



RESENHA

A Disciplina de Análise e o Cálculo

Sílvio César Otero-Garcia ¹

SOUZA, Luciana Gastaldi Sardinha Souza. **Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que já Cursaram Uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Lidam com Alguns Conceitos Matemáticos Básicos**. 2003. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2003.

SOUZA, Luciana Gastaldi Sardinha Souza; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que Já Cursaram uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Lidam com Questões Consideradas Essenciais para um Bom Desempenho na Disciplina de Análise Real? In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003, Santos. **Anais...** . Santos: SBEM, 2003. p. 1-22.

SOUZA, Luciana Gastaldi Sardinha Souza; FATORI, Luci Harue; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática Lidam com Alguns Conceitos Básicos do Cálculo I. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 24, n. 24, p. 57-78, 2005.

A dissertação de Luciana Gastaldi Sardinha Souza² (2003), *Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática que já Cursaram uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Lidam com Alguns Conceitos Matemáticos Básicos*, verifica, por meio de dez questões, o desempenho dos alunos em conceitos do cálculo considerados pela pesquisadora como básicos para um curso de análise. A análise foi feita sob a luz dos conceitos de imagem e definição – também denominadas por outros autores de *imagem conceitual* e *definição conceitual* – de Tall (1991), Vinner (1991) e Dias (2002). Já em Souza e Buriasco³ (2003), *Como Alunos*

¹ Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP – Rio Claro, SP. E-mail: silvioce@icloud.com.

² Luciana Gastaldi Sardinha é graduada em Matemática pela UEL e mestre em Matemática pela mesma universidade. É doutora em Educação pela Universidade de São Paulo e professora adjunta da Universidade Estadual de Londrina.

³ Regina Luzia Corio de Buriasco possui graduação em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Santo André, mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista e doutorado em Educação pela mesma universidade. Atualmente é professora associada da Universidade Estadual de Londrina.

do Curso de Licenciatura em Matemática que Já Cursaram uma Vez a Disciplina de Cálculo Diferencia e Integral Lidam com Questões Consideradas Essenciais para um Bom Desempenho na Disciplina de Análise Real?, temos a mesma problemática, entretanto, são analisados nesse apenas duas dentre as dez questões que aparecem em Souza (2003).

Segundo Souza, o *conceito imagem* é toda estrutura cognitiva na mente de uma pessoa que está relacionada a um conceito dado, isso inclui as imagens mentais, propriedades associadas e processos; pode não ser totalmente coerente e conter aspectos que divirjam da definição formal. Ao ser traduzido na forma verbal, gera o *conceito definição*, que é a forma, por meio de palavras, usada por alguém para explicar o seu *conceito imagem*. Ou seja, quando um conceito é formalmente apresentado, o aluno forma um *conceito imagem*, e a partir dele, o seu *conceito definição*. A autora destaca que os professores esperam que os *conceitos imagem* formados por meio dos *conceitos definição* sejam controlados por esses; por conta disso que é nos livros de cálculo as definições precedem os problemas. Além disso, na resolução de problemas, esperam que tanto o *conceito definição* quanto o *conceito imagem* sejam utilizados; entretanto, os alunos costumam se valer apenas do *conceito imagem*, que costuma ser eficaz para resolver a maioria deles. O desafio é propor problemas que exijam do aluno o seu *conceito definição*, que é o que pode salvá-lo de certas armadilhas causadas pelo *conceito imagem*. Para Souza, um dos objetivos de uma disciplina de análise é proporcionar ao aluno a oportunidade de formar seus *conceitos definição* a partir dos *conceitos imagem* que já possui.

Uma vez que foram apresentados o *conceito definição* e o *conceito imagem*, Souza fala da sua análise das provas. Foram aplicadas dez questões a turmas do 2º, 3º e 4º anos de um curso de licenciatura em matemática. Todos já haviam cursado pelo menos uma vez o cálculo. A escolha das questões tomou como base provões e provas que a própria pesquisadora havia aplicado às suas turmas de cálculo, e a opinião de professores de análise.

Da primeira questão, Souza concluiu que a maioria dos alunos trabalha bem com os quantificadores, entretanto, um número considerável (16%) possuía um *conceito imagem* discreto para os números reais. Uma das causas disso seria o fato dos livros de cálculo não tratarem dos números reais de uma forma adequada; para Souza, os reais deveriam ser tratados como sequências já no curso de cálculo. A pesquisadora observou também um crescente percentual de acertos no sentido do segundo para o quarto ano do curso. Em Souza e Buriasco (2003) essa questão também é analisada, porém sem considerações adicionais.

Na segunda questão, avaliou-se o *conceito definição* da função logaritmo, o conhecimento de suas propriedades e das regras de resolução de inequações. A maioria dos alunos se valeu, na resolução, de noções aprendidas no ensino médio, não tendo, portanto, usado o cálculo diferencial e integral. Apesar dos dois possíveis caminhos, os acertos não chegaram a 50%, tendo havido um aumento relativo de respostas corretas do segundo ano do curso para o terceiro.

A questão número três avaliava os *conceitos definição* de conjunto imagem, função, função injetora e composição de funções, bem como o entendimento do que é hipótese e tese. Essa questão foi considerada muito difícil, pouquíssimos alunos a acertaram. Souza ressalta que tal questão exigia não só ter bem claros os conceitos que citamos, como também saber utilizá-los e manuseá-los em situações de raciocínio lógico; conclui que questões assim, ainda que sejam apresentadas, podem não ser aprendidas nos cursos de matemática.

A quarta questão pedia o cálculo de uma integral indefinida. O maior número de acertos ocorreu com os alunos do segundo ano, havendo uma queda considerável para os demais. Isso mostra que os procedimentos mecânicos são facilmente esquecidos, e que existe uma grande chance de um aluno sair do curso de matemática sem saber resolver esse tipo de integral. Já na quinta questão – de múltipla escolha, com necessidade de justificativa – o que se esperava avaliar era o *conceito definição* do Teorema do Confronto. Apenas um em cinco assinalaram a alternativa correta, sendo que menos de 8% do total apresentaram justificativas consideradas adequadas.

Derivabilidade e continuidade são os conteúdos da sexta questão. Apenas 17% dos alunos a responderam corretamente, não tendo havido diferença estatística nos três anos analisados. Nessa questão Souza destacou que alguns alunos têm como *conceito imagem* de função não derivável em um ponto o de função descontínua nesse ponto.

Na sétima questão era pedido que se obtivesse o gráfico de uma função a partir do gráfico de sua derivada. Pouco mais da metade dos alunos respondeu corretamente, donde Souza conclui que a maioria dos alunos possuía o *conceito imagem* das relações existentes entre a derivada de uma função e a própria função. Não houve aumento estatisticamente considerável no número de acertos de acordo com o ano do curso.

A oitava questão, dividida em duas partes, pedia uma demonstração simples que requeria apenas conhecimentos da regra da cadeia e outras usuais de derivação. Apesar disso, apenas 19% acertaram a esse primeiro item, e o segundo, que dependia do primeiro, foi

acertado por apenas um aluno. Para Souza, isso se deve ao fato da questão ser genérica, ou seja, de não trazer explicitamente a lei de formação das funções envolvidas. Tanto que muitos alunos tentaram resolvê-la utilizando-se de exemplos específicos.

Os *conceitos definição* de derivada e de domínio de uma função, em particular da função tangente, foram os pontos avaliados na nona questão. Apenas 7% dos alunos a responderam corretamente. Souza destaca que muitos alunos apresentaram falhas no *conceito definição* de domínio da função tangente ao colocar que a função tangente não é contínua e/ou não possui derivada em todo seu domínio.

Na décima questão é apresentada uma definição de valor médio de uma função contínua, e a partir dela pede-se para o aluno esboçar o gráfico da função seno, dizer quais são seus valores máximos e mínimos e seu valor médio. Parece-nos que o objetivo é avaliar como o aluno trabalha com definições formais, como forma um *conceito imagem* a partir delas; e no caso de já terem algum *conceito imagem* associado à definição, se fazem uso dele conjuntamente com conceito formal apresentado, ou se utilizam-se apenas de um deles. A análise presente em Souza (2003) e Souza e Buriasco (2003) nos mostra que a maioria dos alunos parece ter ignorado parcial ou completamente o conceito apresentado, talvez por não conseguirem formar um *conceito imagem* dele, ou, simplesmente, por não terem lido a questão atentamente. Para solucioná-la, valeram-se de conceitos que, por algum motivo, remetiam a ideia de valor médio como média, ou então utilizaram apenas parte do conceito apresentado. Houve um decréscimo no número de acertos do segundo para o terceiro e desse para o quarto ano. Souza ressalta, assim, que os conteúdos dessa questão são outros que têm grande chance de não serem incorporados ao conhecimento final do aluno do curso de matemática.

De um modo geral, 70% das questões foram consideradas difíceis ou muito difíceis, ou seja, tiveram menos de 35% de acertos. Nenhuma questão teve mais de 85% de acertos e apenas uma superou os 65%. Além disso, mesmo as questões que Souza chama de rotineiras (aquelas que normalmente estão presentes nos livros de matemática) tiveram percentuais de acerto baixos. Foram consideradas difíceis ou muito difíceis, metade das questões rotineiras e 90% das não rotineiras.

Podemos sintetizar as conclusões de Souza (2003) e Souza e Buriasco (2003) nos seguintes pontos: os alunos: a) possuem grandes dificuldades em interpretação, e, por isso, deveria haver uma disciplina dessa natureza nos cursos de licenciatura; b) apresentam

dificuldade em demonstrar resultados mais gerais, questões que pediam esse tipo de demonstração foram deixadas maciçamente em branco; c) para cursarem análise é necessário que utilizem tanto seus *conceitos imagem* quanto seus *conceitos definição*, é essencial também que tenham bem claros os *conceitos definição* de função, de derivada e de integral; d) tirariam maior proveito do curso de análise se o professor puder conhecer seus *conceitos imagem*, ainda que essa tarefa seja difícil. Souza propõe ainda que a disciplina de análise seja conduzida por meio da investigação matemática, pois esse tipo de abordagem promoveria uma dinâmica de aula mais ativa e envolvente, permitindo o uso da indução e da analogia como ferramentas para a formação e aquisição de *conceitos imagem* e *conceitos definição* esperados; gerando assim um aprendizado mais eficaz.

Assim como nos outros trabalhos, uma apresentação do que seja *conceito imagem* e *conceito definição*, bem como uma análise de questões que avaliam conceitos considerados fundamentais para uma disciplina de análise, são os pontos tratados em Souza, Fatori⁴ e Buriasco (2005), *Como Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática Lidam com Alguns Conceitos Básicos do Cálculo I*. São utilizadas como exemplo as questões 1, 3, 6 e 10 de Souza (2003). As conclusões, em síntese, não trazem novidades em relação aos resultados que já descrevemos de Souza (2003) e Souza e Buriasco (2003).

Referências

DIAS, Marisa da Silva. **Reta Real: conceito imagem e conceito definição**. 2002. 107f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

TALL, David. The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, David (Ed). **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. p. 3-21.

VINNER, Shlomo. The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In: TALL, David. **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. p. 65-81.

Submetido em agosto de 2013

Aprovado em janeiro de 2014

⁴ Luci Harue Fatori possui bacharelado em matemática pela Universidade Estadual de Londrina, mestrado em Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada e doutorado em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Atualmente é professora associada da Universidade Estadual de Londrina.