PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 14, número 34 – 2021 DOI: 10.46312/pem.v14i34.6362

Estratégias e Conjecturas Usadas por um Grupo de Professores dos Anos Iniciais em Atividades Exploratório-Investigativas de Álgebra

Strategies and Conjectures Used by a Group of Elementary School Teachers in Exploratory-Investigative Algebra Activities

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt [1]

Ieda Maria Giongo [2]

Marli Teresinha Quartieri [3]

Sabrina Crisostomo da Silva [4]

Daniele Nervis [5]

Camila Bassegio Graff [6]

RESUMO

O presente trabalho é oriundo dos resultados parciais da pesquisa "Ensino-aprendizagem-avaliação em Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: atividades exploratório–investigativas e formação docente", desenvolvida em uma Universidade localizada no Sul do Brasil. Especificamente, a análise da atividade elencada neste relato é procedente de uma formação continuada de

[1] Universidade do Vale do Taquari - Univates. Doutora em Informática na Educação. E-mail: mrehfeld@univates.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0007-8639.
[2] Universidade do Vale do Taquari - Univates. Doutora em Educação. E-mail: igiongo@univates.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1696-0642.
[3] Universidade do Vale do Taquari - Univates. Doutora em Educação. E-mail: mtquartieri@univates.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9621-3830.
[4] Universidade do Vale do Taquari - Univates. Graduada em Letras. E-mail: sabrina.silva@univates.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4882-5776.
[5] Universidade do Vale do Taquari - Univates. Graduanda em Fisioterapia. E-mail: daniel.nervis@universo.univates.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0316-5276.
[6] Universidade do Vale do Taquari - Univates. Graduanda em Pedagogia. E-mail: milagraff@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8256-0201.

professores, realizada na cidade com a qual o grupo de pesquisadores estabeleceu parceria. Assim, o objetivo deste estudo é relatar as estratégias utilizadas pelos docentes dos Anos Iniciais, ao elaborarem as tarefas propostas à luz da tendência Investigação Matemática, contemplando o conteúdo de Álgebra. A coleta de dados está embasada nas transcrições dos gravadores dispostos nos grupos durante a realização da atividade, além de fotos, imagens e anotações dos pesquisadores vinculados. Os resultados apontam que os docentes expressaram distintas conjecturas para a questão proposta, mas as estratégias tinham semelhanças entre si.

PALAVRAS-CHAVE: Investigação Matemática. Álgebra. Formação Continuada.

ABSTRACT

The present study comes from the partial results of the research "Teaching-learning-evaluation in Mathematics in the Elementary School: exploratory-investigative activities and teacher training", developed at the University located in Southern Brazil. Specifically, the analysis of the activity listed in this article comes from a continuing teacher training, held in the city with which the group of researchers established a partnership. Thus, the objective of this study is to report the strategies used by the teachers of the Initial Years, when developing the proposed tasks, in the light of the Mathematical Investigation, contemplating the content of Algebra. The collection of data is based on the transcripts of the recorders disposed in the groups during the activity, in addition to photos, images and annotations of the linked researchers. The results indicate that the teachers expressed different conjectures for the proposed question, but the strategies had similarities among them.

KEYWORDS: Mathematical Investigation. Algebra. Continuing education.

Introdução

Atualmente, algumas pesquisas (CURI, 2004; SOUSA; SOBRINHO, 2010) comprovam que os saberes obtidos na formação inicial de professores de Matemática são insuficientes, pois, durante sua trajetória acadêmica, os conteúdos são voltados à grade curricular estabelecida para aquele tempo de curso que, geralmente, leva quatro anos (CAVALCANTE, 2011). Sendo assim, após essa formação, é necessário refletir, em conjunto com outros docentes, as novas tendências, práticas e ensinos que favoreçam a aprendizagem simultânea, decorrente de atividades investigativas.

Visto isso, um grupo de professores da Escola Básica buscou, em parceria com uma Universidade, ofertar formação continuada aos docentes da área de Matemática nos anos iniciais. Assim, os integrantes do referido grupo, vinculados a uma pesquisa da Universidade do Vale do Taquari, que contam com o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), desenvolveram atividades de caráter exploratório-investigativo, voltado à tendência da Investigação Matemática, na perspectiva de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), Trindade (2008), Fonseca, Brunheira e Ponte (1999).

Para esses autores, a Investigação está associada à ideia de pesquisar, questionar e buscar conhecimento. Nesse contexto, cabe ao professor agir como um mediador de conteúdos, buscando proporcionar aos discentes a autonomia e levá-los a formular as suas próprias concepções. Com base nesse conceito, justifica-se a importância do presente artigo, que busca explorar as estratégias e conjecturas apresentadas pelos professores da rede básica de ensino, no segundo semestre de 2017 e, a partir disso, problematizar a relevância da formação continuada e do uso da exploração de novas perspectivas de trabalho com a Matemática.

Posto isso, na próxima seção, explora-se a visão de alguns aportes teóricos sobre a Investigação Matemática em conjunto com a abordagem do ensino da Álgebra nos primeiros anos.

Referencial Teórico

Investigar, conforme Trindade (2008), é buscar conhecer fatos inexplorados (é explorar fatos desconhecidos). Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) complementam afirmando que a Investigação Matemática é uma metodologia que tem o propósito de trabalhar a autonomia do aluno para a resolução de questões, bem como a elaboração de hipóteses e de conjecturas para esses problemas.

Diante desse contexto, problematizar implica investigar, auxiliando e promovendo a mediação de novos conceitos. Assim, por um momento, ignoram-se as tarefas que, geralmente, possuem apenas uma resposta, optando-se por aquelas que, segundo Palhares (2004), possuem um caráter mais aberto, isto é, possibilita outras respostas.

Por meio dessas práticas, procura-se despertar a criatividade do aluno para que ele seja o construtor do conhecimento adquirido durante o desenvolvimento das tarefas, podendo, dessa forma, serem propulsoras no desencadeamento da criatividade. Aliado a isso, infere-se que o principal objetivo de atividades exploratórias, conforme Trindade (2008), é buscar conhecer fatos, até então, ocultos. Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p. 4) pontuam que

> em uma investigação matemática, o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada.

Outro fator que merece ser destacado é a importância que o caminho tem diante do resultado, pois é no desenvolver da tarefa que o aluno elabora resoluções e busca justificá-las. Dessa forma, desenvolve o pensamento crítico e se torna investigador. Como Trindade (2008, p. 154) afirma, “[...] a estrada é o objetivo e não a chegada”. Assim, em diversas questões, não se obtém uma única resposta e, por vezes, ela está incorreta ou não é original, mas ressalva-se que o objetivo maior não é o resultado, mas o caminho percorrido para chegar até ele. No entanto, cabe ao professor mediar as discussões para que o grupo de discentes encontre a inconsistência na resposta fornecida (se houver).

Ademais, ao utilizar tarefas de exploração aberta, o docente se depara com possibilidades de instigar e despertar a curiosidade dos educandos, já que eles são desafiados a refletir e problematizar questões com as quais lidam no cotidiano e são vistas como triviais. De fato, atividades que contemplam essa tendência contribuem para o desenvolvimento da autonomia e da reflexão crítica em busca do seu próprio conhecimento e respostas para suas perguntas.

> Em atividades investigativas o aluno é incentivado a desenvolver sua autonomia, definindo objetivos e conduzindo a investigação formulando estratégias, testando suas conjecturas, analisando criticamente os resultados obtidos. Daí vem o caráter de imprevisibilidade deste tipo de atividade exige do professor flexibilidade para lidar com as situações novas que, com grande probabilidade, irão surgir (BANDEIRA; NEHRING, 2011, p. 3).

Por fim, possibilita inovar a disciplina de Matemática, pois, conforme já enfatizado, ela valoriza os saberes dos discentes. Sendo assim, o professor constrói conhecimentos matemáticos em conjunto com os alunos por meio de pesquisas e conjecturas, o que também os une no ambiente da sala de aula. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 47) asseveram que

> O professor tem um papel determinante nas aulas de investigação. [...] No acompanhamento que o professor faz do trabalho dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação, e por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática.

Com esses fundamentos teóricos e imbuídos na tendência da Investigação Matemática, o grupo de pesquisadores buscou uma temática para realizar as práticas. Para tal, foi analisada a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, selecionando-se a Álgebra. De acordo com o referido documento, o conteúdo dessa parte de Matemática

> tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2017, p. 268).

Ainda segundo o documento, “[...] imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem [...] como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade" (BRASIL, 2017, p. 268). Assim, pensa-se que, para o desenvolvimento da Álgebra nos anos finais do Ensino Básico, os alunos já podem iniciar o pensamento algébrico nos anos iniciais. Para Oliveira e Laudares (2015, p. 5),

> O pensamento algébrico é favorecido quando, desde as séries iniciais do ensino fundamental, se valoriza as diferentes formas de representação de ideias e relações matemáticas, através de recursos diversos como símbolos, desenhos, material manipulativo e atividades de agrupar, classificar, ordenar que facilitem os trabalhos com os padrões.

Portanto, ao se trabalhar o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno é estimulado a reconhecer padrões, generalizá-los, interpretá-los e resolver diversas situações passíveis de surgir no seu cotidiano. Kieran (2004), afirma que o pensamento algébrico nos anos iniciais não necessita de símbolo-letra, pois, nesses primeiros momentos de contato com o citado conteúdo, o estudante poderá descrever seus pensamentos de forma oral. Como esses teóricos, pensa-se que, para que haja mudanças na formação de um sujeito, fazem-se necessárias reflexões sobre as práticas atitudinais dos educadores visando tornar os discentes críticos e objetivos. Para isso, acredita-se que formações continuadas atendam aos quesitos mencionados.

Logo, nesses encontros, é pertinente a troca de ideias e conhecimentos. Para que isso ocorra, o docente deve estar aberto às novas abordagens e conceitos que podem ter sido mencionados na formação inicial. A continuada, conforme o nome já pressupõe, é uma continuação, um aprimoramento dos saberes. Assim, o docente poderá entender os problemas da sua prática e do cotidiano visando a um aperfeiçoamento profissional e prático no seu contexto de trabalho. Mas, como Demo (2007) expressa em seus estudos, é necessário que se invista na qualidade do professor de modo que se obtenha uma melhora na aprendizagem discente. Dessa forma, a escola deve proporcionar momentos de troca de experiências entre educadores, cursos, palestras e formação continuada. Nesse cenário, a prática ocorreu em um encontro de formação continuada, no qual foi abordado o conteúdo de Álgebra, com suporte teórico da Investigação Matemática, tendo por objetivo essa parte da Matemática nos anos iniciais.

Na próxima seção, é apresentada a forma metodológica, explicitando a maneira como ocorreu o desenvolvimento do estudo.

Metodologia

A atividade elencada nesta pesquisa está alicerçada no conteúdo de Álgebra, utilizando-se, para tal, o papel quadriculado - que pode ser considerado um material de fácil aquisição - para os discentes e/ou docente. Para realizá-la, os pesquisadores da Universidade elaboraram, em conjunto com alguns professores da escola básica, também vinculados à pesquisa, propostas de tarefas exploratórias que contemplassem fragmentos da Álgebra, desenvolvendo um pensamento algébrico nas crianças. Essas atividades foram planejadas, escritas, testadas e reformuladas, perpassando pelo uso de vários materiais. A partir do momento em que as tarefas estavam prontas, o material foi separado; e o encontro para o curso de formação continuada, marcado.

Os professores para os quais foram preparadas as atividades ministravam aulas na Educação Básica de uma cidade vizinha à localidade da Instituição de Ensino Superior. Sendo assim, sua participação na formação continuada era voluntária. No entanto, um incentivo da Secretaria de Educação daquele município contribuiu para que a oficina fosse efetivada e que contasse com a presença de, praticamente, todos os docentes da área da Matemática da localidade.

O curso ocorreu em três noites, e outras atividades com abordagens diferentes foram trabalhadas. Alguns cuidados foram levados em consideração em todos os encontros, principalmente priorizando o trabalho em grupo. Para Brunheira e Fonseca (1995, p. 4),

> As atividades de Investigação constituem uma boa oportunidade para os alunos trabalharem em grupo. Deste modo, mais facilmente se conjugam ideias e se ultrapassam dificuldades. O grupo aumenta também a confiança em enfrentar novos problemas e promove a discussão entre alunos.

Compreende-se, dessa forma, que o trabalho em grupo se torna importante à aprendizagem, pois o sujeito (professor na formação/aluno em sala de aula) socializa suas conjecturas a fim de refiná-las e justificá-las. Investigar com o outro proporciona uma troca de saberes, novos conhecimentos, visto que se aprende muito nas relações humanas.

Para a exploração da atividade, os pesquisadores orientaram os docentes presentes de como seria o desenvolver da atividade. Inicialmente, os participantes discutiram, nos pequenos grupos que formaram, as suas estratégias e respectivas conjecturas. Em seguida, escolheram um pensamento para expor ao grupo maior.

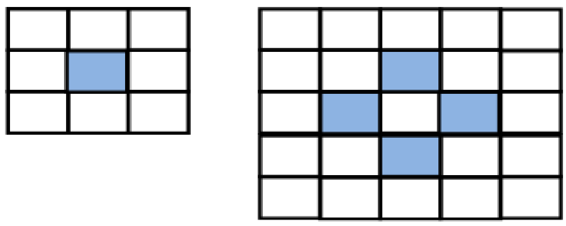
Ressalta-se que a prática contou com a participação de setenta professores da Escola Básica. Para análise dos dados coletados no decorrer das discussões, o encontro foi gravado e, posteriormente, transcrito. Aliado a isso, ocorreu o registro fotográfico para que, após a leitura das enunciações, o grupo de pesquisa pudesse compreender melhor as conjecturas elaboradas. Destaca-se que, ao final do encontro, o material entregue, contemplando as atividades desenvolvidas, foi recolhido para averiguação. Dessa forma, a coleta de dados se constituiu de atividades escritas, fotos, gravações e transcrições das gravações.

Nesse contexto, a realização da atividade, denominada “Sequência no papel quadriculado” teve por objetivo avaliar as conjecturas, pensamentos e dúvidas dos docentes, surgidas à medida que realizavam a tarefa proposta. A atividade está descrita, na íntegra, na Figura 1.

Figura 1 - Atividade “sequência no papel quadriculado”

Observar a sequência de figuras abaixo:

Figura 1 Figura 2



Utilizar o papel quadriculado para representar essas figuras.

Número da figura	Total de quadradinhos	Número de quadradinhos pintados	Número de quadradinhos não pintados
Figura 1	9	1	8
Figura 2	25	4	21
Figura 3			
Figura 4			
...			

Fonte: Elabora pelos autores

A atividade seguiu as seguintes etapas: a) por meio das duas primeiras Figuras apresentadas, os professores deveriam observá-las e seguir uma lógica sequencial a fim de construir uma terceira com um mesmo padrão; b) de acordo com a Figura desenhada na etapa anterior, os docentes contariam quantos quadradinhos foram desenhados, pintados e não pintados; c) por fim, completariam o Quadro que aparece na atividade (Figura 1), relacionando o total de quadradinhos desenhados, pintados e não pintados.

Para finalizar a tarefa, os pesquisadores propuseram resolver, em conjunto, uma generalização matemática, pois, como proferem Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), na discussão e na argumentação sobre suas conjecturas e refutações, o aluno é chamado a agir como um matemático. Diante desse contexto, torna seu papel ativo na aprendizagem do conhecimento.

Resultados da Intervenção Pedagógica

Nesta seção, relatam-se as estratégias utilizadas pelos docentes dos anos iniciais, no decorrer do desenvolvimento da atividade, com o papel quadriculado. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), um dos propósitos de Investigação Matemática é possibilitar a elaboração de hipóteses e conjecturas para os problemas apresentados. Assim, na entrega da atividade para cada grupo, um dos pesquisadores acompanhou as discussões, objetivando o surgimento das diferentes conjecturas para a problemática em questão. Todas as discussões foram gravadas, e algumas estratégias utilizadas pelos professores são expressas adiante. Cabe salientar, que conforme Palhares (2004), proporcionou-se questões com caráter mais aberto, possibilitando o surgimento de mais respostas. A seguir apresenta-se um dos diálogos ocorridos e, em seguida, faz-se uma interpretação deste diálogo:

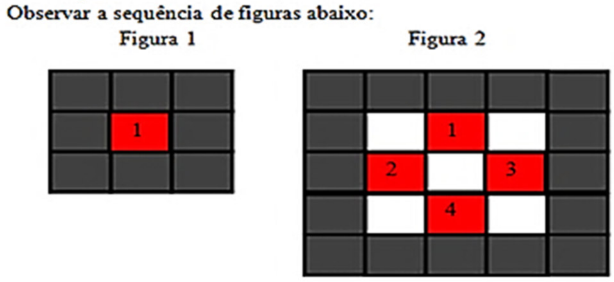
> PG:[7] Na Figura um, tinha um quadradinho pintado no centro da Figura. Na Figura dois, o que aconteceu?
>
> D5: É que sempre sobrava um quadradinho na ponta da Figura, aí tínhamos que manter o padrão.
>
> [...]
>
> PG: Como foi pensado? Na primeira Figura, foi pintado esse [referindo-se ao quadradinho pintado como na Figura inicial], esse, esse e esse [são os quadradinhos pintados na diagonal inferior esquerda e direita do inicial e também abaixo do quadrado inicial, intercalando uma unidade do papel quadriculado].
>
> D5: Para manter o padrão visual, tinha que sobrar um quadradinho de cada lado.
>
> PG: Lá nos fundos, chegaram nesse desenho? [pesquisador perguntando para outro grupo de docentes].
>
> D5: Sim!
>
> PG: Mas a estratégia foi diferente!
>
> D5: Nós chegamos assim ó: total de quadradinhos desenhados, número da Figura vezes dois, mais um ao quadrado; número de quadradinhos pintados é o número da Figura ao quadrado, e número de quadradinhos não pintados é a primeira fórmula menos a segunda.
>
> PG: Mas o desenho de vocês ficou assim?
>
> D5: Sim. Nós achamos assim [desenho igual ao outro grupo].

---

[7] Com o objetivo de não expor nenhum professor, os pesquisadores que propuseram a prática são denominados PG; e os professores participantes da formação, descritos como D.

A primeira estratégia analisada enfatiza uma sequência de padrão visual em que a quantidade de quadradinhos no entorno da Figura não é pintada. Para melhor entendimento, segue a Figura 2 com esquematização elaborada pelos autores do relato.

Figura 2 - Explicação dos autores a respeito do pensamento do Grupo 5

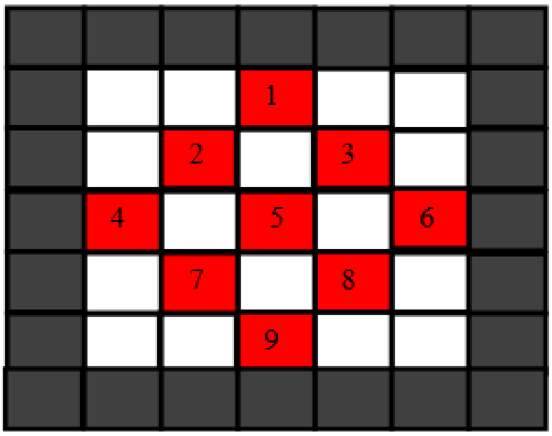


Fonte: Elaborada pelos autores

Os grupos pensaram que, na primeira Figura, havia somente um quadradinho pintado [denominado 1 na Figura 1]; na segunda, aumentaram três quadradinhos pintados [quadradinhos numerados 2, 3 e 4]. Dessa forma, o quadradinho 2 e o 3 se encontram nas diagonais do número 1, na parte esquerda e na direita, respectivamente. Para o número 4, ficou um quadradinho em branco entre o 1 e esse número [4]. Ressalta-se que, para eles, sempre ficava uma linha em branco nas pontas. Para essa explicação, os quadradinhos foram pintados de preto.

A terceira figura ilustra a esquematização elaborada pelos autores.

Figura 3 - Ilustração da estratégia do Grupo 5 para a terceira Figura

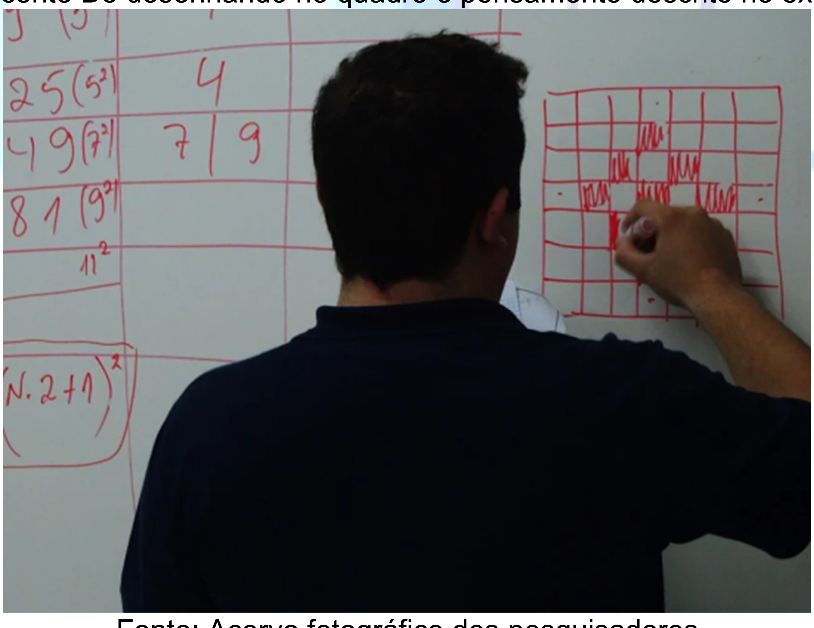


Fonte: Elaborada pelos autores

Seguindo a lógica de raciocínio do grupo, os quadradinhos 4 e 5 são diagonais ao quadradinho número 2. Os quadradinhos 5 e 6 são diagonais ao número 3. Cabe destacar que o 5 é comum aos dois [quadradinhos 2 e 3]. Para encontrar o 7, o grupo deixou um em branco e pintou o que estava logo abaixo deste. Da mesma forma, encontrou o número 8. No quadradinho 9, deixou um em branco entre ele e o 5, pintando-o em seguida. De acordo com Trindade (2008), tarefas investigativas auxiliam na busca de fatos (neste caso padrões de desenhos) até então ocultos ou não conhecidos dos professores em formação.

Esse pensamento, como os demais, foi explicado por um indivíduo de cada grupo no quadro, expondo seu pensamento aos participantes da formação. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a discussão é imprescindível à Investigação Matemática, pois, por um lado, os alunos ganham um "[...] entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvem a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 41). Assim, "[...] é fundamental permitir que os alunos interajam entre si, aprendendo a discutir e a argumentar em defesa das suas opiniões" (TUDELLA *et al*., 1999, p. 95). Portanto, confirma-se que, sem a discussão e a argumentação, é como se uma investigação se perdesse; e nenhum conteúdo, abstraído. Dessa maneira, é necessário que o professor seja mediador dessa situação, conduzindo a reflexão construtiva. A Figura 4 representa o D5, expondo o pensamento do Grupo, inclusive para os demais docentes. De acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), na investigação matemática devem ser explorados todos os caminhos que surgem a partir de uma situação, e foi assim que o professor participante destacou sua conjectura.

Figura 4 - Docente D5 desenhando no quadro o pensamento descrito no excerto anterior



Fonte: Acervo fotográfico dos pesquisadores

Segundo o D5, “para manter o padrão visual, tinha que sobrar um quadradinho de cada lado”. Para a conjectura do total de quadradinhos por Figura, segue a explicação:

Para a figura 1: $3^2 = 9$ quadradinhos;

Para a figura 2: $5^2 = 25$ quadradinhos;

Para a figura 3: $7^2 = 49$ quadradinhos.

Dessa forma, na Figura 5, está ilustrado o quadro preenchido, solicitado na atividade.

Figura 5 - Quadro preenchido conforme Grupo 5

Número da figura	Total de quadradinhos desenhados	Número de quadradinhos pintados	Número de quadradinhos não pintados
Figura 1	9	1	8
Figura 2	25	4	21
Figura 3	49	9	40
Figura 4	81	16	65
...			
N			

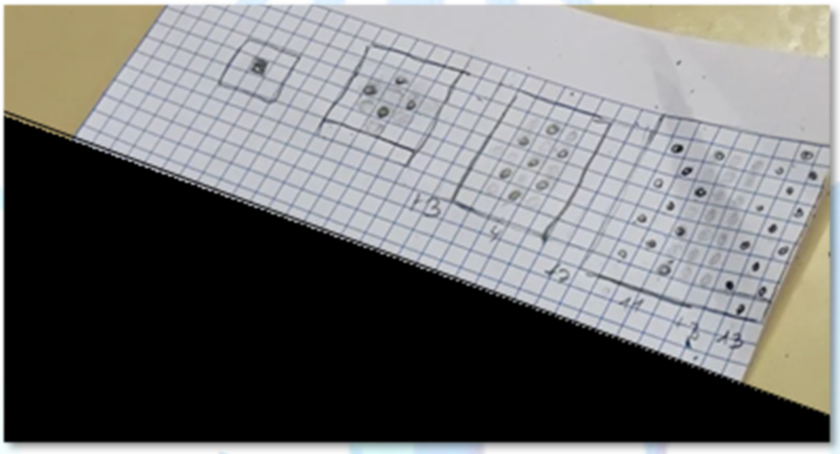
Fonte: Acervo fotográfico dos pesquisadores

Para encontrar o total de quadradinhos, o grupo relacionou as imagens que já haviam sido impressas na folha. Seus integrantes descobriram que, na Figura 1, havia um quadrado 3x3; na 2, um 5x5, usando sempre números ímpares. Assim, para identificar as primeiras Figuras descritas no quadro, foram somando sempre dois, 5+2 = 7; assim, o próximo quadro seria um quadrado 7x7. Mas, para encontrar uma Figura infinita e qualquer, precisavam de uma fórmula. Neste sentido, encontraram a seguinte expressão $(2.n + 1)^2$, em que n é o número da Figura; dois é o primeiro número par; um é o primeiro número ímpar ao quadrado por se tratar de um quadrado – lados e ângulos iguais. Cabe salientar que a expressão encontrada já é uma expressão algébrica, que faz uso de letras, o que significa um processo seguinte ao pensamento algébrico, no qual o aluno usa recursos como símbolos, desenhos e material manipulativo (OLIVEIRA; LAUDARES, 2015).

Para descobrir os números de quadradinhos não pintados, os docentes, inicialmente, encontraram o número de quadradinhos pintados e subtraíram esse valor ao do total de quadradinhos. Assim, sua fórmula ficou NT (número total de quadrados) – NP (número de quadradinhos pintados). Ressalta-se que essas duas fórmulas citadas foram utilizadas por todos os participantes, independente da estratégia utilizada para identificar os pintados.

Outros grupos também pensaram em deixar sempre "quadradinhos em branco de cada lado", porém na parte interna da Figura. Assim, eles não seguiram um padrão como o grupo anterior e ilustrado na Figura 2. Em concordância com o "estilo" da Investigação, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23), aludem que "[...] uma vez que os pontos de partida [de uma investigação] podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes". Isso ocorre porque de uma só tarefa podem emergir diversas respostas. No caso dessa questão, surgiram duas conjecturas distintas, expressas na Figura 6, ilustrando o pensamento do Grupo 4.

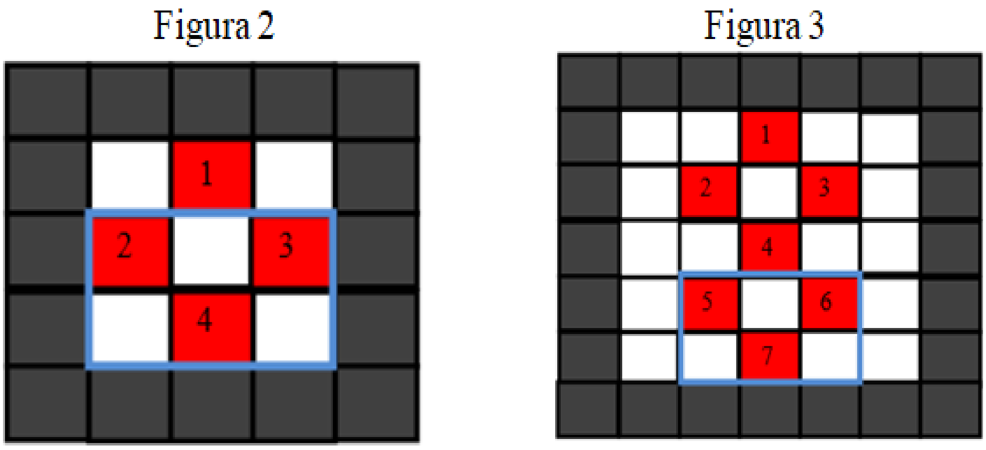
Figura 6 - Pensamento do Grupo 4, semelhante ao 5



Fonte: Acervo fotográfico dos pesquisadores

Como o grupo pensou diferente, segue nova Figura [Figura 7] com a explicação e esquematização.

Figura 7 - Montagem feita pelos autores para explicação



Fonte: Elaborada pelos autores

Para esse grupo, o quadradinho número 1 é o inicial e se mantém em todas as Figuras seguintes. Na segunda, eles acrescentaram três quadradinhos pintados que respeitassem a linha de contorno que sempre fica livre [quadradinhos pretos]. Assim, os quadradinhos 2, 3 e 4 são acrescidos abaixo do inicial. Os quadradinhos 2 e 3 são diagonais ao número 3, e o 4 fica abaixo do 1, intercalado por um quadradinho branco. Logo, para a terceira Figura, acresceram mais três abaixo da figura original [retângulo com contorno azul é sempre a parte nova em relação à anterior]. Esse grupo completou o quadro [Figura 8] da seguinte forma:

Figura 8 - Quadro preenchido pelo grupo 4

Número da figura	Total de quadradinhos desenhados	Número de quadradinhos pintados	Número de quadradinhos não pintados
Figura 1	9	1	8
Figura 2	25	4	21
Figura 3	49	7	42
Figura 4	81	10	71
...			
N			

Fonte: Acervo fotográfico dos pesquisadores

Instigados e indagados, os docentes chegaram à generalização, por eles descrita como 3n - 2 ou (n-1).3 + 1, encontrando mais uma vez uma expressão algébrica. Dessa forma, consideraram n como sendo o número da Figura; o três, o de quadrados que aumenta em relação à anterior; o um, o de quadradinhos pintados da primeira Figura, e o dois resulta da subtração do número de quadrados pintados que aumenta (3), menos o de quadrados pintados da primeira Figura (1). Assim, surgiram duas conjecturas diferentes, mas que resolveram uma mesma questão. Para perceber as diferenças entre os dois pensamentos citados, elaborou-se um quadro [Quadro 1], que segue abaixo:

Quadro 1 - Diferenças entre os Grupos

	Grupo 5	Grupo 4
Conjectura para pintar quadradinhos	Os integrantes pensaram que de qualquer quadradinho tinha que partir duas diagonais.	Na Figura, aumentava somente três, seguindo o mesmo parâmetro da segunda Figura, acrescentando dois quadradinhos pintados na diagonal de um que ficava no centro da Figura, e outro quadradinho abaixo do central, intercalado por um quadradinho em branco.
Fórmula para quadradinhos pintados	N²	3n-2 ou (n-1).3 + 1

Fonte: Elaborado pelos autores

Assim, considera-se que os pensamentos foram instigantes e distintos na medida em que os professores tiveram que argumentar, expor e explicar aos demais colegas o que pensaram. Isso os levou à reflexão e, ainda, compreender as enunciações dos outros quando descreviam seu pensamento, fazendo com que entendessem a prática da Investigação Matemática.

Em acréscimo, cabe salientar e corroborar com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999) que nessa tendência, conforme ilustram os resultados acima relatados, os caminhos escolhidos pelos professores em formação foram diferentes ao realizar generalizações. Ademais, foi privilegiada a estrada por onde trilharam ao pensar suas soluções, como cita Trindade (2008) e não somente a chegada. Neste sentido, os diálogos foram inseridos no intuito de ilustrar as discussões ocorridas.

Ainda, ao adentrarem em sala de aula esses professores precisam saber lidar com a imprevisibilidade e a flexibilidade (BANDEIRA; NEHRING, 2011) e ter vivenciado isso numa formação continuada pode ser produtivo.

Por outro lado, dificuldades se fizeram presentes. A primeira ocorreu devido ao pouco tempo que o grupo teve para explorar as estratégias, o que impediu reformulá-las e encontrar outras generalizações. Nesse sentido, discutiu-se a importância de um tempo maior para a pesquisa das estratégias e da conversa com o grupo de professores em formação, o que pode contribuir para a busca de novos significados e conceitos.

Conforme comentam Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), o professor precisa incentivar a autonomia do aluno e isso demanda tempo, mas é necessário que o resultado a ser obtido seja satisfatório do ponto de vista matemático. Encontrar este equilíbrio entre os dois polos é outro desafio (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003).

Por fim, cabe mencionar que dúvidas e procedimentos foram sanados ao longo dos encontros, deixando os docentes seguros para inserir essa prática em sua sala de aula, pois de acordo com Oliveira e Laudares (2015), inserir o pensamento algébrico nos anos iniciais é relevante, pois auxilia no ensino da Álgebra em anos vindouros.

Conclusões

A pesquisa explorada neste artigo buscou enfatizar a importância de novas metodologias para o ensino de Matemática. Por intermédio de práticas investigativas e exploratórias, os professores e alunos puderam se reinventar de forma conjunta mediante as descobertas obtidas para justificar uma resposta à tarefa. O aluno conseguiu perceber que, nesse tipo de tarefa, nem sempre há uma única resposta, contribuindo para o significado que os discentes sobrepõem a essa matéria. Durante a realização das oficinas, foram perceptíveis os momentos de interação entre os professores participantes, o que torna possível apostar que os mesmos procedimentos serão efetivados em sala de aula com os seus estudantes.

No que diz respeito às estratégias usadas para resolver as atividades, muitas apresentaram semelhanças entre si. Os caminhos que cada um seguiu para a resolução da problemática foram além dos que os pesquisadores haviam encontrado em seus testes e refinações no decorrer dos encontros.

Pontua-se também que surgiram duas conjecturas apresentadas no encontro. Um grupo chegou à generalização "3n-2 ou (n-1).3 + 1"; outro encontrou "$(2.n + 1)^2$" como sua fórmula final. Para ambos, o n é o número da Figura; o um é referente aos quadradinhos pintados da primeira Figura; o dois resulta da subtração do número três menos o número de quadrados pintados da primeira Figura; ao quadrado, pois era uma forma geométrica com os lados iguais (quadrado). Ainda, para a primeira fórmula exposta, o três é o número de quadrados que aumenta em relação à Figura anterior.

Em efeito, é necessário adaptar os objetivos a cada turma, visualizando as especificidades, ou seja, em algumas, não é preciso solicitar as generalizações finais, as quais se utilizam de uma álgebra avançada. Já em outras, ir além pode desafiar os alunos e torná-los críticos e reflexivos.

Os professores participantes da formação continuada se empenharam para finalizar a atividade e demonstraram interesse em atingir os objetivos propostos: investigar, testar as hipóteses e chegar à generalização matemática. Em vista disso, conclui-se que encontros para formação continuada são de suma importância para favorecer o enriquecimento dos conhecimentos sobre formas de ensinar e de aprender a Matemática.

Referências

BANDEIRA, Emanueli; NEHRING, Cátia Maria. Atividades Investigativas – Diálogos Iniciais. *In*: **CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática**, 2, Ijuí: Unijuí, p. 1-12, 2011. Disponível em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/cc/PDF/CC11.pdf. Acesso em: 10 out. 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC 2ª versão. Brasília, DF, 2017.

BRUNHEIRA, Lina; FONSECA, Helena. Investigar na aula de Matemática. Educação e Matemática. *In:* ABRANTES, Paulo; LEAL, Leonor Cunha; PONTE, João Pedro da. **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: Projecto MPT e PM, 1996, p. 193 - 201.

CAVALCANTE, Nahum Isaque dos. Santos. **Formação Inicial do Professor de Matemática**: a (in)visibilidade dos saberes docentes. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes**: uma análise dos conhecimentos para ensinar matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

DEMO, Pedro. É preciso estudar. *In:* BRITO, Angela Maria (Org). **Memórias de formação**: registros e percursos em diferentes contextos. Campo Grande: Editora da UFMS, 2007.

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, João Pedro da. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática**. Lisboa: APM, 1999.

KIERAN, Carolyn. Algebraic thinking in the early grades: what is it? **The Mathematics Educator, Athens**, GA, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

OLIVEIRA, Silvânia Cordeiro de.; LAUDARES, João Bosco. Pensamento Algébrico: uma relação entre Álgebra, Aritmética e Geometria. *In:* **VII Encontro Mineiro de Educação Matemática**, 2015, Juiz de Fora, p. 1-10.

PALHARES, Pedro. **Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico**. Lisboa: LIDEL, 2004.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigação matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

SOUSA, Valdirene Gomes; SOBRINHO, José Augusto de Carvalho Mendes. A formação Matemática no curso de Pedagogia da UFPI: revelando olhares. *In:* **Anais** do VI Encontro do PPGED/UFPI. GT 13. 2010, p. 1-11.

TRINDADE, Ângela Ferreira Pires da. **Investigações Matemáticas e Resolução de Problemas** - Que fronteiras? Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

TUDELLA, Ana; FERREIRA, Catarina; BERNARDO, Conceição; PIRES, Fernando; FONSECA, Helena; SEGURADO, Irene; VARANDAS, José. Dinâmica de uma aula com investigações. *In:* ABRANTES Paulo; PONTE, João Pedro da.; FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina. (Org.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1999, p. 87-96.

Submetido em: agosto de 2018.

Aceito em: outubro de 2020.