REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

Volume 7, Número 13 – 2014

O Ensino de Matemática da Educação Básica na Perspectiva Lógico-Histórica

Teaching Mathematics in Basic Education in Logical-Historical Perspective

Maria do Carmo de Sousa[1]

Resumo

A partir dos estudos de Kopnin (1978) e Davydov (1982) temos como objetivo, neste artigo, apresentar alguns pressupostos teóricos e metodológicos que fundamentam o lógico-histórico, enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática na Educação Básica e suas relações com os nexos conceituais da aritmética, da geometria e da álgebra. Definimos nexo conceitual como *elo* que liga o aspecto lógico ao aspecto histórico, presente nos diversos conceitos matemáticos elaborados, na lida humana, pelas diversas civilizações. Nesse contexto, a História é entendida enquanto *possibilidade* de pensar sobre os conceitos. Por serem lógicos e históricos, os nexos conceituais podem fundamentar as atividades de ensino de Matemática da Educação Básica e, por este motivo temos convidado licenciandos e professores da Educação Básica a conhecê-los, no âmbito do ensino, da pesquisa e da extensão.

Palavras-chave: Pensamento Empírico-Discursivo. Pensamento Teórico. Pensamento Flexível. Perspectiva Didática. História da Matemática.

Abstract

From the studies Kopnin (1978) and Davydov (1982) we aim in this paper to present some theoretical and methodological assumptions underlying the logical-historical perspective while teaching for teaching Mathematics in Basic Education and its relations with conceptual nexus of arithmetic, geometry and algebra. Define conceptual nexus as a link connecting the logical aspect and the historical aspect, present in many mathematical concepts developed in handles human by various civilizations. In this context, history is understood as a possibility to think about the concepts. Because they are logical and historical, the conceptual connections can support teaching activities Math Basic Education and for this reason we have asked undergraduates and teachers of Basic Education to know them, in teaching, research and extension.

Keywords: Thought empirical discourse. Theoretical thought. Flexible thought. Didactic perspective. History of Mathematics.

[1] Doutora em Educação, área de concentração: Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP. Universidade Federal de São Carlos/UFSCar, São Carlos, São Paulo, Brasil.
e-mail para contato: mdcsousa@ufscar.br

Introdução

Os estudos de Davydov (1982) indicam que, a psicologia pedagógica tradicional não expressa a especificidade do pensar humano nem tampouco caracteriza o processo generalizador e formativo de conceitos, intrinsecamente relacionado com a investigação da própria natureza deles mesmos e tem como consequência disso, o fato de que o ensino dos conceitos na escola se efetua desvinculado de sua procedência.

Dessa forma ignora-se na maioria das escolas brasileiras tudo o que permite conhecer a gênese e a natureza dos conceitos por não estar em consonância com as suas possibilidades. A escola se limita a descrever o pensamento empírico-discursivo onde a racionalidade é o elemento inevitável presente nas formas mais desenvolvidas do pensamento, dotando de consistência e certeza os conceitos apresentados às crianças e aos jovens.

Essa tendência, presente nas práticas escolares leva a várias consequências negativas e a principal delas está no fato de que já na idade escolar cristalizam-se nos estudantes os componentes *do pensamento racional*, a partir do pensamento empírico.

Há ênfase no pensamento teórico, sobretudo na matemática, na física e na biologia.

As práticas que ocorrem na maioria dos sistemas escolares fazem com que os estudos dos fundamentos da ciência e a presença de métodos de ensino dos mesmos sejam vistos numa ótica de perfeição, criando por si só uma série de condições objetivas para formar nos escolares o pensamento teórico.

Essa constatação faz com que as crianças não discutam sobre a contraposição como sendo a unidade, por exemplo, entre fenômeno e substância, causa e efeito, atributos isolados do objeto e integridade dos mesmos.

O professor, ao seguir tais normas, não pode, muitas vezes, destacar e consolidar em tempo nas crianças, os singulares movimentos do pensar, nas definições contrapostas.

Os métodos de ensino adotados não podem superar a espontaneidade na formação do pensar teórico das crianças, resultado inevitável do qual é o muito diverso nível e a qualidade de sua integração real em uns ou outros estudantes.

Nesta perspectiva, as crianças saem da escola com a impressão de que os conceitos científicos que aparecem nos livros didáticos de forma linear, sem apresentar hesitação, contradição e rupturas estão prontos e acabados, são imutáveis, bastando-se a si mesmos. Aqui o conhecimento científico não tem história. É algo sem história, a-histórico, porque desaparece a atividade humana presente na construção dos conceitos, desaparece a contribuição cultural dos povos em sua elaboração (CARAÇA, 1998). Há predominância do pensamento teórico sintetizado por aqueles que primam pela lógica-formal.

A consequência de um ensino que prioriza alguns elementos da lógica-formal como: a imutabilidade e a verdade absolutizada faz com que, poucas crianças, as mais aptas, segundo os estudos de Krutetzky (1977), no que tange à matemática, conseguem fazer generalizações. Para a maioria dessas crianças, a generalização está relacionada com um longo processo comparativo de fatos similares e a associação gradual dos mesmos em certa classe ou operações do tipo discursivo empírico (DAVYDOV, 1982).

Se, a escola não orienta a formação do pensamento teórico, ao insistir numa didática empírica de matemática, continuaremos a assistir ao fenômeno de seletividade: uma minoria reduzida entendendo matemática.

Quando se exige que se mantenha única e exclusivamente o conteúdo matemático como sendo o mais importante da sala de aula, somos conduzidos ao empirismo, que por sua vez exalta as percepções na forma de representações e leis gerais sem poder atribuir-lhes nenhuma transcendência, salvo a de que se contém e justifica na percepção.

Para tentar contribuir com reflexões que possam questionar a realidade do ensino das salas de aula, propomos o lógico-histórico (SOUSA, 2004), enquanto perspectiva didática, para o ensino de Matemática na Educação Básica. Para tanto, compartilhamos dos estudos de Lima (1998; 2000) quando propõe atividades de ensino de Matemática que articulem os nexos internos e externos, presentes nos conceitos de número, álgebra e geometria.

Assim, neste artigo, temos como intenção apresentar algumas ideias que fundamentam o conceito de lógico-histórico, bem como algumas atividades de ensino, nesta perspectiva que estão sendo estudadas com os licenciandos, do curso de Matemática quando se matriculam nas disciplinas de Metodologia de Ensino e de Estágio que tenho ministrado e, com os professores da Educação Básica que ensinam Matemática quando participam de atividades de pesquisa e de extensão que tenho proposto, enquanto docente do Departamento de Metodologia de Ensino, da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

Não apresentaremos, aqui, as falas dos licenciandos e dos professores que têm participado das disciplinas e das atividades de pesquisa e de extensão, uma vez que não nos preocupamos em sistematizá-las.

O que vem a ser lógico-histórico?

Segundo Kopnin (1978) o lógico-histórico pode ser entendido enquanto uma possível forma de pensamento elaborada pelos homens. Assim, os elementos constitutivos do lógico-histórico estão diretamente relacionados aos conceitos de: totalidade, realidade, *praxis*, movimento, fluência, interdependência, mutabilidade, imutabilidade, momentos de permanência, relatividade, lógica, história, processo, conhecimento e pensamento; e das categorias: concreto e abstrato, conceito, juízo e dedução estudadas pelo autor e por Kosik (2002). Dessa forma, as teorias, dentre elas, as teorias que fundamentam os conceitos matemáticos têm suas origens nas formas de pensamento: conceito, juízo e dedução.

O conceito contém o juízo. Pode ser entendido enquanto confluência entre o lógico-histórico. Por sua vez, o juízo se apresenta no mundo objetivo não só como relação entre o singular e o universal, mas também como formas de inter-relação, ou ainda na interdependência das coisas. A dedução "é um processo de mediação e extração de juízos dos quais ela é sistema. É o elemento indispensável do caráter criativo do trabalho humano" (KOPNIN, 1978, p. 212-213).

As formas lógicas de pensamento conduzem o movimento do pensamento no sentido da verdade. Constroem-se lógicas, a partir do movimento do pensamento, durante os diversos períodos históricos, nas diversas civilizações.

A lógica das formas de pensamento é elaborada a partir de premissas ditadas pela realidade objetiva em todos os tempos, por alguns grupos de pessoas.

As formas lógicas de pensamento nos permitem dar contornos ao mundo ao qual estamos inseridos e queremos compreender. Ao mundo que estudamos. Não são a própria realidade, mas ajudam a construí-la. São construídas por todos nós, a partir do movimento do nosso próprio pensamento ao nos relacionarmos com o Universo. Permitem-nos conhecê-las melhor na medida em que conhecemos os contornos lógicos da realidade na qual estamos inseridos.

Há de se considerar ainda que, Davydov (1982, p.296-297) define o pensamento como "uma atividade espiritual muito complexa" onde a "formação de representações sensoriais gerais, diretamente entrelaçadas com a atividade prática cria as condições" para que a atividade se desenvolva.

Dessa forma, concordamos com o autor quando indica que: “o pensamento de um homem é o movimento das formas de atividade da sociedade historicamente constituídas e apropriadas por aquele” (DAVYDOV, 1982, p. 279).

Nesse sentido, o pensamento teórico contém os nexos internos, movimento lógico-histórico do objeto estudado.

Tanto Davydov (1982), quanto Kopnin (1978) defendem que, o termo objeto, tem a conotação de ato de conhecimento e as leis dos seus movimentos. Os nexos internos dos objetos estudados só se realizam em movimento.

O lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática na educação básica

Davydov (1982) sugere que a didática se preocupe com o como possibilitar aos estudantes a construção do pensamento teórico, na sala de aula. Para tanto é preciso se preocupar com os nexos internos do conceito. Critica a didática tradicional que ao considerar a Psicologia tradicional se propõe a desenvolver nos estudantes o pensamento teórico a partir do pensamento empírico-discursivo.

Vale a pena ressaltar que, o pensamento empírico-discursivo considera apenas o estudo dos aspectos externos do objeto estudado. Como exemplo, cita o estudo de ângulos feito com base na didática tradicional, na maioria das escolas.

De forma geral, o estudo de ângulos é feito a partir de algumas manipulações geométricas e algébricas que são feitas a partir de materiais manipuláveis, como por exemplo: palitos, recortes de papel etc, os quais desconsideram o conceito de movimento. Aqui, priorizam-se, no pensamento empírico-discursivo, algumas relações estabelecidas entre a linguagem do cotidiano e a figura padronizada. É como se a figura tivesse vida própria e falasse por si mesma.

Nesse sentido, o simples fato de classificarmos os ângulos em reto, agudo e obtuso, na sala de aula, a partir de elementos angulares de objetos, seja da vida diária, seja construído pela criança ou ainda da observação da natureza não garante o entendimento profundo e complexo do conceito de ângulo. Há o esquecimento de se considerar o conceito de movimento que, por sua vez, a abordagem lógico-histórica desse conceito abrange.

Na perspectiva lógico-histórica, os nexos conceituais do ângulo não se estabelecem por apenas uma representação estática: o desenho, seja essa representação gráfica, seja nos objetos, mas, sobretudo pelo estudo das relações do movimento dos corpos.

Qualquer corpo em movimento em relação ao outro requer necessidade ou sugere a formação de ângulos. Assim, é a terra em relação ao sol. O ângulo aparece como resultado do movimento relativo desses dois corpos celestes.

Para Kopnin (1978:24) “a passagem do nível empírico ao teórico não é uma simples transferência de conhecimento da linguagem cotidiana para a científica, mas uma mudança de conteúdo e forma do conhecimento”. No caso específico do conceito de ângulo, a generalização é possível quando se inclui o estudo dos movimentos relativos dos corpos celestes.

Autores como Caraça (1998), Davydov (1982), Kopnin (1978) e Kosík (2002) que têm em seus estudos elementos da perspectiva lógico-histórica, falam de certo movimento, de certa fluência que se apresenta na construção do conhecimento humano. Tal movimento ou fluência compõe a natureza do pensar científico, portanto, compõe a natureza do pensar matemático.

Nesta perspectiva, Kopnin (1978) e Davydov (1982) falam de nexos internos que se apresentam no pensamento teórico. Os nexos internos são diferentes dos nexos externos.

Os nexos externos se limitam aos elementos perceptíveis do conceito enquanto os internos compõem o lógico-histórico do conceito. Os nexos externos ficam por conta da linguagem. São formais. Exemplo disso é a classificação dos ângulos em retos, agudos e obtusos.

Há de se considerar que, em nossos estudos relacionados ao ensino de Matemática, denominamos os nexos internos de Kopnin (1978) e Davydov (1982) de nexos conceituais ou ainda de nexos internos do conceito.

Os nexos conceituais que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento.

Definimos nexo conceitual como o *elo* existente entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito.

Os nexos internos do conceito mobilizam mais o movimento do aprendente do que os nexos externos.

Os nexos externos não deixam de ser uma linguagem de comunicação do conceito apresentada em seu estado formal, mas que não necessariamente denotam sua história. Dão pouca mobilidade ao sujeito para elaborar o conceito.

Entendemos que, ensinar Matemática, a partir dos nexos externos, traz resultados parciais ao processo de aprendizagem do estudante. Os prejuízos podem ser comprovados não só na falta da subjetividade do sujeito como também na formação do pensamento teórico. O pensamento teórico generaliza o conceito. Prova disso é aprender, por exemplo, os conceitos algébricos só a partir da representação da letra *x*. Os estudantes vivem se perguntando: *afinal de contas, qual é o valor exato que eu posso substituir quando no problema aparece a letra x?*

As perguntas dos estudantes mostram que, apesar de ficarem anos na escola, não compreenderam que, a variável letra foi construída historicamente, a partir da palavra, da figura e da mistura entre diversos símbolos para representar o movimento, a fluência, logo, a letra *x*, quando contextualizada, pode representar um número, uma matriz etc. Ou seja, os estudantes não compreendem que a conexão entre os nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável formam o conceito de álgebra.

Aprender o conceito de variação dentro de limites, conjuntos, fronteiras, condições definidas, significa relativizar a variação, criar dependências, criar a partir da variável, ampliar o conceito de variável para o conceito de função.

No caso da álgebra simbólica[2], por exemplo, os nexos conceituais não precisam coincidir com as linguagens retórica, sincopada, geométrica e simbólica, pois vão além destas, incluem os conceitos de fluência, de relatividade, campo de variação e o conceito de variável.

Mesmo porque a linguagem é o momento estático do pensamento, enquanto que as formas de pensamento se sobrepõem à linguagem. Não há como fazer categorias do pensamento da mesma forma que categorizamos a linguagem.

Nesse sentido, há de se chamar a atenção para os estudos de Renshaw (1999) sobre o currículo elementar de matemática. Mostram que toda a atividade humana está contextualizada em "um particular contexto histórico, cultural e institucional" e que ao implementarmos um currículo, seria interessante considerar as análises: lógica, psicológica e didática, propostas por Davydov (RENSHAW, 1999, p. 10).

[2] Álgebra simbólica é um dos estágios da álgebra que Smith (1958) estudou. Representa-se, de forma geral, a variável por letras do alfabeto.

Renshaw (1999) entende que do ponto de vista da lógica, Davydov (1982) mostra que é possível estabelecer os conceitos fundamentais da matemática, que podem ser usados como uma base para o desenvolvimento conceitual subseqüente. Quando trata da análise psicológica afirma que esta é necessária para que possamos estabelecer "as capacidades das crianças – o seu desenvolvimento, tanto das funções mentais inferiores como das superiores – que poderia ser aplicada para apreender os conceitos matemáticos fundamentais" ao passo que "a análise didática é necessária para criar procedimentos de ensino, poderosos o bastante para construir conexões entre os conceitos científicos (quer dizer, os conceitos matemáticos fundamentais) e os conceitos cotidianos do estudante" (RENSHAW, 1999, p. 03).

A partir de relações entre quantidades, Renshaw (1999) apresenta "experiências pedagógicas", que se iniciam com as crianças elaborando "juízos quantitativos simples de objetos concretos" e terminam com as crianças "usando notação algébrica para representar relações quantitativas de uma maneira abstrata e generalizada" (RENSHAW, 1999, p. 04).

Para tanto, o pesquisador sugere os estudos de Davydov, pois tais estudos consideram o processo que se dá entre os conceitos cotidianos e os conceitos científicos, considerando-se que, não se constrói processo pedagógico sem a construção dessas conexões. Não há como ocorrer apropriação de conceitos científicos de forma automática.

Assim como o estudo de Renshaw (1999), defendemos que os conceitos matemáticos desenvolvidos no contexto da sala de aula podem ser entendidos como uma experiência pedagógica em que é possível analisar o movimento do pensamento aritmético, geométrico e algébrico sob dois pontos de vista da dialética lógico-histórica: forma de pensamento e perspectiva didática.

Defendemos que, o ponto de partida e de chegada das atividades de ensino de Matemática deveria considerar os movimentos regulares e irregulares que se apresentam no cotidiano de todos nós, uma vez que a atividade principal das escolas é convidar os estudantes a pensarem sobre: as possíveis relações, as contradições, as não coincidências, a mutabilidade, a imutabilidade que podem se apresentar tanto nos conhecimentos do cotidiano, quanto nos conceitos científicos. Aqui, o conceito de movimento está atrelado à fluência (CARAÇA, 1998), uma vez que na vida não existe o estático, o pronto e o acabado. Há sempre um *devir*, um vir a ser.

Entendemos que, a partir da análise dos movimentos que estão em nosso cotidiano, é possível, juntamente com os professores que lecionam e lecionarão Matemática na Educação Básica, construir linguagem e pensamentos aritméticos-algébricos-geométricos.

Para que possamos atingir a nossa intencionalidade, a de construir pensamento e linguagem com os professores, a partir da perspectiva lógico-histórica, por exemplo, desde 2004 estamos estudando e elaborando atividades de ensino que se fundamentam no movimento lógico-histórico da aritmética, álgebra e geometria, de forma que estas propiciem aos estudantes o estudo de movimentos a partir da linguagem comum e da linguagem científica, através do *pensamento flexível*[3], pensamentos aritméticos, algébricos e geométricos.

Do ponto de vista do pensar aritmético, algébrico e geométrico entendemos ser necessário estudar os nexos internos que fizeram com que esses conceitos, ensinados em nossas escolas, chegassem ao refinamento atual.

Para isso, levamos em conta a Teoria de Conhecimento, elaborada por Kopnin (1978), os estudos de Davydov (1982) sobre a generalização no ensino e dos teóricos que vêem na história a possibilidade de entendimento dos nexos conceituais que compõem o movimento do pensar humano, dentre eles, a Matemática simbólica.

Kopnin (1978) e Davydov (1982) convergem para o mesmo sentido. Afirmam que a lógica de determinado conhecimento se constitui histórica. Portanto, fica muito difícil se referir ao conhecimento humano, sem considerar o desenvolvimento lógico-histórico que se apresenta nos conceitos lógico-formais.

Assim, temos como intenção, quando apontamos o lógico-histórico, enquanto possibilidade para o ensino de Matemática, relacionar Teoria de Conhecimento, Psicologia e Didática, a partir da perspectiva histórico-cultural.

Ao defendermos tal proposta, não há como negar que, assim como Renshaw (1999, p. 03) nos preocupamos "com as mudanças subjetivas no indivíduo, produzidas pela apropriação" de ferramentas culturais consideradas como "meios de mediação" e que têm o poder de transformar "a relação do sujeito individual com o mundo social e físico".

[3]Pensamento flexível: elo entre os pensamentos empírico-discursivo e teórico estudados por Davydov (1982).

Nesse sentido, tal qual como Davydov (1982) argumentava, entendemos que, “a atividade educacional não é dirigida principalmente à aquisição de conhecimento, mas à mudança e ao enriquecimento do indivíduo”. Para tanto, faz-se necessário criar práticas pedagógicas particulares onde os indivíduos possam refletir sobre a produção dos conceitos cotidianos e suas relações, coincidências ou não coincidências com os conceitos matemáticos.

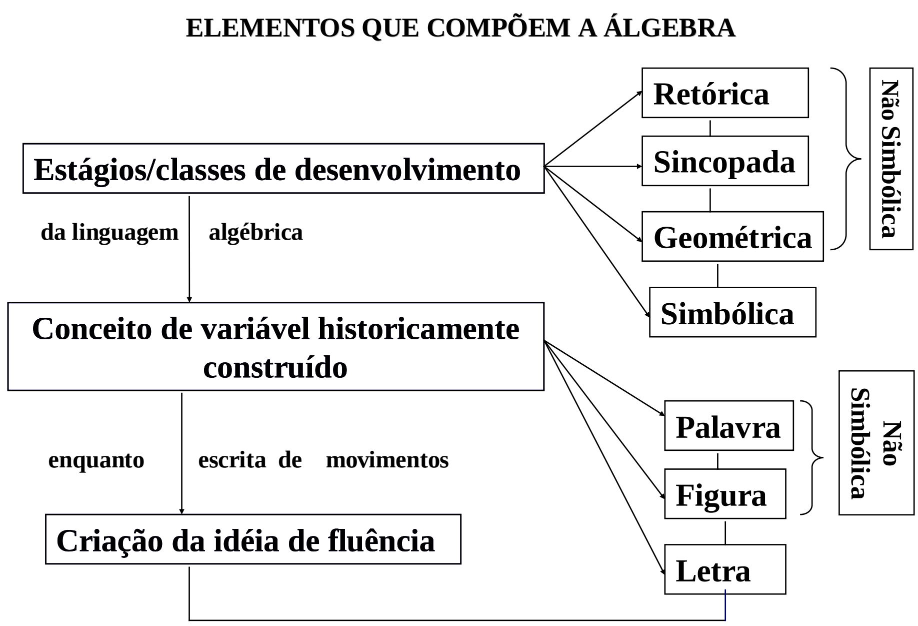
Estamos propondo que os professores e futuros professores, ao convidarem os estudantes da Educação Básica, a pensarem sobre os conceitos algébricos, aritméticos e geométricos lancem mão de atividades de ensino que priorizem os nexos conceituais, enquanto ações pedagógicas.

Segue abaixo a síntese desses nexos.

Nexos conceituais do pensamento algébrico

A figura abaixo indica alguns elementos lógico-históricos que compõem o pensamento algébrico:

Figura 1

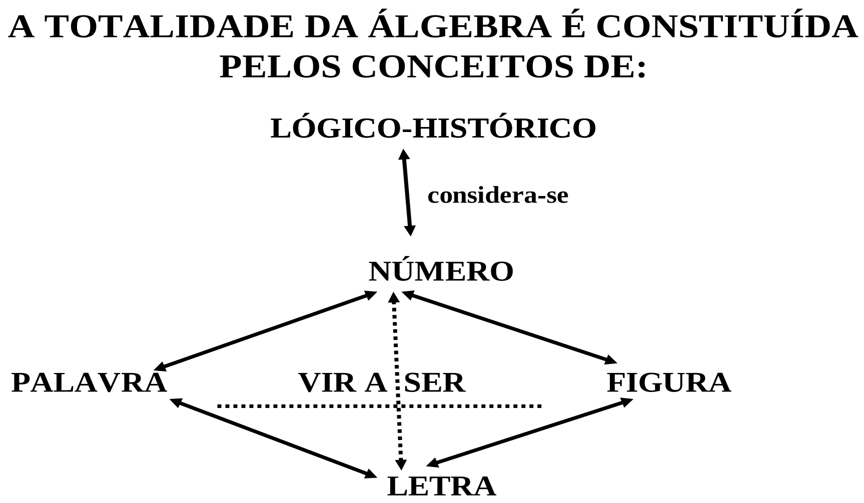


Fonte: Sousa (2004)

Figura 2

Fonte: Sousa (2004)

Figura 3



Fonte: Sousa (2004)

As três figuras indicadas acima mostram que, o pensamento algébrico tratado nas escolas contém a álgebra não simbólica e a álgebra simbólica. Aqui, a álgebra não simbólica envolve o lógico-histórico das variáveis: palavra, figura e mistura entre palavra e figura, denominada de sincopação. A variável letra fundamenta a álgebra simbólica. A representação de valores desconhecidos, através de letras possibilitou a criação de uma nova álgebra.

Assim, quando se analisa o lógico-histórico presente no pensamento algébrico, não há como negar a presença de palavras como, “ahá”, “coisa” que representaram, durante muito tempo, valores desconhecidos. No entanto, fazem parte da álgebra não simbólica. Ou seja, a criação de uma *palavra* específica que possa representar valores desconhecidos é nexo conceitual para o ensino da álgebra simbólica.

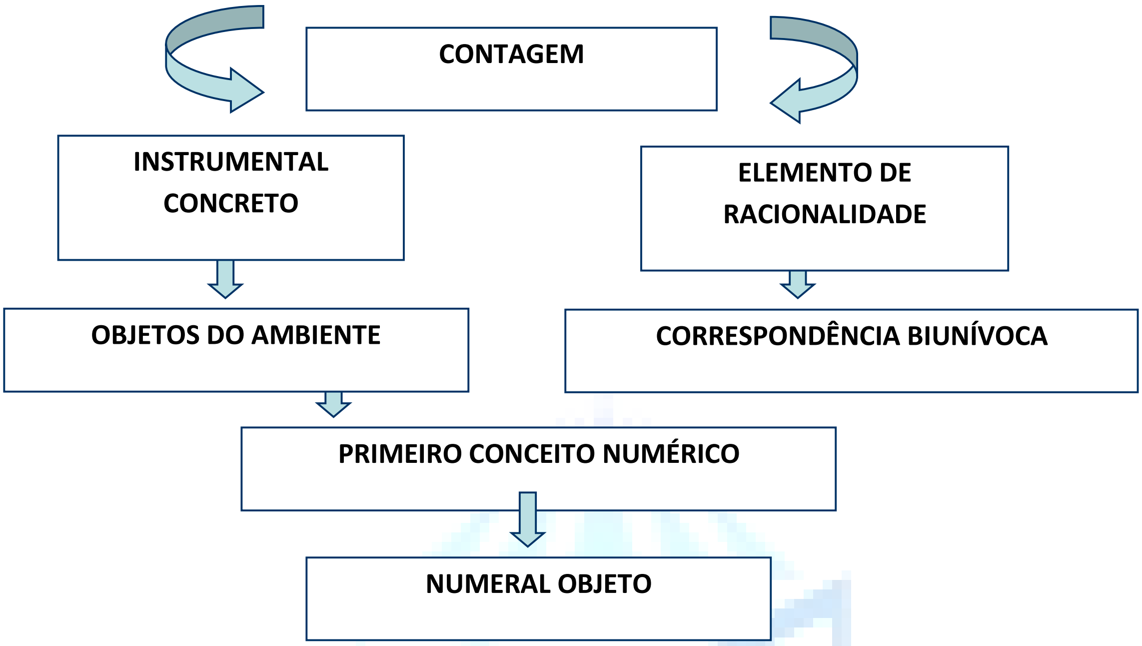
Em suma, consideramos que os nexos conceituais do pensamento algébrico envolvem: os conceitos de fluência e de interdependência, os quais, historicamente, foram materializados a partir da necessidade humana de controlar variações quantitativas desconhecidas, foram representados através da variável palavra, da variável figura e da variável letra.

Em relação aos conceitos relacionados à Aritmética e à Geometria, apresentamos abaixo os nexos conceituais que se apresentam nas atividades de ensino que propomos. Tais atividades consideram os estudos de Lima (1998).

Nexos conceituais do pensamento aritmético

Alguns elementos lógico-históricos presentes no pensamento aritmético:

Figura 4



Fonte: Lima (2000)

Entendemos que, os nexos conceituais do pensamento aritmético envolvem: senso numérico, agrupamentos regulares e irregulares, correspondência um a um, base numérica, sistemas, valor posicional, sistema de numeração decimal e representações.

Propomos que, o ponto de partida para o ensino das variações quantitativas e, consequentemente para o ensino do conceito de número, na Educação Básica seja o nexo conceitual, senso numérico.

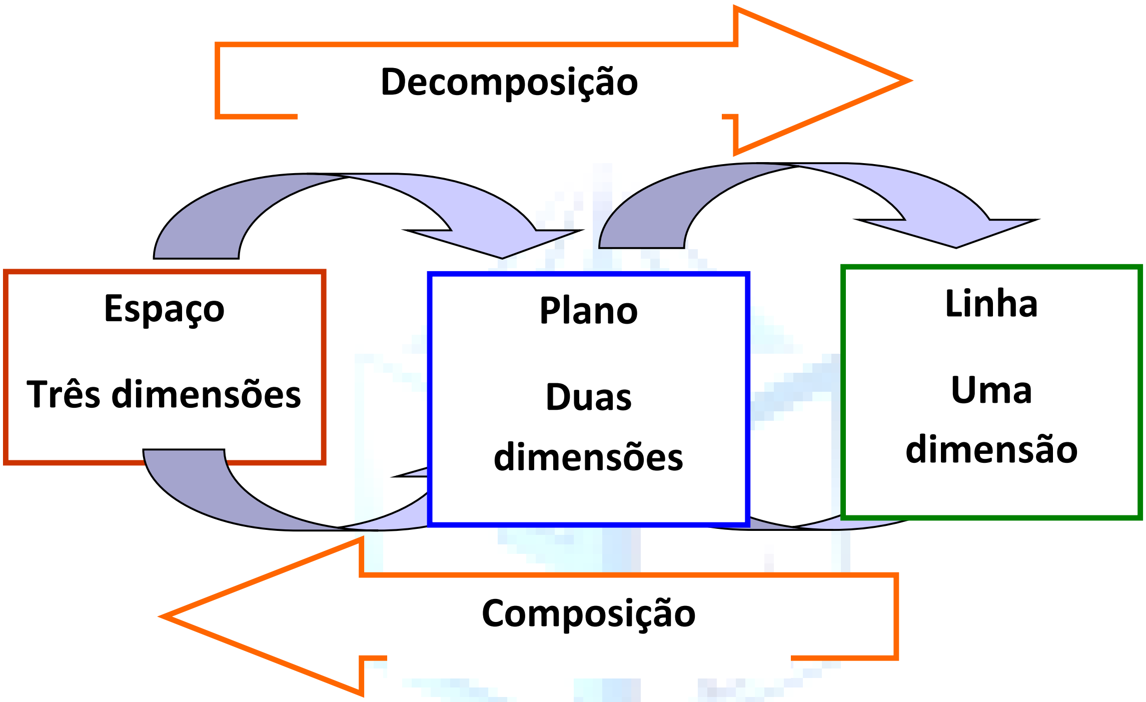
Ao destacar tal nexo conceitual nas atividades de ensino, as percepções dos estudantes sobre as variações quantitativas podem ser explicitadas e questionadas, a todo o momento, considerando-se que aqui, a preocupação é com o aspecto qualitativo das quantidades.

Há de se considerar ainda que, segundo Ifrah (2005), os homens têm uma capacidade natural de percepção direta do número, ou seja, pode-se dizer que, assim como alguns animais, todos nós, nascemos com senso numérico, nascemos com *sensação numérica.* Tal sensação não está atrelada a erro ou acerto de uma quantidade, porque o número é “sentido de modo um tanto qualitativo, um pouco como *percebemos* um cheiro, uma cor, um ruído ou a presença de um indivíduo ou de uma coisa do mundo exterior” (IFRAH, 2005, p. 16).

Nexos conceituais do pensamento geométrico

Alguns elementos lógico-históricos presentes no pensamento geométrico:

Figura 5



Fonte: Lima (2000)

No caso do pensamento geométrico, indicamos como nexos conceituais: a composição e a decomposição de figuras.

Nesse sentido, defendemos que, as atividades de ensino, ao priorizarem tais nexos podem convidar os estudantes a pensarem sobre a totalidade das figuras tridimensionais e sobre os seus os contornos. Aqui, os objetos e as formas geométricas podem ser criadas e recriadas, continuamente. Ao compor e decompor objetos e figuras os estudantes podem sempre dar novos contornos, criar novas formas e objetos que, por alguns instantes podem parecer que estão prontos e acabados.

Em suma, ao defendermos um ensino de Matemática na Educação Básica que considere os nexos conceituais, presentes na História da Matemática, ou seja, na perspectiva lógico-histórica, construída pelas diversas civilizações, estamos propondo um pensar dialético entre História da

Matemática-Resolução de Problemas, o qual se materializa em atividades de ensino (MOURA,1998, 2001) .

Neste sentido, a História da Matemática assume o papel de elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades do conceito que permitam compreender a realidade estudada. É nexo conceitual entre o pensamento empírico-discursivo e pensamento teórico, ambos estudados por Davydov (1982).

A Resolução de Problemas tem identidade entre o conceito matemático e o movimento histórico de sua criação. É Metodologia de Ensino que desencadeia a busca de entendimento do conceito. Tem intencionalidade da ação pedagógica, uma vez que o problema está em movimento (MOISÉS, 1999).

Atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica que estão sendo estudadas por licenciandos e professores da educação básica que ensinam matemática

As ideias que apresentamos até o momento, com enfoque na perspectiva lógico-histórica, estão presentes na denominada *Pedagogia Conceitual*.

Segundo Lanner de Moura et al (2003), a Pedagogia Conceitual tem como pressuposto que ensinar matemática é realizar um encontro pedagógico com o conceito, de forma que professores e estudantes componham um movimento afetivo de entendimento de si mesmos, das coisas e dos outros, ao (re)criarem os conceitos científicos em suas subjetividades. A partir desse pressuposto, entende-se que o movimento afetivo se constitui na sala de aula quando educador-aluno-conceito mantém-se sob a *tensão criativa* do desenvolvimento conceitual, ao problematizarem os nexos conceituais dos conteúdos estudados, a partir da dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

Assim, a Pedagogia Conceitual considera os cinco momentos, propostos por Lima(1998): 1) Desconhecimento; 2) Autolocalização; 3) Tensão criativa; 4) Reordenação lógica e 5) Construção do conceito.

Lanner de Moura et al. (2003) definem o conceito como forma do movimento do pensamento, que objetiva, mediante a explicação pela linguagem lógica, a atividade do ser humano sobre a realidade em que, pelas condições do vir a ser, está inserido e se insere.

Ao mesmo tempo, a partir de Leontiev (1983), consideram a atividade como movimento de abstrair o resultado de ações antes mesmo de realizá-las, ações essas provocadas por necessidades reais, advindas da interação do homem com o meio, pela condição de nele viver. Os processos de formação da necessidade que se apresentam em nosso meio e que constituem a atividade mostram que o homem aprendeu a pensar, criando, historicamente, conceitos (KOPNIN, 1978). A necessidade é a mola propulsora que motiva a humanidade a elaborar atividades enquanto constrói os diversos conceitos que se apresentam em nossas vidas (LANNER DE MOURA ET AL., 2003).

Considerando que a definição mais geral da atividade tem por princípio mover os sujeitos a se entenderem e a entenderem a realidade mutante enquanto criam conceitos, no âmbito do ensino tal atividade deve permitir aos professores e estudantes pensarem sobre os conceitos científicos ensinados e aprendidos, os quais foram e são historicamente construídos pelos homens das mais diversas civilizações.

As atividades aí elaboradas *na* e *para* a sala de aula, denominadas atividades de ensino, devem, portanto, permitir aos envolvidos no processo, aprender a pensar criando conceitos num movimento semelhante ao da dinâmica da criação conceitual na história do conceito (LIMA & MOISÉS, 1992, 1997).

Isso não quer dizer que a Pedagogia Conceitual defende a idéia de que o conceito científico deva ser novamente criado, seguindo certa linearidade histórica de fatos, todos os dias, em nossas escolas. O conceito que ensinamos é um construto social e já foi elaborado de forma lógica nos diversos momentos da trajetória humana.

O pensamento teórico, então, é elaborado por diversas pessoas, enquanto se permite conhecer, a partir do conhecimento científico. Nesse sentido, a história deixa de ser factual e passa a ser compreendida como *possibilidade* (FREIRE, 1992) de entendimento do nosso próprio movimento de vir a ser; a partir da criação de conceitos.

O mesmo vai acontecer com os nexos conceituais que podem ser definidos como elos que ligam os pensamentos lógico e histórico; os pensamentos empírico e teórico; os conceitos matemáticos e o cotidiano, uma vez que são flexíveis porque têm movimentos diversos da vida.

A partir de Davydov (1982); Kopnin (1978); Caraça (1998) e Kosik (2002), afirmamos que os nexos conceituais elaborados historicamente, por meio de definibilidades próprias de cada indivíduo ou ainda de cada uma das civilizações, nos auxiliam a compreender a natureza do conhecimento científico, ao mesmo tempo em que permite-nos conhecer a nós mesmos.

Para ilustrar o que estamos defendendo, segue abaixo algumas atividades de ensino, propostas por Lima (1998) no que diz respeito ao *desenvolvimento didático dos nexos conceituais da fração*. Estas atividades estão sendo estudadas no âmbito do ensino, da pesquisa e da extensão, considerando-se que, para licenciandos e professores da Educação Básica, o conceito de fração é um dos mais difíceis de se ensinar na sala de aula.

Concordamos com Lima (1998) que a fração pode ser entendida pelo menos de duas formas: como técnica operatória, ou como linguagem, pensamento, criatividade e leitura do mundo, uma vez que, "por ela passam múltiplos nexos históricos, geográficos, geométricos, filosóficos, culturais, físicos, químicos, literários, artísticos, etc. É isto que faz da fração a melhor parte do inteiro" (LIMA & MOISÉS, 1998, contracapa).

Dessa forma, como compreender o pensamento fracionário?

Ao respondermos a esta pergunta, convidamos licenciandos e professores da Educação Básica que ensinam Matemática, a organizarem o *movimento de aprendizagem* do conceito de fração, estudando quatro momentos que se apresentam na construção desse conceito: 1) oposição entre a parte da natureza que vem organizada em unidades naturais e a que se apresenta em continuidade; 2) prática da geometrização da terra; 3) ideia de medição e 4) história de uma ferramenta de trabalho (LIMA, 1998).

Tais momentos podem se configurar em nexos conceituais para o ensino de fração: senso de grandeza, medida e representação do número fracionário.

Para que se possa compreender como esses nexos podem se apresentar na sala de aula, segue abaixo algumas atividades de ensino que temos estudado com licenciandos e com professores da Educação Básica que ensinam Matemática:

Nexo conceitual: senso de grandeza

Atividade de ensino: Grandeza e senso de grandeza

1º. momento: A grandeza

Vamos responder as questões seguintes em grupo:

1) Retomemos a contagem de um rebanho de ovelhas feita por um pastor:
   a) Qual é a qualidade do rebanho que permite o pastor *apanhar* a sua quantidade?
   b) Qual é a *grandeza* do rebanho?

2) Escolha cinco colegas quaisquer de sua classe
   Escolha uma qualidade qualquer que lhes seja comum;
   Escreva os seus nomes em ordem de grandeza conforme esta qualidade.

2º. Momento: Senso de grandeza

Imagine que temos duas caixas com o mesmo tamanho sendo que uma está totalmente cheia de algodão e a outra totalmente cheia de chumbo:

a) Qual é a que tem maior grandeza, a de algodão ou a de chumbo?
b) No que ela é maior que a outra?

3º. Momento: A ilusão da unidade

Vamos responder as questões seguintes em grupo:

1) Discuta os casos abaixo explicando como aparece neles a **Ilusão da Unidade**:

a) Dona Lurdes foi ao supermercado e comprou três saquinhos de um quilo de açúcar;
b) Dona Rubenita foi à padaria e comprou dois litros de leite;
c) Juvenal pagou a sua passagem de ônibus que custou quatro reais;
d) Robério comprou seis cadeiras para a sua casa;
e) Sempre que vou ao posto de gasolina abasteço o meu carro com a mesma quantidade: dez reais.

2) Dê um exemplo qualquer de uma situação em que aparece a **Ilusão da Unidade**.
3) Explique o que é a **Ilusão da Unidade**.
4) Faça uma análise de todas as atividades que você participou e responda: você possui ou não a **Ilusão da Unidade**? Explique sua resposta.

Fonte: Lima (1998; 2000)

Após refletirmos com os licenciandos e professores da Educação Básica, sobre o nexo conceitual senso de grandeza e suas relações com o campo dos números naturais e racionais, sugerimos que pensem sobre a atividade de ensino que envolve as contradições, as coincidências e não coincidências entre grandezas contínuas e discretas.

Nexos conceituais: grandezas discretas e contínuas

Atividade de ensino: Trabalhando com a "Mãe-Terra"

Como a Terra não se apresenta em lotes, em porções, isto é, não está naturalmente organizada em unidades, o homem precisou inventar uma forma para fazer a sua repartição em propriedades privadas familiares. Foi o que os antigos egípcios fizeram. A forma que adotaram para lotear as suas terras foi a retangular.

Porém logo surgiu um fato inesperado: todo o ano as cheias do Nilo cobrem os terrenos repartidos, apagando as marcas das divisões. Além disto o rio alagava muitas porções, diminuindo os tamanhos dos terrenos.

1) Imagine que você é um funcionário do faraó encarregado de fiscalizar a distribuição das terras. Você recebe, após uma cheia do Nilo, a visita das famílias que querem tratar da retomada das terras.

a) Qual é o problema que é apresentado a você pelas famílias? (Escreva o problema na forma de uma pergunta simples e direta – *linguagem do contexto histórico*).
b) E para você, o aluno moderno vivendo no século XX, qual é o problema? (Escreva o problema na forma de uma pergunta simples e direta – *linguagem do contexto moderno*).
c) Reescreva, agora, os dois problemas num só, utilizando apenas a linguagem matemática, isto é, utilizando apenas palavras matemáticas.
d) Como contar uma quantidade de terra?
e) Como se livrar da ilusão da unidade?
f) Como numeralizar quantidades que não se apresentam em unidades naturais?
g) Como "contar" a quantidade de terra de cada família?
h) Qual é o primeiro procedimento que devemos ter quando vamos numeralizar quantidades não organizadas em unidades naturais?

Fonte: Lima (1998; 2000)

Segundo Lima (1998, 2000), autor das atividades que estamos apresentando, ter como ponto de partida no ensino de fração os nexos conceituais grandeza e medida, faz com que possamos refletir sobre o fato de que, a representação fracionária não se aplica somente a situações de medição, mas a todas as situações da vida em que se tenha um inteiro e uma parte deste inteiro. Quando a medição resulta apenas uma parte da unidade e, portanto, uma parte menor que a unidade, teremos uma fração. No entanto, quando certa medida que resulta em certo número exato de unidades, sem sobras, teremos um número inteiro. Ou seja, temos aqui, uma pergunta conceitual que é histórica e de extrema importância para se compreender a gênese do pensamento da fração: *O que fazer com as sobras?*

Tal pergunta vem se apresentando em várias civilizações e ainda está presente nos dias de hoje. Contudo, se a medição resultar algumas unidades inteiras e, além delas, uma parte menor que a unidade, que só pode ser mediada por frações, teremos uma quantidade numeralizada por um número inteiro e por uma fração. Este número que se expressa por um número inteiro e que é complementado por uma fração, chama-se número fracionário.

A partir do momento em que começamos a pensar sobre o aspecto qualitativo do número fracionário, podemos fazer mais perguntas, dentre elas: *Como prepresentar partes menores que o inteiro?*

Para refletirmos com maior profundidade sobre a questão apresentada, temos proposto aos licenciandos e professores da Educação Básica uma atividade de ensino que prioriza o nexo conceitual: representação do número fracionário, a qual está descrita abaixo:

Nexo conceitual: representação do número fracionário

Atividade de ensino: Fração e Número fracionário

1. Considere os alunos da sua sala de aula e o grupo de meninas deste conjunto:

a) Qual é o **inteiro**?

b) O que podemos considerar como **parte**?

c) Em quantas "unidades menores" se encontra "dividida a unidade inteira"?

d) Quantas "unidades menores" existem na parte?

e) Escreva a representação fracionária que resulta desta contagem.

f) Escreva a representação fracionária que indica os alunos da sua sala e o grupo dos meninos.

2. Maria repartiu uma corda de um metro em sete pedaços iguais e deu cada pedaço a uma colega diferente. Cada colega de Maria recebeu que fração da corda?

3. Um eletricista pegou um fio de um metro de extensão e cortou em dez pedaços iguais. Indique a fração que representa um pedaço do fio.

4. Zezé dividiu um bolo em cinco pedaços iguais. Deu dois pedaços para a irmã menor e ficou com os outros. Indique a fração do bolo de Zezé e de sua irmã menor.

5. Encontre a fração indicada nos problemas abaixo:

a) Pedro dividiu seu caderno em partes iguais para cinco matérias que estuda. Cada parte do caderno corresponde a qual fração?

b) E as matérias de História, Geografia e Ciências juntas correspondem a que fração?

c) Uma hora corresponde a que fração do dia?

d) Osmar anda 200 metros da sua casa até o trabalho. Ele já andou 60 metros. Que fração do total da distância ele andou?

e) Que fração do total da distância falta ainda para Osmar andar?

Fon

014

Considerações finais

Os estudos que temos feito mostram que, vários nexos conceituais de conceitos matemáticos, dentre eles, fluência, grandezas contínuas e discretas, senso numérico, composição e decomposição objetos tridimensionais presentes nos pensamentos aritméticos, algébricos e geométricos, praticamente, não frequentam a maioria das salas de aula brasileiras. Isso porque, as atividades de ensino de Matemática que são utilizadas pelos professores são formais e desconectadas da realidade e praticamente não consideram os aspectos lógico-históricos dos conceitos matemáticos.

Vale a pena ressaltar que, o lógico-histórico na sala de aula e, conseqüentemente, no currículo de Matemática da Educação Básica, tem como principal função auxiliar o pensamento a movimentar-se no sentido de encontrar as verdades momentâneas, a partir de definibilidades próprias do conceito. Há aqui, a intenção de convidar os estudantes a questionarem a absolutização e a imutabilidade de verdades matemáticas,

Entendemos que as aulas de matemática da Educação Básica devem ter como objetivo convidar o estudante a humanizar-se pelo conhecimento matemático. Devem permitir que haja um encontro afetivo com o conceito, com os nexos conceituais que são históricos e lógicos.

Ao fazermos tal afirmação estamos de braços dados com todos os teóricos e pesquisadores, que defendem a ideia de que o formar-se homem acontece desde o momento em que o pensamento começa a movimentar-se para entender o mundo na lida do dia-a-dia. Aqui, considera-se a História dos indivíduos enquanto constroem conhecimentos.

O entendimento do mundo e de nós mesmos, pelos conceitos matemáticos permite-nos entrar em contato com a concreticidade e a abstratividade dos conceitos.

Referências

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Portugal - Gradiva, 1998

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Havana, 2a. Reimpresión, 1982

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. Editora Paz e terra. Coleção Leitura, 6ª. Edição, 1997

IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção, São Paulo/SP: Editora Globo, 2005.

KOPNIN, P. V. **A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento**. R. J., Editora Civilização Brasileira, 1978.

KOSIK, K. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro/RJ. Editora Paz e Terra, 7ª. Edição, 2002.

KRUTETSKY, V.A. - **Algumas características do desenvolvimento do pensamento nos estudantes com pouca capacidade para as matemáticas in Psicologia e Pedagogia** in Psicologia e Pedagogia: investigações experimentais sobre problemas didácticos específicos, Biblioteca de Ciências Pedagógicas, Editorial Estampa, 1977.

LANNER DE MOURA, A.R. *et al*. **Movimento Conceitual em sala de aula** in anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, Blumenau/SC, 13-17 de julho de 2003.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, consciência, personalidad**. Editorial Pueblo y Educación, Habana, 2ª reimpresión, 1983.

LIMA, L.C. **Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica** in Programa Integrar, Caderno do Professor, Trabalho e Tecnologia, p. 95 – 103, CUT/SP, 1998.

_________ **Apostila básica de Matemática**. FAEP, Universidade de Mogi das Cruzes/SP, Secretaria de Estado da Educação, Projeto de Educação Continuada, Pólo 3, 1998, 2000.

LIMA, L. & MOISÉS, R. P. **A Teoria dos Campos Numéricos**: A longa marcha da criação numérica, São Paulo: CEVEC/CIART, edições de 1992 e 1997.

______________________. A fração: a repartição da terra. São Paulo: CETEAC/CIART, 1998.

MOISÉS, R. P. **A resolução de problemas na perspectiva histórico/lógica**: o problema em movimento. Faculdade de Educação. USP/SP. Dissertação de Mestrado, 1999.

MOURA, M. O **A educação escolar como atividade.** In: anais do IX Endipe - Encontro Nacional de Didática e prática de ensino: "olhando a qualidade do ensino a partir da sala de aula", volume II/2, de 04 a 08 de maio de 1998, Águas de Lindóia/SP, 1998

_____________. **A atividade de ensino como ação formadora** in Ensinar a ensinar. São Paulo, Pioneira Thmson Learning, 2001.

RENSHAW, P. D. **A teoria sociocultural de ensino-aprendizagem**: implicações para o currículo no contexto australiano in Cadernos pedagógicos, no. 18, Secretaria Municipal de Educação de Porto Alegre, 1999.

SMITH, D.E. **History of mathematics**. Vol I, New York, Dover, 1958

SOUSA, M.C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Faculdade de Educação. UNICAMP/SP. Tese de Doutorado, 2004

___________ Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica**. Bolema**, ano 22, número 32, UNESP campus de Rio Claro, páginas 82 a 100, 2009.

Submetido em janeiro de 2014

Aprovado em agosto de 2014