

## Modelagem no Ensino de Matemática: primeiros relatos de um estudo de caso com estudantes cegos

## Modeling in the Teaching of Mathematics: first reports of a case study with blind students

*Daiana de Oliveira<sup>1</sup>*

*Dionísio Burak<sup>2</sup>*

*Márcio André Martins<sup>3</sup>*

### RESUMO

A Educação Básica acolhe estudantes com necessidades educacionais especiais sem, muitas vezes, estar preparada para isso. Nesse sentido, são necessárias investigações que possam contribuir com o panorama metodológico e didático em sala de aula. Optamos por abordar o ensino de matemática com o estudante cego. Elegemos como questão norteadora a identificação de potencialidades da Modelagem Matemática, na Educação Matemática, com esse estudante. Especificamente, propomos a desenvolver e a discutir a prática pedagógica, mediada pela Modelagem, e a avaliar o potencial do material didático incorporado. De maneira geral, obtivemos elementos que substanciam uma reflexão, na qual a construção do conhecimento foi efetivamente percebida de modo dinâmico, colaborativo e interdisciplinar.

**PALAVRAS-CHAVE:** Deficiência Visual. Educação Matemática. Modelagem Matemática. Materiais Didáticos.

### ABSTRACT

Basic Education welcomes students with special educational needs without often being prepared for it. In this sense, research is needed that can contribute to the methodological and didactic panorama in the classroom. We chose to approach math teaching with the blind student. We chose as a guiding question the identification of the potentialities of Mathematical Modeling, in Mathematics Education, with this student. Specifically, we have developed and discussed a pedagogical practice, mediated by Modeling, and assessed the potential of the used didactic material. In general, we have obtained

---

<sup>1</sup>Universidade Estadual do Centro Oeste. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9487-0442>. e-mail: [daia\\_83@yahoo.com.br](mailto:daia_83@yahoo.com.br)

<sup>2</sup>Universidade Estadual do Centro Oeste. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1345-1113>. e-mail: [dioburak@yahoo.com.br](mailto:dioburak@yahoo.com.br).

<sup>3</sup>Universidade Estadual do Centro Oeste. Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-7094-1215>. e-mail: [mandre@unicentro.br](mailto:mandre@unicentro.br).



elements for a reflection, in which the construction of knowledge was effectively perceived in a dynamic, collaborative and interdisciplinary way.

**KEYWORDS:** Visual impairment. Mathematics Education. Mathematical Modeling. Teaching materials.

## Introdução

Em tempos primitivos, uma pessoa com algum tipo de deficiência representava um “fardo”, pois os homens viviam em pequenos grupos, em um ambiente desfavorável e com pouca comida. Em seus estudos, Gugel (2007) cita Platão, no livro *A República*, e Aristóteles, no livro *A Política*, sobre o planejamento das cidades gregas, indicando que as pessoas nascidas fora dos “padrões de normalidade” deveriam ser eliminadas. Nesse sentido, ao longo da história, existiram incontáveis casos de atrocidades. Entretanto, havia pessoas que contrariavam a maioria. Gerolamo Cardano (1501-1576), médico e matemático, inventou um código para ensinar pessoas surdas a ler e escrever, influenciando o monge Pedro Ponce de Leon (1520-1584) a desenvolver um método de educação para as pessoas com deficiência auditiva, por meio de sinais.

A partir da criação da Organização das Nações Unidas – ONU, em 1945, e das consequentes agências: Organização das Nações Unidas para Pessoas com Deficiência – ENABLE, Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura – UNESCO; Fundo das Nações Unidas para a Infância – UNICEF, e Organização Mundial da Saúde – OMS, houve grandes ganhos em relação à qualidade de vida das pessoas com algum tipo de deficiência (GUGEL, 2015). Essas pessoas conquistaram, então, o direito à educação e ao trabalho. O aumento do convívio social vem ao encontro do fim do preconceito, possibilitando uma sociedade mais humana e integradora. A Declaração Universal dos Direitos Humanos (1949) garante a igualdade de direitos entre os homens, portanto qualquer pessoa deve ser igualmente respeitada, independentemente de raça, cor, sexo, idioma, religião, opinião política ou de outra natureza, origem nacional ou social, riqueza, nascimento, ou qualquer outra condição. Fica explícito o direito à Educação, com vistas ao pleno desenvolvimento humano e fortalecimento do respeito pelos direitos humanos e liberdades fundamentais.

No Brasil, com a promulgação da Constituição Federal de 1988, o sistema educacional passou por um processo de modificação, culminando com a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB, Lei nº 9.394/96, que alterou a organização do sistema escolar. A LDB reduziu a dois os níveis de

educação escolar: o da educação básica – composta por educação infantil, ensino fundamental e médio – e a educação superior. Apresentou, também, a educação profissional como modalidade de ensino articulada a esses níveis e a educação especial e a educação indígena como especificidades dessa organização. Passou-se, então, a uma perspectiva de educação inclusiva. Os estudantes com necessidades educacionais especiais, que antes eram atendidos em ambientes especializados, passaram a frequentar a escola regular e a conviver com os demais estudantes. Segundo dados do Censo Escolar, divulgado pelo Inep, no país, o número de matrículas na modalidade de educação especial, com estudantes incluídos em classes do ensino regular, passou de 886.815 em 2014 para 1.181.276 em 2018, o que evidencia a aspiração pela educação inclusiva.

Como a inserção de estudantes com necessidades educacionais especiais em escolas regulares vem aumentando, a comunidade escolar precisa estar pronta para acolhê-los, embora, muitas vezes, sintam-se despreparada para essa demanda. De um lado estão estudantes com necessidade de algum tipo de acompanhamento diferenciado e seus pais, esperando que isso realmente aconteça e, do outro, professores e equipe pedagógica receosos por não conseguirem desempenhar seus papéis de maneira eficiente e satisfatória. Essa insegurança não é infundada, pois a docência em classes que congregam estudantes com necessidades especiais requer muito preparo. Isso traz reflexos ao ensino das várias disciplinas, de modo geral e, evidentemente, em matemática que, de acordo com indicadores de avaliação do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, Nacional) e do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), apresenta resultados insatisfatórios. Embora os estudantes com necessidades especiais não estejam evidenciados nessas estatísticas, eles fazem parte da realidade na sala de aula, que se mostra na falta de domínio dos conceitos básicos, dificuldades em cálculo mental e a falta de associação dos conteúdos aprendidos com o dia a dia. Para que esse panorama melhore, algumas estratégias precisam ser adotadas. Com estudantes cegos, especialmente, atividades diferenciadas com a utilização de materiais manipuláveis devem constituir a prática pedagógica. Nesse sentido, Ferronato (2002) desenvolveu um material didático denominado Multiplano, entretanto o autor destaca que os estudantes necessitam de suporte didático adequado, ou seja, há uma preocupação com a metodologia de ensino e esse é um ponto crucial a ser considerado.

Para que o ensino de matemática realmente aconteça com os estudantes incluídos, ele precisa ser atrativo e significativo. Atrativo no sentido de despertar o interesse dos estudantes, para que eles tenham vontade de conhecer e entender a matemática. Significativo no âmbito do fazer sentido, isto é, apresentar uma matemática dinâmica que represente e que explique a sua realidade.

Na perspectiva de tornar os estudantes mais ativos no processo de ensino e aprendizagem, as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (2008, p. 64-67) orientam sobre as tendências metodológicas em Educação Matemática – Resolução de Problemas, Etnomatemática, Modelagem Matemática, Mídias Tecnológicas, História da Matemática e Investigações Matemáticas. Nesse universo, com estudantes cegos, a Modelagem Matemática fundamentada epistemologicamente nas ciências sociais e humanas pode se mostrar adequada, pois o processo de ensino e aprendizagem necessita de uma dinâmica efetiva e um maior envolvimento do estudante. Sobre esse dinamismo e participação dos estudantes, a Modelagem Matemática, enquanto metodologia de ensino, segundo Burak (2012, p.88),

constitui-se num conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões e que, ainda, parte de duas premissas: 1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) os dados coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas.

Com base nesses preceitos, o presente trabalho discute e busca ilustrar meios de contribuir com o ensino de matemática para estudantes cegos e/ou com baixa visão, utilizando Modelagem Matemática. Assim, a questão que se coloca para a investigação é: o que se mostra da Modelagem na Educação Matemática como uma metodologia de ensino, a partir do desenvolvimento de atividades propostas com estudantes cegos da Educação Básica?

Nesse encaixe, trabalhamos com dois estudantes cegos de 13 anos de idade, aqui denominados: Estudante A (EA) e Estudante B (EB), na Associação de Pais e Amigos dos Deficientes Visuais (APADEVI), realizando atividades de modelagem matemática em um período de sete semanas. Na sequência, apresentamos os fundamentos e o contexto dessa experiência.

### **Sobre a Modelagem Matemática na Educação Básica**

Existem diferentes formas de conceber Modelagem Matemática. Alguns autores se baseiam em teorias de ensino e aprendizagem, em visões antropológicas e sociais, como Burak (1992), Barbosa (2001) e Caldeira (2004), resultando em implicações no âmbito do ensino e da aprendizagem da Matemática. Outros, como Bassanezi (2002), relacionam a Modelagem Matemática com a criação de modelos que descrevem a realidade, como em Biomatemática, quando se estudam as dinâmicas populacionais. Embora todos os estudos tenham relevância, neste caso assumimos especificamente a concepção de Burak (1992,1998).

Entendemos que a concepção de Burak (1992,1998) é aquela que melhor se adéqua ao ensino de Matemática na Educação Básica, por favorecer a construção do conhecimento ao considerar o estudante um ser ativo, que se torna construtor do seu conhecimento. A dinâmica da sala de aula passa a assumir características que se complementam, envolvendo o interesse dos estudantes, o ensino e a pesquisa de forma indissociável, a formulação, a resolução de problemas propostos pelos estudantes em ações mediadas pelo professor. Na análise das soluções, a constatação e reflexão sobre os resultados permitem ao estudante refletir e verificar se a resposta obtida é coerente com a realidade, tornando os conteúdos matemáticos e não matemáticos imbricados com aspectos sociais, econômicos e ambientais interligados ao seu cotidiano, constituindo assim uma visão que supera a visão disciplinar tão comum no âmbito escolar.

Burak (1987, 1992, 2012) propõe o desenvolvimento do trabalho em etapas, em que primeiramente a escolha do tema pode partir de situações comuns aos estudantes, relacionadas com o seu cotidiano ou não, e o professor pode também apresentar alguns temas pertinentes às situações mais próximas das vivenciadas por eles. O tema escolhido não precisa ter ligação direta com a matemática e seus conteúdos, entretanto, deve respeitar a premissa do interesse dos estudantes. Pode envolver temas como: jogos, brincadeiras, atividades econômicas, serviços, temas atuais como inflação e esportes, entre outros.

Após a escolha do tema, a pesquisa exploratória deve ser realizada pelos estudantes e mediada pelo professor. Informações sobre o tema podem ser encontradas em livros, jornais e sites, que contenham subsídios variados ajudando a melhor conhecer o tema de interesse. Nessa etapa, a pesquisa de campo é a mais desejável, desde que possível, pois o contato com o ambiente auxilia o estudante a desenvolver aspectos formativos e investigativos.

O levantamento do(s) problema(s) é a fase em que os estudantes fazem questionamentos a partir dos dados coletados. O professor tem papel fundamental nessa fase, pois deverá conduzir a discussão para que os questionamentos sejam relevantes. A elaboração de problemas ou situações-problema é uma atividade significativa no ensino de matemática. Nessa perspectiva, os problemas são diferentes dos encontrados em livros texto, porque são formulados a partir dos dados coletados. O estudante é sujeito ativo no processo e na tomada de decisões, podendo formular hipóteses e examinar as possibilidades.

A resolução do(s) problema(s) e o trabalho com os conteúdos matemáticos no contexto do tema, na perspectiva de modelagem matemática assumida, ocorrem de maneira inversa que a forma usual utilizada no ensino. Os problemas enunciados são determinantes dos conteúdos a serem abordados. Os conteúdos matemáticos passam a ter significado para os participantes, pois o processo de modelagem busca explicar matematicamente situações cotidianas vividas pelas pessoas, ajudando-as nas previsões e tomadas de decisões.

A análise crítica da(s) solução(ões) é a última etapa do processo. É um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou soluções encontradas (BURAK, 2012). Essa perspectiva de Modelagem Matemática supera a visão disciplinar e oportuniza o estudo de uma situação de forma mais geral, mais global, pode-se dizer até de uma forma interdisciplinar. Os alunos tendem a ficar mais participativos, autônomos e críticos ao fim dessa etapa.

### **Sobre o Ensino de Matemática com estudantes cegos**

As publicações referentes ao ensino de Matemática com estudantes cegos são, ainda, de certo modo, restritas. Buscamos as possibilidades de conhecer essa literatura, bem como a construção de materiais didáticos que foram produzidos.

Ferronato (2002) construiu um material didático denominado Multiplano, inicialmente voltado ao ensino de funções, por meio do qual o estudante cego poderia ter contato com aspectos gráficos. O Multiplano permite também a abordagem de conteúdos matemáticos diversos, como área de figuras planas, matrizes e equações.

Fernandes (2008) e Viginheski (2013) experimentaram com estudantes cegos a adaptação de materiais didáticos visando à abordagem de conteúdos matemáticos como área e perímetro de figuras planas e produtos notáveis. Fernandes (2008)

considerou a resolução de questões da SARESP<sup>4</sup>, de modo que os estudantes cegos pudessem compreender os enunciados. Viginheski (2013) realizou sua pesquisa em uma sala de aula regular do Ensino Fundamental, que contava com uma estudante sem acuidade visual, e verificou que materiais adaptados podem contribuir com a aprendizagem, inclusive, de estudantes com visão normal.

No que se refere à formação continuada de professores de matemática, na área de deficiência visual, Martins (2013) propõe a realização de oficinas mediante a vivência de experiências com a variação de encaminhamentos, contemplando atividades em grupo, valorizando a utilização de materiais manipuláveis, assim como a adaptação de questões e problemas.

Há na literatura indicativos sobre os encaminhamentos e a utilização de materiais didáticos em sala de aula, com estudantes cegos. Entretanto, em uma perspectiva inclusiva há de se considerar que o processo de ensino e aprendizagem deve acontecer de maneira completa, com a valorização da cultura e o respeito às diferenças.

### **Do método e do ambiente da investigação**

A partir do objetivo e da questão norteadora, explicitados na Introdução, optamos pelo método qualitativo, seguindo as orientações de Bogdan e Biklen (1994). Em face da especificidade em questão, delineamos um estudo de caso sob o ponto de vista de Lüdke e André (1986), com dois estudantes, descobrindo e interpretando o contexto, e valorizando as características intrínsecas de cada um. Como instrumentos para a coleta de dados utilizamos: entrevista, observação e anotações de campo, produção escrita dos estudantes por meio de registros em Braille e no programa DosVox, além de registros em áudios, vídeos e fotografias.

Buscamos conduzir a análise dos dados de modo a responder à questão da investigação. Conforme Gil (1987), a interpretação procura dar sentido à resposta, ligando às teorias utilizadas no referencial. Nesse sentido, consideramos algumas categorias de análise, detalhadas na seção de resultados, "... à medida que vai lendo os dados, repetem-se ou destacam-se certas palavras, frases, padrões de comportamento, forma dos sujeitos pensarem e acontecimentos, (...). Essas

---

4 O SARESP é o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, criado em meados da década de 90, para avaliar o sistema de ensino paulista, através do rendimento escolar dos alunos de diferentes séries e períodos, identificando os fatores que interferem nesse rendimento.

palavras ou frases são categorias de codificação” (BODGAN e BIKLEN, 1994, p. 221).

Em relação às características, o Estudante A (EA) foi diagnosticado cego quando bebê e teve todo acompanhamento dos pais, desenvolvendo-se normalmente na escola. Ele domina o método Braille, toca instrumentos musicais, tem um raciocínio muito rápido e possui seus outros sentidos muito aguçados, principalmente a audição. O estudante B (EB), por sua vez, perdeu a visão quando tinha 12 anos, em um acidente na escola onde estuda. Durante o período da pesquisa, constatamos que EB ainda estava se adaptando ao método Braille e à rotina de ser cego. Seu raciocínio é muito rápido e realiza cálculos mentais com agilidade. Ambos frequentavam o 9º Ano do Ensino Fundamental.

A experiência com os estudantes se constituiu em encontros de uma hora e meia, duas vezes por semana, durante sete semanas, na Associação de Pais e Amigos dos Deficientes Visuais (APADEVI). Para a explanação dos resultados, nas próximas seções, elegemos uma atividade como representativa.

### **Sobre a experiência vivenciada**

Este recorte da experiência permite constatações que são semelhantes à observação em sua totalidade, em específico no que se refere à questão de investigação delimitada neste trabalho.

Durante a prática pedagógica, seguimos as etapas propostas por Burak (1992): escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e, por fim, a análise crítica das soluções.

Como materiais didáticos de apoio, adotamos: o Multiplano, desenvolvido por Ferronato (2002); o Soroban, que é uma espécie de ábaco que possui mais ordens decimais; a máquina com escrita Braille e o software DosVox, que é um conversor da mídia escrita para áudio.

O tema escolhido pelo Estudante A foi misturas químicas, misturas homogêneas e heterogêneas. Especialmente, ele gostaria de saber qual a quantidade máxima de açúcar que, adicionada a uma determinada quantidade de água, garantiria uma mistura homogênea. Esse interesse surgiu porque, na disciplina de Química, ele estava estudando esse assunto. A escolha do tema partiu do seu interesse ao buscar associação com uma situação cotidiana vivenciada diariamente, ao adoçar um café ou um suco, por exemplo.



O estudante A revelou que “esse tema era muito interessante”<sup>5</sup>. Comentou os tipos de misturas que tinha visto em sala de aula, como “os metais que juntamente com o ouro dão firmeza e diminuem o custo de determinadas joias, o nível de salinidade do Mar Morto, misturas de água e álcool, água e óleo etc.”. Decidimos, então, que uma pesquisa sobre o tema deveria ser realizada visando a um melhor entendimento sobre o assunto, configurando assim a Etapa da Pesquisa Exploratória.

O Estudante buscou informações na Internet e explorou sua apostila de química<sup>6</sup>, utilizada em sala de aula. A pesquisadora procurou em livros-texto da disciplina de Química<sup>7</sup> para obter maior conhecimento sobre o tema. Assim, obtivemos informações sobre uma mistura homogênea – que é um tipo de material com aspecto uniforme ponto a ponto. E, por sua vez, uma mistura heterogênea possui aspecto multiforme de ponto a ponto. Nesse contexto, analisamos alguns conceitos como: a partir da adição de um sólido a um líquido, se ele se dissolve totalmente, dizemos que esse sólido é solúvel ao líquido; ao contrário, se um sólido não se dissolve, dizemos que é insolúvel; o sólido dissolvido é chamado soluto; o líquido que o dissolve é o solvente; os dois compõem um material chamado solução; a quantidade de soluto que uma quantidade de solvente pode dissolver é limitada, se for adicionado soluto além dessa capacidade, mesmo após agitação, parte do soluto deposita-se no fundo do recipiente e recebe o nome de precipitado (PEQUIS, 2013).

Por meio da pesquisa exploratória, também, conhecemos que a quantidade de um material que conseguimos dissolver em determinada quantidade de solvente específico é uma propriedade que pode diferenciá-lo de outros materiais, por exemplo, o sal é solúvel em água, mas ele é praticamente insolúvel em acetona. A Tabela 1 traz a solubilidade a 20°C, em 100 mL, de diferentes substâncias em água e álcool (etanol).

A solubilidade de um material em determinado solvente depende da temperatura em que o sistema se encontra. A solubilidade é muito utilizada pelos químicos na separação das substâncias que constituem os materiais. Um exemplo da utilização dessa propriedade é o processo de preparação do café, em que a água

---

<sup>5</sup> A fala do estudante, em meio ao texto, aparecerá entre aspas e em itálico.

<sup>6</sup> SALVADOR, E.. *Ensino Fundamental: 9º ano (língua portuguesa, história, geografia, química, física, matemática)*. São Paulo: Anglo, 2013.

<sup>7</sup> COVRE, G. J.. *Química total, volume único*. São Paulo: FTD, 2001. PEQUIS – Projeto de Ensino de Química e Sociedade. *Química cidadã: volume 1: ensino médio: 1ª série*. SANTOS, W. MÓL, G. (coords.). São Paulo: AJS, 2013.

dissolve uma série de substâncias presentes no pó e que são solúveis a quente, conferindo sabor característico à bebida.

Tabela 1. Solubilidade de diferentes substâncias

Substâncias	Água	Álcool
Açúcar	179 g	Insolúvel
Sal (Cloreto de sódio)	35,9 g	Insolúvel
Bicarbonato de amônio (presente no sal amoníaco)	25 g	Insolúvel
Fenolfaleína (indicador de PH)	0,018 g	20,9 g
Iodo	0,0029 g	20,5 g
Ácido ascórbico (presente no comprimido de vitamina C)	33,3 g	3 g

Fonte: Pequis (2013).

Na busca da resposta à questão formulada inicialmente pelo Estudante, sobre a quantidade máxima de açúcar em água, à temperatura ambiente, de modo a garantir um aspecto homogêneo, decidimos realizar alguns experimentos envolvendo a mistura de água e açúcar e, também, de água e sal. Embora, em um primeiro momento, houvesse a preocupação sobre a participação do estudante durante a manipulação das misturas, ele afirmou que “em casa, mexo o açúcar no café e sei pelo som, se o açúcar foi absorvido”, o que nos encorajou à realização da experiência.

Assim, o primeiro experimento realizado foi com água e açúcar. Utilizamos uma balança de uso doméstico, copos, colheres, água e açúcar. Pesamos as quantidades de açúcar, à medida que eram sendo misturadas à água. Utilizamos as quantidades de 50 mL, 30 mL e 10 mL de água. Em cada caso, com a adição de açúcar, analisávamos se a solução estava ou não homogênea.

O Estudante esteve ativo em todo o processo, colocou as colheres de açúcar em um recipiente para a pesagem. Enquanto a professora verificava a massa, em gramas, ele anotava os resultados. Em seguida, adicionávamos o açúcar já pesado à água e mexíamos a mistura. O Estudante conseguia identificar se deveria mexer mais ou se a solução estava totalmente homogênea. Ressaltamos que os cegos, de maneira geral, acabam por aguçar sua audição em virtude da falta de visão. Nesse sentido, o Estudante A fez a exposição: “Tem outro truque que vocês nunca, nunca pensaram que um cego pode fazer. Só eu aqui na APADEVI consigo fazer...; um cego encher uma garrafa; dá pra encher tranquilamente; faltando uma gota pra

vazar, o cego sabe; quanto mais cheio mais agudo (sonoriza o efeito da água enchendo a garrafa)” [sic].

Com a repetição do evento – adição de açúcar em água – identificamos a dose máxima de açúcar que, em 50 mL de água, manteve a mistura em única fase<sup>8</sup>. A primeira medida de açúcar que utilizamos foi de 4 colheres, equivalente a 60 g, sugerida pelo Estudante A. Após mexer a mistura com uma colher ele afirmou que “o açúcar não iria dissolver inteiramente”. Para o próximo teste, utilizamos a metade da medida de açúcar. Com isso, a mistura manteve-se homogênea. Então, repetimos o teste com 2 colheres mais cheias, contendo 32g. Transcrevemos a seguir o diálogo gerado nesse momento, entre a Professora Pesquisadora (PP) e o Estudante A (EA):

EA: Olha! Quase não dissolveu. Mas dissolveu um pouco.

PP: Mas ainda tem uns pedacinhos.

EA: Acho que se nós fossemos experimentar ficaria um pouquinho no fundo.

PP: Deixa eu dar uma olhada. A água ficou com aspecto... como posso dizer

...

EA: Grosso!

PP: Isso! Ela não está mais com aspecto de água.

EA: Parece um aspecto de óleo.

PP: Ela ficou mais densa.

EA: Ficou com aspecto de um xarope.

PP: Isso. Esse é o termo. Aspecto de xarope. Então, ele dissolveu tudo. Não ficou nenhuma partícula de açúcar. Mas mudou o aspecto.

EA: Então, dá para dizermos que no experimento, 3 colheres obviamente não vão dissolver [sic].

Constatamos, empiricamente, que em 50 mL de água, 32g de açúcar corresponde à quantidade máxima, que mantém a mistura homogênea. A partir disso, a mistura se divide em duas fases. Repetimos esse experimento, com os demais volumes de água, e percebemos que para 30 mL de água a quantidade máxima de açúcar é de 15g e para 10 mL de água, de 6g de açúcar, para manter a mistura homogênea.

Para auxiliar a resposta à questão inicial proposta por EA, a PP sugeriu a exploração tabular e gráfica, visando a uma análise sobre o comportamento dessas

---

<sup>8</sup> Cada região do material que apresenta os mesmos aspectos é denominada fase. Os materiais homogêneos têm apenas uma fase.

misturas em relação ao volume de água e à quantidade de açúcar. Com os dados obtidos durante a realização dos experimentos, primeiramente representamos a Tabela 2. Nesse sentido, consideramos o volume de água em mililitros (mL), o peso de açúcar em gramas (g) e a classificação da mistura.

Tabela 2. Mistura água e açúcar.

Água (mL)	Açúcar (g)	Mistura
50	60	Heterogênea
50	30	Homogênea
50	32	Homogênea <sup>9</sup>
50	33	Heterogênea
30	12	Homogênea
30	15	Homogênea <sup>10</sup>
30	17	Heterogênea
10	3	Homogênea
10	6	Homogênea <sup>11</sup>
10	7	Heterogênea

Fonte: Dados da pesquisa.

O Estudante já tinha conhecimento sobre a tabulação de dados, pois já havia realizado atividades dessa natureza na disciplina de Geografia. Inclusive, reproduziu essa tabulação no sistema DOSVOX (Figura 1).

9 Quantidade máxima de açúcar, para 50 mL de água, mantendo a mistura homogênea, empiricamente.

10 Quantidade máxima de açúcar, para 30 mL de água, mantendo a mistura homogênea, empiricamente.

11 Quantidade máxima de açúcar, para 10 mL de água, mantendo a mistura homogênea, empiricamente.

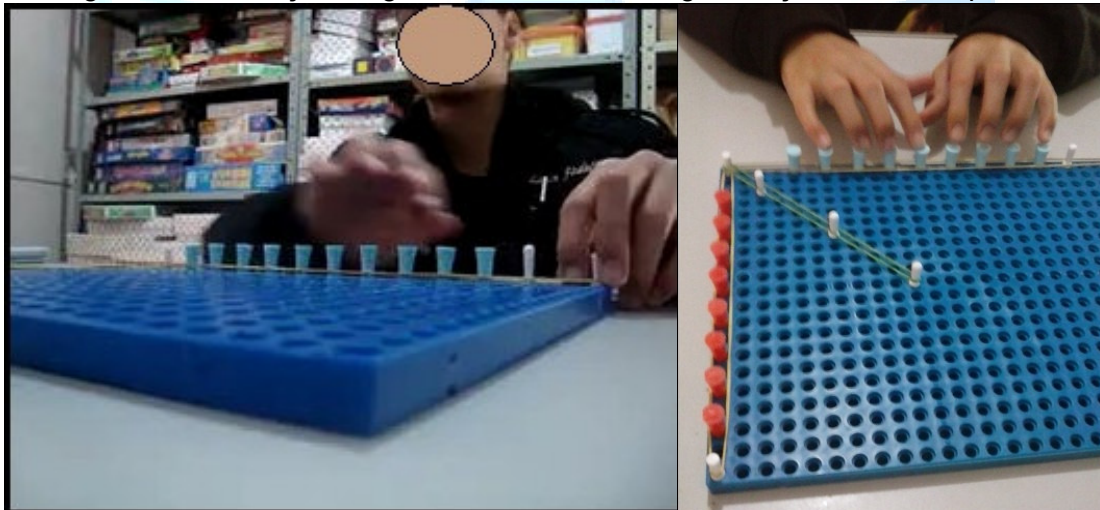
Figura 1 - Tela do sistema DOSVOX contendo a Tabela 2.

Planilha eletrônica VOX - versão 0.9 beta				
heterogenea				
	A	B	C	D
1	água	açúcar	mistura	
2	50	60	heterogenea	
3	50	30	homogenea	
4	50	32	homogenea	
5	50	33	heterogenea	
6	30	12	homogenea	
7	30	15	homogenea	
8	30	17	heterogenea	
9	10	3	homogenea	
10	10	6	homogenea	
11	10	7	heterogenea	
12				
13				
14				
15				
16				

Fonte: dados da pesquisa.

A partir desses dados, passamos a explorar a representação gráfica com o Multiplano (Figura 1).

Figura 2. Construção do gráfico de mistura de água e açúcar, no Multiplano.



Fonte: dados da pesquisa.

Buscamos representar a relação entre o volume de água, em mililitros, e a quantidade máxima de açúcar, em gramas, na qual a mistura se manteve homogênea. Os pontos utilizados para a construção deste gráfico foram (50, 32), (30, 15) e (10, 6) que correspondem às quantidades máximas de açúcar em 50 mL, 30 mL e 10 mL, respectivamente. Entretanto, como a quantidade de pontos no Multiplano é limitada, utilizamos valores arredondados. Os pinos desse material possuem escrita em Braille, o que permite a determinação dos pontos no sistema de coordenadas cartesianas. Recortamos um trecho do diálogo gerado durante a construção dos gráficos e apresentamos a seguir:

PP: Esses são nossos eixos “x” e “y”. Temos só o quadrante positivo, onde “x” e “y” são positivos. Agora precisamos definir nossas variáveis. Um eixo vai representar, por exemplo, a água, x, e o outro o soluto, que é o açúcar, y, que nós trabalhamos.

EA: Dá pra gente construir aqui e depois construir no Braille.

PP: No Braille você consegue fazer sozinho ou precisa de ajuda?

EA: Eu preciso só pra organizar.

PP: Vamos achar as primeiras informações. Sabemos que a partir de uma quantidade máxima teremos uma mistura homogênea ou não. No gráfico precisamos de uma escala uniforme, separar os dados de 50 em 50, ou de 25 em 25, ou, ainda de 10 em 10.

EA: Igual os intervalos de classe.

PP: Isso mesmo!

Em seguida, EA foi marcando as coordenadas correspondentes aos eixos x e y utilizando rebites. Observamos que os gráficos de funções lineares também podem ser construídos por meio da máquina de escrita Braille, sendo esta uma alternativa de adaptação ao estudante com deficiência visual.

Com a finalização desse experimento, pudemos perceber que: duas colheres cheias (32g) de açúcar para 50 mL mantiveram a mistura em apenas 1 fase, ou seja, homogênea; 15g de açúcar para 30 mL de água e 6g de açúcar para 10 mL de água ocasionaram a mesma situação de homogeneidade. Segundo Pequis (2013), que consultamos a respeito de misturas químicas, o ponto de solubilidade do açúcar em 100 mL de água é de 179 g. Em nosso experimento, o ponto de solubilidade do açúcar em 50 mL de água deveria ser de, aproximadamente, 90 g.

Passamos, então, à análise crítica da solução. Como os dados apontados na literatura de Química são diferentes dos valores encontrados empiricamente, questionamo-nos se o experimento era falho em algum momento. Na busca de encontrar as causas que ocasionaram tais divergências, encontramos na literatura específica que a taxa de solubilidade do açúcar em 100 mL de água, a uma temperatura de 20° C, é de 179 g, ou seja, a temperatura também deve ser considerada ao se analisar a solubilidade dos materiais.

Outro ponto importante que consideramos nessa análise diz respeito à utilização dos materiais e aos procedimentos adotados na realização da experiência. Dos materiais utilizados, a balança se destaca. Balança é um instrumento de medição de massa. Existem balanças de vários tipos como as de uso doméstico, de

precisão, de uso industrial e rodoviário<sup>12</sup>. Para o nosso experimento, utilizamos a de uso doméstico com graduação de grama em grama. A graduação precisaria ser mais sensível para um resultado mais acurado e o ideal seria utilizar uma balança de precisão. A balança de precisão possui alta sensibilidade de leitura. Geralmente, elas apresentam o prato para colocação de amostras com proteção de vidro ou acrílico, impedindo que correntes de ar induzam a erros de leitura<sup>13</sup>. Nosso experimento pode ter sido afetado pela falta de precisão da balança que utilizamos. Ainda, no dia em que realizamos o experimento a temperatura estava em torno de 15°C. A literatura explica que o açúcar não se dissolve com facilidade em água gelada. Em contrapartida, ele se dissolve melhor em água quente.

### **Considerações**

A prática de modelagem vivenciada, em sua totalidade, foi muito significativa no âmbito do ensino e da aprendizagem. Embora a solução encontrada para a questão inicial proposta pelo estudante possua divergência em relação à literatura especializada, as discussões em torno desse impasse foram promissoras, no sentido em que incorporou a influência da temperatura e da precisão das medições. A retomada dos elementos consultados na fase da pesquisa exploratória nos fez refletir sobre tais fatores.

Para que o nosso experimento fosse mais acurado, precisaríamos estar em um laboratório com equipamentos de aquecimento e resfriamento, além de termômetro, itens que não dispúnhamos no momento. Assim poderíamos testar as misturas em diversas temperaturas. Entretanto, o ponto de solubilidade do açúcar em água ensejou proveitosas discussões ao confrontarmos os dados empíricos com os resultados teóricos disponíveis.

A situação vivenciada nos permitiu compreender que, embora quantitativamente a experiência não tenha chegado aos resultados esperados, conforme a literatura, sob o aspecto qualitativo, abordamos e percebemos pontos importantes sobre os fundamentos das misturas homogêneas e heterogêneas.

Ao final, pudemos perceber a importância de se utilizar uma metodologia mais flexível que permitiu o trabalho com o tema de interesse do estudante, que proporcionou uma dinâmica raramente encontrada nas aulas tradicionais e que deixou muito claro a “indissociabilidade entre o ensino e a pesquisa na Modelagem

---

<sup>12</sup> Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Balan%C3%A7a>

<sup>13</sup> Disponível em: <http://www.ufpa.br/quimicanalitica/sbalancas.htm>

Matemática”, conforme Burak e Klüber (2010, p.162). Destacamos, ainda, a perspectiva interdisciplinar apresentada pela Modelagem na medida em que, a partir do tema de livre escolha do estudante, foram envolvidos, de forma espontânea, conceitos da área de Química, juntamente, com a Matemática. Isso ilustra que conceitos de muitas áreas podem estar presentes nas diversas situações, quer seja adoçando uma limonada gelada ou um café quentinho.

A Modelagem Matemática, nesta investigação, permitiu de maneira compacta observar o poder de transpor as barreiras da disciplina de Matemática. O potencial metodológico da Modelagem Matemática, na concepção assumida, permitiu ao estudante cego, participante da experiência, entender um pouco da disciplina de Química pelos olhos da Matemática e possibilitou, além disso, que no processo de ensino e aprendizagem ele se tornasse investigador e protagonista, pelas ações de pesquisa, a partir das discussões sobre os dados coletados e com as ricas e prósperas ponderações durante as etapas sugeridas para o trabalho, de modo geral.

A Modelagem facilitou o processo de ensino e aprendizagem porque o estudante se tornou investigador, por meio da pesquisa exploratória, e solucionador de problemas, com a resolução experimental da sua questão norteadora.

Também durante a realização das experiências pudemos perceber que a adaptação de materiais didáticos merece atenção, pois se constitui de grande importância para favorecer as percepções táteis dos estudantes, principalmente em atividades envolvendo gráficos. Entretanto, de maneira geral, os materiais adaptados durante a experiência com a Modelagem Matemática proporcionaram práticas reflexivas, nas quais a construção do conhecimento foi efetivamente percebida.

Esta prática com Modelagem na concepção da Educação Matemática favorece ações que podem produzir uma aprendizagem significativa aos estudantes. Significativa quando parte do interesse deles, isto é, que permite a escolha de um tema de interesse para ser estudado. Nesta concepção de Modelagem, o estudante é protagonista em todo o processo, ao iniciar por uma escolha relacionada com uma situação vivida em seu cotidiano. A aprendizagem se torna significativa na medida em que o estudante busca conhecer mais sobre o tema, nesse caso, a partir do seu conhecimento prévio, que é complementado pela pesquisa exploratória, uma das etapas da Modelagem que permite coletar informações sobre aspectos diversos – técnicos, sociais, científicos, entre outros – até o levantamento da sua questão de investigação. Nessas ações no âmbito do ensino, o professor tem a função de



mediador entre o conhecimento do estudante e o conhecimento universalmente construído, entretanto, assume também outras funções: de problematizador que promove desafios, ao levantar hipóteses; de pesquisador ao buscar conhecer os estudantes, seus interesses, incentivando-o a analisar de forma crítica a solução de um problema resolvido. Por fim, consideramos que é essa a forma de ensino que pode levar os estudantes a uma aprendizagem significativa que permite não apenas apreender, mas compreender um assunto em profundidade.

## Referências

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores. Tese de doutorado – Universidade Estadual Paulista: Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. Contexto: São Paulo, 2002.

BODGAN, R. BIKLEN, S. Investigação Qualitativa em Educação. Porto Editora: Porto, 1994.

BURAK, D. Modelagem matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Dissertação de mestrado - Universidade Estadual Paulista, 1987.

\_\_\_\_\_ Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. Tese de doutorado - Universidade Estadual de Campinas, 1992.

\_\_\_\_\_ A formação dos pensamentos algébrico e geométrico: Uma experiência com a modelagem matemática. Pró-Mat/Paraná, Curitiba, v. 1, p. 32-41, 1998.

\_\_\_\_\_ A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa. Curitiba: CRV, 2012.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática e a prática de professores do ensino fundamental e médio. Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, UEL: Londrina, 2004.

COVRE, G. J. Química total. FTD: São Paulo, 2001.

FERNANDES, S. H. A. A. Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticas: Uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva. Tese de doutorado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2008.

FERRONATO, R. A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis, 2002.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. Ed., Atlas: São Paulo, 1987.

GUGEL, M. Pessoas com Deficiência e o Direito ao Trabalho. Florianópolis: Obra Jurídica, 2007.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira. Censo Escolar 2018. Brasília, 2019. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/censo\\_escolar/notas\\_estatisticas/2018/notas\\_estatisticas\\_censo\\_escolar\\_2018.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2018/notas_estatisticas_censo_escolar_2018.pdf). Acesso em: 20/04/2020.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. EPU: São Paulo, 1986.

MARTINS, D. S.. Educação especial: oficina de capacitação para professores de matemática na área da deficiência visual. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto alegre, 2013.

PARANÁ. Diretrizes Curriculares da Educação Básica. Paraná, PR: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

PEQUIS – Projeto de Ensino de Química e Sociedade. Química cidadã: volume 1: ensino médio: 1ª série. SANTOS, W. MÓL, G. (coords.). AJS: São Paulo, 2013.

SALVADOR, E.. Ensino Fundamental: 9º ano (língua portuguesa, história, geografia, química, física, matemática). Anglo: São Paulo, 2013.

VIGINHESKI, L. V. M. Uma abordagem para o ensino de produtos notáveis em uma classe inclusiva: o caso de uma aluna com deficiência visual. Dissertação de mestrado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná: Ponta Grossa, 2013.

Submetido em: 25 de Junho de 2018.

Aceito em: 18 de Abril de 2020.

