TCC apresenta um espectro que envolve um amplo conjunto de situações, portanto, pode ser aplicada a variadas áreas do conhecimento, no que concerne às operações fundamentais, a teoria organiza estas em duas categorias de relações: aditivas e multiplicativas. A primeira, denominada Campo Conceitual Aditivo, envolve o conjunto ou uma combinação de situações que abrangem os raciocínios de adição e subtração, o autor descreve seis categorias de situações que envolvem essa relação.

> Primeira categoria: duas medidas se compõem para resultar em uma terceira. Segunda categoria: uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. Terceira categoria: uma relação liga duas medidas. Quarta categoria: duas transformações se compõem para resultar em uma transformação. Quinta categoria: uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo. Sexta categoria: dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo (VERGNAUD, 2009, p. 200).

A segunda, chamada Campo Conceitual Multiplicativo (estruturas multiplicativas) – enfocada nessa pesquisa - envolve situações que abarcam unitariamente ou um conjunto de ideias de multiplicação e divisão. Esta se divide em duas classes de situações: isomorfismo de medidas e produto de medidas.

O isomorfismo de Medidas “é uma relação quaternária entre quatro quantidades: duas quantidades são medidas de certo tipo e as duas outras medidas, de outro tipo” (VERGNAUD, 2009, p. 239). O autor apresenta alguns exemplos:

> Exemplo 1: “Tenho 3 pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?”
> Exemplo 2: “Minha mãe quer comprar tecido a R$ 24,80 o metro para fazer um vestido e um paletó. Ela necessita de 3,50 metros de tecido. Quanto ela deverá gastar?”
> Exemplo 3: “Paguei R$ 12,00 por 3 garrafas de vinho. Quanto custa cada garrafa?” (p. 239).

Nestas situações, uma das quatro medidas é desconhecida. Para que seja determinada, devemos estabelecer uma relação entre as medidas já existentes.

As situações do tipo produto de medidas, que “consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional” (VERGNAUD, 2009, p. 253). Exemplificaremos aqui alguns tipos de situações dessa categoria:

Exemplo 1: Joana arrumou as peças do jogo de memória em 9 colunas com 4 linhas cada uma. Quantas peças possui esse jogo?

Exemplo 2: João tem 3 calções e 4 camisetas. Quantos trajes diferentes ele pode formar com estas peças?

Exemplo 3: Em uma caixa de chocolate existe 6 chocolates amargos e 3 vezes mais chocolates branco. Quantos chocolates brancos há nessa caixa?

Exemplo 4: No grupo A há 15 meninos, 3 vezes menos que no grupo B. Quantos meninos há no grupo B?

As estruturas multiplicativas do tipo produto de medidas possuem três categorias de situações: configuração retangular (exemplo 1) - envolve ideias de espaço e área; combinatória (exemplo 2) - explora noções de contagem e comparação multiplicativa (exemplos 3 e 4) - abrange noções comparativas de quantidades.

O autor agrupa as estruturas multiplicativas em duas relações: ternárias e quaternárias: As relações ternárias congregam dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas. Na comparação multiplicativa, destacam-se duas classes de situações problema: relação desconhecida e referente desconhecido. Já na categoria produto de medidas, outras duas classes de situações: configuração retangular e combinatória. Por sua vez, nas relações quaternárias, estão organizadas em dois eixos: proporção simples e proporção múltiplas. Em ambos os eixos, dispõe-se de duas classes de situações: proporção um para muitos e muitos para muitos.

Metodologia

Realizamos uma pesquisa qualitativa (PÁDUA, 2011), cujo desenho metodológico abarcou duas dimensões distintas: a primeira que denominamos Estudo Bibliográfico - possibilitou organizar as pesquisas enfocadas em duas categorias favorecendo as análises da segunda dimensão; denominada Intervenção em Sala de Aula – realizada em uma turma do quarto ano de uma escola pública localizada em Belém do Pará.

Estudo Bibliográfico

Com objetivo de conceber nossas categorias de análise realizamos um estudo bibliográfico sobre o tema Campo Conceitual Aditivo e Multiplicativo. Para tanto, recorremos às bases de dados de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e delimitamos o período de 2013 a 2016 selecionando periódicos com classificações (Qualis)[3] mínima B1. A partir desse levantamento foi possível construir as seguintes categorias: formação de conceitos e campo conceitual multiplicativo (três artigos); estratégias de resolução de problemas envolvendo as operações da multiplicação e divisão (dois artigos).

A sistematização em duas categorias se deu pelo fato de que, inicialmente, buscamos estudos que possuíam como referencial teórico explícito a Teoria dos Campos Conceituais (palavras-chave na busca), bem como utilizassem esta como parâmetro para a análise dos dados concebidos nas referidas investigações. No entanto, identificamos que havia, também, estudos que analisavam as estratégias de resoluções dos estudantes, porém sem utilizar como referencial teórico a teoria supracitada, mas com resultados que consideramos significativos. Julgamos necessária essa sistematização, portanto, para evidenciar os variados enfoques que são possíveis para a análise da temática proposta.

Na primeira categoria (Quadro 1), elencamos trabalhos que analisaram os diferentes modos de representações de estudantes acerca do conhecimento matemático, à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

Quadro 1 – Pesquisas sobre formação de conceitos e Campo Conceitual Multiplicativo

Título	Autor(es/as)	Modalidade de trabalho	Ano de publicação
Análise da construção de conceitos referentes à proporcionalidade com a utilização do software geoplano virtual	Leandra Anversa Fioreze, Dante Barone e Marcus Basso e Silvia Isaia	Artigo científico	2013
Raciocínio de estudantes do ensino fundamental frente à resolução de situações das estruturas multiplicativa	Sandra Maria Pinto Magina, Aparecido dos Santos e Vera Lúcia Merlini	Artigo científico	2014

[3] [...] conjunto de procedimentos utilizados pela Capes para estratificação da qualidade da produção intelectual dos programas de pós-graduação, com base na publicação em periódicos científicos de artigos de docentes afiliados às Instituições de Ensino Superior (IES) brasileiras. (https://www.sibi.usp.br/apoio-pesquisador/escrita-publicacao-cientifica/selecao-revistas-publicacao/qualis-periodicos/)

Noção de divisão para quem não aprendeu divisão	Aparecido dos Santos, Vera Merlini, Sandra Magina e Eurivalda Santana	Artigo científico	2014

Fonte: Os autores

Fioreze et al. (2013) analisaram a construção de conceitos de proporcionalidade por meio de recursos digitais (Geoplano) com estudantes do 9º ano. Os pesquisadores desenvolveram atividades utilizando o *software* Geoplano, nas quais os estudantes construíram representações geométricas, como triângulos e polígonos, enfocando as relações de proporcionalidade, mais especificamente ampliando as áreas das figuras estudadas de modo que seguissem a mesma razão. Na referida pesquisa os autores identificaram que a construção do conhecimento dos estudantes, em meio a situações dos campos conceituais, nem sempre ocorrem de modo linear.

Magina, Santos e Merlini (2014) analisaram o desempenho e as estratégias de resolução de uma situação do Campo Conceitual Multiplicativo. Os autores elaboraram um teste contendo duas questões (Q1 e Q2) que envolviam o raciocínio proporcional na perspectiva de Vergnaud. A primeira abarcava a ideia de proporção um para muitos - consistia na identificação de um valor composto a partir de uma relação estabelecida. Já a segunda, compreendia a ideia de proporção muitos para muitos - envolvia uma relação entre vários valores de modo a encontrar o estado final a partir destas. Na análise quantitativa, observaram que houve um melhor desempenho dos estudantes na resolução da questão Q1 em relação à Q2. Qualitativamente, identificaram quatro níveis de estratégias de resoluções: nível 1, Incompreensível; nível 2, Pensamento Aditivo; nível 3, Transição - pensamento aditivo para o multiplicativo e nível 4, Pensamento Multiplicativo. Perceberam que as estratégias dos estudantes encaixam-se em dois tipos de representações: aritmética e pictórica.

Santos et al. (2014) investigaram a capacidade de estudantes dos anos iniciais, não introduzidos ao conceito de divisão, em lidar com situações-problema envolvendo o raciocínio dessa operação. Os autores desenvolveram um teste com situações problema que envolvia o raciocínio proporcional, enfatizando a ideia de divisão. Categorizaram as questões em duas ideias: ideia de cota - coleção e não coleção e partição. Identificaram em suas análises os mesmos níveis categorizados por Magina, Santos e Merlini (2014). Constataram que nessa faixa etária, a maioria dos estudantes possuem ideias acerca da operação de divisão, representando, em sua maioria, de forma pictórica.

Para a segunda categoria (Quadro 2), dispomos dois trabalhos que analisaram os diferentes modos de representações de estudantes acerca do conhecimento matemático, não utilizando como referência teórica (nem em seu quadro teórico, nem como parâmetro de análise) os Campos Conceituais de Vegnaud.

Quadro 2 – Pesquisas sobre estratégias de resolução de problemas envolvendo as operações da multiplicação e ou divisão

Título	Autor (es/as)	Modalidade de trabalho	Ano de publicação
Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização frente à situações-problemas que envolvem multiplicação e divisão	João Alberto da Silva, Karin Ritter Jelinek, Vinicius Carvalho Beck, Pamela Miranda e Willian Fonseca	Artigo científico	2015
Reconhecendo o princípio fundamental da contagem como estratégia de problemas combinatórios	Ana Paula Barbosa de Lima e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	Artigo científico	2015

Fonte: Os autores

Silva et al. (2015) investigaram estratégias e procedimentos que estudantes do ciclo de alfabetização constroem ao resolverem situações de multiplicação e divisão tomando como base habilidades e competências indicadas na matrizes de referências da Provinha Brasil[4]. Nessa perspectiva, os autores realizaram duas atividades que consistiam em identificar as estratégias de resolução dos estudantes frente a situações que envolviam as ideias de multiplicação e divisão, sem a utilização de recursos numéricos e aritméticos. Por conseguinte, identificaram que as estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes na situação que envolvia a ideia de multiplicação, enquadravam-se na seguinte classificação: adição de parcelas; relação de quantidades iguais e uso do princípio multiplicativo. Já as que envolviam a ideia de divisão foram respectivamente: divisão partitiva (elemento a elemento); divisão como medida (por conjuntos) e uso do algoritmo da divisão.

Em uma linha com foco na formação de professores, Lima e Borba (2015) investigaram o reconhecimento de professores de Matemática sobre o princípio fundamental da contagem em situações combinatórias. Assim, desenvolveram um teste aplicado a professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental, que envolviam situações de análise combinatórias. Essas situações enquadravam-se nas seguintes categorias: produto cartesiano; arranjo; permutação; combinação; arranjo condicional e combinação condicional.

[4] A Provinha Brasil, é uma avaliação diagnóstica que visa investigar as habilidades desenvolvidas pelas crianças matriculadas no 2º ano do ensino fundamental das escolas públicas brasileiras. (http://inep.gov.br/provinha-brasil).

Os resultados demonstraram que a maioria dos professores não reconhecia o princípio fundamental da contagem como estratégia de resolução para as questões do teste. A maioria das resoluções dos professores se dava por meio da aplicação de fórmulas matemáticas.

Dentre os critérios de seleção dos trabalhos, levamos em consideração as publicações mais recentes (de 2 a 3 anos publicados) e as que mais se aproximam dos objetivos de nossa pesquisa. Deixamos claro que havia também outras pesquisas recentes sobre a temática de resolução de problemas, porém enfatizando a interpretação de problemas no sentido linguístico e na apropriação do conhecimento matemático dos participantes dessas pesquisas, desviando-se da linha de pensamento que adotamos[5].

As pesquisas analisadas, em sua maioria, ressaltam a necessidade da valorização das concepções acerca de determinadas ideias. Apontam, também, a complexidade que se dá no ensino de objetos matemáticos em geral. Por outro lado, os documentos oficiais evidenciam preocupações com esse processo de ensino, que são convertidas em políticas públicas que visam uma formação mais abrangente ao professor, como o Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR) e Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Em Brasil (1997), destaca-se que é de fundamental importância o professor investigar que domínios os estudantes possuem acerca dos conteúdos propostos, de modo a estabelecer relações entre o que se sabe e que o estudante precisa conhecer, pois “esses conhecimentos servem como ponto de partida para a construção de conceitos mais universais” (BRASIL, 2012, p. 60).

Intervenção em sala de aula

A pesquisa foi realizada numa escola estadual de ensino fundamental e médio, localizada em um bairro da periferia do município de Belém-PA, no decorrer de dois dias, no ano de 2016, numa turma de 4º ano do Ensino Fundamental do turno da manhã. Os dados foram concebidos a partir da captação audiovisuais.

A opção pela escola se deu em decorrência dessa ser parceira nas pesquisas desenvolvidas pelo Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará (IEMCI-UFPA), assim há boa receptividade para desenvolvermos pesquisas com alunos dos anos iniciais neste ambiente. Além disso, a docente responsável pela turma, graduada em

---

[5] Referimo-nos a Didática da Matemática, perspectiva teórica que adotamos nessa pesquisa que visa compreender “as atividades didáticas, ou seja, as atividades que tem como objeto o ensino, evidentemente naquilo que elas têm de específico para a matemática” (BROUSSEAU, 1996, p. 35).

Pedagogia com 30 anos de experiência em sala de aula, disponibilizou uma parte da turma (10 alunos) para realizarmos a intervenção no tempo hábil.

As tarefas foram construídas a partir de nossos estudos sobre a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990, 1993, 1996, 2009), e, desenvolvidas com o intuito de validar o estudo teórico, num período de curto prazo. Assim, buscamos analisar as representações que estudantes do 4º ano do ensino fundamental expressam acerca das operações de multiplicação e divisão, frente a problemas multiplicativos.

No 1º dia, realizamos a leitura de uma tabela contida em texto jornalístico intitulado "Veja os produtos que compõem a cesta básica pesquisada pelo Dieese" (Figura 1), retirado de um portal de notícias na internet.

Veja os produtos que compõem a cesta básica pesquisada pelo Dieese

Adaptado

O Dieese (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos) pesquisa, semanalmente, uma lista de 13 produtos em quantidades consideradas essenciais para a alimentação básica do ser humano adulto durante um mês. Veja abaixo a lista dos alimentos:

Alimentos	Quantidade considerada
Carne	6 kg
Leite	15 litros
Feijão	4,5 kg
Arroz	3 kg
Farinha	1,5 kg
Batata	6 kg
Tomate	9 kg
Pão francês	6 kg
Café em pó	600 gramas
Banana	90 unidades
Açúcar	3 kg
Óleo/banha	1,5 kg
Manteiga	900 gramas

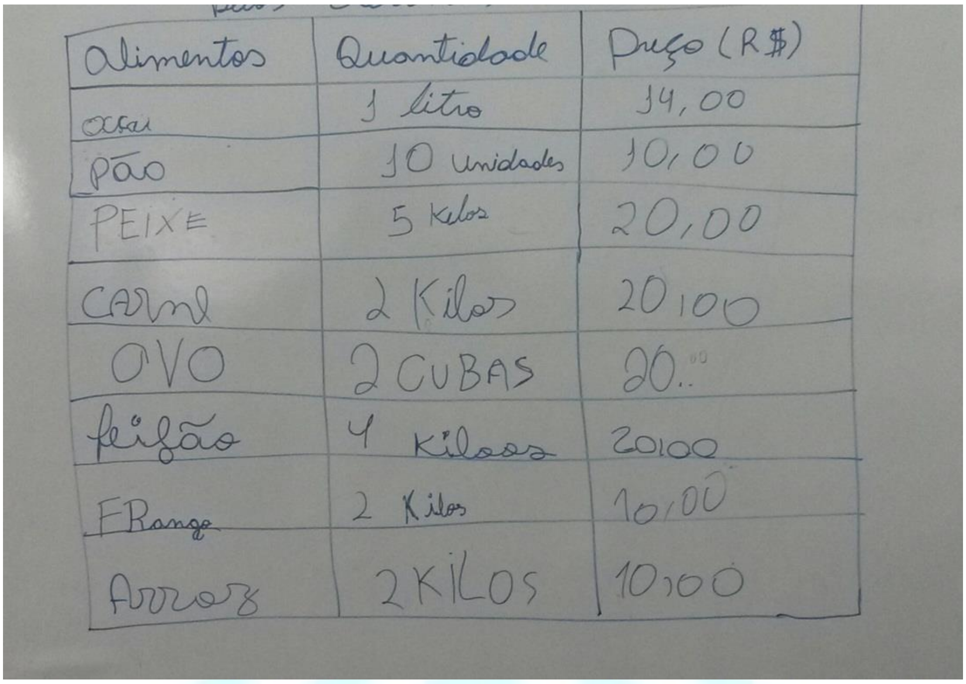
Disponível em http://economia.uol.com.br/ultnot/2008/09/01/ult4294u1637.jhtm

Figura 1 – texto jornalístico intitulado "Veja os produtos que compõem a cesta básica pesquisada pelo Dieese"

Fonte: UOL

Após a leitura do texto, realizamos uma conversa com os alunos, na qual identificamos os conhecimentos que os estudantes possuíam sobre cesta básica, bem como os alimentos que compunham esta. Em seguida, solicitamos a eles que, em casa, listassem os produtos que compunham as cestas básicas de suas famílias, bem como suas respectivas quantidades, com o intuito de socializarem na aula seguinte.

No segundo dia da atividade, os discentes trouxeram a lista dos alimentos que compunham as cestas básicas de suas famílias. Com a lista dos alimentos, construímos em conjunto com os estudantes uma tabela (Figura 2) para organizar os produtos listados, as quantidades consumidas por mês, segundo eles, e os preços estimados desses itens por quantidade.



Alimentos	Quantidade	Preço (R$)
açai	1 litro	14,00
pão	10 unidades	10,00
PEIXE	5 kilos	20,00
CARne	2 Kilos	20,00
OVO	2 CUBAS	20,00
feijão	4 Kilos	20,00
FRango	2 Kilos	10,00
Arroz	2 KILOS	10,00

Figura 2 – Tabela construída pelos estudantes com alimentos de suas cestas básicas

Fonte: Dados da pesquisa

Distribuímos, em seguida, aos estudantes folhas impressas de papel A4 contendo 4 situações problema, contextualizadas ao tema, envolvendo relações multiplicativas do tipo isomorfismo de medidas (VERGNAUD, 2009), pois nesse tipo de situação as relações estabelecidas entre multiplicação e divisão são mais evidentes, sendo estas respectivamente:

A) 1 pacote de feijão custa R$ 3,00. Quanto pagaremos se comprarmos 5 pacotes de feijão?
B) No mercado, Wesley comprou 4 kg de mortadela e pagou ao todo R$ 16,00. Quanto custa 1 quilo (kg) de mortadela?
C) Rayla comprou R$ 27,00 em açaí médio[6] para sua família na venda da esquina. Sabendo que 1 litro de açaí médio custa R$ 9,00, quantos litros de açaí ela comprou?
D) Um supermercado fez a seguinte promoção: na compra de 3 alimentos não perecíveis, o cliente paga apenas o preço de 2. Talissa comprou 3 pacotes de leite. Sabendo que 1 pacote de leite custa R$ 2,00 e levando em consideração a promoção, quanto ela pagará ao todo pelos 3 pacotes de leite?

A questão “A” é um tipo de isomorfismo de medidas da categoria proporção simples, na qual há uma relação entre quatro quantidades. Duas quantidades correspondem a um tipo e as outras duas a outro (SANTOS et al., 2014). Nesse tipo de questão, o convencional é que as

[6] O açaí batido vendido em Belém do Pará apresenta diversidades de classificação dentre elas fino, médio, grosso, papa, etc.

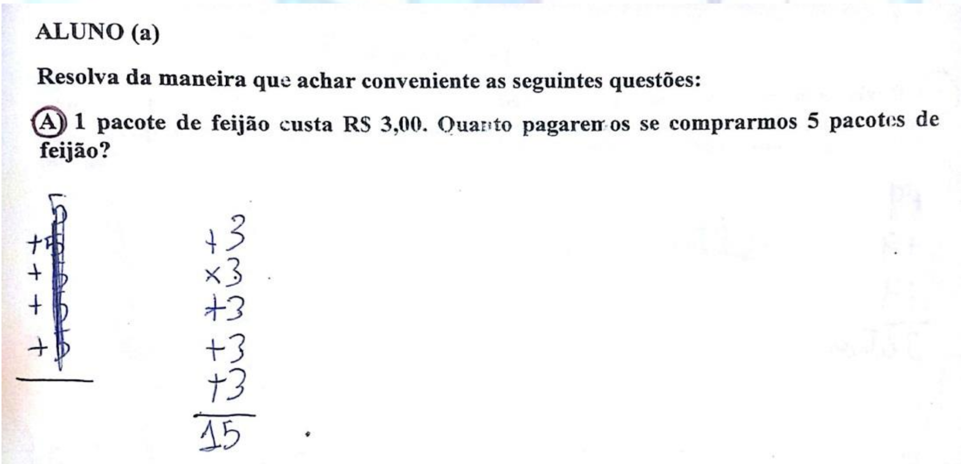
representações sejam em modo de adição de parcelas; relação de quantidades iguais e uso do princípio multiplicativo (SILVA et al., 2015). Já as questões "B" e "C" também são caracterizadas como isomorfismo de medida da categoria proporção simples. No entanto, diferenciando-se da questão "A", o convencional é que a representação da resolução seja expressa por meio de divisão partitiva (elemento a elemento), divisão como medida (por conjuntos) e uso do algoritmo da divisão (SILVA et al., 2015).

Já a questão "D" trata de um isomorfismo de medidas de proporção simples da classe muitos para muitos (SANTOS et al., 2014). Essa classe consiste numa mudança de estado em função de uma variância. Esse tipo de situação exige certo grau de conhecimento multiplicativo, sendo o conveniente que o estudante represente a resolução em forma de um produto (a x b = c) e que perceba que há uma relação de proporcionalidade entre um estado inicial e outro final entre as quantidades, imposta pela variância.

Análise e Discussão dos Resultados Obtidos

Dos dez estudantes da classe, apenas sete nos entregaram os respectivos manuscritos. Referiremos a estes por nomes fictícios: Wanderley, Gustavo, Ronan, Filipo, Willen, Talissa e Layla.

Na Figura 3 encontra-se a solução de Wanderley.



ALUNO (a)

Resolva da maneira que achar conveniente as seguintes questões:

(A) 1 pacote de feijão custa R$ 3,00. Quanto pagaremos se comprarmos 5 pacotes de feijão?

+3
×3
+3
+3
+3
15

Figura 3 - Resolução de Wanderley para a situação problema A

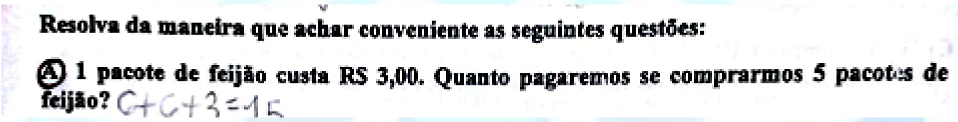
Fonte: Dados da pesquisa

Ao ser indagado sobre como procedeu para a resolução da situação, Wanderley afirmou que essa poderia ser solucionada através da operação "*5 vezes 3*". A operação é representada pelo estudante através de uma soma que possui parcelas iguais (3+3+3+3+3).

Wanderley: Quinze reais! Cinco vezes três é igual a quinze é três mais três, mais três, mais três e mais três.

É possível constatar que o estudante reconhece que há uma relação multiplicativa entre o valor a ser pago (R$) pelo pacote de feijão e a quantidade que deste foi comprada. O valor 3 representa uma quantidade, nesse caso representa o multiplicando; o número de vezes na qual essa quantidade é composta para formar o valor unitário 15, corresponde a 5, que representa o multiplicador.

O estudante Gustavo representou sua resolução, também, através de uma adição *6+6+3*. Afirma que o resultado 15 originou-se de sucessivas composições de parcelas de valor 3 (Figura 4).


Resolva da maneira que achar conveniente as seguintes questões:

A) 1 pacote de feijão custa R$ 3,00. Quanto pagaremos se comprarmos 5 pacotes de feijão? 6+6+3=15

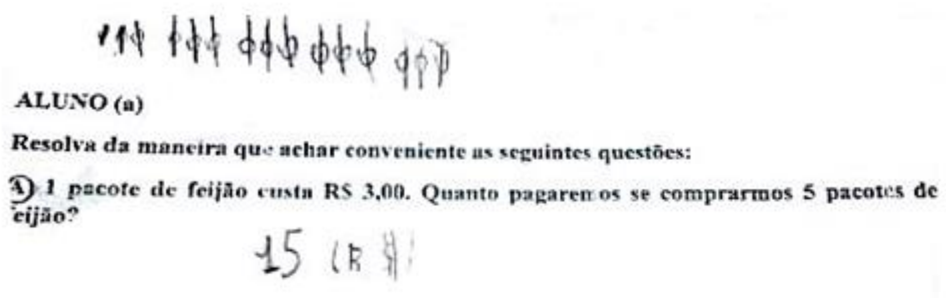
Figura 4 - Resolução de Gustavo para a situação problema A

Fonte: Dados da pesquisa

Gustavo: Quinze reais! Três mais três dá seis, com mais três dá nove, com mais três dá doze com mais três dá Quinze.

O estudante fez sucessivas composições de elementos de valor três. Ao representar seu esquema, optou por compor dois pares de três, formando duas parcelas de valor seis, e por fim adiciona a parcela restante, três. Nota-se que, assim como Wanderley, Gustavo também possui uma ideia primária de multiplicação (compondo pares de três).

Filipo representou o esquema de sua resolução de forma simbólica e numérica. Primeiramente formou 5 conjuntos com 3 bolinhas em cada. Já o resultado da operação representou de forma numérica, escrevendo 15 (R$) (Figura 5).


ALUNO (a)

Resolva da maneira que achar conveniente as seguintes questões:

A) 1 pacote de feijão custa R$ 3,00. Quanto pagaremos se comprarmos 5 pacotes de feijão?

15 (R$)

Figura 5 - Resolução de Filipo para a situação problema A

Fonte: Dados da pesquisa

Filipo: Botei três aqui, três aqui, três aqui, três aqui e três aqui, cinco vezes o três.

O estudante realizou sucessivas composições de conjuntos com três elementos, que correspondem, segundo a situação, ao valor de R$ 3,00. Compreendeu que o número de conjuntos a serem formados corresponde ao número de pacotes comprados, de acordo com o enunciado da questão. A representação do esquema de resolução em forma simbólica pode se dá pelo fato de o estudante ainda não estar familiarizado com representações aritméticas.

Nas resoluções de Wanderley, Gustavo e Filipo, identificamos as categorias descritas por Silva et al. (2015). Nos dois primeiros, a representação da multiplicação em forma de uma adição de parcelas. Já na resolução de Filipo identificamos a categoria representações de relações de quantidades iguais, na qual simbolicamente, compôs conjuntos de bolinhas com a mesma quantidade. De acordo com Magina, Santos e Merlini (2014) os estudantes encontram-se num nível de transição do pensamento aditivo para o multiplicativo.

Vejamos a resolução de Willen (Figura 6).

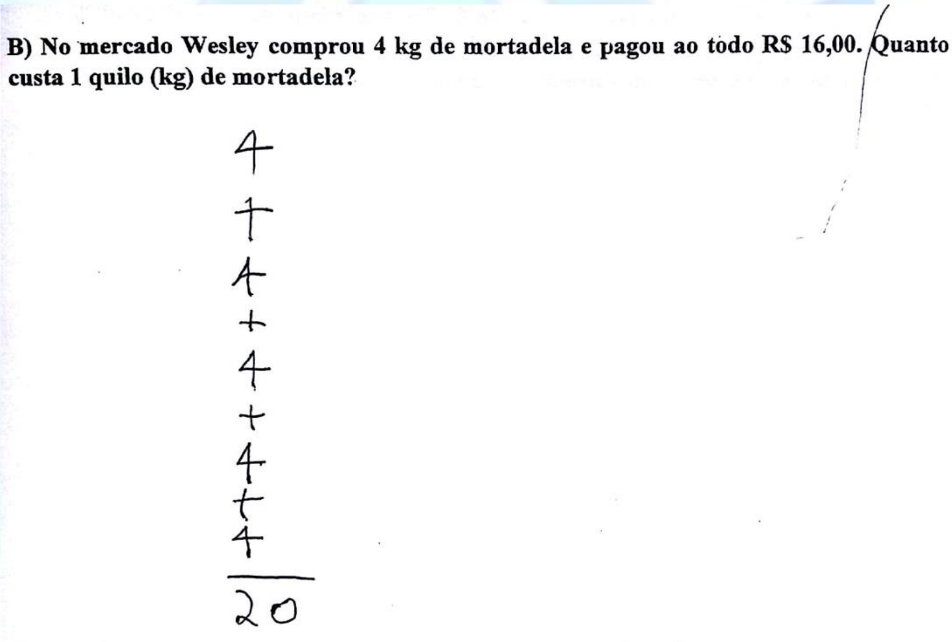


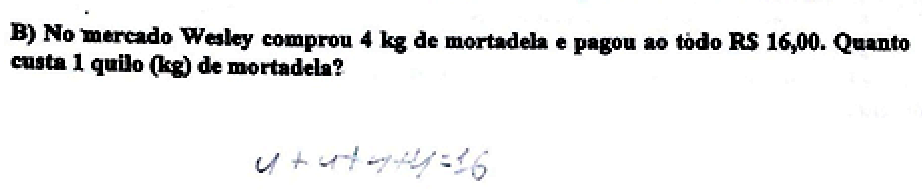
Figura 6 - Resolução de Willen para a situação problema B

Fonte: Dados da pesquisa

Willen: "Eu somei quatro mais quatro e mais quatro... deu dezesseis (não colocou esse resultado, e sim vinte), aí eu fui contando e dá dezesseis. Aí depois eu fiz... Então, um 1 quilo dá quatro reais".

O referido aluno representou a resolução por meio de uma adição 4+4+4+4, decompondo o numeral 16 de modo que as parcelas fossem semelhantes. O discente deduziu que as parcelas correspondem ao preço de 1 quilo de mortadela, e que ao compô-las o resultado correspondia ao preço pago pelos 4 kg comprados pelo personagem da situação, 16 Kg, embora tenha feito cálculo para 20 kg e não 16 Kg (Figura 6).

Assim como Willen, Ronan representou sua resolução por meio de uma composição aditiva. O estudante, primeiramente, pode ter decomposto o numeral 16 em agrupamentos numéricos de valores semelhantes, que correspondem às parcelas da adição (Figura 7).


B) No mercado Wesley comprou 4 kg de mortadela e pagou ao todo R$ 16,00. Quanto custa 1 quilo (kg) de mortadela?

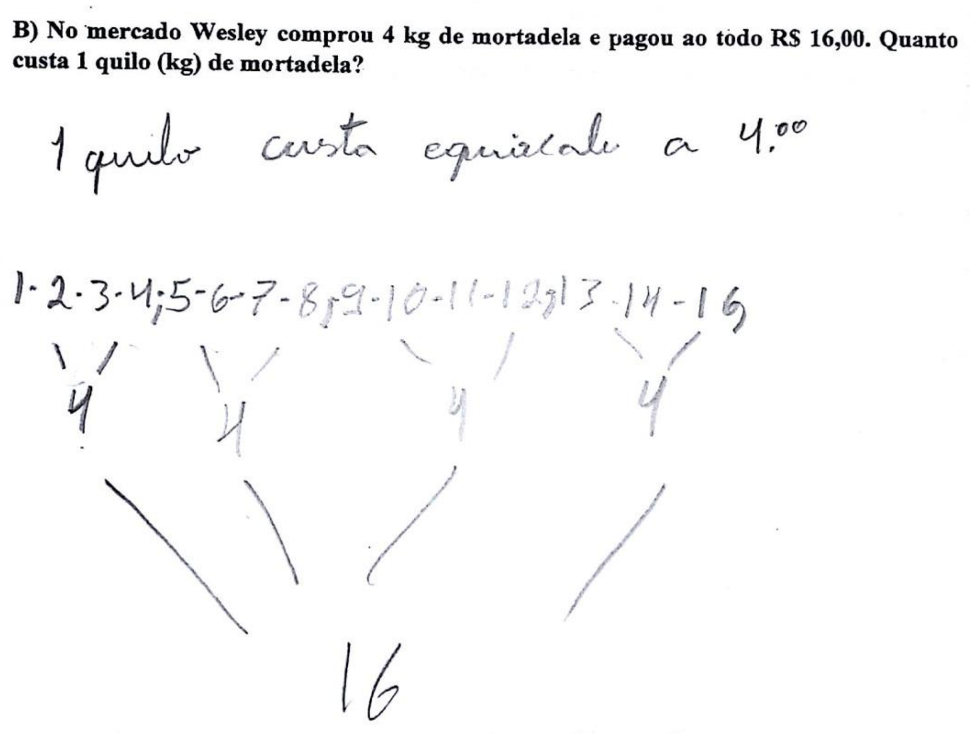
4 + 4 + 4 + 4 = 16

Figura 7 - Resolução de Ronan para a situação problema B

Fonte: Dados da pesquisa

Ronan: Um quilo de mortadela custa quatro reais, quatro mais quatro dá oito, mais quatro dá doze e mais quatro dá dezesseis.

Talissa representou sua resolução por meio de um fluxograma numérico. Escreveu os numerais de 1 a 16, agrupou-os em conjuntos com 4 numerais em cada. Evidenciou logo abaixo que cada um dos agrupamentos é composto por 4 elementos (Figura 8).


B) No mercado Wesley comprou 4 kg de mortadela e pagou ao todo R$ 16,00. Quanto custa 1 quilo (kg) de mortadela?

1 quilo custa equivale a 4,00

1·2·3·4;5·6·7·8;9·10·11·12;13·14·16

4 4 4 4

16

Figura 8 - Resolução de Talissa para a situação problema B

Fonte: Dados da pesquisa

Talissa: A mortadela custa quatro reais. Eu dividi dezesseis por quatro [...] Eu fiz vírgulas separando quatro em quatro reais [...].

A aluna deduziu, portanto, que a quantidade de numerais em cada conjunto correspondia ao preço de 1 quilo de mortadela.

Na questão "C", Wanderley evidenciou o referente do enunciado da questão, correspondendo à parcela 9 a 1 litro de açaí (Figura 9).

Wanderley: Ela comprou três litros. Eu somei nove mais nove e mais nove... e dá vinte sete reais.

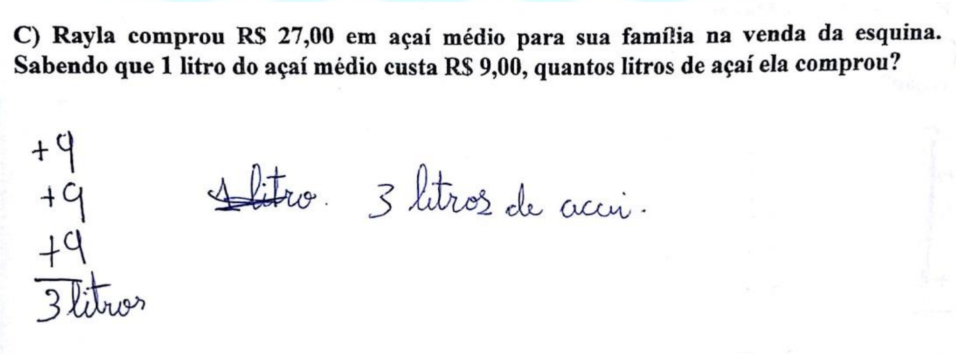
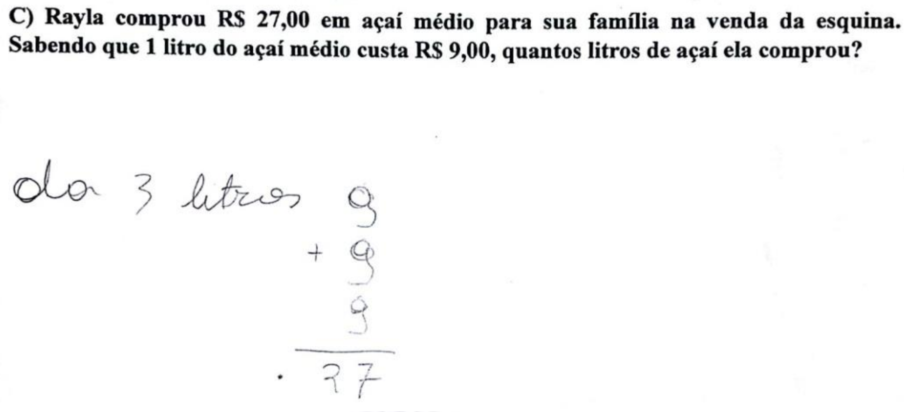


Figura 9 - Resolução de Wanderley para a situação problema C

Fonte: Dados da pesquisa

O estudante percebeu que ao adicionar a parcela 9 sucessivamente 3 vezes, o resultado correspondia ao valor pago pelo açaí médio pela personagem da situação problemas (27 reais), fazendo com que este deduzisse que a quantidade em litros comprada pelo personagem correspondesse a 3.

O raciocínio de Layla foi semelhante ao de Wanderley, representou sua resolução de forma aritmética, compondo parcelas de mesmo valor (Figura 10).



C) Rayla comprou R$ 27,00 em açaí médio para sua família na venda da esquina. Sabendo que 1 litro do açaí médio custa R$ 9,00, quantos litros de açaí ela comprou?

da 3 litros 9
+ 9
9
. 27

Figura 10 - Resolução de Layla para a situação problema C

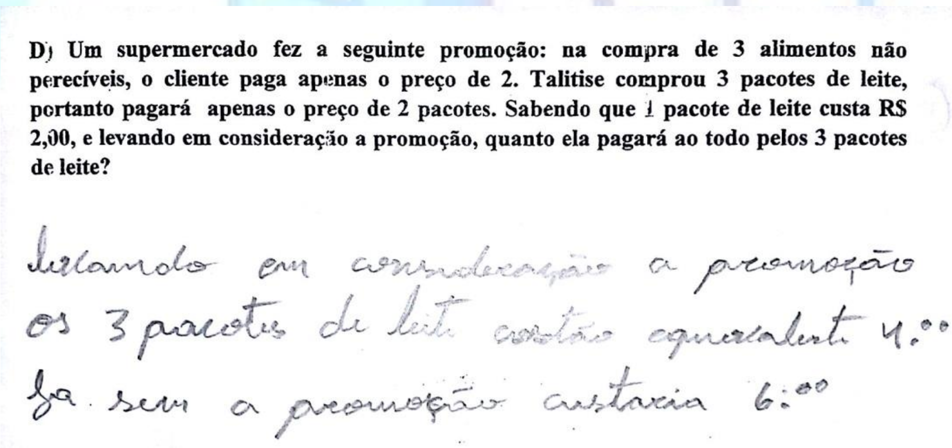
Fonte: Dados da pesquisa

Layla: Sabendo que um um litro de açaí custa nove reais, aí nove mais nove... (contando nos dedos) dá dezoito, mais nove... (contando nos dedos), vinte sete. é... três litros.

A estudante percebeu que cada parcela da adição correspondia ao preço de 1 litro de açaí e que a soma correspondia ao valor pago pela personagem da situação problema.

Nas questões "B" e "C", identificamos nas respostas dos participantes representações aritméticas e numéricas. Em ambas as resoluções os elementos são organizados em agrupamentos de mesmo valor numérico. Essa estratégia de representação possui caráter verificativo, não sendo uma representação propriamente dita da resolução (SILVA et al. 2015).

Talissa representou sua resolução de forma escrita, justificando em seu texto o preço dos pacotes de leite com e sem a promoção (Figura 11).



D) Um supermercado fez a seguinte promoção: na compra de 3 alimentos não perecíveis, o cliente paga apenas o preço de 2. Talitise comprou 3 pacotes de leite, portanto pagará apenas o preço de 2 pacotes. Sabendo que 1 pacote de leite custa R$ 2,00, e levando em consideração a promoção, quanto ela pagará ao todo pelos 3 pacotes de leite?

levando em consideração a promoção
os 3 pacotes de leite custarão equivalente 4:00
Já sem a promoção custaria 6:00

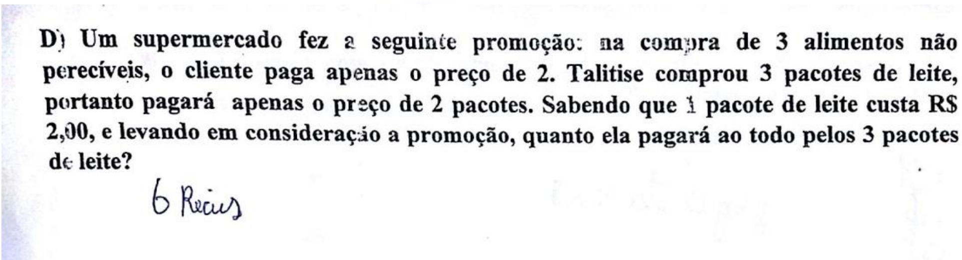
Figura 11 - Resolução de Talissa para a situação problema D

Fonte: Dados da pesquisa

Talissa: Levando em conta a promoção, os três pacotes de leite custam quatro reais. Já sem a promoção custariam seis reais.

Em sua resolução, a estudante compreendeu que o preço final da compra altera-se em função da promoção, indo além ao demostrar em sua fala que o preço a ser pago diferencia-se em decorrência da promoção. Vergnaud (1996) afirma que a linguagem, nesse caso, tem como função subsidiar o raciocínio e a inferência.

Wanderley representou numericamente, respondendo que o sujeito da situação problema pagou ao todo pelos 3 pacotes de leite R$6,00 (Figura 12).


D) **Um supermercado fez a seguinte promoção: na compra de 3 alimentos não perecíveis, o cliente paga apenas o preço de 2. Talitise comprou 3 pacotes de leite, portanto pagará apenas o preço de 2 pacotes. Sabendo que 1 pacote de leite custa R$ 2,00, e levando em consideração a promoção, quanto ela pagará ao todo pelos 3 pacotes de leite?**

6 Reais

Figura 12 - Resolução de Wanderley para a situação problema D

Fonte: Dados da pesquisa

Wanderley: Seis reais... um pacote de leite custa dois reais... ela comprou três... então dois mais dois, mais dois dá seis".

O estudante provavelmente não compreendeu que o valor a ser pago pelos 3 pacotes encaixa-se na promoção descrita no enunciado da questão "na compra de 3 alimentos não perecíveis, o cliente paga apenas o preço de 2". No entanto, o raciocínio utilizado para alcançar o resultado foi uma adição sucessiva de 3 parcelas iguais (2+2+2).

Embora Talissa e Wanderley tenham representado suas resoluções de maneiras distintas, é notável que ambos os estudantes possuem certa compreensão do raciocínio multiplicativo, ainda que em nível elementar, o que indica que suas representações encontram-se num nível de transição do pensamento aditivo para o multiplicativo (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014).

Tabela 1 – Percentual de resoluções dos participantes por questão

Questão	Número de resoluções
A	**100%**
B	**100%**
C	**50%**
D	**80%**
Todas as questões	**50%**

Fonte: dos Autores

É possível observar na Tabela 1 que todos os participantes da pesquisa solucionaram ou expressaram, de alguma maneira, resoluções para as situações “A” e “B”. No entanto, nota-se uma queda de 50% na frequência de resoluções para a situação “C”. Em contrapartida, ocorre um leve crescimento de resoluções para a questão “D”. Nota-se, também, que metade dos participantes expressou algum tipo de resolução para todas as questões.

As representações predominantes nas resoluções dos estudantes são distintamente aritméticas e simbólico-numéricas. As representações aritméticas, unanimemente, são expressas por composições aditivas, nas quais adicionam parcelas de mesmo valor para representar multiplicações ou formam agrupamentos de elementos de mesmo valor com o intuito de testar suas hipóteses de divisibilidade. Já as simbólico-numéricas, consistiram em representações pictóricas de ideias aditivas, seguindo, também, os mesmos padrões das representações aritméticas. Os conhecimentos subjacentes em questão foram, majoritariamente, ideias aditivas anteriormente internalizadas, o que indica certo domínio do pensamento aditivo (VERGNAUD, 2009) pelos estudantes. Nesse sentido, identificamos que os participantes da pesquisa dispunham de algumas competências necessárias para expressar resoluções às situações e dar tratamento imediato para estas (VERGNAUD, 1996).

Considerações Finais

Este trabalho objetivou investigar as representações que estudantes dos anos inicias expressam acerca das operações de multiplicação e divisão, frente a situações multiplicativas. Para isso, realizamos uma pesquisa bibliográfica que nos permitiu acesso a categorias para analisar os dados e produzir uma sequência de atividades que possibilitaram a produção de dados para alcançar o objetivo do estudo.

As representações que predominaram nas resoluções dos alunos foram aritméticas e simbólico-numéricas, embasadas em ideias aditivas, corroborando, assim, os dados obtidos por Magina, Santos e Merlini (2014), Santos et al. (2014) e Silva et al. (2015), indicando que as estratégias de resolução dos estudantes nessas situações podem variar desde pictóricas a numérico-aritméticas.

A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud foi de fundamental importância na construção metodológica do trabalho, bem como no julgamento analítico dos dados. A teoria nos possibilitou perceber os variados significados que podem ser atribuídos às situações e que a natureza do conhecimento ancora-se, também, num histórico, ou seja, as ideias iniciais sobre um determinado conceito estão diretamente relacionadas a concepções anteriormente construídas, que, quando deparados com uma situação, funcionam como referentes a essa. Foi possível constatar, também, a importância da argumentação no processo de resolução dos problemas, tendo em vista que em todos os casos analisados, a validação dos resultados obtidos pelos sujeitos da pesquisa intercorreram de modelos argumentativos, o que sugere novas perspectivas para estudos futuros sobre a temática.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, 2012.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. v. 3. Brasília, 1997.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da Didática da Matemática. In: BRUN. J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática.** 9. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1951.

FIOREZE, L. A.; BARONE, D.; BASSO, M.; ISAIAS, S. Análise da construção de conceitos de proporcionalidade com a utilização do *software* Geoplano Virtual. **Ciência & Educação**, Bauru-SP, v. 19, n. 2, p. 267-278, 2013.

LIMA, A. P. B.; BORBA, R. E. S. R. Reconhecendo o princípio fundamental da contagem como estratégia como estratégia de resolução de problemas combinatórios. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 4, p. 694-714, 2015.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A.; MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru-SP, v. 20, n. 2, 517-533, 2014.

PÁDUA, E. M. M. **Metodologia da pesquisa**: abordagem teórico-prática. 17. ed. Campinas-SP: Papirus, 2011.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SANTOS, A.; MERLINE, V.; MAGINA, S.; SANTANA, E. A noção de divisão para quem não aprendeu a divisão. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina-PR, v. 7, n. 2, p. 38-64, 2014.

SILVA, A. S.; JELINEK, K. R.; BECK, V. C.; MIRANDA, P.; FONSECA, W. Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização frente a situações-problema que envolvem multiplicação e divisão. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 4, p. 740-766, 2015.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In NASSER, L. (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. p. 1-26. 1993.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). **Didácta das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, p. 155–191, 1996.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade.** 3. ed. Curitiba: UFPR, 2009.

Submetido em março de 2017

Aprovado em maio de 2017