



**Resolução de Problemas Matemáticos: metanálise de dissertações
sobre as dificuldades de alunos de 6º e 8º anos do ensino
fundamental**

**Mathematical Problem Solving: meta-analysis of dissertations on the
difficulties of students from 6th and 8th years of elementary school**

Amanda Stefani¹

Wilian Barbosa Travassos²

Marcelo Carlos de Proença³

RESUMO

O presente artigo teve como objetivo analisar as dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas matemáticos, apresentadas em dissertações e teses. Realizamos uma pesquisa bibliográfica, obtendo três dissertações de mestrado acadêmico, referentes à investigação sobre alunos de sexto e oitavo anos do ensino fundamental, as quais foram analisadas por meio de uma metanálise qualitativa. Os resultados mostraram que a maior dificuldade dos alunos nos temas sobre dificuldades na resolução de problemas aritméticos, algébricos e geométricos decorreu da má interpretação/compreensão do problema, relacionada à etapa de representação do problema. Desse modo, o estudo realizado mostrou que há carência de pesquisas envolvendo investigação científica sobre as dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas, sobretudo, referente aos conteúdos de geometria.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de Problemas. Ensino Fundamental. Dificuldades. Metanálise.

ABSTRACT

This article aims to analyze the difficulties students of the final years of elementary school in solving mathematical problems presented in dissertations and theses. We carried out a bibliographical research, obtaining three dissertations of academic masters, referring to the investigation about students of sixth and eighth years of elementary school, which were analyzed through a qualitative meta-analysis. The results showed that the students' greatest difficulty in solving problems in arithmetic, algebraic and geometric problems arose from the misinterpretation/comprehension of the problem, related to the stage of problem representation. Thus, the

¹ Mestranda em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá. E-mail: Amandastefani_tuneiras@hotmail.com

² Doutorando em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá. E-mail: wiliantravassos@hotmail.com

³ Doutor em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor adjunto do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. E-mail: mcproenca@uem.br

study showed that there is a lack of research involving scientific research on the difficulties of students in the final years of elementary school in solving problems, especially regarding geometry contents.

KEYWORDS: Problem Solving. Elementary School. Difficulties. Meta-analysis.

Introdução

A presente pesquisa é oriunda dos estudos e discussões realizadas no Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - GEPEM da Universidade Estadual de Maringá. Considerando que nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) dos anos finais do ensino fundamental já se indicava um trabalho em sala de aula para levar os alunos a aprenderem a resolver problemas e que na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) incentiva-se favorecer a construção de habilidades dos alunos para resolver problemas, um dos focos do referido grupo de pesquisa é sobre as dificuldades apresentadas por estudantes desse nível de ensino na resolução de problemas matemáticos.

Neste artigo, trazemos nossa contribuição a respeito de um mapeamento de pesquisas sobre esse tema. O objetivo foi analisar as dificuldades de alunos dos anos finais (6º ao 9º) do ensino fundamental na resolução de problemas matemáticos. Entendemos ser importante essa investigação porque possibilita apresentar uma visão geral das dificuldades dos alunos e revelar a frequência de estudos nessa temática.

Exercício e problema: distinção e caracterização

Nas pesquisas é muito comum encontrar diferentes tipos de nomenclaturas para designar uma atividade, como por exemplo: questões, atividades, exercícios, problemas, problemas contextualizados, situações-problema, entre outros. Deste modo, nos pautamos em Echeverría (1998) e Echeverría e Pozo (1998) para designar as atividades em matemática que podem se constituir como um problema ou apenas como um exercício, para assim dar prosseguimento a resolução de problemas.

Consideramos aqui como *exercícios* aqueles que podem ser representados estritamente por números, sinais e símbolos matemáticos, como expressões algébricas, aritméticas entre outras formas semelhantes de representação, podendo virem a ser enunciados perante uma língua escrita, mas que utilizam-se de técnicas e procedimentos algoritmos para resolvê-los, ou seja, sem um contexto ou situação que exija um processo de compreensão/interpretação mais complexo, exigindo critérios e condições para suas resoluções.

Deste modo, Echeverría (1998) distingue os exercícios em dois tipos. O primeiro está relacionado ao aprimoramento de uma técnica já ensinada pelo professor.

O objetivo desse tipo de exercícios é a consolidação e a automatização da técnica. As tarefas que fazem parte dos cadernos de cálculo, “o cálculo mental”, a repetição da tabuada ou a solução contínua de equações de segundo grau são exemplos desse tipo de exercícios. A sua eficiência na automatização de algoritmos não depende somente do número de vezes que são repetidos, mas também da forma em que estão ordenados e do tipo de dificuldade que possam representar para os alunos. (ECHEVERRÍA, 1998, p. 49).

Este tipo de exercício favorece a automatização de técnicas e procedimentos algoritmos além de possibilitar o aprimoramento em diversas operações matemáticas. O quadro 1 a seguir apresenta um exemplo deste primeiro tipo de exercício.

Quadro 1: Exemplo de exercício do tipo 1.

<p>Exercício: Determine o valor de x na equação a seguir.</p> $3(x - 4) = 2x - 1$ <p>Resolução</p> $3x - 12 = 2x - 1$ $3x - 2x = -1 + 12$ $x = 11$

Fonte: Autores.

Observe que neste exemplo apresentado no quadro 1, sua resolução consiste apenas em operações matemáticas, aplicações de métodos e propriedades do conceito de equação, não apresentando assim em seu enunciado um contexto ou situação que seja necessário formular estratégias, analisar dados ou verificar condições e critérios para sua resolução.

No segundo tipo de exercício, Echeverría (1998) sustenta que não consiste apenas na automatização de técnicas, mas também no aprendizado de alguns procedimentos por meio dessas técnicas.

Se ao invés de pedir a um aluno que indique qual é o resultado de $7+5$ propusermos que no dia quantos animais há numa granja com sete pintinhos e cinco galinhas, estaremos propondo um exercício desse segundo tipo. A diferença entre um e outro exercício reside em que na segunda tarefa o aluno é obrigado a realizar uma tradução da linguagem falada para a linguagem matemática [...] e obriga-o a planejar a ordem em que a tarefa deve ser resolvida. (ECHEVERRÍA, 1998, p. 49).

A resolução desse exercício necessita, conforme apontou Echeverría (1998), de uma tradução, passando os dados da linguagem verbal para a linguagem matemática. O quadro 2 a seguir exemplifica o exposto.

Quadro 2: Exemplo de exercício do tipo 2.

<p>Exercício: Pensei em número, em seguida, somei o seu valor com 10. Como resultado obtive 0. Qual é o valor do número que pensei inicialmente?</p> <p>Resolução:</p> $x + 10 = 0$ $x = -10$ <p>O número pensado inicialmente foi “-10”.</p>

Fonte: Autores.

Neste exemplo do quadro 2, nota-se que o enunciado apresenta alguns critérios a serem cumpridos, porém, aqui é necessário apenas realizar a tradução dos dados presentes na língua portuguesa (língua materna) para a linguagem matemática e assim resolvê-lo de modo formal.

Echeverría (1998) menciona que este tipo de exercício está mais próximo de um problema do que o primeiro tipo. Entretanto, Echeverría e Pozo (1998) destacam: “embora esse exercício seja importante porque permite consolidar habilidades instrumentais básicas, não deve ser confundido com a solução de problemas, que exige o uso de estratégias, a tomada de decisões sobre o processo de resolução que deve ser seguido, etc.” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 17).

Assim, sobre o que seria um *problema*, Echeverría e Pozo (1998) mencionaram que a tomada de decisões a serem realizadas perante a situação é um dos principais aspectos que diferencia problema de exercício: “[...] um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16), ou seja, mais do que automatizar técnicas ou aprender por meio das técnicas utilizadas, o problema leva o aluno a refletir de modo a tomar decisões sobre os passos a serem realizados, sobre os critérios especificados, sobre as condições a serem atendidas, sobre a subjetividade subjacente a cada situação apresentada.

Um exemplo de problema pode ser observado no quadro 3 a seguir.

Quadro 3: Exemplo de problema.

Problema: Joãozinho desgostoso com o atual governante do seu estado, decide verificar quantos dias faltam para as próximas eleições e assim, possibilitar ao seu estado um novo governante. Após alguns cálculos, Joãozinho verificou que faltam 22 semanas e 3 dias. Sabendo que cada semana possui 7 dias, quantos dias faltam para ocorrer as eleições?

Resposta:

Sabendo que cada semana possui 7 dias, e que faltam 22 semanas inteiras mais 3 dias, logo temos que:

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 22 + 3 \\ 154 + 3 \\ 157 \end{array}$$

Ou seja, faltam 157 dias para as próximas eleições segundo os cálculos de Joãozinho.

Fonte: Autores.

Observe no quadro 3 que, mais do que uma simples tradução da língua portuguesa para a linguagem matemática, e mais do que a automatização de técnicas e procedimentos algorítmicos, é preciso refletir sobre os passos a serem realizados para assim montar uma estratégia, que pode envolver uma expressão matemática e que corresponda aos dados e critérios estabelecidos no enunciado do problema.

Dessa forma, consideramos tais especificidades como critérios para identificar e distinguir exercícios de problemas nas pesquisas analisadas neste trabalho. Quando a situação se torna um problema, então o aluno se envolve em um processo de resolução de problemas.

O processo de resolução de problemas

Ao se deparar com um problema, o solucionador deve buscar caminhos, ou seja, estratégias para encontrar uma solução. Esses caminhos decorreriam da atitude de busca de uma resposta, o que envolveria a pessoa em um processo de pensamento, relacionado às etapas de resolução de problemas. A autora Brito (2006), ao analisar vários autores, resumiu o processo de resolução de problemas em quatro etapas importantes, destacando as seguintes: representação, planejamento, execução e monitoramento.

A etapa de *representação* de um problema pode ser relacionada à ideia de Polya (1978, p. 117 apud Brito, 2006, p. 23), segundo a qual envolveria a busca de uma solução por meio de leituras, interpretação de enunciados e linguagens simbólicas e matemáticas. Ideia semelhante foi apresentada por Mayer (1983, apud Echeverría, 1998, p. 51), afirmando que

“o processo de solução de problemas exige, em primeiro lugar, que uma pessoa compreenda o problema e o traduza para uma série de expressões e símbolos matemáticos”.

Essa etapa, de acordo com Mayer (1992), abrange conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos. Assim, os conhecimentos linguísticos se referem à linguagem na qual está composto o problema matemático. Desse modo, o uso de conhecimento linguístico deve possibilitar o entendimento, no caso do Brasil, de palavras da língua portuguesa. Por sua vez, o conhecimento semântico está relacionado ao conhecimento dos fatos sobre mundo, que, para Mayer (1992, p. 458), seria compreender, por exemplo, “[...] que um metro é igual a 100 centímetros ou que os quadrados têm quatro lados iguais”. Por fim, o conhecimento esquemático faz referência aos tipos de problema, como por exemplo, o fato do solucionador “[...] saber que os problemas de área são baseados na área da fórmula = largura x largura” (MAYER, 1992, p. 458).

A etapa do *planejamento* requer que o solucionador apresente um caminho para resolver os problemas, seja por meio de desenhos, estratégias, entre outros. Conforme afirmou Sternberg (2008, p. 367), “uma vez que o problema tenha sido identificado, o próximo passo é o planejar uma estratégia para resolvê-lo”.

Na etapa de *execução*, deve-se realizar a busca por procedimentos mais adequados para encontrar a solução. De acordo com Polya (1978, p. 117 apud Brito, 2006, p. 23), “executar o plano é selecionar o procedimento mais útil e aplicá-lo”.

Por fim, a última etapa consiste no *monitoramento*, segundo a qual a pessoa deve rever todos os passos executados que, na visão de Polya (1978, p. 117 apud Brito, 2006, p. 23), consiste na ideia de que “verificar a solução é checar e interpretar a solução nos termos da situação dada no problema”.

Metodologia

Buscamos analisar as dissertações e teses sobre o assunto, configurando-se em uma investigação de caráter de pesquisa bibliográfica, a qual Gil (2008, p. 50) define como: “a pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Dessa forma, para selecionar as pesquisas de nosso estudo e obter os dados necessários, realizamos os seguintes procedimentos da pesquisa bibliográfica, segundo Gil (2008): o *levantamento das pesquisas*, a *leitura exploratória* e a *leitura seletiva*. Assim, fizemos o *levantamento* dessa bibliografia por meio de busca no

banco de dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD⁴, do *site* do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia – IBICT.

Realizamos uma *busca avançada*, inserindo as seguintes palavras-chave: resolução de problemas, dificuldades, ensino fundamental. Além disso, também inserimos como critério de busca o período entre 1998 à 2017. O início a partir de 1998 se deu porque a indicação ao trabalho por meio da resolução de problemas consta dos PCN (BRASIL, 1998), relativo aos anos finais (6º ao 9º anos) do Ensino Fundamental. Em seguida, filtramos a busca dos estudos em *Área de Conhecimento*, escolhendo aquelas relacionadas ao campo de educação, de ensino e de psicologia.

O site retornou um total de 148 trabalhos, distribuídos nas seguintes áreas de conhecimento (quantidade de trabalhos): outros (28); ciências exatas e da terra: matemática (27); cnpq: ciências exatas e da terra: matemática (25); ciências humanas: educação (22); ciências exatas e da terra (12); cnpq: ciências humanas: educação (07); cnpq: ciências humanas: psicologia (05); educação: ensino-aprendizagem (05); cnpq: ciências humanas: educação: ensino-aprendizagem (02); cnpq: ciências humanas: educação: fundamentos da educação: psicologia educacional (02); cnpq: ciências humanas: educação: tópicos específicos de educação (02); cnpq: outros: ciências (02); linguística (02), ciências humanas (01); ciências humanas: educação: tópicos específicos de educação (01); ciências humanas: psicologia (01); ciências humanas: educação (01); ciências humanas (01); ensino-aprendizagem (01); educação (01).

A seleção das dissertações e teses para nosso estudo foi feita com base no seguinte critério: que no resumo contasse que o objetivo da pesquisa envolvesse explicitamente a investigação de dificuldades de alunos de turmas de 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos. O quadro 4 a seguir mostra o total de estudos selecionados por área de conhecimento para nossa pesquisa.

⁴ <http://bdtd.ibict.br/vufind/>

Quadro 4: Áreas de Conhecimento e a respectiva quantidade de dissertações e teses.

Áreas de Conhecimento	Dissertação		Teses
	Profissional	Acadêmico	
CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA: MATEMÁTICA	0	1 (PIMENTEL, 2010)	0
CNPQ: CIÊNCIAS HUMANAS: EDUCAÇÃO: ENSINO-APRENDIZAGEM	0	1 (DIAS, 2004)	0
CNPQ: OUTROS: CIÊNCIAS	0	1 (MELO, 2015)	0
Total	0	3	0

Fonte: Autores.

Uma vez que encontramos apenas três trabalhos, decidimos recorrer a uma busca no banco de teses da Capes, visando obter mais estudos. Com base nas mesmas três palavras-chave, utilizamos um procedimento sugerido no *site* da Capes de modo que executasse um filtro na busca, da qual utilizou-se da seguinte sequência: Resolução de problemas AND Dificuldades AND Ensino Fundamental. Onde “AND” é operador lógico booleano correspondendo à letra “e” (intersecção dos termos). Em seguida, filtramos a busca escolhendo: a) o mesmo período – 1998 até 2017; b) Três Grandes Áreas Conhecimento: ciências exatas e da terra; ciências humanas; multidisciplinar; c) As seguintes Áreas de Conhecimento (quantidade de pesquisas): educação (163); educação (480); ensino (59); ensino (127); ensino de ciências e matemática (154); ensino de ciências e matemática (50); ensino profissionalizante (3); ensino profissionalizante (3); ensino aprendizagem (3); ensino aprendizagem (6); interdisciplinar (40); matemática (88); matemática (4); psicologia (28); psicologia (104); psicologia cognitiva (1); psicologia cognitiva (1); psicologia do desenvolvimento humano (1); psicologia do desenvolvimento humano (1); psicologia do ensino e da aprendizagem (2); psicologia do ensino e da aprendizagem (5).

Esse resultado retornou 1269 pesquisas, sendo que a seleção dos estudos com base em nosso critério evidenciou os trabalhos de Pimentel (2010) e de Melo (2015), os quais já tinham sido selecionados na busca por meio da BDTD do IBICT. Diante dessa busca e seleção de pesquisas, fizeram parte da investigação e análise, neste artigo, três dissertações de mestrado acadêmico: Dias (2004), Pimentel (2010) e Melo (2015).

Adotamos como forma de análise no nosso estudo os procedimentos da metanálise qualitativa, na qual segundo Pinto (2013), a metanálise qualitativa:

[...] é uma integração interpretativa de resultados qualitativos que são, em si mesmos, a síntese interpretativa de dados, incluindo teoria fundamentada, bem como outras descrições, coerentes e integradas, ou explicações de determinados fenômenos, eventos ou de casos que são as marcas características da pesquisa qualitativa. (PINTO, 2013, p. 1039).

Os resultados de nosso estudo corresponderam às descrições das três dissertações selecionadas e que, assim, foram a *síntese interpretativa* dos dados primários, ou seja, dos dados contidos nessas dissertações. Tais descrições, elaboradas com base em nossa interpretação, tiveram como base uma *leitura exploratória*, ou seja, uma leitura na íntegra dessas dissertações, e constituíram-se dos seguintes aspectos, derivados de nossa *leitura seletiva*: objetivo, sujeitos, instrumentos de coleta de dados, forma de análise dos dados, incluindo apontamentos sobre o uso da teoria de resolução de problemas, e, sobretudo, os principais resultados das dificuldades dos alunos na resolução de problemas matemáticos.

A partir das descrições, realizamos uma integração interpretativa que correspondeu à nossa *síntese integrativa interpretativa*, para poder constituir, segundo Pinto (2013) novas interpretações de nossos resultados, pois estas “[...] são inferências derivadas de se tomar todos os artigos de uma amostra, como um todo” (PINTO, 2013, p. 1039).

Descrição das dissertações

De modo a categorizar qual área de pesquisa os trabalhos apresentam, decidimos elaborar um quadro contendo o tema, o autor e o conteúdo abordado no estudo para organizar as informações a respeito de cada pesquisa, conforme apresenta-se a seguir.

Quadro 5: Temas, autores e conteúdos das dissertações abordadas.

Tema	Autor	Conteúdo
Dificuldades na resolução de problemas aritméticos	Dias (2004); Pimentel (2010); Melo (2015)	Propriedade distributiva da multiplicação; multiplicação e divisão de números inteiros
Dificuldades na resolução de problemas algébricos	Dias (2004); Pimentel (2010)	Equação e interpretação dos dados de tabelas
Dificuldades na resolução de problemas geométricos	Dias (2004)	Perímetro

Fonte: Autores.

Fazendo uma leitura do quadro 5, nota-se que referente ao tema sobre as dificuldades na resolução de problemas aritméticos, as três dissertações envolveram dificuldades a respeito de problemas em aritmética. No que se refere às dificuldades na resolução de problemas de

álgebra, temos a pesquisa de Dias (2004) e Pimentel (2010). Já o tema sobre as dificuldades na resolução de problemas geométricos constitui-se por apenas a pesquisa de Dias (2004). Diante disso, percebe-se que a pesquisa de Melo (2015) é o único estudo que está envolvido em apenas um tema, o das dificuldades na resolução de problemas aritméticos.

A pesquisa de **Dias (2004)** teve por objetivo investigar as dificuldades dos alunos da Educação Básica com relação às atividades numéricas, algébricas e na resolução de problemas referente à aplicação da propriedade distributiva da multiplicação. Participaram da pesquisa 15 sujeitos, dos quais cinco se encontravam na quinta série (6º ano), cinco na sétima série (8º ano) e cinco no primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública, os quais responderam: a) um teste envolvendo conteúdos numéricos e algébricos que continha nove exercícios que solicitava que os alunos resolvessem expressões e as simplificassem; b) quatro problemas, conforme quadro abaixo; c) entrevista.

Quadro 6: Problemas Matemáticos da Dissertação.

- | |
|---|
| <p>a) Para ajudar nas despesas domésticas Lucas entrega “quentinhas” a duas famílias aos domingos. Para cada família ele entrega um isopor contendo 1 quentinha com salada de camarão e 4 quentinhas com maniçoba. Quantas quentinhas ao todo Lucas entrega aos domingos?</p> <p>b) O produto de dois números inteiros, em que um tem 3 unidades a mais que o outro, é 40. Quais são esses números?</p> <p>c) Uma mesa retangular possui 4m de comprimento e 2m de largura. Calcule o perímetro desta mesa considerando a expressão $P = 2(c + l)$, em que, P é o perímetro, C é o comprimento e l é a largura.</p> <p>d) Qual o valor de y na equação: $5y - 6 = 2(y - 9)$</p> |
|---|

Fonte: Dias (2004).

Assim, a autora não utiliza aporte teórico referente à resolução de problemas, apenas afirma que a aplicação dos problemas era para averiguar se a não compreensão da propriedade distributiva estava relacionada às dificuldades na aprendizagem dos alunos. Desse modo, a análise é de natureza qualitativa e foi desenvolvida com relação: i) aos procedimentos e as falas dos alunos de cada série referente a cada exercício e problema; ii) à quantificação das respostas de todos os alunos com relação a aplicação da propriedade distributiva; iii) aos obstáculos didáticos identificados, segundo dificuldades dos alunos.

Em relação aos quatro problemas, os resultados mostraram que no primeiro problema os alunos da quinta e sétima séries tiveram dificuldades em compreender o enunciado. Mostrou-se que dois sujeitos efetuaram a soma $1 + 4 = 5$ apenas considerando as quentinhas de uma família. E que um dos sujeitos da quinta série considerou que o número de quentinhas era 2. Para a autora, o aluno confundiu esse valor com o total de famílias. No segundo

problema, apenas um aluno, e da sétima série, resolveu-o corretamente. Sobre as dificuldades, mostrou-se que todos os alunos da quinta série e a maioria dos alunos da sétima série não conseguiram fazer uma interpretação adequada. Os alunos da quinta série tentavam encontrar combinações para obter a solução do problema, conforme mostrou Dias (2004, p. 130): “os sujeitos não conseguiram interpretar o problema, assim, davam soluções que “combinam” os dados numéricos segundo suas condições de entendimento. Dois deles multiplicaram 40 (que é o produto) por 2 (dois da expressão assim indicando: os dois números), obtendo 80.” Já sobre os alunos da sétima série, Dias (2004) apontou que estavam no mesmo nível dos alunos da quinta série, pois mostrou que um deles apresentou as soluções 40 e 37.

De acordo com as entrevistas, as justificativas dadas pelos alunos foram semelhantes como na seguinte fala: “Porque tá dizendo que o produto entre dois números em que um tem três unidades a mais que outro. Aí eu coloquei... é quarenta... trinta e sete. Porque o trinta e sete, o quarenta, tem três unidades, a mais, que o trinta e sete.” (DIAS, 2004, p. 132). Com relação ao terceiro problema, os cinco sujeitos da quinta série não utilizaram a expressão dada no enunciado do problema, o que não permitiu analisar se sabiam fazer uso da propriedade distributiva. E dois alunos da quinta série apresentaram dificuldades com relação ao conceito de perímetro, pois confundiram com o conceito de área. Essa dificuldade ocorreu porque ao invés de somarem as medidas de todos os lados ou utilizarem a fórmula dada no enunciado, multiplicaram o comprimento pela largura, resultando, incorretamente, no valor de 8 metros para o perímetro. Já sobre os alunos da sétima série, apenas dois resolveram o problema utilizando a expressão. Com relação às dificuldades, mostrou-se que dois alunos pararam na aplicabilidade da expressão, pois apenas conseguiram substituir os valores. Outra dificuldade evidenciada foi que uns dos alunos apresentou como solução para o problema a expressão “ $P = 6m + 4m$ ”, pelo fato de que, segundo Dias (2004), o:

[...] sujeito substitui os dados da expressão, mas cometeu um equívoco: ao resolver pela propriedade distributiva, eliminando o parêntese, obteve o resultado $P = 6m + 4m$. Tal procedimento indicava que o sujeito repetiu o quatro, pertencente à operação do parêntese. (DIAS, 2004, p.134).

Por fim, com relação ao quarto problema, os alunos da quinta série resolveram a equação $5y - 6 = 2 (y - 9)$ de forma incorreta. Um exemplo é o caso de um aluno que a resolveu apenas utilizando o segundo membro da igualdade, conforme apresentou Dias (2004, p. 136): “outro [aluno] desconsiderou o primeiro membro da equação, bem como o y do segundo membro e o sinal negativo de -9 . Resultado: $2 \times 9 = 18$.” E já referente a sétima

série, mostraram terem dificuldades com relação ao procedimento com os sinais. Um exemplo é o caso apontado por Dias (2004):

Um outro [aluno], aplicou parcialmente a propriedade no segundo membro, ficando com a equação $5y - 6 = 2y - 9$. Em seguida, isolou a variável y , mas demonstra desconhecer o procedimento com os sinais, pois manteve o 9 no segundo membro, tirou o sinal, e, transportou o menos 6, manteve o sinal. A expressão ficou então $5y - 2y = 9 - 6$ que ficou $3y = 3$, que não concluiu. (DIAS, 2004, p.137).

A pesquisa de **Pimentel (2010)** teve como objetivo investigar as dificuldades na resolução de problemas, voltadas à transição da aritmética para a álgebra. Participaram da pesquisa três turmas de oitavo ano de escola pública, as quais resolveram duas atividades investigativas (dois problemas) duas atividades desenvolvidoras (exercícios de sistemas de duas equações e duas incógnitas) e duas atividades de finalização (retomada do segundo problema e exercícios de sistemas de duas equações e duas incógnitas). As dificuldades dos alunos nos dois problemas foram verificadas, seguindo a ideia de introdução de técnicas algébricas com o uso da metodologia da resolução de problemas, correspondendo às quatro etapas de Polya (1995): compreensão do problema, elaboração de um plano de resolução, execução do plano, investigação da validade da resposta obtida. Assim, a análise e discussão dessas dificuldades foram feitas com base nessas quatro etapas. Os resultados mostraram que na primeira atividade investigativa (obtenção da expressão matemática da soma dos ângulos internos de um polígono convexo de x lados; abordado por meio da exploração de polígonos convexos e depois por meio do uso da construção de uma tabela com a inserção dos números de lados, vértices, diagonais, triângulos, soma dos ângulos internos), os alunos tiveram dificuldades em estabelecer relações entre os dados de duas colunas da tabela para evidenciar o padrão envolvido (forma algébrica). Para o autor, isso esteve relacionado à pouca formação que os alunos apresentaram sobre o significado da letra em álgebra. Já na segunda atividade investigativa (são dadas as figuras de dois guarda-chuvas e de um boné que custam \$80,00 e as figuras de um guarda-chuva e de dois bonés que custam \$76,00; pergunta-se (a) o preço de cada boné e de cada guarda-chuva e (b) para mostrar as equações que evidenciem a situação descrita), mostrou-se que os alunos tiveram dificuldades para discernir as letras x e y no momento de fazer referência ao produto e o seu preço, ou seja, a letra que era para representar o produto (guarda-chuva ou boné) foi utilizada para representar, equivocadamente, seu preço. Além disso, inferiu-se que:

Na montagem das equações percebeu-se que os estudantes não sabiam articular os símbolos algébricos nem atribuir algum sentido a eles, ou seja, não foram capazes de conectar as figuras boné e guarda-chuva às equações que descrevessem o preço de ambos. (PIMENTEL, 2010, p. 64).

De modo geral, os resultados também mostraram que os alunos tiveram dificuldades no uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, na obtenção da soma de termos semelhantes, envolvendo monômios, e em operações aritméticas, em maior grau, na multiplicação e divisão entre números inteiros.

Por fim, a dissertação de mestrado de **Melo (2015)** teve como objetivo analisar as dificuldades de alunos para interpretar enunciados de problemas envolvendo aritmética. Os sujeitos da pesquisa foram 12 alunos de sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública. Para coletar dados, foi aplicada uma sequência didática composta por oito atividades, além de seis atividades contextualizadas, baseadas em Dante (2010), distribuídas e organizadas em cinco sessões. Contudo, para análise e discussão dos dados, foram consideradas por Melo (2015) apenas as sessões 3, 4 e 5, nas quais abordam três atividades contendo no total 11 itens do tipo a), b), c), d) a serem respondidos. A análise e discussão dos resultados foram baseadas nas três fases da resolução de problemas descritas por Polya (2006), a saber: compreensão do problema, estabelecimento de um plano e execução de um plano. A autora elaborou uma seção de análise *a priori* que evidenciou possíveis dificuldades dos alunos do ponto de vista das três fases de Polya (2006). No entanto, pouco se utilizou dessa análise *a priori* na discussão dos resultados. Os resultados apresentados na dissertação são referentes às análises e conclusões do estudo *a posteriori* realizado por Melo (2015). Assim, referente a atividade 1 da sessão 3 (Receita de bem casado), o problema apresentava a seguinte situação: “Dona Angélica é doceira, ela resolveu fazer bem-casados para vender. Assim decidiu pesquisar na internet uma receita especial de bem-casados e encontrou a seguinte receita:” (MELO, 2015, p. 40). Na sequência, apresenta-se uma receita contendo a massa a ser utilizada, o recheio, a calda, como embalar, entre outras informações, sendo que ao final da receita, continha algumas observações e as perguntas, como apresenta o quadro 7 a seguir.

Quadro 7: Trecho da atividade 1 da sessão 3 (Receita de bem casado).

Observações:

Rendimento: 35 unidades

- **Categoria da Receita:** Festas/Coquetéis
- **Tipo de Prato:** Massas Doces
- **Tempo Total de Preparo:** 90 min.
- **Nível de Dificuldade:** Fácil
- **Custo total das 35 unidades:** R\$ 32,00
- **Preço para venda:** R\$ 3,00 a unidade

Com base na receita acima, vamos ajudar Dona Angélica nos cálculos.

- a) Qual é o tempo total de preparo dos bem casados?
- b) Se dona Angélica vender 250 bem-casados a alguém, quanto o comprador vai pagar?
- c) Qual será o lucro de dona Angélica se ela vender todos os 35 bem-casados?
- d) Dona Angélica precisa verificar se os ingredientes que tem em casa são suficientes para fazer 140 bem casados. Vamos ajudá-la? Ela tem 1kg de farinha de trigo, um pacote de açúcar de confeitiro com 500g e $\frac{1}{2}$ dúzia de ovos. Ela precisa comprar mais algum ingrediente? Explique por quê.

Fonte: trecho retirado da pesquisa de Melo (2015, p. 42).

Observa-se no quadro 7 que a resposta do item a) estava nas observações da receita. Nesse sentido, mostrou-se que mais da metade (58%) dos sujeitos da pesquisa não conseguiram identificar a solução no enunciado. Outro dado importante mencionado por Melo (2015) refere-se ao item c) no qual os alunos deveriam calcular a diferença de determinados valores pelo lucro, porém isso não ocorreu, pois identificou-se dificuldade na compreensão do conceito de lucro. Melo (2015) a partir da análise desse item, inferiu que:

[...] 58% dos alunos iniciaram a resolução desse problema parcialmente corretos. Compreenderam que para solucionar tal quesito precisariam do rendimento para multiplicar pelo valor que seria vendido, porém o desconhecimento do conceito de lucro os levou ao erro. Após calcularem o rendimento pelo valor vendido, eles deveriam calcular o lucro fazendo a diferença entre o valor total da venda pelo lucro. Conforme prevíamos, o aluno que não tivesse compreensão acerca do conceito de lucro não conseguiria resolver corretamente. (MELO, 2015, p. 51).

Melo (2015) aponta também que em alguns momentos os alunos perguntavam se era “pra somar ou diminuir?”, evidenciando assim dificuldade na interpretação do enunciado. O autor também destaca outra dificuldade analisada em um sujeito de sua pesquisa, neste caso, ao resolver a atividade 1 (Compras no supermercado) da sessão 4 que aborda a seguinte situação apresentada no quadro 8 a seguir.

Quadro 8: Atividade 1 da sessão 4 (Compras no supermercado).

Dona Maria consultou dois folhetos de supermercados diferentes conforme tabela abaixo:

ALIMENTOS	SUPERMERCADO ALFA PREÇO EM (R\$)	SUPERMERCADO BETA PREÇO EM (R\$)
OVOS	4,10	3,50
LEITE	2,68	3,05
ÓLEO	3,30	3,64
DETERGENTE	1,35	1,64

Dona Maria pretende comprar 2,5 dúzias de ovos, 10 litros de leite, 2 latas de óleo e 5 detergentes.

a) Se comprar tudo em um mesmo supermercado, em qual deles gastará menos?
 b) De quanto seria a economia se ela comprar no supermercado mais barato?
 c) Quanto ela gastaria se fosse aos dois supermercados e comprasse os produtos mais baratos?

Fonte: trecho retirado de Melo (2015, p. 53-54).

Nesta atividade, referente ao item c), um aluno respondeu “não ia dar, ela não é mutante” (MELO, 2015, p. 55), resposta que, para Melo (2015), resultou de uma interpretação do aluno, segundo a qual seria como se a pessoa fosse aos dois supermercados ao mesmo tempo. Neste caso específico, a autora inferiu que houve dificuldade do aluno por causa de sua dedução incorreta, resultante de sua relação com o mundo, ou seja, da relação entre sujeito e mundo, proposta na teoria da *relação com o saber*, de Charlot (2000). Porém, Melo (2015) não explicou com detalhes qual(is) foi(foram) a(s) dificuldade(s) advinda(s) dessa relação entre o aluno e seu mundo. Além deste fato, dificuldades relativas ao contexto abordado influenciaram no processo de compreensão do problema, tal como na atividade 1 (A vida de D. Pedro II) da sessão 5, no qual apresentava a seguinte situação:

Quando D. Pedro I voltou para Portugal, seu filho, Pedro, tinha 6 anos de idade. Nove anos depois, este foi coroado imperador com o título de D. Pedro II, permanecendo nesse cargo durante 49 anos. Passou os últimos 3 anos de sua vida destronado e faleceu em Paris, em 1892. (MELO, 2015, p. 56).

Esta atividade continha quatro itens a serem respondidos: “a) Em que ano D. Pedro II nasceu? b) Em que ano seu pai voltou para Portugal? c) Em que ano ele foi coroado? d) Em que ano foi destronado?” (MELO, 2015, p. 56-57). Os resultados mostraram que apenas um aluno conseguiu resolver corretamente um único item da atividade (item d). Os demais alunos não compreenderam o problema dando respostas equivocadas. Melo (2015) apresentou a seguinte inferência sobre os resultados encontrados:

Vimos que 92% dos alunos não entenderam o enunciado da questão, sendo que apenas 8% conseguiu compreender o item d. A partir das respostas conseguimos

perceber que eles estavam utilizando diretamente como solução os dados apresentados no texto. Desse modo, não conseguiram interpretar corretamente os dados expostos na atividade. (MELO, 2015, p. 57).

Por fim, além de dificuldade de interpretação, Melo (2015) chama a atenção para as dificuldades dos alunos no uso de procedimentos realizados para sua solução:

Percebemos ao analisar os procedimentos que parte expressiva desses alunos apresenta dificuldade em entender qual operação aritmética pode ser utilizada em determinadas atividades, também notamos que mesmo entre aqueles alunos que organizaram corretamente os dados das questões, elaboraram o procedimento adequado para resolver o algoritmo, ainda houve aqueles que não souberam efetuar o cálculo corretamente, como no caso da atividade “compras no supermercado” em que foi preciso trabalhar com números decimais. (MELO, 2015, p. 59).

Assim sendo, nota-se que as dificuldades podem ser conceituais e/ou procedimentais, variando de problema para problema.

Síntese integrativa interpretativa

No tema **dificuldades na resolução de problemas aritméticos**, fizeram parte as pesquisas de Dias (2004), Pimentel (2010) e Melo (2015). Dentre essas pesquisas, referente à aritmética, evidenciaram-se neste estudo a massiva dificuldade apontada na etapa de *representação* de um problema, ou seja, dificuldades oriundas da compreensão e interpretação.

Nota-se que problemas cujos enunciados são extensos ou que abordam informações de modo demasiado, tende a confundir os alunos a determinarem o que é pedido no problema, e sobretudo, dificuldades em determinar o que de fato é relevante. Notou-se, inclusive, que alguns alunos combinavam dados numéricos explícitos no enunciado na tentativa de uma possível resposta correta, ou utilizava-se de suposições para determinar qual(is) operação(ões) realizariam.

Além destes fatores, observamos também que o conhecimento mal formado sobre determinado conceito ou até mesmo de determinados termos da língua portuguesa pode contribuir para uma má compreensão/interpretação do problema. Nas descrições, é possível identificar passagens que corroboram com tal fato, como, por exemplo, dificuldades na compreensão do conceito de lucro, relacionado à má formação do seu *conhecimento semântico*.

Outra dificuldade encontrada na etapa de *representação* refere-se ao contexto do problema. Neste caso, um possível contexto que não se adequa ao cotidiano do aluno ou que aborde uma temática diferente da habitual pode causar dificuldade na interpretação e até mesmo na identificação de dados pertinentes contidos no enunciado.

Referente à etapa de *execução*, as dissertações apontam dificuldades em maior grau na multiplicação e divisão de números inteiros e, em operações com números decimais. Nas etapas de *planejamento* e *monitoramento*, verificamos que em nenhum desses estudos foi contatada dificuldade dos alunos.

No tema **dificuldades na resolução de problemas algébricos**, fizeram parte as pesquisas de Dias (2004) e Pimentel (2010). No que se refere à etapa de *representação* do problema, verificamos que as dificuldades dos alunos da quinta série (sexto ano) ocorreram ao desconsiderar a incógnita da equação do primeiro grau, não compreendendo o conceito envolvido, o que pode ser uma má formação de *conhecimento semântico*. Outra situação que chamou a atenção foi o fato de os alunos não utilizarem a expressão dada no enunciado do problema. Além disso, verificamos que dificuldades na compreensão de uma tabela dada, ou seja, dificuldade em interpretar os dados de uma tabela para obter uma expressão matemática da soma dos ângulos internos de um polígono convexo de x lados.

No que se refere à etapa de *execução*, observamos que há dificuldades para resolver equação de primeiro grau, mostrando que há alunos com pouco conhecimento sobre como operar com símbolos matemáticos. Por fim, nas etapas de *planejamento* e de *monitoramento* não identificamos nenhuma dificuldade.

No tema **dificuldades na resolução de problemas geométricos**, fez parte a descrição indicada na pesquisa de Dias (2004). Como somente esse estudo se enquadrava neste tema, o que se pode apontar é a dificuldade de alguns alunos da quinta série (sexto ano) sobre o uso do conceito de perímetro, confundindo-o com o de área. Isso foi verificado porque multiplicaram o comprimento pela largura. Neste caso, essa dificuldade em geometria está relacionada à etapa de *representação* do problema. Precisamente, é uma dificuldade conceitual, entendida como má formação do *conhecimento semântico* a respeito do significado do termo perímetro e o de área, e que, conseqüentemente, influenciou negativamente na escolha da estratégia. Por fim, destaca-se que não identificamos dificuldades nas outras etapas de resolução de problemas.

Considerações Finais

No presente estudo, buscamos analisar as dificuldades de alunos dos anos finais (6º ao 9º) do ensino fundamental na resolução de problemas matemáticos, apresentadas em dissertações e teses. A busca feita por meio do IBICT e do banco de teses da Capes revelou apenas três pesquisas, referentes a dissertações de mestrado acadêmico e envolvendo dificuldades de alunos de sexto e oitavos anos do ensino fundamental.

No tema dificuldades na resolução de problemas aritméticos, na maioria dos casos os erros e dificuldades dos alunos são justificados pela má compreensão/interpretação do problema. No entanto, observamos o uso, em um dos problemas, de termo/conceito não compatível com o aprendizado do aluno. Foi o caso do conceito de lucro. Neste caso, se o aluno não tem conhecimento do que é lucro, sua compreensão a respeito do problema se tornará, conseqüentemente, parcial. Uma consulta nos PCN do 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998) mostra que, nesse documento, o conceito de lucro é apresentado de forma indireta, sendo apenas relacionado ao conceito de porcentagem, o qual é usualmente trabalhado no 4º ciclo devido à utilização de incógnitas e variáveis. Dessa forma, trabalhar com o conceito de lucro no 6º ano do ensino fundamental (1º ano do 3º ciclo) pode ser algo inapropriado ou que pelo menos foi mal explanado sobre seu ensino e aprendizagem para os sujeitos da pesquisa analisada.

Já referente às dificuldades na resolução de problemas algébricos, também verificamos que as maiores dificuldades foram oriundas da má compreensão ou má interpretação do enunciado de um problema matemático. No caso da dificuldade de alunos da quinta série para resolver uma equação, isso pode estar relacionado ao fato do conteúdo de Equação do 1º Grau ser apenas ensinado aos alunos da Educação Básica no sétimo ano do ensino fundamental.

No último tema, sobre as dificuldades na resolução de problemas geométricos, também verificamos dificuldades na etapa de *representação* do problema, pois os alunos de quinta série, ao solucionarem o problema, confundiram o conceito de perímetro com o conceito de área. Tais conceitos são foco de trabalho no 2º Ciclo (3ª e 4ª séries), segundo indicações dos PCN (BRASIL, 1997), sendo que os alunos da série seguinte, quinta série, deveriam apresentar conhecimento sobre perímetro e área de modo a poder continuar a aprender novos conteúdos relacionados.

Contudo, a investigação sobre a resolução de problemas matemáticos, envolvendo aritmética, álgebra e geometria, nos sexto e oitavo anos do ensino fundamental, mostrou que é

na etapa de *representação* do problema que residem as maiores dificuldades dos alunos. De modo geral, contatamos a carência de dissertações e teses, relacionadas à investigação de dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas. Um caso específico é a existência de apenas uma pesquisa sobre geometria.

Diante disso, abre-se espaço para novas investigações que objetivem compreender os elementos que ocasionam dificuldades de alunos ao resolverem problemas, em especial, envolvendo conteúdos geométricos. Também abre-se espaço para pesquisas sobre as dificuldades na resolução de problemas matemáticos de alunos de sétimo e nono anos do ensino fundamental, pois não encontramos dissertações e teses sobre esses anos escolares.

Por fim, gostaríamos de levantar dois questionamentos para reflexão futura. Um deles é sobre os “problemas” utilizados nas pesquisas. Assim, será que as situações “Qual o valor de y na equação: $5y - 6 = 2(y - 9)$ ” e a que envolveu o uso claro de exercícios, como no caso do sistema de duas equações, podem ser consideradas/trabalhadas, em sala de aula, como problemas (situações problema)? É possível conceber suas resoluções como um processo de resolução de problemas? Ou essas situações tem como natureza o fato de serem, em sua essência, um conhecimento procedimental?

O segundo questionamento envolve a reflexão sobre a composição/formulação do problema. Não seria importante evitar o uso de termos que não fazem parte dos conhecimentos prévios dos alunos? Às vezes, o “problema” (empecilho) pode estar em quem elabora/propõe a atividade e não no solucionador.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação Infantil e Ensino Fundamental. 3ª ed. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL, Secretaria de ensino fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL, Secretaria de ensino fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF/MEC, 1997.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006, p. 13-53.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Porta Alegre: Artmed, 2000.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**. Teoria e prática. São Paulo, 2010.

DIAS, J. L. **A propriedade distributiva da multiplicação**: uma visão diagnóstica do processo. 2004. 184 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém – Pará, 2004.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-38.

ECHEVERRÍA, M. D. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 44-65.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6.ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MAYER, R. E. **Thinking, Problem Solving, Cognition**. 2. ed. New York: WH Freeman and Company, 1992, p. 454-489.

MELO, S. G. S. **A interpretação de enunciados em problemas de aritmética**: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em uma escola estadual de Aracaju. 2015. 64 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão – SE, 2015.

PIMENTEL, D. E. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a álgebra**. 2010. 133 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e Tecnologia) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

PINTO, C. M. Metanálise qualitativa como abordagem metodológica para pesquisas em letras. **Atos de Pesquisa em Educação**, v. 8, n. 3, p. 1033-1048, set./dez. 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, 2006.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Trad. Roberto Costa. 4º ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

Submetido em Março de 2018

Aprovado em Agosto de 2018