REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

Volume 11, número 25 – 2018

ISSN 2359-2842

Aprendizagem de Conceitos Matemáticos: tradução de códigos e aplicação de regras

Learning Mathematical Concepts: code translation and ruling application

Marisa Rosâni Abreu da Silveira[1]

RESUMO

O texto matemático pode ser escrito em linguagem natural e/ou linguagem matemática. A primeira é polissêmica, a segunda é codificada e pretende ter um sentido único. A linguagem matemática não possui oralidade e utiliza a linguagem natural para ser lida. Esse tipo de texto é governado por regras matemáticas e regras gramaticais que subtendem conceitos matemáticos, pois a matemática é um jogo de signos segundo regras relacionadas com a formação de conceitos. Aplicar uma regra de decodificação é traduzir o texto que está codificado para descobrir uma determinação conceitual e transforma-lo em palavras com sentido. Um dos problemas de aprendizagem na matemática é a interpretação de seus enunciados e assim, nos propomos analisar a tradução de códigos matemáticos por palavras da linguagem natural que mudam de sentido conforme o contexto em que são empregadas. Nosso referencial teórico está pautado na filosofia da linguagem de Wittgenstein, bem como em algumas pesquisas de educadores que trabalham nesta perspectiva.

PALAVRAS-CHAVE: Textos matemáticos. Tradução. Regras matemáticas. Filosofia da linguagem.

ABSTRACT

Mathematical text can be written in natural language and / or mathematical language. The first is polysemic, the second is coded and intended to have a unique meaning. This type of text is governed by mathematical rules and grammatical rules that subtend mathematical concepts, since mathematics is a game of signs according to rules related to a formation of concepts. Applying a description of the decoding and translation of the text that is encoded to discover a conceptual determination is to transform it into meaningful words. One of the problems of learning in mathematics is the interpretation of its statements that involves these two languages and thus we propose to analyze the translation of mathematical codes by natural language words that change their meaning according to the context in which they are used . Our theoretical framework is based on the philosophy of language of Wittgenstein, as well as on some researches of educators working in the same perspective.

KEYWORDS: Mathematical texts. Translation. Mathematical rules. Philosophy of language.

[1] Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA), Pará, Brasil. E-mail: marisabreu@ufpa.br

Introdução

Este texto tem o objetivo de discutir a compreensão do aluno quando trabalha com textos matemáticos em situação de aprendizagem. O referencial teórico adotado é a filosofia da linguagem de Wittgenstein, bem como algumas pesquisas de educadores que trabalham na perspectiva de buscar a linguagem como fonte de informações de análise para compreender os problemas de aprendizagem do aluno quando estuda matemática. Para Wittgenstein (1987), a matemática faz parte do aparelho da linguagem e sua aplicação faz dela uma linguagem propriamente dita, é nos diferentes usos que ela assume a função de descrever seus objetos. Os diferentes contextos em que um conceito matemático pode ser empregado podem determinar diferentes significados, pois são governados por diferentes gramáticas. Nesse sentido, a aritmética é a gramática dos números[2]. Esta gramática é constituída pelo conjunto de regras que governam a aritmética, regras que não podem ser modificadas porque elas são instituídas em formas de vida ao ser consideradas como normas. Um cálculo aritmético feito pelo aluno deve obter o resultado que já está previsto pelo professor, ou seja, o resultado está determinado pelo próprio jogo de linguagem da Aritmética que é praticado pelo professor de Matemática.

2 + 3 deve ser igual a 5 porque existe uma regularidade na forma de fazer este cálculo, uma regularidade de juízos, não de opiniões. Wittgenstein se preocupa com a linguagem e com as regras de sua gramática, o filósofo austríaco não quis tratar de processos mentais. Ele diz saber de sua existência, mas não quis se preocupar com eles. Sabedores desta filosofia, nos engajamos à sua filosofia para tratar dos problemas da educação matemática via processos linguísticos.

Para atingirmos nosso objetivo, em primeiro lugar analisamos as características da linguagem matemática e da linguagem natural, assim como a tradução da primeira para a segunda. Essas linguagens configuram os textos matemáticos que são regidos por regras matemáticas e regras gramaticais. A primeira é codificada por meio de símbolos matemáticos

[2] Para Wittgenstein (2005, p. 102), "a aritmética não fala sobre números, mas trabalha com números". O que podemos destacar, neste sentido, é uma concepção wittgensteiniana em que a aritmética pode ser vista como uma de prática, isto é, como um saber /fazer no qual os números só podem ser distinguidos pelas regras aritméticas que permitem com que quem prática este jogo de linguagem efetivamente consiga o proposito que tem por objetivo seguir as regras da gramatica do jogo de linguagem da aritmética.

que precisam ser interpretados, bem como pretende ter um único sentido para não haver ambiguidades e a segunda é polissêmica já que muda de sentido conforme o contexto em que está sendo empregada. Em segundo lugar, buscamos compreender como as regras matemáticas devem ser seguidas, bem como o que caracteriza os seus usos em diferentes contextos de aplicação. E finalmente buscamos algumas pesquisas no âmbito da educação matemática para ilustrar nosso estudo.

Tradução da Linguagem Matemática para a Linguagem Natural

A linguagem matemática não possui oralidade e utiliza a linguagem natural para que o texto possa ser lido, ou seja, o texto escrito em linguagem matemática precisa ser traduzido para a linguagem natural, porém ele possui um resíduo que fica subentendido no processo de tradução. Tal resíduo precisa ser interpretado para que o texto tenha sentido. O resíduo é aquilo que foi extinto pelo processo de formalização da linguagem natural, tal como afirmar que $x \in N / x \geq 2$ subentende que x = 2, 3, 4, ...

Os textos matemáticos são governados por regras matemáticas e estão envolvidos por uma rede de conceitos, assim a matemática é um jogo de signos segundo regras relacionadas com a formação de conceitos. Aplicar uma regra de decodificação é traduzir o texto que está codificado.

> Apresentam-me uma sentença em um código desconhecido, juntamente com a chave para decifrá-lo. Então, em certo sentido, tudo o que é exigido para o entendimento da sentença me foi dado. E, contudo, se me perguntassem se entendi a sentença, eu deveria responder “Tenho de decodificá-la primeiro” e, apenas quando a tivesse decodificada diante de mim, como uma sentença em inglês, eu diria “agora a entendo”. Se agora levantarmos a questão “Em que momento da tradução para o inglês começa o entendimento?”, obteremos um vislumbre da natureza do que é chamado “entendimento” (WITTGENSTEIN, 2010, p. 30).

Decodificar é descobrir uma determinação conceitual, é transformar o texto codificado em palavras com sentido, de certa forma é traduzir de uma língua para outra. Esta tradução é um jogo de linguagem que podemos encontrar usos equivalentes com palavras da linguagem natural, porém essas palavras podem ter mais de um sentido, já que nossa linguagem é polissêmica e muda conforme o contexto em que as palavras são empregadas.

Jogo de linguagem é um dos principais conceitos das *Investigações filosóficas*, da filosofia do segundo Wittgenstein, já o primeiro Wittgenstein é aquele do *Tractatus Logico-*

Philosophicus que concebia a linguagem em sua forma lógica. *Jogo de linguagem* é a analogia entre jogo e linguagem, palavras com sentido que possuem uma forma de vida ao serem pronunciadas. Os participantes do jogo se compreendem mutuamente, tal como quando um pedreiro ao dizer “lajota!”, prontamente seu colega lhe entrega uma lajota, ou quando o professor diz um triângulo retângulo, seu aluno desenha um triângulo com um ângulo de noventa graus.

O entendimento é necessário para que haja aprendizagem. Uma proposição matemática apresentada em códigos matemáticos precisa ser decodificada, tal como quando nos deparamos com uma frase em língua estrangeira. Não basta apenas substituir os códigos por palavras, é necessário dar sentido ao texto conforme o contexto matemático de sua aplicação. A expressão $x \in N / x \geq 2$ corresponde a diversas constatações subentendidas, a saber, x pertence ao conjunto dos números naturais, x é maior que dois incluindo 2, x pode ser um número que pertence ao conjunto dos números inteiros, assim como pertencer ao conjunto dos números imaginários, etc.

> Traduzir de uma língua para outra é uma tarefa matemática, e traduzir p. ex. um poema lírico para uma língua estrangeira é muito análogo a um problema matemático. Pois pode-se certamente colocar o problema “Como deve ser (p. ex.) traduzida” – i.e. substituída – “essa piada por uma piada na outra língua?”; e o problema pode também estar resolvido; mas um método, um sistema para sua resolução, não houve (WITTGENSTEIN, 1989, § 698).

Traduzir de uma língua para outra é uma tarefa matemática porque como vimos é necessário traduzir o texto codificado para a linguagem natural para que o texto tenha sentido. Não existe um único método de tradução, pois todo o jogo de linguagem depende do contexto em que está sendo empregado, bem como das qualidades dos participantes do jogo. Neste sentido, o ensino e a aprendizagem da matemática constitui-se em jogos de linguagem entre professor e alunos quando buscam um mesmo universo discursivo com palavras que tenham sentido como uma forma de vida.

O uso de seus signos constitui a matemática como uma linguagem. “Tratam as matemáticas acerca dos signos no papel? Esses signos são seus objetos tanto como as figuras de madeira são o objeto do xadrez” (WITTGENSTEIN, 2014, p. 496). A linguagem da matemática não é a própria matemática, pois se faz matemática no uso dos signos. A matemática é uma atividade humana. Proposições matemáticas são regras gramaticais, tais como 2 + 2 = 4. As proposições matemáticas apontam para uma necessidade objetiva, enquanto que as proposições empíricas são atendidas por acordos entre os homens. A proposição empírica duas maçãs mais duas maçãs pode ser quatro maçãs mesmo que falte um pedaço em uma das maçãs, já a proposição matemática 2 + 2 deve ser igual a 4 porque é uma proposição normativa. Uma proposição empírica e uma proposição normativa seguem diferentes gramáticas.

> A gramática não diz como a linguagem tem que ser construída para cumprir com sua finalidade, para agir desta ou daquela maneira sobre as pessoas. Ela apenas descreve o emprego dos signos, mas de maneira alguma os elucida (WITTGENSTEIN, 1996, § 496).

A gramática é a composição de regras que descreve o emprego, o uso dos signos de nossa linguagem que tem a função de comunicação. “A comunicação oral deixa na memória uma impressão muito mais frágil que a visualização da palavra” (WITTGENSTEIN, 1986, p. 237). É por isso que precisamos escrever no quadro quando estamos ensinando, dizemos o triângulo é um polígono de três lados e ao mesmo tempo desenhamos o triângulo no quadro. E aí reside também a importância do gesto ostensivo, tal como discutido por Oliveira e Silveira (2016), pesquisa com o objetivo de tratar da utilização de gestos ostensivos como auxiliares do professor no processo de mostrar provas matemáticas aos seus alunos. De acordo com Wittgenstein, a comunicação é mais eficaz por meio da expressão escrita que pode ser salientada por meio do gesto ostensivo, como também é mais fácil de memorizar. Neste sentido, o aluno literalmente cego ou o aluno cego para alguns aspectos fica prejudicado e aí sim, é mais eficaz a comunicação oral.

> A gramática de uma língua não é registrada e não passa a existir até que a língua já tenha sido falada por seres humanos por um *longo* tempo. Similarmente, os jogos primitivos são jogados sem que suas regras sejam codificadas e até mesmo sem a formulação de uma única regra (WITTGENSTEIN, 2010, p .44).

Quando uma criança aprende a falar, ela utiliza jogos primitivos, após ela aprender a falar começa a compreender a gramática e assim aprende o uso das palavras em diferentes contextos, da mesma forma que aprende na escola novas palavras e novos conceitos. Para esta aprendizagem é necessária a prática do uso das palavras que governam estes conceitos. É no uso da palavra que o aprendiz aprende o seu significado, no uso de regras da gramática que subentendem os conceitos.

A objetividade da matemática pressupõe um conjunto de conceitos que possui uma organização interna, tal como o conjunto dos números naturais que está contido no conjunto dos números inteiros e por sua vez, o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais e assim por diante. De certa forma, nós criamos a objetividade por meio da linguagem, objetividade que faz parte do automovimento da matemática – movimento intra-teórico da matemática.

Seguir Regras Matemáticas

Para Wittgenstein, nós não interpretamos regras, nós as seguimos sem refletir e com o passar do tempo as seguimos cegamente. A prática de seguimento de regras gramaticais, por exemplo, nos mostra que aplicamos verbos no passado, presente e futuro sem pensar que estamos aplicando regras, simplesmente utilizamos o verbo adequado sem refletir sobre o tempo verbal. Quando usamos uma palavra que não faz parte de nosso repertório, temos o hábito de a usarmos com certa desconfiança se seu emprego está correto, com o passar do tempo, tal palavra se incorpora em nosso vocabulário e passamos a utiliza-la mecanicamente.

Ao passo que quando interpretamos uma palavra num determinado contexto fazemos hipóteses que podem se revelar falsas ou verdadeiras. Segundo Benoist (2011), seguir uma regra é um livre jogo da imaginação. Quando estamos aprendendo uma nova regra matemática, por exemplo o conceito de raiz quadrada, aplicamos a regra e vamos elaborando transformações tal que:

$\sqrt{1000}$ pode ser representado por $\sqrt{10^3} = \sqrt{10^2.10} = \sqrt{10^2}.\sqrt{10} = 10\sqrt{10}$ e quando nos deparamos com $\sqrt{a^7}$ procedemos da mesma maneira de calcular $\sqrt{a^7} = \sqrt{a^2.a^2.a^2a} = \sqrt{a^2}.\sqrt{a^2}.\sqrt{a^2}\sqrt{a} = a.a.a.\sqrt{a} = a^3\sqrt{a}$. Assim, tentamos utiliza-la em diferentes contextos até que a regra aos poucos vai tornando-se clara.

> Pode dizer-se que faz matemática aquele que aplica uma regra de decodificação? E, no entanto, suas transformações podem interpretar-se assim. Pois poderia dizer, certamente, que calcula que há de resultar da decodificação do signo... de acordo com tal e tal chave. E a proposição: os signos..., decodificados de acordo com esta regra, dão por resultado..., é uma proposição matemática (WITTGENSTEIN, 1987, p. 218).

Uma regra de decodificação é similar a uma regra de tradução. “Encontrar o produto lógico oculto é uma tarefa matemática” (WITTGENSTEIN, 2014, p. 129), tal como encontrar o produto lógico da operação 753:3. O professor não pode antecipar todos os casos de aplicação de uma regra, como também não pode antecipar os casos em que não se aplicam tal regra. O professor explica uma regra, mas o aluno pode aplica-la de modo errado devido a incompreensão do sentido das palavras pronunciadas pelo professor.

> Fazemos agora com que o aluno continue uma séríe (p. ex., "+ 2") acima do nº 1000,- ele *escreve:* 1000, 1004, 1008, 1012. Dizemos-lhe: "Veja o que *você* está fazendo!" Ele não nos compreende. Nós lhe dizemos: "Você *deve* adicionar *dois; veja* como começou a série!"-Ele responde: "Sim! Não está correto? Eu pensei que *devia* fazer assim"- Ou suponha que ele dissesse, apontando para a série: "Eu continuei de fato da mesma maneira!" - Não adiantaria nada dizer "Mas *você* não *vê ...?*"*-e* repetir-lhe as explicações e os exemplos anteriores. -Em tal caso, poderíamos dizer *talvez:* Este homem, por natureza, compreende aquela ordem baseado na nossa explicação, tal como nós compreendemos a ordem: "Some sempre 2 até 1000, 4 até 2000, 6 até 3000 etc. (WITTGENSTEIN, 1996, § 185).

O desenvolvimento de série pelo aluno mostra que ele entendeu que o professor tenha dito "acrescente 4 a mil, depois 8, depois 12, etc". Aprendemos o significado de uma palavra no seu uso da mesma forma que aprendemos aplicar a linguagem no cálculo de uma multiplicação. O uso efetivo de uma palavra depende do contexto em que ela está sendo aplicada. A letra 'b' é a sucessora de 'a' considerando nosso alfabeto, já no conjunto das vogais seria 'e'. No meio político dizemos que o presidente Trump é o sucessor de Obama. O sucessor de 'x' no universo da matemática é 'x+1' e assim podemos fazer muitos outros usos da palavra 'sucessor', porém não temos como regular seu uso. A codificação de um de seus usos característicos tais como na linguagem matemática é mostrado na escola, mas não impede que o aluno confunda com outros usos que não pertencem à matemática.

> Pois não existem todas estas manifestações – de dor, de desejo, de intenção, de recordação, etc.- antes de que houvesse uma linguagem?" Qual é a *manifestação* da dor? - "Que é uma mesa?" – "Bom, *isso*, por exemplo." E isto é, por suposto, uma explicação, pois o que ensina é a técnica para usar a palavra "mesa". E agora a pergunta é: que explicação lhe corresponde [a técnica] no caso de uma 'manifestação' da vida mental? (WITTGENSTEIN, 2006, § 165).

Como já foi dito Wittgenstein não se preocupa com os processos mentais. Quando estamos interessados em compreender o que os alunos pensam precisamos escutar o que eles dizem por meio de palavras, de gestos ou ver o que eles escrevem enquanto fazem exercícios matemáticos. Eles aprendem a descrever o que é visto utilizando palavras e assim vão se apropriando de diferentes jogos de linguagem nas aulas de matemática.

> Fazer cálculos de cabeça talvez seja o único caso em que na vida cotidiana se faz um uso regular da imaginação. É por esta razão que resulta particularmente interessante.
> "Mas *sei* que ocorreu algo em mim!" O quê? Não foi feito contas na cabeça? – Assim, apesar de tudo fazer contas na cabeça *é* algo específico.
> Em primeiro lugar, considera isto: Como se usa, em geral, a descrição "Está fazendo contas de cabeça", "Estou fazendo contas de cabeça"? A dificuldade com que se topa aqui é a vagueza nos critérios para a existência do processo mental. Poderia ser eliminada essa vagueza? (WITTGENSTEIN, 2006, § 649).

Fazer cálculos de cabeça é similar a fazer cálculos no papel. As regras utilizadas para os dois tipos de cálculos são as mesmas. As técnicas desenvolvidas servem para ambos casos. A diferença dos cálculos produzidos no ofício de construção de imóveis e os cálculos realizados em atividades escolares está na objetivação de sua escrita. Feirantes, por exemplo, têm dificuldades de fazer cálculos escritos porque não dominam as técnicas de desenvolvimento da escrita matemática (SILVEIRA, SILVA, 2016).

Pesquisas Educacionais com ênfase na Linguagem

Atualmente as pesquisas educacionais seguem, em geral, o referencial teórico da linha cognitiva quando buscam compreender como o aluno constrói conhecimentos via processos mentais. Neste texto tratamos de pesquisas que se apoiam nos estudos da linguagem, mais especificamente na filosofia da linguagem do segundo Wittgenstein e seus comentadores, bem como em educadores matemáticos com este perfil de pesquisa. Neste momento trazemos algumas dessas pesquisas para ilustrar a utilização dos conceitos da filosofia do segundo Wittgenstein na educação. Para tanto, trazemos a problemática do seguimento de regras na aprendizagem, de jogos de linguagem na educação, bem como a interpretação das diferentes linguagens em sala de aula pelo aluno.

Em sua pesquisa Oliveira (2012) constatou que alunos de uma escola técnica não tiveram problemas de aprendizagem com a linguagem da geometria espacial pelo fato de terem em seu currículo a disciplina de desenho técnico e assim terem o conhecimento das técnicas de desenho de sólidos geométricos, já estudantes de escolas de cursos não técnicos tiveram muita dificuldade de aprendizagem. O autor em suas análises utilizou um dos conceitos de Wittgenstein, a saber, *ver* e *ver como*. Ver para Wittgenstein é uma forma de interpretar. *Ver* a apótema de uma pirâmide *como* a hipotenusa formada pelo triângulo com catetos iguais a altura e apótema da base e o apótema da pirâmide. Esta forma de ver exige o conhecimento de técnicas para ver o sólido e desenhá-lo no plano do papel de forma que também consiga destacar aspectos relacionados com conceitos matemáticos que envolve a figura. *Ver* 8 *como* 2^3 é interpretar um número de acordo com a regra da potenciação. As transformações são muito recorrentes na aprendizagem da matemática e assim temos que treinar o olhar para ver um número ou um segmento como parte integrante de outra configuração que podemos perceber a partir desses elementos.

De forma similar Souza e Silveira (2015) mostram que as técnicas desenvolvidas por um engenheiro e um mestre de ofício são semelhantes, porém o engenheiro consegue sistematizar seus conhecimentos por meio de um documento escrito. A pesquisa teve como objetivo investigar a relação entre linguagem e os saberes de física do mestre de ofício na construção de canoas, bem como investigar como os construtores de canoas expressam seus saberes sobre o conceito de flutuabilidade. Ao relacionarem esses saberes aos saberes científicos, os pesquisadores evidenciam que o mestre de ofício usa em sua prática os mesmos princípios físicos sobre densidade e empuxo que usaria um engenheiro ou professor para falar sobre flutuabilidade, porém com um outro vocabulário. Os saberes do mestre de ofício aparecerem subentendidos nos jogos de linguagem estabelecidos com um dos pesquisadores. Esta pesquisa denota os diferentes jogos de linguagem em que palavras do universo da física podem ter *semelhanças de família* com a física estudada na escola. *Semelhanças de família* para Wittgenstein (1996) mostra o parentesco que existem nas palavras pronunciadas por diferentes comunidades de linguagem.

Savietto (2013) afirma que uma das dificuldades dos estudantes relacionadas a compreender conceitos físicos e interpretar o mundo do ponto de vista da Física, está no fato desta utilizar a linguagem matemática. Assim, o ensino da Física, muitas vezes, se resume ao ensino da própria linguagem matemática. Nesta pesquisa, o autor destaca que a noção de *jogos de linguagem*, com suas regras próprias e *semelhanças de família*, colaboram para o entendimento da significação do uso que se faz da linguagem matemática. Para tanto, analisou as aulas de um professor que foi caracterizado por dar aulas de forma diferenciada. Os episódios analisados evidenciaram *jogos de linguagem* estabelecidos pelo professor e seus alunos.

Quanto ao conceito de *seguir regras* wittgensteiniano encontramos a pesquisa de Silva (2011) que investigou o aprendizado de regras matemáticas no contexto da sala de aula, com o objetivo de analisar as dificuldades de ordem linguística, no uso do conceito/algoritmo da divisão em uma turma da quarta série do ensino fundamental. O autor afirma que “as aulas ministradas pela professora da turma foram observadas e, posteriormente, foi solicitado aos alunos que resolvessem problemas de divisão verbais e não-verbais, seguido de uma breve entrevista” com a perspectiva de analisar como os alunos resolvem problemas envolvendo a divisão. Em suas análises destacou algumas dificuldades dos alunos, percebidas nas observações das aulas e em seus registros escritos e/ou orais que apontam para a invenção de regras matemáticas em suas estratégias de resolução, como também aqueles que confundem os contextos de aplicação do algoritmo de divisão.

Barata (2017) mostra em sua pesquisa não só a dificuldade dos alunos em lidarem com expressões algébricas, como também em seguirem as regras de desenvolvimento de produtos notáveis. Os alunos não compreendem os significados das letras das expressões algébricas, pois a álgebra lhes parece uma língua estrangeira. Os produtos notáveis podem ter sentido quando percebem geometricamente a construção dos quadrados do primeiro e segundo termo somados ao duplo produto do primeiro pelo segundo, mas com o passar do tempo a representação geométrica é aparentemente esquecida, talvez por não fazer mais sentido, e aí $(a+b)^2$, por exemplo, passa a ser calculado como a^2+b^2.

Essas cinco pesquisas apontam para a importância de os alunos desenvolverem capacidades, tais como compreender enunciados e seguir regras corretamente. A aplicação de regras matemáticas está atrelada ao uso sistemático, ao treino do uso de determinadas regras em diferentes contextos de aplicação e são fatores associados à interpretação de textos matemáticos. Não aprendemos uma regra usando-a uma só vez, é preciso a prática para que ela se torne clara. Exercícios na sala de aula e fora dela são necessários para que o aluno aprenda o sentido das regras ensinadas pelo professor. Esses exercícios precisam ser corrigidos para que o aluno saiba onde errou e o que errou. Sabemos que aprendemos com nossos erros e na educação matemática não é diferente. Erramos uma vez, duas vezes, etc, mas ao percebermos o erro é possível que possamos retomar o sentido adequado de um determinado conceito.

Considerações Finais

As pesquisas educacionais pautadas no uso da linguagem natural e matemática pretendem apontar os problemas que os estudantes encontram em lidar com textos matemáticos. Partimos do pressuposto que não temos acesso ao pensamento do aluno, e assim, nos resta analisar suas verbalizações, seus gestos e suas escritas. Para tanto, é recomendável que o professor forneça a oportunidade do aluno se expressar, de explicar como compreendeu as palavras do professor, pois pela linguagem podemos nos expressar mais facilmente, bem como retomar a palavra quando percebemos que nossa exposição não foi adequada. Assim, o professor pode compreender as dúvidas dos alunos, as confusões na interpretação de suas palavras utilizadas no momento de ensino.

Sabemos que muitos conflitos na comunicação das pessoas são originários do tipo de interpretação das palavras pronunciadas num debate, aquele que escuta interpreta a fala durante a arguição daquele que expõe argumentos para justificar sua posição. Num debate, nos perguntamos dos motivos pelos quais nosso adversário pronunciou determinadas palavras. O debate continua na tentativa de esclarecermos o uso de algumas palavras, isso é uma prova que nosso discurso pode ser mal interpretado. Da mesma forma na sala de aula, não estamos isentos aos efeitos da polissemia de nossa linguagem natural e nada melhor que um bom diálogo para que sejam dissolvidos tais conflitos.

Vimos que a linguagem matemática precisa ser traduzida para a linguagem natural, mas elas possuem diferentes gramáticas que também devem ser compreendidas. As pesquisas educacionais aqui apontadas mostram algumas dificuldades dos estudantes quando estão aprendendo algumas regras da gramática da linguagem matemática. O seguimento de regras é inevitável na educação matemática porque precisamos de regras inclusive para vivermos em sociedade e para nos comunicar. Regras sociais e regras gramaticais são necessárias para organizar nossa sociedade e nosso discurso. As regras matemáticas sistematizadas durante a história da humanidade fazem parte de uma herança cultural que os estudantes de nossas escolas precisam tomar conhecimento, elas não podem ser sonegadas e muito menos restringir-se a uma elite intelectual. Assim, temos um desafio pela frente, ensinar nossos alunos esse conhecimento acumulado da melhor maneira possível. Nós escolhemos a atividade de ensino via linguagem, ou seja, por meio de *jogos de linguagem* com uma escuta apurada do professor às palavras pronunciadas pelos alunos.

É no uso de uma palavra que encontramos o seu significado, da mesma forma podemos afirmar que é no uso de uma regra que compreendemos o seu sentido. Quando muda o contexto, muda o sentido da palavra e é por isso que precisamos exercitar o uso da palavra em diferentes contextos para ampliar nosso vocabulário. Nesse sentido, o aluno não pode ficar calado apenas escutando o professor, é preciso que ele exercite formas de expor aquilo que compreendeu, de argumentar seu ponto de vista, de sugerir ao professor que explique um conceito com outras palavras apontando àquelas que não compreendeu. O *jogo de linguagem* entre professor e aluno se estabelece quando as palavras pronunciadas por ambos têm uma forma de vida.

Referências

BARATA, R. C. **A compreensão de expressões algébricas na filosofia da linguagem de Wittgenstein**. Belém: UFPA. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), 2017.

BENOIST, J. Les limites de l'interprétation. En Wittgenstein et les questions du sens. n. 20, 2ª. Série, pp. 147-162, Paris: **L'art du compreendre**, 2011.

OLIVEIRA, R. R. N. **"Ver como":** uma vivência do olhar para a aprendizagem de geometria. Belém, UFPA, (Dissertação de Mestrado), 2012.

OLIVEIRA, M. S. y Silveira, M. R. A. Falar e mostrar para provar: uma contribuição teórica sobre a utilização dos gestos ostensivos wittgensteinianos como auxiliares na prova matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 9, n. 2, 2016.

SAVIETTO, N. **Jogos de linguagem e significação em aulas de Física no ensino médio**. Florianópolis, UFSC, (Dissertação de Mestrado), 2013.

SILVA, Paulo Vilhena da. **O aprendizado de regras matemáticas:** uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão. Belém: UFPA. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), 2011.

SILVEIRA, M. R. A.; SILVA, P. V. O cálculo e a escrita matemática na perspectiva da filosofia da linguagem: domínio de técnicas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.18, n.1, 469-483, 2016.

SOUZA, E. S. R.; SILVEIRA, M. R. A. Etnofísica e linguagem. **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 12, n. 23, 103-117, 2015.

WITTGENSTEIN, L. **Escrito a máquina [The Big Typescript]**. Madrid: Editorial Trotta, 2014.

WITTGENSTEIN, L. **Fichas (Zettel)**. Lisboa: Edições 70, 1989.

WITTGENSTEIN, L. **Gramática Filosófica**. São Paulo: Edições Loyola, 2010.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Rio de Janeiro: Coleção Pensamento Humano, 1996.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observações Filosóficas**. Tradução de Adail sobral e Maria Stela Gonçalves São Paulo: Loyola, 2005.

WITTGENSTEIN, L. **Observaciones sobre la filosofía de la psicología**. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, v. 1., 2006.

WITTGENSTEIN, L. (1987). **Observaciones sobre los fundamentos de la matemática**. Madrid: Alianza Editorial.

WITTGENSTEIN, L. Vocabulaire à l'usage des écoles primaires. (Tradução de Jean-Pierre Cometti. In.: Ludwig Wittgenstein. Marseille: SUD. **Revue Litteraire Bimestrielle**, 1986.

Submetido em novembro de 2017

Aprovado em julho de 2018