



La Importancia del Análisis Histórico-Epistemológico en la Formación del Profesor de Matemática. Los Algoritmos de las Operaciones

The importance of Analysis historical-epistemological in Mathematics Teacher Education. The algorithms of Operations

Cecilia Crespo Crespo¹

RESUMEN

En las carreras de formación de profesores de matemática, existen espacios en los que es posible realizar una presentación histórico-epistemológica de la matemática. Uno de ellos es la asignatura Historia de la Matemática. En este trabajo, se analiza la importancia de incorporar con más presencia estudios desde la visión socioepistemológica, que permite a los docentes, situarse en una visión no ingenua y comprender el proceso de construcción del conocimiento matemático. Esto se traduce en sus propias prácticas en el aula, permitiendo adoptar como principio la reflexión constante de su quehacer. Se tratarán algunos ejemplos para evidenciar cómo este tipo de estudios fortalecen al profesor de matemática dándole una visión distinta de la construcción del conocimiento matemático por parte de la humanidad.

PALABRAS CLAVE: Historia de la matemática. Algoritmos. Construcción sociocultural.

RESUMO

Nos cursos de formação de professores de matemática existem espaços em que é possível realizar uma apresentação histórica epistemológica da matemática. Um deles é a disciplina de História da Matemática. Neste artigo se discute a importância de incorporar mais estudos analisados a partir desta visão socioepistemológica, que permite aos docentes, situar-se em uma visão não ingênua e compreender o processo de construção do conhecimento matemático. Isto se traduz em suas próprias práticas na sala de aula, permitindo adoptar como princípio a reflexão constante de sua prática. Tratar-se-ão alguns exemplos para evidenciar como este tipo de estudo fortalecem ao professor de matemática, lhe dando uma visão diferente da construção do conhecimento matemático por parte da humanidade.

PALAVRAS CHAVES: História da matemática. Algoritmos. Construção sociocultural.

ABSTRACT

In the initial preparation of mathematics teachers there are spaces in which it is possible to make an historical and epistemological presentation of mathematics. One is the discipline of History of Mathematics. This article

¹Doutora em Educação Matemática, professora do Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González” Buenos Aires, Argentina. E-mail: crccrespo@gmail.com.

discusses the importance of incorporating more studies analyzed from this socio-epistemological view, which allows teachers educators' to place themselves in a non-naive view and understand the process of construction of mathematical knowledge. This translates into their own practices in the classroom, allowing them to adopt as a principle the constant reflection of their practice. We present some examples to show how this kind of study strengthens the mathematics teachers, giving them a different vision of the construction of mathematical knowledge on the part of humanity.

KEY-WORDS: History of Mathematics. Algorithm. Sociocultural construction

La presencia de la historia de la matemática en los planes de estudio de la formación docente

Este trabajo describe parte de una experiencia llevada a cabo con estudiantes de la carrera de Profesorado de Matemática de la Ciudad de Buenos Aires (Argentina), en la materia Historia de la Matemática que corresponde al tercer año de esta carrera en el Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González”.

Esta materia corresponde, dentro del actual diseño curricular de los nuevos planes de formación docente, al Campo de la Formación Específica, encontrándose dentro del bloque Historia, fundamentación y profundización del conocimiento matemático.

La finalidad de esta materia, según el Plan Curricular Institucional (2015) es analizar el proceso de nacimiento y consolidación de los conceptos matemáticos según las características e ideas de una determinada época, retomando conceptos a trabajados en otras materias y analizando sus orígenes interpretando su evolución histórica. La matemática es concebida como un conocimiento de construcción social influenciado por las ideas culturales, filosóficas, políticas, sociales y económicas. Por otra parte, se espera que esta materia brinde a los futuros profesores de matemática recursos didácticos y pedagógicos para sus clases permitiendo no sólo motivar a los estudiantes, sino permitirles comprender a la matemática como una disciplina producto de las actividades del hombre en la sociedad.

Entre los objetivos que se plantean para esta asignatura, se pueden mencionar:

Que el futuro profesor:

- Ubique históricamente la aparición de los conceptos básicos de la matemática.
- Identifique los momentos más importantes del proceso a través del cual la matemática se configura como ciencia como consecuencia de las ideas existentes en la sociedad.
- Reconozca la construcción del conocimiento matemático como producto sociocultural que surge en escenarios socioculturales adecuados.
- Comprenda que la Matemática es una ciencia dinámica y en continuo desarrollo.
- Valore la importancia de abordar en el aula la historia de la matemática para posibilitar la comprensión del surgimiento de sus conceptos a lo largo del tiempo.

Los contenidos de la materia recorren desde los orígenes del pensamiento matemático en la prehistoria hasta el Siglo XX.

El enfoque dado a la materia Historia de la Matemática

En nuestra institución, la materia se inserta en el plan en tercer año de la carrera de Profesor de Matemática. Se articula con las materias disciplinares anteriores y con Filosofía, ya que de esta manera permite al alumno tener los conceptos básicos de matemática y lineamientos de filosofía, para interpretar el proceso de creación y desarrollo de la matemática como construcción social del hombre.

La Historia de la Matemática no es abordada como una secuenciación de nombres, hechos y fechas, sino buscando comprender la aparición de los conceptos matemáticos a partir de su proceso de la construcción y su interrelación con el entorno sociocultural de las diversas etapas históricas. De esta manera, se intenta lograr la comprensión de la matemática como una ciencia que surge y se desarrolla dentro de la sociedad y no aislada de ella.

La visión de la matemática como una ciencia que construye sus conceptos sobre bases epistemológicas, cognitivas, didácticas y sociales, presentada en esta asignatura, por medio del análisis de los escenarios socioculturales que facilitaron el surgimiento y consolidación de los conceptos matemáticos, suministra al futuro egresado recursos didácticos y pedagógicos para sus clases. Estos recursos pueden consistir herramientas para motivar ciertos temas o bien para resignificarlos en el aula.

Las actividades se desarrollan combinando las modalidades de clase teórica y de aula taller. Paralelamente al desarrollo de cada tema, los alumnos van realizando trabajos prácticos que ellos deben trabajar y analizar para realizar posteriormente las consultas que consideren necesarias.

Algunos de los trabajos prácticos incluyen la lectura y análisis de textos seleccionados por el docente. Se trata de fuentes primarias y secundarias que permiten a los alumnos la interpretación y adquisición del lenguaje matemático propio de las temáticas abordadas. En algunas oportunidades realizan investigaciones y exposiciones acerca de problemáticas de la historia de la matemática.

En relación a la evaluación, se toman dos parciales que se orientan a lograr una evaluación en proceso de los aprendizajes adquiridos y son complementados por el monitoreo constante de las actividades de los alumnos. El examen final consiste en la evaluación de los contenidos mediante la resolución teórico-práctica de situaciones problemáticas y el análisis de la construcción del conocimiento matemático a través de la historia.

En cada una de las instancias de evaluación se apunta a la adquisición de los contenidos propios de la materia, precisión y claridad en la formulación de conceptos y deducciones, capacidad de elaboración de conclusiones e inferencias a partir de los conceptos estudiados.

Algunos ejemplos de abordaje de contenidos

A continuación se presentan algunas actividades presentes en los trabajos prácticos de este espacio curricular, describiendo su objetivo y tratamiento que se les da en el aula de la formación docente. En esta oportunidad, nos centramos en algunos algoritmos para las operaciones aritméticas que se desarrollaron en distintas culturas. Su abordaje permite a los estudiantes, por un lado comprender que los algoritmos de las operaciones no son únicos, sino que dependieron de las características de los sistemas de numeración presentes en ciertos escenarios socioculturales y que su análisis permite inferir cuáles eran las propiedades matemáticas que esas culturas conocían.

a) *La multiplicación de números naturales en el antiguo Egipto*

En el antiguo Egipto, el método utilizado, si se desea multiplicar 41 x 59, es el siguiente:

1	59		
1	59	X	
2	118		
4	236		
8	472	X	
16	944		
32	1888	X	como (32 + 8 + 1 = 41)
41	2419		el resultado será (1888 + 472 + 59)

Se pide:

- a. *Verifica la corrección de los resultados obtenidos*
- b. *¿Qué conocimientos requiere este algoritmo?*
- c. *¿Qué propiedades de la suma aplica?*
- d. *Realiza las siguientes multiplicaciones aplicando el algoritmo egipcio:
130x75; 121x17*
- e. *¿Cómo propondrías realizar una división basado en el sistema anterior?*
- f. *Halla el cociente de 101/16*

En la primera parte de la actividad, los estudiantes deben analizar un cálculo realizado por medio de la aplicación del algoritmo egipcio de la multiplicación (Ortiz Fernández, 1936). Este surgió en un contexto en el que no se desarrolló un sistema de numeración posicional, por lo que no aprovecha las ventajas de este tipo de sistemas de numeración. Sin embargo resulta de gran interés comprender que aunque los únicos conocimientos que utiliza aparentemente son la multiplicación por 2 y la suma, se ponen en juego la propiedad distributiva de la suma respecto de la multiplicación y la unicidad de expresión de un número como suma de potencias de base 2. Los algoritmos de cálculo del Egipto encontrados en papiros tuvieron el mérito de evitar que los calculadores hubieran de recurrir a la memoria: para multiplicar o dividir bastaba con sumar y multiplicar por dos (Ifrah, 1997).

En los últimos ítems de la actividad, los estudiantes deben proponer un algoritmo para la división de números enteros basado en el anterior y ponerlo a prueba con un ejemplo en el que hay resto y otro en que no lo hay. Para lograr esto, deben haber comprendido previamente el algoritmo presentado y su trasfondo matemático.

b) *La multiplicación de números naturales en India en la antigüedad*

En la India se desarrolló un algoritmo distinto para el producto, introducido por Fibonacci en Europa en 1202 en su Liber Abaci:

a. *Observa y analiza el siguiente algoritmo para calcular 34×456*

	4	5	6	
4	16	20	24	4
3	12	15	18	0
	1	5	5	

b. *Describe y justifica los pasos para dicho algoritmo*

c. *Usando el dicho algoritmo resuelve: 12×478 y 232×404*

En este caso, el algoritmo presentado pone en juego características propias del sistema de numeración de la India que por sus características posicionales, mostró su supremacía por encima de otros sistemas que no lo eran y fue el que adoptó Occidente tras su llegada a través de los árabes. El papel de Fibonacci en su adopción fue muy importante, ya que en el Liber Abaci describió sus características y aplicaciones a problemas, así como los algoritmos con los que se podía operar con él. El hecho de que este algoritmo no fuera el descrito por Fibonacci, terminó ocasionando que se perdiera y no fuera el que utilizamos en la actualidad.

c) **La adición de números naturales en India en la antigüedad**

Uno de los métodos utilizado en la India en la antigüedad para sumar números, recibe el nombre de método retrógrado. Se presenta a continuación a través de un ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \downarrow \\
 176 \\
 +353 \\
 \hline
 68 \\
 4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \downarrow \\
 176 \\
 +353 \\
 \hline
 68 \\
 4 \\
 18
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 176 \\
 +353 \\
 \hline
 68 \\
 \cancel{A} \\
 18 \\
 5 \\
 \uparrow
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \downarrow \\
 176 \\
 +353 \\
 \hline
 68 \\
 \cancel{A} \\
 18 \\
 5 \\
 17
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 176 \\
 +353 \\
 \hline
 68 \\
 \cancel{A} \\
 18 \\
 5 \\
 17 \\
 9 \\
 \uparrow
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 176 \\
 +353 \\
 \hline
 68 \\
 \cancel{A} \\
 18 \\
 5 \\
 17 \\
 9 \\
 \hline
 597 \leftarrow
 \end{array}$$

- Explica el método utilizado
- ¿Qué propiedades matemáticas utiliza?
- ¿Qué relación tiene este algoritmo con el que utilizamos nosotros actualmente?
- Realiza mediante este algoritmo cada una de las siguientes sumas:
 - $985+1529+1768$
 - $25+9999$
 - $897+257+876$

En esta actividad es un algoritmo de la adición el que se propone para analizar. Resulta interesante que los estudiantes se sorprenden que pueda existir otro algoritmo para la adición, ya que tienen asumida la sencillez del que utilizamos en la actualidad. Al realizar el análisis correspondiente llegan a la conclusión de la relación entre ellos y la manera en la que ambos operan.

d) **Números positivos y negativos en la India**

Analiza las reglas aritméticas en términos de fortunas (números positivos) y deudas (números negativos) enunciadas por Brahmagupta e interpreta su validez:

- Una deuda menos la nada es una deuda.
- Una fortuna menos la nada es una fortuna.
- Una deuda restada de la nada es una fortuna.
- Una fortuna restada de la nada es una deuda.
- El producto de la nada multiplicada por una deuda o fortuna es la nada.
- El producto o cociente de dos fortunas es una fortuna.
- El producto o cociente de dos deudas es una fortuna.
- El producto o cociente de una deuda y una fortuna es una deuda.

- i. *El producto o cociente de una fortuna y una deuda es una deuda.*
- j. *Nada dividida por nada es nada.*
- k. *La nada dividida por una deuda o una fortuna son o nada o se expresa como una fracción con la nada como numerador y la cantidad finita como denominador.*

En la India, gracias a la aparición del cero con todas sus funciones y del infinito comprendido como número tras las especulaciones numéricas de los jainas, fue posible el desarrollo de una aritmética en la que las operaciones utilizan sin cuestionarse, como números los enteros no nulos, el cero y el infinito, también considerado un número. Los conceptos de números positivos y negativos, introducidos por Brahmaguptra (Kline, 1972), se unen a las ideas de fortunas y deudas, combinándose con la nada que representa el cero (Durán, 2006). En las reglas anteriores para las operaciones con números positivos y negativos, puede percibirse el tratamiento que en la India se daba a los mismos.

e) *Un algoritmo renacentista para la adición de números naturales*

En el Siglo XVI, el astrónomo y matemático holandés Regnier Gemma Frisuis (1508-1555), cuyo nombre se asocia en la actualidad al nombre de un cráter de la Luna, utilizaba para sumar el algoritmo que se presenta a continuación por medio de dos ejemplos:

Para sumar $647+5394+923$: $\begin{array}{r} 5394 \\ + 923 \\ \hline 647 \\ 14 \\ 15 \\ 18 \\ \hline 5 \\ \hline 6964 \end{array}$
--

Para sumar $176+357+68$: $\begin{array}{r} 353 \\ +176 \\ \hline 68 \\ 17 \\ 18 \\ \hline 4 \\ \hline 597 \end{array}$
--

- a. *Explica el método utilizado*
- b. *¿Qué propiedades matemáticas utiliza?*
- c. *¿Qué relación tiene este algoritmo con el que utilizamos nosotros actualmente?*
- d. *Realiza mediante este algoritmo cada una de las siguientes sumas:*
 - i. $985+1529+1768$
 - ii. $25+9999$
 - iii. $897+257+876$

En esta actividad, los estudiantes encuentran un algoritmo para la adición que si bien a primera vista parece distinto del que utilizamos en la actualidad, tiene en esencia características muy similares. Su importancia es básicamente didáctica, ya que pone de manifiesto las transformaciones en unidades de orden superior en la suma. Resulta interesante la comparación del mismo con el que se utilizaba en India en la antigüedad.

Algunos comentarios sobre las actividades presentadas

Los ejemplos anteriores de actividades presentadas a estudiantes de la materia Historia de la matemática les permiten analizar la manera en la que las distintas culturas construyeron la matemática, por medio de problemáticas propias para cuyas propuestas de solución generaron algoritmos propios. “El conocer la historia de la evolución de las ideas matemáticas, desde los tiempos remotos es algo que enriquece al pensamiento moderno” (Ortiz Fernández, 1936, p.42).

Al no ser la historia abordada como mera sucesión de hechos, los estudiantes deben comprender sus problemáticas, pudiendo comprender a la matemática como emergente sociocultural influenciado por ideas filosóficas, políticas, sociales, económicas y religiosas de cada escenario sociocultural.

Es posible en esta materia retomar conceptos trabajados en otras materias, ya que los estudiantes comprenden los orígenes y aplicaciones de temas que ya estudiaron, pero los ven ahora contextualizados.

Este tipo de actividades, dan a los futuros profesores de matemática recursos didácticos para sus clases, pues pueden analizar a través de ejemplos y problemas, los distintos algoritmos, su significación y los conocimientos matemáticos que involucran.

Resulta innegable la importancia en los cursos de formación docente de la presencia de espacios curriculares en los que se reflexione acerca de la construcción social del conocimiento matemático y sus relaciones con la matemática y con el aula de matemática, pudiendo reconocer la manera en la que la diversidad cultural produce conocimiento.

Referências

INSTITUTO SUPERIOR DEL PROFESORADO “DR. JOAQUÍN V. GONZÁLEZ”. **Plan Curricular Institucional del Profesorado de Educación Superior en Matemática** Res 2014/3931-MEGC. Buenos Aires: Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González”, 2015.

DURÁN, Antonio. **Vida de los números**. Madrid: T Ediciones, 2006.

Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 10, n. 23 – Ano 2017

IFRAH, Georges. **Historia de las cifras**. Madrid: Espasa, 1997.

KLINE, Morris. **El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días**. Vol I, II y III. Madrid: Alianza Universidad, 1972.

ORTIZ FERNÁNDEZ, Alejandro. **Historia de la Matemática**. Volumen I. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, 1936.

Submetido em agosto de 2017

Aprovado em novembro de 2017