REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 13, número 32 – 2020 DOI: 10.46312/pem.v13i32.7848

As Estruturas Aditivas e a Aprendizagem da Matemática: uma atividade analisada à luz da Teoria dos Campos Conceituais

The Additive Structures and the Learning of Mathematics: an activity analyzed in the light of Conceptual Field Theory

Wander Mateus Branco Meier[1]

Fabrícia de Carvalho Paixão[2]

Carla Larissa Rodrigues[3]

RESUMO

O processo de conceitualização das estruturas aditivas, realizado por meio da Teoria dos Campos Conceituais, nos auxilia a compreender como os estudantes constroem os conhecimentos matemáticos. Este trabalho objetivou analisar o enunciado de problemas e as produções dos alunos frente a uma atividade aplicada a 46 alunos de 2º e 4º anos do Ensino Fundamental. Os resultados evidenciam que os alunos apresentam dificuldades de interpretação dos problemas quando os enunciados são semanticamente incongruentes. A estratégia de resolução mais utilizada pelos alunos do 2º ano foi o desenho e, pelos alunos do 4º ano, o registro numérico. Alguns erros foram frequentes, tais como: de contagem, relacionados ao valor posicional e relacionados à operação inversa. Espera-se que esta pesquisa conduza os professores de matemática do Ensino Fundamental a perceberem a importância de contemplar as diferentes classes de situações-problema, que possibilitam a interpretação de enunciados semanticamente incongruentes e estratégias diferenciadas de resolução.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria dos Campos Conceituais. Educação Matemática. Estruturas Aditivas.

---

[1] Doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE. Docente da Universidade Federal do Paraná/UFPR, Palotina, Paraná, Brasil. E-mail: wandermateus@yahoo.com.br. Orcid: https://orcid.org/0000-0001-9295-2778.

[2] Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Paraná e Pós Graduada em Atendimento Educacional Especializado pela Faculdade São Braz. Profissional autônoma. E-mail: fah-carvalho@hotmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9611-1156.

[3] Mestranda em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE. Docente da rede municipal de ensino de Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: carlahalum@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6874-5824.

ABSTRACT

The conceptualization process of additive structures, carried out through the Theory of Conceptual Fields, helps us to understand how students construct mathematical knowledge. This work aimed to analyze the statement of problems and the students' production in the face of an activity applied to 46 students of 2nd and 4th years of Elementary School. The results show that students have difficulties in interpreting problems when the statements are semantically incongruous. The resolution strategy most used by 2nd grade students was drawing and, by 4th grade students, the numerical record. Some errors were frequent, such as: counting, related to the positional value and related to the inverse operation. It is hoped that this research will lead elementary school mathematics teachers to realize the importance of contemplating the different classes of problem situations, which enable the interpretation of semantically incongruous statements and differentiated resolution strategies.

KEYWORDS: Conceptual Field Theory. Mathematics Education. Aditive Structures.

Introdução

Mesmo considerando a Educação Matemática um campo de conhecimento consolidado, com elementos próprios e distintos das demais áreas, é viável que, periodicamente, retomemos a forma com a qual ela se apresenta no cenário didático.

Para que a Educação Matemática viesse a constituir-se tal qual é atualmente, recebeu contribuições de outras áreas do conhecimento e não apenas da Educação e da Matemática, como fica explícito em sua nomenclatura. A Filosofia, a Psicologia, a Antropologia e a História são exemplos de áreas que contribuíram, e continuam a fazê-lo, para o desenvolvimento da Educação Matemática.

Percebemos estas contribuições, de forma clara, quando debruçamo-nos sobre as diferentes teorias da Educação Matemática: de Brousseau, de Vergnaud, de Duval, de Skovsmose, bem como sobre suas tendências: Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática, Novas Tecnologias, História da Matemática, Investigação Matemática, Jogos Matemáticos, dentre outras.

O que as fazem possuir um ponto em comum, para que sejam consideradas pertencentes a esta área? O que torna a Educação Matemática um campo do conhecimento? Estes não são questionamentos simples de se solucionar, mas é visível que, apesar de variavelmente buscarem caminhos distintos ou similares, estas pesquisas almejam respostas para os mesmos fenômenos: o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Este trabalho busca percorrer um destes caminhos, esclarecendo ao leitor uma dessas teorias, a dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, e objetiva analisar o enunciado de problemas e as produções dos alunos frente a uma atividade aplicada a 46 alunos de 2º e 4º anos do Ensino Fundamental.

Dessa forma, no próximo subcapítulo, realizaremos uma síntese da teoria de Vergnaud, que, apesar do espaço limitado pelo formato deste trabalho, nos permita proceder à análise desejada.

A Teoria dos Campos Conceituais e os problemas de estruturas aditivas

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida na década de 1980 na França, com o psicólogo, filósofo e matemático Gérard Vergnaud, pertencente à tradição piagetiana, com a finalidade de explicar o processo da conceitualização das estruturas aditivas, multiplicativas, das relações números-espaço e da álgebra, e assim, buscar compreender como os estudantes constroem os conhecimentos matemáticos.

Nesse sentido, para o autor, o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um determinado período, por meio da experiência, da maturidade e da aprendizagem (VERGNAUD, 1982, p. 40).

Para Vergnaud (1982) *apud* Magina; Santana; Carzola; Campo (2010), um campo conceitual deve ser visto como um "[...] conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos, e operações de pensamento, conectados uns ao outro e provavelmente interligados durante o processo de aquisição" (VERGNAUD, 1982, *apud* MAGINA *et al.*, 2010, p. 18).

Vergnaud (2009) nos informa que, a partir de um campo conceitual se compreende o desenvolvimento das competências do sujeito. Deste modo, o autor define o conceito como um conjunto de três subconjuntos: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência); conjunto dos invariantes operatórios, os conceitos-em-ato e teoremas-em-ato que intervêm nos esquemas de tratamento das situações (o significado); conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráfica, língua natural) que permitem representar os conceitos e suas relações e, consequentemente, as situações e os esquemas que elas evocam (o significante).

Um conceito não se desenvolve em uma única categoria de situações, mas em certa variedade; bem como, não podemos analisar uma situação considerando apenas um conceito, mas somente a partir de vários. Vergnaud (1993) enfatiza que uma situação, por mais simples que se apresente, envolve vários conceitos.

Para que o leitor possa perceber a importância da variação dos problemas matemáticos por parte do professor, exemplificamos as situações das estruturas multiplicativas, por meio de quatro problemas propostos e explicados por Magina *et* *al.* (2014), que culminam em uma mesma operação 2x4, mas trazem conceitos com diferentes complexidades.

O primeiro problema trata de conceitos de proporcionalidade simples, refere-se ao quociente entre duas grandezas: “A receita de brigadeiro de Dona Maria leva 1 lata de leite condensado para 4 colheres de chocolate. Ela vai fazer brigadeiros com 2 latas de leite condensado. Quantas colheres de chocolate ela usará para fazer sua receita de brigadeiro corretamente?” (MAGINA *et al.*, 2014, p. 38).

O segundo problema, por sua vez, propõe a comparação entre grandezas de mesma natureza, no caso, o valor monetário: “Uma lojinha do Shopping vende tudo 2 vezes mais caro que a lojinha da esquina. Uma sandália custa R$ 4,00 na lojinha da esquina. Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?” (MAGINA *et al.*, 2014, p. 38).

Já o terceiro problema envolve a bilinearidade: o valor a pagar é proporcional à quantidade de filhos e diretamente proporcional a quantidade de horas. Observa-se que uma dessas grandezas é de natureza contínua e as outras de natureza discreta: “Um parque de diversão cobra R$ 1,00 para cada criança brincar em qualquer brinquedo durante uma hora. Dona Lulu levou seus 2 filhos para brincar no parque durante 4 horas. Quanto ela pagou?” (MAGINA *et al.*, 2014, p. 38).

O quarto problema, por fim, trata da ideia de combinação e está associado a grandezas de natureza discreta: “Em uma sorveteria, o sorvete de uma bola pode ser servido em casquinho ou copinho. Tem 4 sabores diferentes: menta, baunilha, chocolate, morango. Maria quer um sorvete de uma bola, de quantas maneiras diferentes ela tem para escolher?” (MAGINA *et al.*, 2014, p. 38).

Assim, constatamos a importância de considerar as características de cada situação: os conceitos e os valores. Estas diferentes situações mostram também que a aprendizagem de um conceito pode necessitar de algum tempo para se concretizar e, durante esse período, o sujeito passa por inúmeras situações no ambiente escolar e fora dele, as quais podem possibilitar o desenvolvimento de esquemas, elaborados para lidar com essas situações.

Piaget *apud* Nogueira e Rezende (2014) denomina de esquema “a atividade organizada que o sujeito desenvolve em face à determinada classe de situações”, como por exemplo, ao trabalhar com situações-problema do campo aditivo (adição e subtração), estão presentes os esquemas de juntar, separar e colocar em correspondência um-a-um.

O esquema é necessariamente formado por quatro componentes: um objetivo, subjetivo e antecipações; regras em ação, de tomada de informação e de controle; invariantes operatórios: conceitos em ação e teoremas em ação; possibilidades de interferências em situações (VERGNAUD, 2009, p. 21).

Os teoremas em ação são invariantes do tipo proposição e são suscetíveis de serem verdadeiros ou falsos.

> Entre os 5 e os 7 anos, as crianças descobrem que não é necessário voltar a contar tudo para encontrar o cardinal de A∀B depois de se ter contado A e B, podemos exprimir este conhecimento através de um teorema em ação: Card (A U B) = Card (A) + Card (B) desde que A ∩ B =∅. (VERGNAUD, 1996a, p. 163).

As diversas formas de representação de um conceito, utilizando diferentes invariantes operatórios, podem trazer um maior significado à sua compreensão. Por exemplo, é possível representar o mesmo teorema referente às estruturas aditivas de diversas maneiras, conforme cita Vergnaud (1996): i) na linguagem natural: o estado inicial é o estado final ao qual se acrescenta aquilo que foi gasto ou perdido, e a que se subtrai aquilo que se recebeu ou se ganhou; ii) na escrita algébrica: F = T(I) → I = T – 1 (F); iii) por meio do esquema sargital[4], o qual utilizaremos adiante. Porém, a invariância do significante contribui para uma melhor identificação do significado e para a sua transformação em objetos de pensamento (VERGNAUD, 1996, p. 186).

Algumas atividades didáticas podem facilitar a verificação dos esquemas realizados pelos estudantes, por meio das análises das estratégias utilizadas para encontrar a solução e reconhecer os conhecimentos prévios dos sujeitos, que não eram evidentes. Nessa teoria, um problema caracteriza-se como sendo toda situação na qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, de hipótese e de verificação, para produzir uma solução (VERGNAUD, 1990, p. 52).

Vergnaud (1993) estabelece como Campo Conceitual das Estruturas Aditivas o conjunto das situações que envolvem uma ou várias adições e subtrações, além do conjunto dos conceitos e teoremas interligados a estas situações. Como componentes deste campo conceitual, Rezende e Borges (2017), apoiados em Vergnaud (1993), mencionam alguns conceitos:

> de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (ganhar ou perder), de relação de comparação quantificada (ter a mais que), de composição binária de medidas (quanto no total), de composição de transformações e relações, de

[4] Os quadros de 01 a 05 possuem exemplos de esquemas sargitais.

> operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo. (REZENDE; BORGES, 2017, p. 333).

Magina; Campos; Nunes; Gitirana (2001) fazem uma releitura do campo conceitual das estruturas aditivas, classificando os problemas aditivos em três relações de base, a partir das quais são originados os problemas de adição e subtração. São elas: de *composição*, de *transformação* e de *comparação*.

Para estes três grupos de problemas, são discriminadas suas extensões, as quais dizem respeito aos diferentes níveis de complexidade, sendo que os problemas cuja resolução demandam situações mais simples são chamados de protótipos. A seguir, apresentamos as três classes de problemas, com suas formas estruturais, como propostos por Magina *et al.* (2001), juntamente com os esquemas propostos por Vergnaud:

Composição: essa classe compreende as situações que remetem a problemas que envolvem as relações entre parte e todo. Podem-se apresentar aos estudantes os valores de duas ou mais partes e questionar sobre o valor do todo. Este tipo de problema é classificado como protótipo de problemas aditivos (Quadro 01 – Composição 01).

Quadro 01 – Composição 01 e Composição 02

Enunciado	Esquema	Enunciado	Esquema
João tem 10 carrinhos pretos e 7 carrinhos vermelhos. Quantos carrinhos João tem ao todo?	$\boxed{10}$ Parte $\boxed{?}$ Todo $\boxed{7}$ Parte	Em uma fruteira tem treze laranjas verdes e amarelas. Oito laranjas são verdes. Quantas são as laranjas amarelas?	$\boxed{8}$ Parte $\boxed{13}$ Todo $\boxed{?}$ Parte

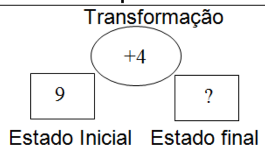
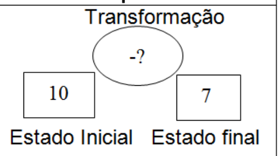
Fonte: Elaborado pelos autores

Pode-se informar o valor do todo e de uma ou mais partes e perguntar sobre o valor da parte restante. Esta categoria é classificada como problemas de 1ª extensão das estruturas aditivas (Quadro 01 – Composição 02).

Transformação: nessa classe de problemas a ideia temporal está sempre envolvida. Ela estabelece uma relação entre uma quantidade inicial e uma quantidade final. Há seis situações possíveis, sendo três relacionadas a transformações positivas e três relacionadas a transformações negativas.

Os problemas que informam sobre a quantidade inicial e sobre como se dá a transformação (positiva ou negativa) são considerados como problemas protótipos (Quadro 02 – Transformação 01).

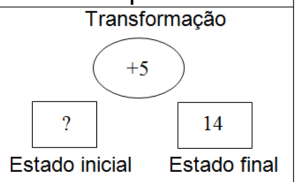
Quadro 02 – Transformação 01 e Transformação 02

Enunciado	Esquema	Enunciado	Esquema
João tinha 9 bombons e ganhou mais 4 do papai. Com quantos bombons João ficou ao todo?		João tinha 10 balas. Comeu algumas e ficou com 7. Quantas balas ele comeu?	

Fonte: Elaborado pelos autores

Os problemas que informam sobre as quantidades inicial e final e questionam sobre o valor da transformação são considerados problemas de 1ª extensão (Quadro 02 – Transformação 02). Os problemas que oferecem os valores da transformação e a quantidade final, perguntando pela quantidade inicial são considerados como problemas de maior complexidade, enquadrados como de 4ª extensão (Quadro 03).

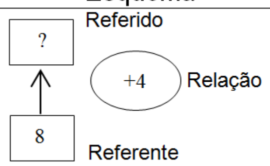
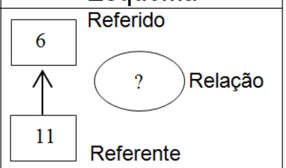
Quadro 03 – Transformação 03

Enunciado	Esquema
João tinha algumas figurinhas e ganhou 5 de seu amigo, ficando com 14. Quantas figurinhas João tinha antes?	

Fonte: Elaborado pelos autores

Comparação: essa classe engloba os problemas nos quais é possível comparar duas quantidades, denominadas *referente* e *referido*, e cuja relação é sempre presente. Se o problema oferecer uma das quantidades (referente) e a relação entre elas e perguntar sobre a outra quantidade (referido) têm-se um problema de 2ª extensão (Quadro 04 – Comparação 01).

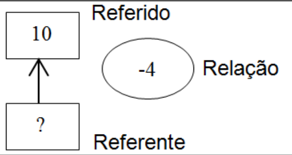
Quadro 04 – Comparação 01 e Comparação 02

Enunciado	Esquema	Enunciado	Esquema
João tem 8 anos e Carlos tem 4 anos a mais que ele. Quantos anos tem Carlos?		João tem 6 anos e Carlos tem 11 anos. Quem é mais velho? Quantos anos a mais?	

Fonte: Elaborado pelos autores

Se o problema fornecer as duas quantidades (referente e referido) e perguntar sobre a relação entre elas, os problemas são classificados como de 3ª extensão (Quadro 04 – Comparação 02). Se as quantidades informadas forem a do referido e da relação, pedindo-se a quantidade do referente, então se trata de um problema de 4ª extensão (Quadro 05).

Quadro 05 – Comparação 03

Enunciado	Esquema
João tem 4 calçados amenos que Carlos, que possui 10. Quantos calçados tem João?	

Fonte: Elaborado pelos autores

Percebemos, assim, que a alternância entre os diferentes tipos de problemas pode conduzir os alunos à compreensão dos conceitos relativos às estruturas aditivas. Dessa forma, a seguir, descrevemos como foi elaborada e aplicada uma atividade para crianças de 7 e 9 anos, no intuito de, por meio de um exemplo prático, conduzir o leitor a uma melhor compreensão da teoria supracitada.

Campo Empírico

Com base nos estudos de Vergnaud (1998) e nas contribuições de Magina *et al.* (2001), que também fundamentaram seu trabalho na teoria de Vergnaud, despertou-se o interesse em realizar um estudo de caso com turmas de um 2º e 4º ano de uma escola municipal da cidade de Campo Mourão-Pr. Tal escolha se deveu ao fato de que se tratavam de turmas de atuação de um dos autores. A pesquisa contou com a participação de 46 alunos, sendo 23 do 2º ano e 23 do 4º ano, com idades entre 8 e 10 anos.

A escola municipal investigada atende ao Ensino Fundamental Anos Iniciais, classe especial[5] e sala de recursos multifuncional[6]. A instituição conta com 14 turmas em cada período (matutino e vespertino), com aproximadamente 26 alunos por turma e um total de 650 alunos e 40 professores.

As cinco situações problemas foram elaboradas pelos autores deste texto com base nas características apresentadas por Magina *et al.* (2001) com relação aos tipos de problemas: composição, transformação e comparação. Não foram propostos problemas mais avançados para a turma de 4º ano, pois o intuito da atividade foi analisar o resultado de diferentes turmas e buscar compreender o desenvolvimento dos alunos na sequência dos anos escolares.

No momento da aplicação, os problemas foram entregues aos alunos e lidos pela pesquisadora. Caso algum aluno tivesse dúvidas com relação aos enunciados das questões, poderia dialogar com a pesquisadora no intuito de conduzi-los a

[5] Atende alunos que apresentam dificuldades acentuadas de aprendizagem e quadros graves de deficiência mental ou múltipla.

[6] Alunos que apresentam dificuldades acentuadas de aprendizagem com atraso acadêmico significativo, decorrente de Deficiências mental/intelectual e/ou transtorno funcionais específicos.

compreender o enunciado. O instrumento de coleta de dados foi o registro escrito desenvolvido pelos alunos enquanto participantes das aulas observadas.

Assim, realizamos a análise de cada problema e no final apresenta-se uma compreensão do desempenho das turmas. Para preservar a identidade dos alunos nomearam-se por A1 até A23 os alunos do 2º ano e B1 até B23 os alunos do 4º ano.

Quadro 06 – Problema 1

Problema 1:	Gabriel tem 10 figurinhas e ganhou 7 de seu amigo. Quantas figurinhas tem Gabriel?
Operação Correta:	10 + 7 = 17
Características do Problema:	Transformação positiva, busca pelo estado final – protótipo.

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 07 – Análise do Problema 1

Aluno	**Registrou algoritmo para resolução? Qual(is)?**	**Equívocos cometidos**
A1, A2, A3, A7, A8, A9, A10, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21 B1 B2 B3 B4 B6 B7 B9 B11 B12 B14 B15 B17 B20 B21 B22 B23.	Sim, 10 + 7 = 17	–
A4, A5, A6, A11, A22 e A23.	Não, apresentou desenhos	–
B5	Sim, 10 + 7 = 10	Erro de cálculo
B8 B10 B13 B16 B19	Não, apresentou o resultado correto	–
B18	Sim, 10 – 7 = 17	Erro de cálculo

Fonte: Elaborado pelos autores

Dentre os 23 alunos do 2º ano que resolveram o problema 1, 17 destes conseguiram resolver a situação proposta por meio do algoritmo de adição, alcançaram a solução do problema e apresentaram respostas coerentes. Destes 23 alunos, os alunos A7 e A21 fizeram a representação do problema por meio do algoritmo de adição e por meio de desenho conforme mostra a Figura 01. Já os alunos A4, A5, A6, A11, A22 e A23, resolveram corretamente a situação proposta apenas com o auxílio de desenhos.

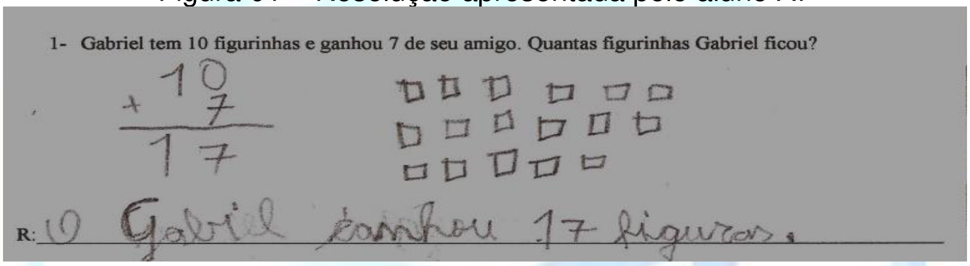
Dentre os 23 alunos da turma de 4º ano que resolveram os problemas propostos, considera-se que 16 destes obtiveram êxito na resolução do problema 1, apresentando os cálculos, resultados corretos e respostas coerentes. Considera-se, por exemplo, como resposta coerente a apresentada pelo aluno B1: “Gabriel ficou com 17 figurinhas”. Ressalta-se que estes alunos colocaram em suas respostas não apenas o resultado final, mas frases que explicam a solução para o problema.

Os alunos B8, B10, B13, B16 e B19 não apresentaram registro de cálculo ou de desenhos no problema proposto, constava apenas o resultado correto.

Considerou-se que as respostas apresentadas pelos mesmos diferiam das anteriores, por não ser possível identificar como se deu a busca pela solução do problema.

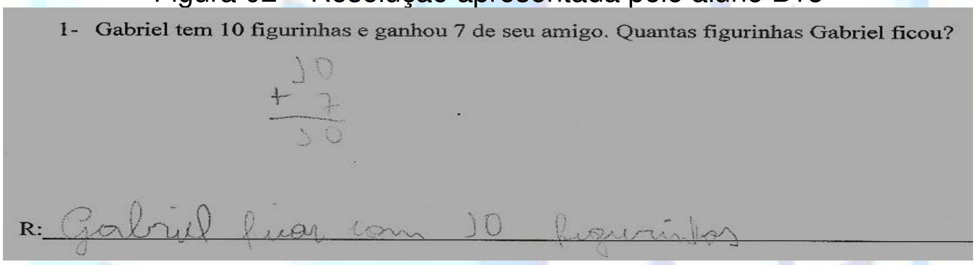
Dois casos destacaram-se: na resolução desenvolvida pelo aluno B5, o algoritmo (10 + 7 = 10) apresentado e a ordem dos dados utilizados estão corretos, porém a solução está incorreta. É possível que isto se deva à falta de atenção e, apesar do erro, a resposta foi apresentada com clareza. A Figura 02 apresenta a resolução do aluno B5. O aluno B18 resolveu o algoritmo incorretamente para a resolução do problema 1: (10 + 7 = 10). Apesar de organizar corretamente, a operação está incorreta. Podemos conjecturar que há uma confusão conceitual com relação à utilização do algoritmo.

Figura 01 – Resolução apresentada pelo aluno A7



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 02 – Resolução apresentada pelo aluno B18



Fonte: Elaborado pelos autores

A seguir apresenta-se a análise das resoluções para o problema 2.

Quadro 08 – Problema 2

Problema 2:	Numa caixa tem 15 brinquedos. Quatro são carrinhos e o restante são bonecas. Quantas bonecas têm na caixa?
Operação Correta:	15 – 4 = 11
Características do Problema:	Composição, busca por uma das partes – 1ª extensão.

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 09 – Análise do problema 2

Aluno	Registrou algoritmo para resolução? Qual (is)?	Equívocos cometidos
A2, A3, A10, A12, A8, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, B2, B3, B6, B7, B9, B11, B12, B13, B14, B15, B17, B18, B19, B20, B21, B22, B23.	Sim, 15 – 4 = 11	–
B1	Sim, 15 – 4 = 12	Erro de cálculo

A5, A11, B4	Não, apresentou desenhos	–
A1	Sim, 15 - 4 = 10.	Erro de cálculo.
B5	Sim, 15 -* 4 = 11	*Não indicado
A7 e A9	Sim, 15 + 4 = 19	Algoritmo de adição.
A6	Sim, 4 + 11 = 15	Algoritmo de adição.
A4, B8, B10, B16	Não, apresentou o resultado correto	–

Fonte: Elaborado pelos autores

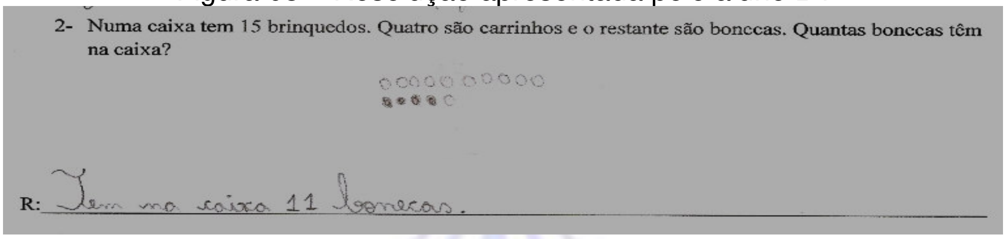
Com relação às resoluções apresentadas pelos alunos para o problema 2, constatou-se que 16 alunos do 2º ano e 19 alunos do 4º ano obtiveram êxito no processo de resolução, visto que estes apresentaram em suas resoluções os cálculos corretos, respostas coerentes e claras para a solução do problema. Os alunos A4, B8, B10 e B16 não apresentaram resolução para o problema, mas apenas a resposta final.

Os alunos A5, A11 e B4, apesar de não utilizarem o algoritmo de subtração (15 – 4 = 11) para a resolução, representaram a situação do problema por meio de desenhos. O aluno B4, por exemplo, desenhou 15 bolinhas que representam o total de brinquedos e coloriu 4 bolinhas que representam o total de carrinhos, concluindo que as bolinhas que ficaram sem colorir representam a quantidade de bonecas que há na caixa, ou seja, 11 bonecas, conforme pode ser visto na Figura 03. Já o aluno A18 resolveu a situação com o auxílio de desenhos e por meio do algoritmo de adição. O aluno B5, acredita-se que por desatenção, não indicou o sinal de subtração no algoritmo, porém apresentou a resposta correta. Os alunos A1 e B1 construíram o algoritmo corretamente, mas erraram o processo de cálculo, sendo que o aluno B1 não apresentou uma resposta coerente.

Já os alunos A7, A9 e A6 apresentaram em suas resoluções o algoritmo de adição. Os alunos A7 e A9 adicionaram o total de brinquedos ao total de carrinhos e concluíram que havia 19 bonecas na caixa. Entende-se que estes alunos não conseguiram interpretar corretamente o problema 2. Além disso, é possível identificar que o aluno A9 necessita indicar no algoritmo as letras D e U que correspondem às casas da dezena e da unidade, respectivamente, para posicionar os números, conforme mostra a Figura 04.

O aluno A6 também apresentou dificuldades de interpretação, sendo auxiliado pela professora-pesquisadora. É interessante ressaltar que este aluno fez o cálculo mental correto (15 – 4 = 11), mas registrou o cálculo 4 + 11 = 15 e, por fim, apresentou como resposta “11 bonecas”. Isto pode mostrar que este aluno, apesar da sua dificuldade, pôde representar seu cálculo mental, de subtração, na forma de uma operação de adição, como uma prova real o raciocínio que havia realizado. Assim, destaca-se que a relação inversa entre as operações pode ter sido compreendida.

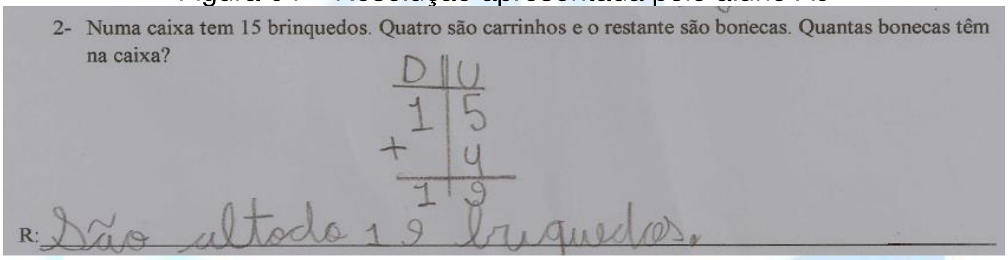
Figura 03 – Resolução apresentada pelo aluno B4


2- Numa caixa tem 15 brinquedos. Quatro são carrinhos e o restante são bonecas. Quantas bonecas têm na caixa?

R: Tem na caixa 11 bonecas.

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 04 – Resolução apresentada pelo aluno A9


2- Numa caixa tem 15 brinquedos. Quatro são carrinhos e o restante são bonecas. Quantas bonecas têm na caixa?

D | U
1 5
\+ 4
1 9

R: São altodo 19 briquedos.

Fonte: Elaborado pelos autores

A seguir apresenta-se a análise das resoluções para o problema 3.

Quadro 10 – Problema 3

Problema 3:	Maria tinha algumas balas e deu 8 para sua prima, ficando com 19? Quantas balas Maria tinha?
Operação Correta:	19 + 8 = 27
Características do Problema:	Transformação negativa, busca pelo estado inicial – 4ª extensão.

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 11 – Análise do problema 3

Aluno	**Registrou algoritmo para resolução? Qual (is)?**	**Equívocos cometidos**
A1, A2, A6, A8, A9, A10, A13, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, B1, B2, B4, B6, B7, B9, B13, B14, B15, B17, B19, B20, B21 B23	Sim, 19 + 8 = 27	–
A3	Sim, 28 – 09 = 19	Dados incorretos
A5	Não, apresentou desenhos	Erro de quantidade na representação por meio do desenho.
A7	Sim, 28 – 8 = 20	Algoritmo de subtração. Dados incorretos
A12	Sim, 8 – 19 = 31	Algoritmo de subtração Ordem dos dados
A14	Sim, 18 – 8 = 10	Dados do algoritmo incorretos.
B11, B12	Sim, 19 + 8 = 27 e 27 – 8 = 19;	–

B3	Sim, 8 – 19 = 11	Algoritmo de subtração Erro de cálculo; Ordem dos dados
B5, B18	Sim, 19 – 8 = 11	Algoritmo de subtração.
A4, A11, A22, B8, B10, B16	Não	–
B22	Sim, 19 + 8 = 107	Erro de cálculo

Fonte: Elaborado pelos autores

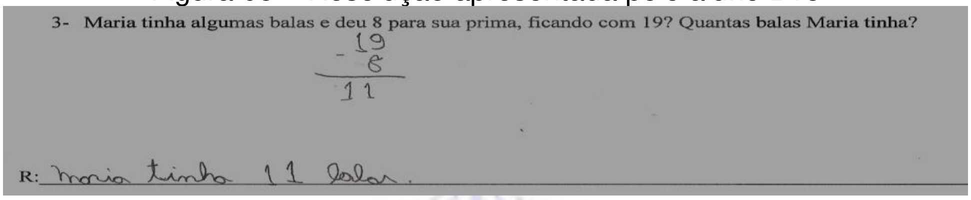
Nas atividades relativas ao problema 3, constatou-se que 15 alunos do 2º ano e 16 alunos do 4ºano obtiveram êxito. Verificou-se que os alunos A1, A2, A8, A9, A18, A19, A20, A21, B1 e B6 não indicaram no processo de resolução o número 1, na parte superior, que corresponde à adição de uma dezena, conforme pode ser visto na Figura 05.

Constatou-se também que os alunos A4, A11, A22, B8, B10 e B16 não apresentaram resolução para o problema 3. Ressalta-se, ainda, que os alunos B5 e B18, possivelmente por influência do termo “deu” no enunciado do problema, resolveram o problema utilizando o algoritmo de subtração conforme mostra a Figura 05. Apesar deste equívoco, estes alunos acertaram a resolução do algoritmo e apresentaram uma resposta clara.

Esta incongruência semântica no enunciado do problema 3 pode, também, ter sido a causa para os resultados incorretos dos alunos A3, A7, A12 e A14. O aluno A3 tentou resolver o problema com o auxílio de desenhos e também por meio de cálculos, porém não interpretou corretamente a situação proposta: desenhou 28 riscos e marcou 9 deles com uma transversal. É possível que este aluno tenha considerado que Maria deu 9 balas para sua prima, ao invés de 8 e, por meio de tentativas, pretendia alcançar o número 19 (quantidade de balas que restou). Este mesmo equívoco foi cometido pelo aluno A5, que utilizou apenas desenhos, conforme mostra a Figura 06.

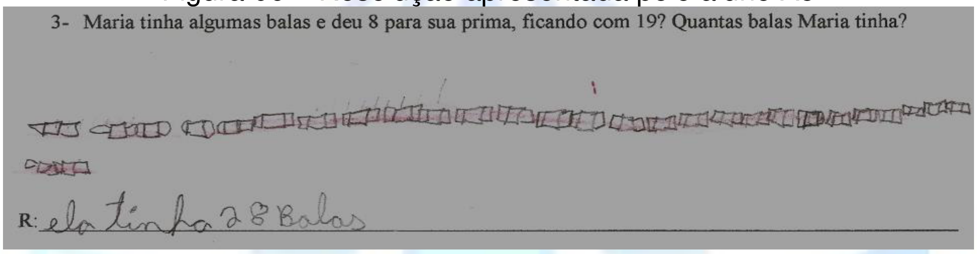
Os alunos A12, A14 e B3 utilizaram o algoritmo de subtração e colocaram os números na ordem apresentada pelo problema: primeiro o 8 e depois o 9, conforme pode ser visto na Figura 06. O aluno A14 além de utilizar o algoritmo de subtração utilizou dados incorretos. O aluno A7, além de errar no processo de cálculo, utilizou dados incorretos. Acredita-se que este aluno realizou mentalmente o cálculo (19 + 8 = 28) e posteriormente subtraiu 8 unidades do resultado encontrado, assim concluiu que Maria tinha 20 balas. Com relação ao aluno B3, este indicou em sua resolução que a operação de (8 – 9) resulte em 1 unidade. Acredita-se que o aluno tenha assumido que se deve subtrair o menor número do maior. Já o aluno B28 montou corretamente o algoritmo, porém, no processo de resolução, equivocou-se em não adicionar a dezena originada da soma de (8 + 9) com a dezena correspondente ao número 19, e apresentou como resultado o valor 107.

Figura 05 – Resolução apresentada pelo aluno B18



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 06 – Resolução apresentada pelo aluno A5



Fonte: Elaborado pelos autores

A seguir, apresenta-se a análise das resoluções do problema 4.

Quadro 12 – Problema 4

Problema 4:	Num armário havia três copos verdes e cinco copos rosas. Quantos copos havia no armário?
Operação Correta:	3 + 5 = 8
Características do Problema:	Composição, busca pelo todo – protótipo.

Fonte: Elaborado pelos autores

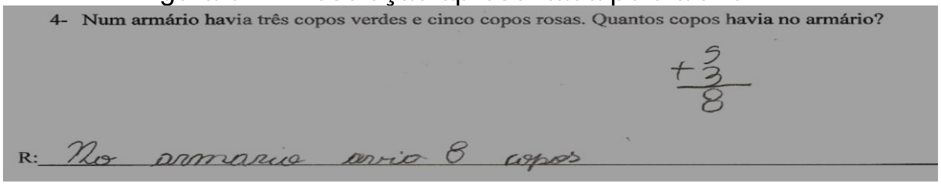
Quadro 13 – Análise do problema 4

Aluno	**Registrou algoritmo para resolução? Qual (is)?**	**Equívocos cometidos**
A1, A2, A3, A7, A8, A9, A10, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, B1, B2, B4, B5, B6, B7, B9, B11, B12, B13, B14, B15, B17, B18, B19, B21, B22, B23	Sim, 5 + 3 = 8	–
A6	Sim, 3 + 5 = 9	Erro no cálculo.
A5, A11, A22.	Não, apresentou desenhos	–
A4, B8, B10, B16, B19	Não, apresentou o resultado correto	–

Fonte: Elaborado pelos autores

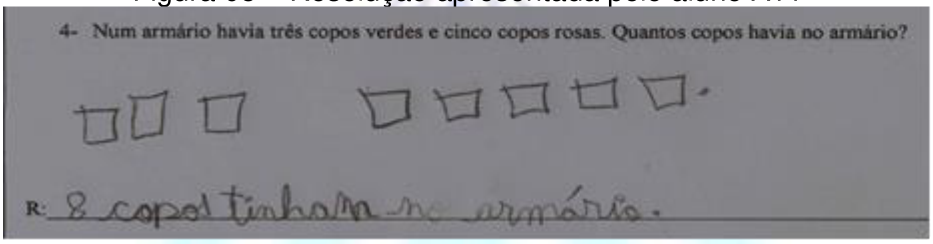
Neste problema, verificou-se que 18 alunos do 2º ano e 19 alunos do 4º ano obtiveram sucesso no processo de resolução, resolveram o problema de modo correto e apresentaram respostas coerentes, conforme a resolução do aluno B17, apresentada na Figura 07. Os alunos A4, B8, B10, B16, B19 não realizaram registros para resolução, apenas apresentaram a resposta final. Apenas os alunos A5, A11, A22 resolveram utilizando desenhos, conforme apresenta a Figura 08.

Figura 07 – Resolução apresentada pelo aluno B17



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 08 – Resolução apresentada pelo aluno A11



Fonte: Elaborado pelos autores

A seguir, apresenta-se a análise das resoluções do problema 5.

Quadro 14 – Problema 5

Problema 5:	Karina tem 9 lápis e Ana tem 6 lápis a mais que ela. Quantos lápis tem Ana?
Operação Correta:	9 + 6 = 15
Características do Problema:	Comparação positiva, busca pelo referido – 2ª extensão.

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 15 – Análise do problema 5

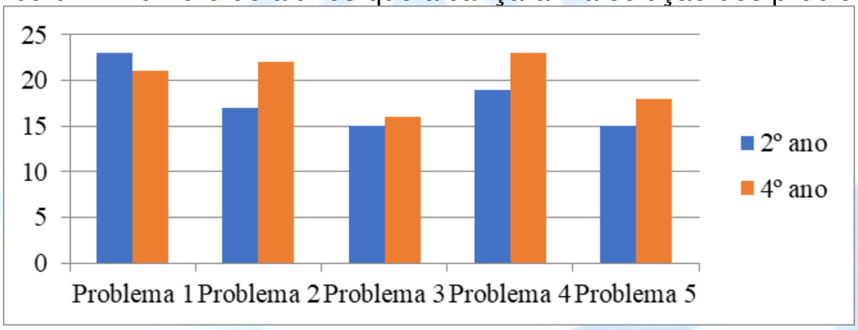
Aluno	Registrou algoritmo para resolução? Qual (is)?	Equívocos cometidos
A1, A2, A7, A8, A9, A10, A12, A13, A16, A17, A19, A20, A21, A23, B1, B2, B3, B4, B6, B7, B8, B11, B12, B13, B14, B15, B17, B18, B20, B21, B22, B23.	Sim, 9 + 6 = 15	–
A11, A22.	Não, apresentou desenhos.	–
A 6, B5	Sim, 9 + 6 = 3	Erro de cálculo
B9	Sim, 9 – 6 = 3	Sinal do Algoritmo
A14	Sim, 9 + 6 = 16	Erro no cálculo
A15	Sim, 9 + 6 = 25	Erro no cálculo
A18	Não, apresentou o resultado correto	–
A4, B8, B10, B16, B19	Não	

Fonte: Elaborado pelos autores

Verificou-se que 14 alunos do 2º ano e 18 do 4º ano obtiveram êxito na resolução desta atividade, apresentando o cálculo e solução correta. Destes, apenas dois alunos do 4º ano, B8 e B17, indicaram no processo de resolução o número 1 na parte superior que corresponde à adição de uma dezena. Os alunos A11 e A22 também alcançaram a solução correta, utilizando desenhos para representar a situação.

Os alunos A6 e B5 montaram corretamente o algoritmo, porém mesmo com a indicação do sinal de adição, foi realizada uma operação de subtração. Os alunos A14 e A15 também realizaram uma operação de adição com os dados dispostos no problema, mas de forma incorreta: o aluno A14 adicionou duas dezenas ao invés de uma (9 + 6 = 25) e o aluno B9 utilizou o algoritmo de subtração e apresentou a resposta “Ana tem 3 lápis a mais que ela”. Os alunos A4, B8, B10, B16 e B19 não resolveram o problema.

Gráfico 01 – Número de alunos que alcançaram a solução dos problemas



Fonte: Elaborado pelos autores

O gráfico 01 apresenta o número de alunos que conseguiram alcançar a solução dos problemas, com o auxílio de algoritmos, por meio de desenhos ou apenas a resposta correta. No problema 1 do tipo: transformação positiva, busca pelo estado final, os alunos do 2º ano apresentaram desempenho ligeiramente maior, no processo de resolução, do que os alunos do 4º ano. Ainda, a turma do 2º ano apresentou maior desempenho neste problema quando comparado aos problemas 2, 3, 4 e 5.

O bom desempenho dos alunos nesse tipo de problema pode ocorrer devido à congruência semântica entre a palavra-chave “ganhou” e a operação de adição, bem como o problema tratar do mesmo objeto, “figurinhas”. O resultado inferior do quarto ano pode se dar pelo fato de que o professor pode incentivar a resolução de problemas mais complexos e a expectativa do aluno com relação ao problema pode ser diferente.

Com relação ao problema 2, que se configura como do tipo composição: busca por uma das partes, identifica-se que os alunos do 2º ano obtiveram menor desempenho na resolução deste problema, comparando com o desempenho da turma do 4º ano. Já a turma do 4º ano aumentou o desempenho na resolução deste problema comparando com o desempenho da turma no problema 1. No problema 2 os dados não se referem ao mesmo objeto e não há no enunciado a presença de palavras-chave como “ganhou” ou “perdeu”, por exemplo, que possam influenciar o aluno na escolha do sinal para o algoritmo. Considera-se que este problema é semanticamente congruente, pois a ordem dos números no enunciado prevalece na montagem do algoritmo.

O desempenho de ambas as turmas diminuiu na resolução dos problemas 3 e 4, do tipo: transformação negativa, busca pelo estado inicial e composição, busca pelo estado final respectivamente. Destes problemas, somente no problema 3 há presença de incongruência semântica, na palavra-chave “deu” que pode influenciar o aluno em realizar a operação de subtração ao invés de uma adição, solução correta para o problema. Estes resultados mostram coerência com outras pesquisas da área. Citamos o resultado obtido em uma delas:

> O problema 3 marca uma queda acentuada no percentual de acertos, notadamente no que se refere às três primeiras séries, quando os índices, com relação aos dois primeiros, caem em, no mínimo, 28%. Tal resultado confirma nossa hipótese de que o acerto aqui seria inferior aos dois problemas anteriores, visto que ele requer um raciocínio mais sofisticado. De fato, pergunta-se à criança “quantas bexigas a mais ela pode comprar”, e, no entanto, para resolver é preciso calcular a diferença entre o dinheiro que as duas meninas têm nas bolsas [...] a dificuldade do problema depende da capacidade da criança em estabelecer uma relação entre a subtração e a adição [...]. (MAGINA, S; CAMPOS, T., 2004, p. 65).

Por fim, com relação ao problema 5, do tipo Comparação positiva, com o referente e a relação conhecidos, verificou-se que os alunos do 4º ano também obtiveram maior desempenho. Assim, conclui-se que, em geral, a turma do 4º ano apresentou maior êxito no processo de resolução, solução encontrada e resposta apresentada. Acredita-se que este fato ocorreu devido ao nível de conhecimento proporcionado por um maior número de experiências. No entanto, é relevante destacar que os alunos do 2º ano não obtiveram um desempenho consideravelmente menor nos problemas 2, 3, 4 e 5 e alcançaram, inclusive, um melhor resultado no problema 1.

Considerações Finais

A realização da pesquisa se deu com respaldo na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud com contribuições de Magina *et al.* (2010), especificamente no que diz respeito às classes de problemas de Estruturas Aditivas. A partir deste estudo, foram elaborados cinco problemas aditivos, pertencentes às diferentes classes e aplicados a alunos do 2º e 4º ano de uma escola municipal da cidade de Campo Mourão-Pr. Esta pesquisa teve como objetivo analisar o enunciado dos problemas e as estratégias dos alunos frente a uma atividade aplicada a 46 alunos de 2º e 4º anos do Ensino Fundamental.

Os alunos do 2º ano apresentaram mais acertos no problema 1, denominado transformação positiva, busca pelo estado final – protótipo e menos acertos nos problemas 3 e 5, denominados, respectivamente, transformação negativa, busca pelo estado inicial – 4ª extensão e comparação positiva, busca pelo referido – 2ª extensão. Os alunos do 4º ano apresentaram mais acertos no problema 4 composição, busca pelo todo – protótipo e menos acertos no problema 3.

Os alunos, principalmente do 2º ano, representaram suas resoluções para os problemas por meio de desenhos. Conjectura-se que estes alunos se sintam mais confiantes em realizar o processo de contagem por correspondência biunívoca: quantidade de objetos representados associados ao conjunto dos números naturais. Fato que não acontece com frequência nas atividades analisadas dos alunos do 4º ano, que realizam as resoluções por meio dos algoritmos, cálculo mental e representando as quantidades por meio do registro numérico.

Observa-se que os alunos tiveram erros de cálculo quando o enunciado do problema era semanticamente incongruente com a montagem do algoritmo, como o enunciado do problema 3, o que justifica o menor número de acertos de ambas as turmas nesse problema. Desta forma, consideramos que os alunos apresentam dificuldades na interpretação dos enunciados, principalmente quando os resultados são semanticamente incongruentes. Assim, espera-se que os professores de matemática trabalhem com os alunos as diferentes classes situações-problema, que possibilitam a interpretação de enunciados semanticamente incongruentes.

Ao fazer as análises das estratégias dos alunos para resolução do problema, verificaram-se vários erros, tais como: erros de contagem, erros relacionados ao valor posicional e erros relacionados a operação inversa. Isso nos leva a perceber a importância do professor proporcionar diferentes situações-problema, pois apresentam conceitos e esquemas variados, que possibilitam ao aluno o desenvolvimento cognitivo e a superação das dificuldades em matemática e, assim, contribuem com a sua formação como cidadão.

Estes resultados convergem com os alcançados por Mendonça; Pinto; Cazorla; Ribeiro (2007) com 1803 alunos do estado da Bahia e de São Paulo matriculados da 1ª à 4ª série (2º ao 5º ano), na qual foram aplicadas 12 problemas de estruturas aditivas classificados em composição, comparação e transformação.

Como também, com os resultados alcançados por Magina *et al.* (2010) que envolveu 1021 alunos dos anos iniciais matriculados em 26 escolas públicas do estado da Bahia.

No problema 1, do tipo protótipo, ocorrem duas situações importantes: os alunos de 2º ano obtiveram um resultado melhor do que os do 4º ano. Este resultado pode ser devido a um intenso trabalho com este tipo de problemas com os alunos do 2º, que também obtiveram um resultado bom no problema 4, outro protótipo.

Destacamos, também, o fato de que o resultado deste problema, para os alunos do 4º ano, foi menos positivo do que para os demais problemas, aproximando-se do nível de acerto do problema 3, de 4ª extensão. Este fato chama a atenção e direciona a alguns questionamentos: é possível que este tipo de problema não tenha sido explorado suficientemente? Trata-se apenas de uma distância temporal entre a idade escolar e o trabalho com este tipo de problema? Ou ainda, pode ter ocorrido a influência de um fator externo, por exemplo, um ambiente que não favorecesse a concentração dos alunos no início da atividade?

Os resultados obtidos com a aplicação dos problemas indicam que a Teoria dos Campos Conceituais nos auxilia a compreender como se dá o processo de conceitualização dos saberes matemáticos e quais os esquemas foram utilizados pelos alunos para a resolução da atividade.

Os processos de ensino e de aprendizagem dependem, portanto, em grande escala, da conscientização e do profissionalismo dos mediadores, de sua formação e de seu aperfeiçoamento profissional, no sentido de melhor conhecer e compreender as teorias que a Educação Matemática busca apreciar.

Consideramos que os contextos social, econômico e pedagógico dos alunos que participaram da pesquisa possam ter influenciado nos resultados obtidos. Isto suscita a necessidade de pesquisas que identifiquem as semelhanças e diferenças entre os resultados dos estudos que envolvem o campo conceitual aditivo, com objetivo de indicar de que modo estes fatores são decisivos nos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Referências

MAGINA, S; CAMPOS, T; NUNES, T; GITIRANA, Va. **Repensando Adição e Subtração**: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S. M. P; SANTANA, E. R. S.; CARZOLA, I. M.; CAMPO, T. M.M. As **Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro**

Primeiras Séries do Ensino Fundamental. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 18 n. 34 – jul/dez – 2010.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. **As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos**: um estudo diagnóstico. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [S.I.], v. 6, n. 1, jan. 2011.

MAGINA, C.; SPINILLO, A; CAMPOS, T. M. M.; GITIRANA, V. **Repensando multiplicação e adição**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 1 ed. – São Paulo: PROEM, 2014.

MENDONCA, T. M. PINTO, S. M.; CAZORLA, I. M.; RIBEIRO, E. **As estruturas aditivas nas séries iniciais do ensino fundamental**: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. Relime, México, v. 10, n. 2, p. 219-239, jul. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000200003&lng=es&nrm=iso>. Acessado em 06 jun. 2020.

NOGUEIRA C. M. I.; REZENDE V. A **Teoria dos Campos Conceituais no Ensino de Números Irracionais**: Implicações da Teoria Piagetiana no Ensino de Matemática. Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. Volume 6, Número 1 – Jan-Jul/2014, p. 41-63.

REZENDE, V.; BORGES, F. A. **Futuros professores de Matemática nos Anos Iniciais e suas estratégias diante de problemas do campo conceitual aditivo**. Educação Matemática Pesquisa – São Paulo, v. 19, n.1, pp. 327-352, 2017.

VERGNAUD, G. **A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems**. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). Addition and subtraction: a cognitive perspective. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 39-59.

______________. **La théorie de champs conceptuels**. Recherches en Didactique de Mathématiques, vol 10, n°2.3, 1990, pp. 133-170.

______________. **Teoria dos Campos Conceituais**. Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1993, p.1-16.

______________, **Teoria dos Campos conceituais**. In: BRUN, J. Didáctica das matemáticas. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget,1996, p. 155-191.

______________. **Qu'est-ce qu'apprendre**. In: Actes du Colloque IUFM du Pole Nordest des IUFM. Les affets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des eleves. Besançon, 2007. Traduzido por: BITTAR M.; MUNIZ C. A. A aprendizagem matemática na perspectiva dos Campos Conceituais. 1ª ed. Curitiba: CRV, 2009.

Submetido em abril de 2019.

Aceito em maio de 2020.