



O Auxílio do Software Geogebra na Aquisição do Conhecimento da Função Seno

The Geogebra Software Support in Knowledge Acquisition of Sine Function

Rudolph dos Santos Gomes Pereira¹

Armando Paulo da Silva²

Willian Damin³

Wilson Massahiro Yonezawa⁴

Resumo

Este artigo tem por objetivo mostrar a análise qualitativa em relação à modificação e à aquisição de novos conhecimentos, além de verificar a contribuição do uso do computador em uma atividade de intervenção. Foi utilizada a análise de conteúdo na qual foram criadas categorias e unidades de análise e a partir daí apresentam-se os quadros que contém as análises das categorias e a partir do registro de quatro grupos escolhidos aleatoriamente realizou-se a avaliação. Tendo como referência estes quadros de análises e de frequência da avaliação dos registros estruturou-se um metatexto. O resultado da análise evidenciou a dificuldade dos alunos para realizarem seus registros, expressarem suas interpretações e suas compreensões em atividades matemáticas, utilizando a língua portuguesa. Percebeu-se que a atividade realizada utilizando o *software* Geogebra, com base na visão construcionista, proporcionou aos alunos a modificação e aquisição de novos conceitos.

Palavras-chave: Função Seno. Formação de Conceito. Análise de Conteúdo.

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Ponta Grossa. Professor da Universidade Estadual do Norte do Paraná –Campus Cornélio Procópio –Paraná - Brasil. e-mail: rudolph.matematica@gmail.com.

² Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Ponta Grossa. Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná –Campus Cornélio Procópio –Paraná Brasil. e-mail: armando@utfpr.edu.br.

³ Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná –Campus Cornélio Procópio. Professor da Universidade Estadual do Norte do Paraná –Campus Jacarezinho – Paraná - Brasil. e-mail: daminmatematica@hotmail.com

⁴ Doutor em Administração pela Universidade de São Paulo. Professor da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Câmpus de Bauru – São Paulo – Brasil. e-mail: yonezawa@fc.unesp.br

Abstract

This article aims to reflect on the qualitative analysis regarding the modification and the acquisition of new knowledge, as well as to identify the contribution of computer use in an intervention activity. It was used content analysis and it was created categories and units of analysis and from the frames containing the analysis of the categories it was randomly chosen four groups which led to their evaluation. Concerning to such frames of analysis and evaluation of the frequency of the records it was structured a metatext. The result of the analysis has shown the students 'difficulty to realize their records, to express their interpretations and understandings in their mathematical activities by using the English language. It was noticed that the activity performed using the software Geogebra, based on the constructionist view, make possible the students to identify the modification and acquisition of new concepts.

Keywords: Sine Function. Concept Formation. Content Analysis.

Introdução

A matemática, bem como as demais áreas do conhecimento, ao longo da história da humanidade evolui refletindo, na maioria das vezes, as necessidades do homem. Em alguns períodos esta evolução ocorre de forma mais acentuada e parece desencadeada como um período de iluminismo ou iluminados das Ciências. Um destes períodos da história envolvendo a matemática ocorre a partir do século XVI d.C., onde diversos estudiosos passam a desenvolver e sistematizar os mais variados conteúdos inerentes a esta área. Dentre estes conteúdos temos a trigonometria, que antes de Cristo, era tratada no sentido literal do termo como *medida do triângulo* (DOMINGUES, 2004).

Existem registros de algumas civilizações que pontuaram sobre a trigonometria, dentre eles está o papiro *Rhind*, importante documento sobre a matemática egípcia (c. 1700 a.C.), onde a *seqt* de um ângulo é mencionada por quatro vezes em conexão com problemas métricos sobre pirâmides. Essa *seqt* de um ângulo se referia a uma das relações métricas no triângulo que conhecemos atualmente como cotangente. Com ideia equivalente dos egípcios, os babilônios (c. 1500 a.C.) e posteriormente os gregos usaram relógios de sol, onde utilizavam uma haste e examinavam a variação da amplitude da sombra projetada pela mesma, propiciando a determinação de alguns parâmetros. Um desses parâmetros era a *duração do ano* (DOMINGUES, 2004).

No século II a.C., com o grego Hiparco de Nicéia, um dos mais importantes astrônomos da antiguidade, utilizou-se da trigonometria para auxiliar a astronomia e com o uso de certas funções angulares determinar as posições e as trajetórias de corpos celestes. Pelos seus estudos e contribuições costuma ser chamado de *o Pai da Trigonometria*. A trigonometria de Hiparco

surge como uma *tabela de corda* em doze livros, além de usar pela primeira vez o círculo de 360°. Somente no século XVII, com o florescimento do simbolismo algébrico, é que a trigonometria se desenvolveu como conhecemos atualmente, na sua forma analítica (DOMINGUES, 2004).

Ainda, segundo Domingues (2004):

O uso de letras em matemática, para designar grandezas conhecidas ou incógnitas, remonta ao tempo de Euclides (séc. III a.C.) ou antes. Assim mesmo a álgebra, perto do final do século XVI, resumia-se basicamente a um receituário para resolver equações numa incógnita ou sistemas de duas equações a duas incógnitas, com coeficientes numéricos, derivados de problemas comerciais ou geométricos. E a trigonometria até então era essencialmente geométrica. [...] Quem deu o passo que pela primeira vez permitiu a abordagem generalizada do estudo das equações algébricas foi o francês François Viète (1540-1603), considerado o mais eminente matemático do século XVI. [...] A convenção de Viète para tirar o estudo das equações do terreno dos casos particulares que consistia em indicar por vogais maiúsculas as quantidades incógnitas e por consoantes maiúsculas as quantidades supostamente conhecidas. Foi assim que pela primeira vez na história da matemática se fez a distinção formal entre variável e parâmetro.

[...] Viète também contribuiu bastante para a trigonometria. Defensor da representação decimal (contra a sexagesimal, ainda muito em uso), calculou o seno de um grau com 13 algarismos e com base nesse valor preparou extensas tábuas para as seis funções trigonométricas. Mas o mais importante é que se alguém merece a honra de ser considerado o pai da abordagem analítica da trigonometria, sem dúvida esse alguém é Viète. Em particular foi ele o primeiro a aplicar transformações algébricas à trigonometria.

A notação de Viète não demorou a ser superada pela de Descartes (1596-1650), em que a, b, c, ... indicam parâmetros, x, y, z, ... variáveis e x^n a potência enésima de x. Mas suas ideias renovadoras, essas são indelévels (p. 77-78).

A introdução da ideia de seno é uma dentre as inúmeras contribuições da Índia para a matemática. Aryabhata (476-550), matemático e astrônomo indiano, nascido em Kusumapura, hoje Patna, é o responsável por esta inovação. O trabalho consistiu em substituir as cordas gregas por semicordas e calculou em intervalos de 3°45' tábuas de 0° a 90°. A participação dos árabes não se restringiu a apenas divulgar a obra de gregos e hindus, pois ao adotar a noção de seno dos hindus, introduziram os conceitos das demais razões métricas do triângulo retângulo (cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante). Além de que o primeiro texto sistemático de trigonometria, desvinculado da astronomia, é do Árabe Nasir Eddin (1201-1274), ainda vale destacar que Viète estabeleceu relações trigonométricas importantes como, por exemplo, as fórmulas para $sen(n\theta)$ e $cos(n\theta)$ em função de $sen\theta$ e $cos\theta$ (DOMINGUES, 2004).

Segundo Domingues:

Quanto à trigonometria, seu papel renovador surge já nos conceitos básicos. O seno, por exemplo, não é mais um segmento de reta a ser expresso em relação a alguma unidade, mas a abscissa de um ponto do círculo unitário de centro na origem e, portanto é um número puro. Caracteriza-se dessa forma (vale o mesmo para as demais

linhas trigonométricas) a ideia de relação funcional entre arcos e números reais (2004, p. 196).

Para a evolução do conhecimento matemático houve a necessidade de propagação destes, que inicialmente teve uma contribuição importante dos Árabes que pelas invasões e o comércio levava sua cultura e sua ciência, além de agregar a existente entre os povos que dominavam. Isso era insuficiente e os pesquisadores começaram a se perguntar como poderiam estruturar a transmissão e evolução dos conhecimentos com o passar das gerações, para tanto era necessário compreender como o ser humano desenvolvia o seu raciocínio e expressava por meio da linguagem formal, além de que a formação dos conceitos envolvia aspectos cognitivos do ser humano. Dentre os pesquisadores que trabalharam com esta inquietação, estão os cognitivistas Vigotsky, Piaget e Ausubel.

Os cognitivistas: Vigotsky, Piaget e Ausubel

A educação, ao longo de sua história, tem o ensino mecanicista como uma das formas mais utilizadas pelos sistemas de ensino e educadores, pois considera a memorização como o único caminho para o ser humano aprender, mas existem muitas outras formas de ensinar e diversas pesquisas foram realizadas e aplicadas ao ensino. Dentre os pesquisadores que contribuíram para este processo estão os cognitivistas Vygotsky, Piaget e Ausubel, apesar de utilizarem princípios diferentes, todos consideram a aprendizagem cognitiva, conforme define Moreira (1999, p. 151-152) “é aquela que resulta no armazenamento organizado de informações na mente do ser que aprende, e esse complexo organizado é conhecido como estrutura cognitiva”.

Em relação às pesquisas e aos resultados dos estudos de Piaget é possível destacar os seguintes aspectos: todos os seres vivos têm algo em comum, passam por um processo de adaptação, que por sua vez é permitida pelo homem e sua tese central envolve a questão que o meio provoca a mudança. Em seus estudos buscou destruir a tese do associativismo defendida por Skinner (estímulo – resposta) destacando que o reforço pode controlar pensamentos, mas não as estruturas mentais. Em seus estudos buscou compreender por que as crianças erravam. A aprendizagem era por classificação e seriação e quem dá a resposta é o sujeito. Outro aspecto que tratou envolve a posição interacionista, sendo que a acomodação do conhecimento é sinônimo de criação e o meio impõe a adaptação. Segundo Piaget leva tempo para construir

esquemas mentais e não se pode ensinar a criança a deduzir, só induzir, portanto o sujeito pode criar. A partir dos esquemas de Piaget temos a origem dos conceitos (TEIXEIRA, 2006).

Vigotsky deixou contribuições que foram e ainda são importantes para diversos pesquisadores da educação. Tinha uma visão Marxista, onde se considerava que o homem é resultado da cultura. Para este pesquisador o homem, sendo um ser social, tem influência direta da cultura para a aquisição dos seus conhecimentos, ou seja, o seu cérebro é moldado por ela. Também considerava essencial o processo de mediação e a linguagem era quem exercia este papel, segundo ele. Outro aspecto envolve o fluxo contínuo entre a fala e a inteligência, pois a raiz está na ação e na linguagem e há um momento que estas se fundem, tendo como princípio que se deve usar o meio para uma finalidade com o intuito do desenvolvimento da inteligência. Segundo ele não existe nada no pensamento que não esteja na cultura. A fala é o principal constituinte do pensamento (MOREIRA, 1997).

É relevante destacar que a associação para Piaget ocorre com a assimilação, enquanto para Vigotsky ocorre com a interiorização. As duas formas de pensar destes pesquisadores apesar de diferentes não são conflitantes (MOREIRA, 1997).

Segundo Vigotsky é preciso testar para ter noção do quanto uma criança pode aprender e é porque ela aprende que a mesma se desenvolve. Este cognitivista defende que é preciso de uma mediação adequada para que possa progredir e assim obter uma prospecção para o futuro, ou seja, onde a criança pode chegar (MOREIRA, 1997).

O foco de Piaget envolveu os estudos no conteúdo e gênese das representações infantis que se desenvolvem de forma natural e espontânea, em interação com o meio, sem instrução formal e o de Ausubel centrou na explicação do funcionamento das representações que o aprendiz já possui enquanto estruturas de acolhimento de novas ideias veiculadas pela instrução formal (MOREIRA, 1997).

O trabalho de Ausubel foi constantemente voltado para a realidade da sala de aula envolvendo a aprendizagem, considerando que a aprendizagem do aluno ocorre baseada principalmente naquilo que já sabe. O professor tem a responsabilidade de identificar os conhecimentos prévios dos seus alunos para, a partir deste referencial, planejar o que e como vai ensinar. Ainda considerava que:

[...] novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas, na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às novas ideias e conceitos. Entretanto, a experiência cognitiva não se restringe à influência direta dos conceitos já aprendidos sobre componentes da nova aprendizagem, mas abrange também modificações relevantes nos atributos da

estrutura cognitiva pela influência do novo material. Há, pois, um processo de interação, por meio do qual conceitos mais relevantes e inclusivos interagem com o novo material, funcionando como ancoradouro, isto é, abrangendo e integrando este material e, ao mesmo tempo, modificando-se em função dessa ancoragem (MOREIRA, 1999, p. 152).

A teoria de aprendizagem de Ausubel tem seu conceito centrado na aprendizagem significativa que requer um material potencialmente significativo e o requisito de que o aluno precisa estar disposto para aprender (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 32-36).

A partir dos estudos dos cognitivistas, Piaget com a questão da acomodação-assimilação e Ausubel, com a aprendizagem significativa por intermédio dos subsunçores surge o construcionismo.

Segundo Valente:

O termo construcionismo foi utilizado por Seymour Papert, na década de oitenta, para descrever a construção do conhecimento por meio da realização de uma atividade no computador. Nesta ação, que originalmente utilizava a linguagem de programação. Logo, o aprendiz realiza projetos, isto é, constrói algo de seu interesse no computador. O fato de estar realizando uma atividade do seu interesse faz com que o aprendiz se envolva afetivamente com a atividade, tornando-a mais significativa. Isto acontece quanto a atividade é contextualizada, está vinculada à realidade do aprendiz. Para Papert, o aprendizado por meio do fazer, e o envolvimento afetivo com a atividade é o que diferencia um aprendizado construcionista da atividade construtivista de Piaget. Para Valente, a própria presença do computador em uma atividade de construção já distingue a maneira de construir o conhecimento descrito por Piaget e por Papert (1993, p. 33 apud MORELATTI, 2001, p. 95).

A proposta de Papert quanto ao uso das tecnologias para o ensino traz uma nova vertente ao sistema educacional e desde a década de 50 do século passado essa experiência passa a ser realizada em diversos países, principalmente nos Estados Unidos. Além de ser considerado um dos pais do campo da Inteligência Artificial, é mundialmente reconhecido como um dos principais pensadores sobre as formas pelas quais a tecnologia pode modificar a aprendizagem. A riqueza da proposta de Papert teve a contribuição de Piaget, pois trabalharam juntos na *University of Geneva* de 1958 a 1963. Sua colaboração principal era considerar o uso da matemática no serviço para entender como as crianças podem aprender e pensar.

Diante desta proposta de utilização do computador para auxiliar na construção do conhecimento é preciso compreender com clareza os conceitos envolvidos em cada situação de ensino e assim explorá-lo melhor como ferramenta para a formação de conceitos.

O uso das tecnologias para o ensino e a formação de conceitos

A evolução bem como a propagação do conhecimento com o construcionismo agregaram duas ferramentas, a primeira foi o computador e a segunda, os softwares educativos, que utilizados de forma criteriosa e adequados, podem contribuir para a aprendizagem.

Para fins educacionais, o computador passou a ser utilizado em meados da década de 50 do século XX a partir do momento que foi possível o armazenamento de informação e capaz de programa-lo. Atualmente, o computador assumiu um papel interessante, pois é utilizado tanto para enriquecer ambientes de aprendizagens como para auxiliar o aluno no processo de construção do seu conhecimento (VALENTE, 1999).

Para Valente:

Quando o aluno usa o computador para construir o seu conhecimento, o computador passa a ser uma máquina para ser ensinada, propiciando condições para o aluno descrever a resolução de problemas, usando linguagens de programação, refletir sobre os resultados obtidos e depurar suas ideias por intermédio da busca de novos conteúdos e novas estratégias (1999, p. 3).

Este processo Valente (2002) chamou de “ciclo da aprendizagem”, no qual procura superar os desafios da mudança na abordagem educacional e o ensino que era centrado na transmissão de informação passa para a construção do conhecimento, onde o aluno utiliza o computador para realizar suas atividades e aprender. Essa interação do computador no processo de aprendizagem torna-se um elo importante para o ciclo de ações: **descrição-execução-reflexão-depuração**, que pode favorecer a construção de novos conhecimentos.

A ideia de ciclo, também, pode ser encontrada em quase todas as teorias interacionistas estruturadas pelos seguintes pesquisadores: Piaget, Vygotsky, Wallon e D’Ambrósio. Piaget se destaca dentre estes como aquele que mais estudou o processo de construção de conhecimento e para ele o ciclo é formado por assimilação-adaptação-acomodação e para D’Ambrósio a evolução intelectual do sujeito tem uma relação dialética que interage com a realidade e o ciclo envolve a realidade-reflexão-ação-realidade (VALENTE, 2002).

Para compreender as etapas do ciclo apresentadas por Valente (2002) é preciso entender que a interação entre o aluno e computador pode ser a forma de representar as ideias e assim pode favorecer o processo de construção de conhecimentos, pois após as ações executadas pelo aluno com o auxílio do computador, permite-lhe mudar de um nível simples para um nível mais elaborado de conhecimento.

Em algumas situações, com o auxílio de um software, é possível executar atividades que possibilitam compreender as alterações ocorridas ao longo do processo. Em outras, a

visualização gerada por alguns programas também tem um papel relevante para o processo de construção do conhecimento.

Dentre as etapas do ciclo de ações está a descrição e esta é necessária para que o computador execute as atividades que são provenientes da programação ou para inserção de comandos necessários a uma determinada linguagem e que a mesma seja executada. O aluno pode utilizar um *software* matemático aberto que lhe permita inserir comandos no computador ou uma linguagem de programação. O computador executa os comandos do modelo que foi estabelecido e fornecido a ele, a partir disso apresenta na tela o resultado. Para tanto é necessário que o aluno reflita sobre qual era a sua intenção ao utilizar a linguagem ou o software e o que está sendo produzido, para isso realiza os três níveis de abstração: a empírica, a pseudo-empírica e a reflexionante.

A partir desta reflexão, o aluno deve definir suas estratégias para atingir os resultados que espera com o auxílio do computador e assim analisar diretamente na tela do computador se o seu problema inicial foi resolvido e encerrar a ação, mas caso não atinja o seu objetivo é necessário que realize a depuração para que repita a atividade proposta inicialmente com o problema e o ciclo de ações deve ser reiniciado por uma nova descrição e as demais etapas do ciclo até que o aluno obtenha uma resposta ao seu problema inicial.

Resumidamente poderia dizer que a descrição no ciclo corresponde à ideia da representação do conhecimento que deve expressar o raciocínio do aluno que será executado pelo computador e este pode ajudar no processo de reflexão e depuração das suas ideias. E assim, o aluno pode atingir ou não os objetivos pretendidos, por isso é necessária a atuação do professor como mediador neste processo e de modo a evitar que o aluno aborte o ciclo de ações, seja por falta de conhecimento prévios (subsunçores) para o problema proposto inicialmente ou por alguma dificuldade ou erros cometidos durante a execução do ciclo.

Em relação a este aspecto Valente relata:

[...] o ciclo que se estabelece na interação aprendiz-computador pode ser mais efetivo se mediado por um agente de aprendizagem ou professor que saiba o significado do processo de aprender por intermédio da construção do conhecimento. O professor precisa compreender as ideias do aprendiz e sobre como atuar no processo de construção de conhecimento para intervir apropriadamente na situação, de modo a auxiliá-lo neste processo (2002, p. 21).

No processo de construção do conhecimento, a etapa da reflexão do ciclo de ações de Valente (2002), conforme descrito anteriormente pode levar o aluno a realizar os três níveis de abstrações:

[...] A abstração empírica é a mais simples, permitindo ao aprendiz extrair informações do objeto ou das ações sobre o objeto [...]. A abstração pseudo-empírica permite ao aprendiz deduzir algum conhecimento da sua ação ou do objeto. [...] Mudanças conceituais e construção de novos conhecimentos são frutos da abstração reflexionante. Este tipo de abstração, segundo Piaget (1995), engloba dois aspectos que são inseparáveis: definido como reflexionamento, que consiste em projetar (como em refletor) sobre um patamar superior aquilo que é extraído de um patamar inferior; o outro, que Piaget definiu como reflexão, é um ato mental de reconstrução ou reorganização sobre o patamar superior daquilo que é retirado e projetado do patamar inferior. Neste sentido, as informações provenientes das abstrações empíricas e pseudo-empíricas podem ser projetadas para níveis superiores do pensamento e reorganizadas para produzir novos conhecimentos (VALENTE, 2002, p.24).

A interação do aluno com o computador ocorre quando ele tem a intenção de resolver um problema, para tanto, precisa buscar uma linguagem de programação ou um software que execute os comandos necessários, retorne na tela o processo realizado pelo computador e a partir dessa visualização, o aluno possa refletir sobre os resultados obtidos e depurar. Se for necessário, ele deve repetir o ciclo de ações e por intermédio dos três níveis de abstração (empírica, pseudo-empírica e reflexionante) permita estabelecer as estratégias para a abstração de atributos comuns e formação dos conceitos envolvidos na atividade proposta.

Segundo Keil (1989 apud LOMÔNACO, 1996, p. 54) os conceitos podem apresentar propriedades definidoras (conjunto de aspectos que são necessários e suficientes para se definir um conceito) e propriedades características (propriedades que estão comumente associadas à maioria dos exemplos de um conceito, mas não a todos) e estes podem propiciar uma mudança qualitativa na representação dos conceitos e para tanto uma reorganização do domínio conceitual.

Tendo como referência os princípios construcionista, com o auxílio de um computador e o *software* aberto (Geogebra), propôs-se uma intervenção envolvendo a função seno e os seus parâmetros. A descrição da atividade desenvolvida, bem como os resultados obtidos serão apresentados a seguir em quatro partes: metodologia, descrição da atividade, análise da atividade e metatexto.

Metodologia

No intuito de analisar qualitativamente a modificação e aquisição de novos conhecimentos e a contribuição do uso do computador em sala de aula optou-se por realizar uma atividade de intervenção com quarenta e quatro alunos do curso de Engenharia de Controle

e Automação, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Cornélio Procópio. A amostra foi definida tendo em vista que se trata do ambiente natural de trabalho de um dos autores desta pesquisa e, também, pelo programa curricular do curso quando da intervenção.

Na atividade, utilizou-se do conceito de função trigonométrica, especificamente a função seno, e a partir de sua definição escolheu-se o *software Geogebra* de geometria dinâmica por ser aberto, permitir a visualização gráfica e a descrição de comandos.

Para desenvolvimento da atividade formaram-se grupos de quatro alunos cada, no qual estes deveriam utilizar o *software* escolhido para verificar o comportamento da função seno em relação aos seus parâmetros e registrar, por meio da escrita, o que o grupo visualizou à medida que se alteraram os valores dos parâmetros da função seno.

Por se tratar de um número considerável de grupos a serem analisados decidiu-se escolher aleatoriamente quatro dentre os onze grupos que realizaram a atividade.

Para a análise dos dados coletados nas atividades realizadas pelos grupos foi utilizada a análise de conteúdo, por ser um instrumento de análise interpretativa que possibilita uma construção que parte da realidade concreta da situação estudada. Para Moraes (1999, p. 7) a “análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos” e este autor ainda considera como uma ferramenta,

um guia prático para a ação, sempre renovada em função dos problemas cada vez mais diversificados que se propõe a investigar. Pode-se considerá-la como único instrumento, mas marcado por uma grande variedade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto, qual seja a comunicação (MORAES, 1999, p. 7).

Assim, tendo a análise de conteúdo como um instrumento que pode ser adaptado a uma variedade de pesquisas, busca-se verificar os resultados de uma das possibilidades de situação de ensino para um conteúdo matemático que os alunos, geralmente, apresentam uma dificuldade considerável. A seguir, descreve-se a atividade que foi desenvolvida num ambiente construcionista.

Descrição da atividade

A atividade realizada foi desenvolvida com o conceito de função seno, no qual os grupos deveriam analisar o comportamento desta na medida em que se alteravam os seus parâmetros. Para tanto foi apresentado aos alunos os aspectos definidores e característicos (LOMÔNACO, 1996), sendo o definidor do conceito da função seno: o *conjunto domínio*

(*campo de existência*), a *função* ($x, A+B.\text{sen}(C.x+D)$) e a *periodicidade da função* e os *característicos* (dependentes dos parâmetros A, B, C e D) que são *período*, *imagem* e *amplitude*.

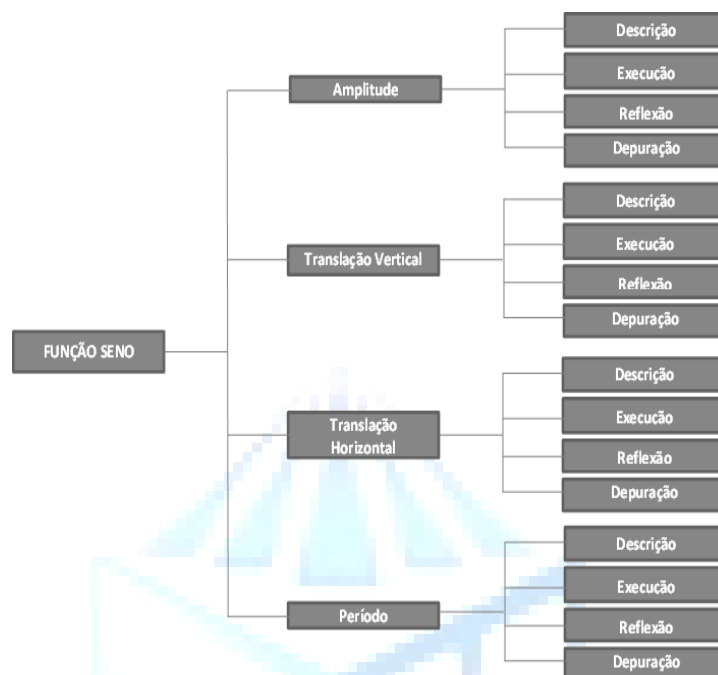
Para verificar as alterações no comportamento da função seno em relação aos seus parâmetros, os grupos utilizaram o *software* Geogebra e realizaram a atividade tendo como referencial o ciclo de ações (descrição-execução-reflexão-depuração) definido por Valente (2002). A partir de então, definiu-se cada uma das etapas como: a *descrição* - os comando para execução do *software* ($f(x)=A+B.\text{sen}(C.x+D)$); a *execução* - plotagem do gráfico no *software* Geogebra; a *reflexão* - análise do comportamento gráfico em relação a cada parâmetro; a *depuração* - após a análise do comportamento gráfico verificar se há a necessidade de refazer o ciclo.

Segundo Valente (2002) ao realizar atividade com o computador em sala de aula o aluno tem a possibilidade de abstrair e até chegar ao nível abstração reflexionante que permite a ele adquirir novos conceitos ou modificar conceitos anteriores. E é justamente o registro de tal abstração que possibilita a análise de modo a identificar a mudança e/ou a aquisição de novos conceitos.

Com base na análise de conteúdo e mediante os aspectos característicos da função $f(x)=A+B.\text{sen}(C.x+D)$ criou-se como categorias: *Amplitude*, *Translação vertical*, *Translação horizontal* e *Período*. Como unidades de análise foram definidas as etapas: *Descrição*, *Execução*, *Reflexão* e *Depuração*, conforme Figura 1.

PERSPECTIVAS DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Figura 1 – Categorias e unidades de análise



Fonte: os autores.

Mediante a definição das categorias e unidades de análise se verificou as atividades desenvolvidas pelos grupos e foi possível perceber que as atividades realizadas estavam de acordo com o ciclo de ações proposto por Valente (2002). Alguns grupos não tiveram necessidade de realizar a depuração, pois chegaram às considerações sem terem que realizar o ciclo novamente. Dessa forma, a análise foi realizada com base no texto criado pelos grupos, resultado da abstração reflexionante, decorrentes do comportamento da função seno em relação as alterações dos seus parâmetros.

A análise ocorreu na tentativa de identificar nos textos produzidos pelos grupos de alunos as categorias corretas e também verificar os motivos dos erros encontrados.

Análise das atividades

Nos Quadros 1, 2, 3 e 4 apresenta-se, de acordo com a definição da amostra e das categorias de análise, a transcrição dos registros feitos pelos grupos e comparando-as com as respostas corretas já definidas com base nos princípios da função seno. Em seguida elaborou-se um metatexto com o intuito de compreender o que os levaram a realizar determinados

registros. Nos Quadros, a seguir, apresenta-se cada categoria e os registros, bem como os textos criados para análise das atividades e suas respectivas avaliações (correto, parcialmente correto ou incorreto).

A primeira análise realizada, conforme quadro 1, refere-se à categoria de Amplitude. Nos quadros sequenciais apresenta-se a análise da Translação Vertical, Translação Horizontal e Período.

Quadro 1 – Análise da categoria *Amplitude*

Categoria: <i>Amplitude</i>		
Descrição: $f(x)=A+B.\text{sen}(C.x+D)$, variando o valor do parâmetro B e mantendo constantes os parâmetros em $A=0$, $C=1$ e $D=0$.		
Registro correto: é a distância entre o ponto de máximo ou mínimo e o zero da função e depende do valor do parâmetro B (com B diferente de zero) e o esse parâmetro altera <i>apenas</i> o conjunto imagem da função. Se o parâmetro $B>0$ então o conjunto imagem da função será $[-B, B]$; se $B<0$ então o conjunto imagem da função será $[B, -B]$.		
Grupo	Registro do grupo	Avaliação do registro
G1	<i>Observa-se que o gráfico da função seno está sofrendo alterações em seu comportamento, conforme o parâmetro B é alterado. Isso significa que com a presença do parâmetro B, a amplitude da onda e a imagem da função tendem a assumir os valores de B. Já o período permanece constante.</i>	Parcialmente correto
G2	<i>Os valores de B denominam a amplitude da função ou seja determinam os valores dos picos e vales da função, quando os valores positivos aumentam, os picos e vales aumentam mas não alteram o período que se mantém 2π. Para $B=a/b$ assumindo o valor $1/2$ resultou na mais função estreita com os pontos de máximos entre $-1/2$ e $1/2$.</i>	Parcialmente correto
G3	<i>Quando alterada, observamos que a amplitude da função mudava, o domínio da função permanecia o mesmo, porém a imagem da função alterava, por exemplo na função $f(x)=\text{sen}(x)$, a imagem é $[-1, 1]$, já na função $f(x)=2.\text{sen}(x)$ a imagem é $[-2, 2]$, ou seja a imagem foi alterada, porém quando B é negativo a função tem comportamento inverso.</i>	Correto
G4	<i>Em um 3 caso fixamos A em zero C em 1 e D em zero, variando B. Logo no início quando B esta valendo 1 temos a função seno clássica, variando de 0 a 2π, com amplitude de 1 para -1. E o comportamento gráfico quando se varia B tem-se que sua variação alterando comportamento gráfico no sentido vertical, ou seja, ele deixa maior ou menor a amplitude da onda senoide, concluímos que a alteração de B na função vai aumentar a variação dos valores da imagem do gráfico, que antes era de -1 para 1 agora será de $-B$ para B.</i>	Parcialmente correto
G1 – o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não considerou as possibilidades de variação dos valores do parâmetro B podendo ser positivo ou negativo.		

G2 – o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não utilizou a linguagem adequada para exprimir sua compreensão e que não considerou as possíveis variações do parâmetro B incorrendo em erro similar ao grupo G1.

G3 – o registro deste grupo está correto tendo em vista que analisou todos os aspectos esperados, apesar de deixar alguns aspectos implícitos.

G4 - o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não considerou a possibilidade de variação do valor do parâmetro B podendo ser também negativo.

Fonte: Os autores

Com base nessa categoria é possível observar que em alguns momentos a visualização gráfica não foi suficiente para os alunos realizarem o registro estabelecido como correto.

Para continuidade da análise apresenta-se o Quadro 2 envolvendo a categoria de *Translação vertical*.

Quadro 2 – Análise da categoria *Translação vertical*

Categoria: <i>Translação vertical</i>		
Descrição: $f(x)=A+B.\text{sen}(C.x+D)$, variando o valor do parâmetro A e mantendo constantes os parâmetros em $B=1$, $C=1$ e $D=0$.		
Registro correto: a função apenas se desloca no eixo de y (translação vertical) dependendo do valor do parâmetro A , altera <i>somente</i> conjunto imagem.		
Grupo	Registro do grupo	Avaliação do registro
G1	<i>Observa-se que o gráfico da função seno está sofrendo alterações em seu comportamento, conforme o parâmetro A é alterado. Isto significa que, a onda é transladada para os valores que A assume. Além disso, tendo como base a função primitiva, observa-se que o período da onda não está se alterando. O que se altera são as suas respectivas ordenadas, já que o valor do parâmetro A desloca a onda ao longo do eixo y.</i>	Parcialmente correto
G2	<i>Ao variar os valores de A notamos que a origem do período da função varia de posição no eixo y, para valores positivos a função se deslocou para baixo. Definimos os valores de a e b para 1 e 2 respectivamente, então o valor de A neste caso passa a ser $A=1/2$ para estes valor a função se portou semelhante à primeira, no entanto obteve um deslocamento na origem de seu período que agora se encontra no ponto $(0, 1/2)$.</i>	Parcialmente correto
G3	<i>Pudemos observar que o gráfico da função deslocava verticalmente, o gráfico transladava para valores positivos de y quando os valores de A eram positivos, assim acontecia com valores negativos.</i>	Parcialmente correto
G4	<i>Após variar A de forma contínua é uma das coisas que o uso do software possibilita conseguirmos observar que a variação de A desloca o gráfico como um todo na direção vertical, sem alterar nada, somente o gráfico esta A unidades para cima ou para baixo.</i>	Parcialmente correto
G1 - o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não associou a variação do parâmetro A com o conjunto imagem da função.		

G2 - o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não associou a variação do parâmetro A com o conjunto imagem da função e ainda apresentou no registro informações divergentes, pois não conseguiu expressar a sua compreensão corretamente.

G3 - o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não associou a variação do parâmetro A com o conjunto imagem da função e apresentou registro incompleto em relação aos valores negativos de A .

G4 - o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não associou a variação do parâmetro A com o conjunto imagem da função.

Fonte: Os autores

Em relação a categoria *Translação vertical* pode-se perceber que nenhum grupo apresenta a associação da alteração do parâmetro A com o conjunto imagem da função.

A seguir, apresenta-se a análise do Quadro 3 envolvendo a categoria de *Translação horizontal*.

Quadro 3 – Análise da categoria *Translação horizontal*

Categoria: <i>Translação horizontal</i>		
Descrição: $f(x)=A+B.\text{sen}(C.x+D)$, variando o valor do parâmetro D e mantendo constantes os parâmetros em $A=0$, $B=1$ e $C=1$.		
Registro correto: a translação horizontal depende do valor do parâmetro D , quando $D>0$ a função desloca-se no sentido negativo do eixo x e quando $D<0$ desloca-se no sentido positivo do eixo x .		
Grupo	Registro do grupo	Avaliação do registro
G1	<i>Observando os gráficos que apenas diferem na extensão referente ao eixo x, podemos concluir que o parâmetro D desloca a função em relação ao eixo x. Quando $D>0$, ou seja, quando se adiciona D a x, a curva senóide translada para o sentido esquerdo (sentido decrescente da abscissa) e quando $D<0$, subtrai-se D de x, a curva senóide caminha para a direita (sentido crescente da reta abscissa).</i>	Correto
G2	<i>A alteração dos valores de D implica na alteração da posição da origem do período no eixo x, os valores positivos deslocam a origem do período para a esquerda do eixo y enquanto os valores negativos à desloca para a direita. Se $D=a/b$ equivale $\frac{1}{2}$ a função apresentará um leve deslocamento para a esquerda.</i>	Correto
G3	<i>D tem o comportamento parecido com o de A, a diferença é que o gráfico da função é deslocado no eixo x, ao invés de ser deslocado no eixo y.</i>	Parcialmente correto
G4	<i>Obtivemos que a variação de D que com certeza é a mais curiosa dos casos propostos, pois sua alteração continua da uma sensação de movimento ao gráfico, parecendo que o gráfico está andando sobre o eixo Oy. Melhor dizendo as alterações de D muda todos os pontos onde o gráfico toca o Ox e Oy.</i>	Parcialmente correto
G1 e G2 – os registros destes grupos estão corretos.		

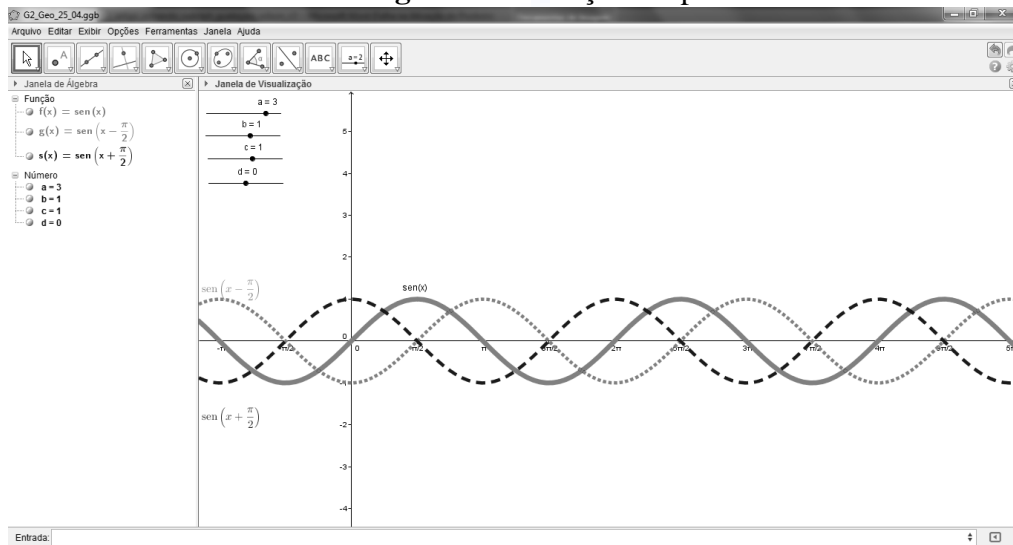
G3 - o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não considerou a possibilidade do parâmetro ser positivo ou negativo e consequentemente interferindo no sentido de deslocamento do gráfico no eixo de x .

G4 - o registro deste grupo está parcialmente correto tendo em vista que não considerou a possibilidade do parâmetro ser positivo ou negativo e consequentemente interferindo no sentido de deslocamento do gráfico no eixo de x e se confunde ao registrar o deslocamento do gráfico sob o eixo Ox , escrevendo “andando sobre o eixo Oy ”.

Fonte: Os autores

Abaixo na Figura 2 tem-se a construção do grupo G2 em relação a translação horizontal.

Figura 2 – Variação do parâmetro D



Fonte: Grupo 2

Em relação ao parâmetro D vale destacar que a única dificuldade apresentada pelos grupos G3 e G4 envolveu a análise dos valores de D podendo ser positivo ou negativo e uma inversão do G4 em relação ao eixo de deslocamento da função. Para finalizar a análise apresenta-se o Quadro 4 envolvendo a categoria de *Período*.

Quadro 4 – Análise da categoria *Período*

Categoria: <i>Período</i>		
Descrição: $f(x)=A+B.\text{sen}(C.x+D)$, variando o valor do parâmetro C e mantendo constantes os parâmetros em $A=0$, $B=1$ e $D=0$.		
Registro correto: o período depende do valor do parâmetro C (diferente de zero) sendo que o período tem comportamento inversamente proporcional.		
Grupo	Registro do grupo	Avaliação do registro
G1	<i>Como já observamos a função base $f(x)=\text{sen}(x)$ possui período de 2π, o que corresponde ao parâmetro $C=1$, no entanto, ao multiplicarmos o C por um valor, estamos estabelecendo quantas vezes a curva senóide se encaixará no período base (2π). Conforme plotado, a</i>	Correto

	<p>função $K(x)=\sin(5x)$, $C=5$, possui 5 curvas senóides (repete-se 5 vezes) no período base. Ainda observando o gráfico, pode-se encontrar o período da função $K(x)$, sendo: período $K(x) = \frac{\text{período } f(x)}{5} \Rightarrow$ período $K(x) = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow$ período $K(x) \cong 1,257$.</p> <p>Observando o gráfico também é possível perceber que quando multiplica-se C por -1 a curva senóide rebate 180° em relação ao eixo da abscissa.</p>	
G2	<p>Quando são alterados os valores de C estamos alterando o intervalo do período da função, ao atribuir valores positivos para C o período se tornou mais extenso e para valores abaixo de zero, a medida que se afastam de zero também resultavam em uma extensão da função mas agora com os picos e vales invertidos como visto no caso da alteração do parâmetro B. para o valor $C=a/b$ que equivale a $1/2$ resulta em um aumento igual ao dobro da função base.</p>	Parcialmente correto
G3	<p>A variável C é o coeficiente angular da função, e ao alterarmos o seu valor observamos que o período da função alterava, por exemplo na função $f(x)=\sin(x)$ o período da função é 2π, e na função $f(x)=\sin(2x)$ o período é π. Concluímos então que a variável C altera o período da função, valores maiores que 1 diminuem o período e menores aumentam.</p>	Parcialmente correto
G4	<p>A variação de C no comportamento gráfico e da frequência de oscilação da onda, ou seja, como se o gráfico senoide fosse uma mola e nós esticássemos e contraíssemos esta mola, não teremos alterações na vertical somente aumentaríamos na horizontal e com isso criaremos mais ondulações no gráfico. Quando C vale zero, temos uma reta paralela ao eixo Oy que corta Ox no valor de A.</p>	Parcialmente correto
<p>G1 – o registro apresentado está correto. G2 – o registro está parcialmente correto tendo em vista que o grupo descreve que para valores positivos ou negativos do parâmetro C o período se tornou mais extenso. G3 - o registro está parcialmente correto tendo em vista que o grupo faz associação incorreta do parâmetro C com o coeficiente angular da função polinomial de primeiro grau e não deixa claro que a variação do parâmetro C considerada pelo grupo se restringiu a valores de C compreendidos entre zero e um para que o período aumente. G4 - o registro está parcialmente correto tendo em vista que o grupo não registra que o comportamento do período é inversamente proporcional ao valor do parâmetro C e comete um erro ao registrar que “Quando C vale zero, temos uma reta paralela ao eixo Oy”.</p>		

Fonte: Os autores

De acordo com a análise realizada tendo como referência o registro dos grupos percebeu-se que os grupos G1, G3 e G4 compreenderam a relação entre o valor do parâmetro C e o período.

Para representar de forma mais sintética elaborou-se o Quadro 5 com as frequências das avaliações realizadas de cada registro quanto aos parâmetros da função seno como *correto* (C) e *parcialmente correto* (PC) uma vez que não houveram registros *incorretos*.

Quadro 5 – Frequência da avaliação dos registros

<i>Grupo</i>	<i>Amplitude</i>		<i>Translação vertical</i>		<i>Translação horizontal</i>		<i>Período</i>	
	C	PC	C	PC	C	PC	C	PC
G1		X		X	X		X	
G2		X		X	X			X
G3	X			X		X		X
G4		X		X		X		X
Total	25%	75%	0%	100%	50%	50%	25%	75%

Fonte: Os autores

As análises realizadas proporcionaram a produção de um metatexto que retrata a visão dos pesquisadores diante dos registros dos grupos.

O metatexto

Nesta etapa os pesquisadores procuraram apresentar algumas considerações a respeito dos registros realizados por cada grupo e alguns aspectos da compreensão dos alunos que não estão evidentes nos registros.

Na categoria *Amplitude* pode-se perceber que 75% dos grupos analisados apresentaram resultado parcialmente correto por não considerar as possibilidades de variação do parâmetro B ser negativo ou positivo, sendo que dois destes grupos não consideraram as duas variações possíveis e um deles considerou somente uma variação, a positiva. É possível destacar ainda que um dos grupos não utilizou a linguagem adequada para exprimir sua compreensão, fato que pode ser consequência da falta de costume em registrar por meio da língua portuguesa o desenvolvimento, a interpretação e a compreensão de atividades matemáticas.

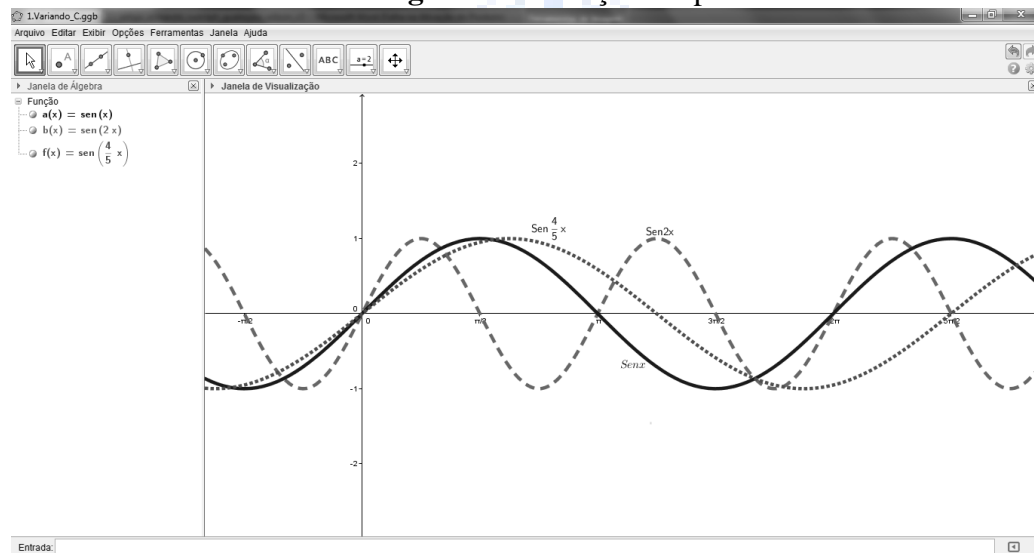
Na categoria *Translação vertical* todos os grupos acertaram parcialmente o comportamento da função seno em relação ao parâmetro A tendo vista que não associaram a variação do parâmetro ao conjunto imagem desta função. Os erros foram causados, possivelmente, pela falta de uma reflexão mais criteriosa do gráfico ou ainda pela pouca experiência em atividades desse tipo.

Na categoria *Translação horizontal* metade dos grupos tiveram a análise das respostas referentes aos registros parcialmente corretas, pois não consideraram a possibilidade de variação positiva ou negativa do parâmetro D . Fato este ocorrido também na categoria

Amplitude que se acredita ser decorrente da falta de atenção ou experiência em trabalhar com valores positivos ou negativos. O restante dos grupos apresentaram registros corretos.

Na categoria *Período* setenta e cinco por cento dos grupos apresentaram registros parcialmente corretos. Apesar desse resultado pode-se perceber que os alunos compreenderam a relação entre o parâmetro C e o período. Vale ressaltar que nessa categoria o grupo que apresentou o registro correto fez uma descrição diferenciada, pois criou um contexto que permitiu expressar com clareza a sua compreensão na linguagem matemática de modo a se aproximar do modelo matemático que é apresentado em livros didáticos, conforme registro do G1 no Quadro 4 tendo como referência a sua plotagem gráfica apresentada na Figura 3.

Figura 3 – Variação do parâmetro C



Fonte: Grupo 1

Esta pesquisa foi desenvolvida por intermédio de uma intervenção que teve o intuito de utilizar um *software* que possibilitasse auxiliar na visualização gráfica da função seno e com a variação de seus parâmetros pudesse proporcionar ao aluno a compreensão da relação entre os parâmetros e o comportamento desta função de modo a contribuir para a modificação e para a aquisição de novos conceitos.

Considerações finais

A matemática apresenta-se na formação do aluno como uma das áreas cuja operacionalização do raciocínio é realizada por um código de linguagem própria e não há necessidade, na maioria das vezes, de expressar a sua compreensão. Em função disso, os responsáveis desta pesquisa buscaram o contexto histórico, bem como a fundamentação teórica

do conceito de função seno, levando-se em consideração os aspectos definidores e característicos.

Para tanto, utilizando-se do *software Geogebra* e as etapas do ciclo de ações definido por Valente (2002) procurou-se estruturar a atividade para os alunos. A partir dos resultados apresentados por eles, optou-se por um método de análise que permitisse descrever e interpretar o conteúdo constante em cada registro. Assim, a opção metodológica que melhor atendeu a nossa proposta foi a análise de conteúdo que proporcionou criar as categorias e as unidades de registro.

A percepção dos pesquisadores em relação aos registros dos grupos selecionados evidencia, na maioria das vezes, a dificuldade de expressar por meio da língua portuguesa o desenvolvimento, a interpretação e a compreensão de atividades matemáticas.

Para finalizar, vale destacar que os registros das equipes acerca da intervenção realizada para esta pesquisa deixa explícito que o objetivo de proporcionar aos alunos a formação do conceito de função seno em relação à seus parâmetros com o auxílio do computador e do *Software Geogebra* foi alcançado pela maioria dos grupos, e que o uso dessas tecnologias contribuíram para a modificação e aquisição dos novos conhecimentos e/ou aperfeiçoamento dos seus conhecimentos prévios.

Referências

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. 2.ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

DOMINGUES, H. H. Hiparco, Ptolomeu e a Trigonometria. In: IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar: trigonometria**. v. 3. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004, p. 36-38.

_____. Viète, a Notação Literal e a Trigonometria. In: IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar: trigonometria**. v. 3. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004, p. 77-78.

_____. Euler e a Incorporação da Trigonometria à Análise. In: IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar: trigonometria**. v. 3. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004, p. 194-196.

LOMÔNACO, J. F. B. et al. Do característico ao definidor: um estudo exploratório sobre o desenvolvimento de conceitos. Estudos de Psicologia. **Revista Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Jan-abr 1996. v. 12, n.1. p. 51-60.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, mar. 1999. v. 22, n. 37, p. 7-32.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. In: **Actas Encuentro internacional sobre el aprendizaje significativo**. Burgos. Espanha, 1997. p. 17-44.

_____. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MORELATTI, M. R. M. **Criando um ambiente construcionista de aprendizagem em cálculo diferencial e integral I**. 2001. 217f. Tese (Doutorado em Educação – Currículo) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

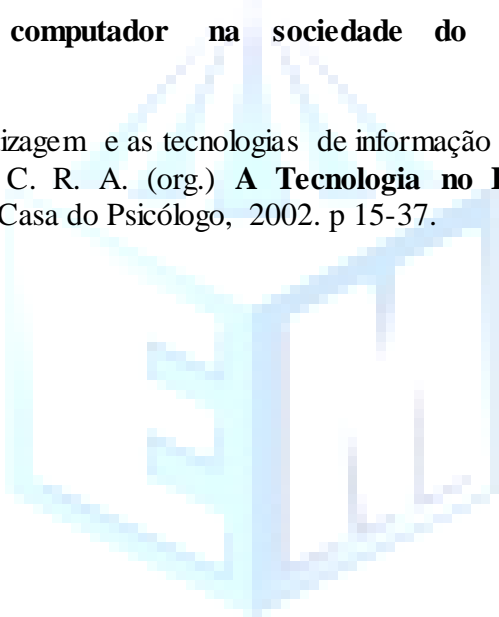
TEIXEIRA, L. R. M. A abordagem psicogenética de J.Piaget e a teoria de Ausubel: um diálogo sobre o caráter lógico do conhecimento. **Série-Estudos** – Periódico do Mestrado em Educação da UCDB. Campo Grande-MS. n. 21. p. 67-80, jan/jun. 2006.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

_____. A espiral da aprendizagem e as tecnologias de informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A. (org.) **A Tecnologia no Ensino: implicações para a aprendizagem**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002. p 15-37.

Recebido em junho de 2014

Aprovado em agosto de 2014



PERSPECTIVAS DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA