REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

Volume 9, número 20 – 2016 - ISSN 2359-2842

Produzindo significado para Uma Leitura da Produção de Significados Matemáticos e Não-matemáticos para Dimensão

Meaning Production for A Reading of Mathematical and Non-Mathematical Production of Meanings for Dimension

Rejane Siqueira Julio[1]

Resumo

Este artigo tem o objetivo de fazer uma leitura da pesquisa de mestrado intitulada *Uma Leitura da Produção de Significados matemáticos e não-matemáticos para dimensão*, realizada por mim. Nessa leitura eu apresento o que foi feito no mestrado, cujo objetivo foi proporcionar aos professores e outros possíveis leitores uma experimentação variada de diferentes leituras de dimensão na matemática e no cotidiano usual, tendo como base principal os pressupostos teóricos do Modelo dos Campos Semânticos, elaborado por Romulo Campos Lins. Por se tratar de uma produção de significado minha para um trabalho que desenvolvi, produzo uma leitura plausível dele e acrescento complementações decorrentes de processos de teorizações.

Palavras-chave: Formação de Professores de Matemática. Modelo dos Campos Semânticos. Significado matemático e Não-matemático. Dimensão.

Abstract

This paper aims to make a reading of the master's research titled *A Reading of mathematical and non-mathematics production of meanings for Dimension*, held by me. In this reading, I present what I did in the master's research, whose objective was to provide teachers and other potential readers a varied experimentation with different readings for dimension in mathematics and the usual daily life. The main theoretical bases are the assumptions of the Model of Semantic Fields, elaborated by Romulo Campos Lins, PhD. This article is about my own production of meaning for a research developed by myself, so I produce a plausible reading of it and I make additions resulting from theorization processes.

Keywords: Mathematics Teacher Education. Model of Semantic Fields. Mathematical and Non-mathematical meanings. Dimension.

Introdução

[1] Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). rejane.julio@unifal-mg.edu.br.

Quando se faz uma tese ou uma dissertação ou outro tipo de trabalho acadêmico, na maioria das vezes, não se tem um esgotamento de possibilidades, ou seja, colocamos um fim ou uma conclusão momentânea e ao mesmo tempo abrimos um vasto horizonte de leituras possíveis e futuras pesquisas.

Neste artigo, apresento uma pesquisa de mestrado realizada por mim – inserida em um projeto maior de formação de professores (LINS, 2006) – no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, com a orientação do Professor Doutor Romulo Campos Lins, cujo título é *Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para dimensão* (JULIO, 2007).

Para a realização da pesquisa, utilizei o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), um modelo epistemológico, elaborado por Romulo Campos Lins (LINS 1999, 2004a, 2004b), como base teórica principal. A pesquisa foi composta com: momentos/capítulos de explicitações teóricas, três episódios – Dimensão em falas cotidianas, O jardim matemático e dimensão em uma disciplina matemática e, Uma constituição histórica da álgebra linear – e, finalmente, o fechamento dela na forma de últimas considerações.

Neste artigo coloco-me na posição de leitora de uma obra da qual fui autora, o que significa uma produção de significado minha para Julio (2007). Isso precisa ser compreendido na perspectiva do MCS. O MCS tem várias noções, sendo as centrais as noções de significado, objeto e conhecimento. As noções de significado e objeto foram fundamentais já que me proponho a produzir significados, sendo significado entendido como tudo o que se pode e efetivamente se diz de um objeto em uma certa situação (LINS, 1999, 2004a, 2004b) e objeto é "algo a respeito de que se [diz] algo" (LINS, 2004a, p. 114). Dessa forma, produzir significado é falar a respeito de um objeto, que neste artigo é falar de Julio (2007).

Outras noções do MCS também foram importantes, como as de autor, resíduo de enunciação e leitor, que o MCS apresenta como elementos da comunicação. Quando escrevi a dissertação, o fiz na posição de *a* autora, que é quem produz uma enunciação, e direcionada para *um* leitor (interlocutor) constituído por mim, ou seja, um ser cognitivo que eu acredito que "diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo" (LINS, 2012, p. 19).

O que foi escrito na dissertação é um resíduo de enunciação. Um resíduo de enunciação é "Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém" (LINS, 2012, p. 27). Ainda, segundo Lins, (2012), "isto coloca uma demanda de produção de significado" (LINS, 2012, p.

15) que pode ser atendida por meio de falas, ou seja, por meio da produção de significado pelo *o* leitor desse algo. Essas falas não são somente no sentido da oralidade. Podem ser, por exemplo: coisas escritas num papel, gestos, sons, arranjos de coisas, desenhos.

Isso posto, a partir de um resíduo de enunciação, no nosso caso, o que foi escrito na dissertação, *o* leitor produz significado para ele falando na direção de *um* autor (interlocutor), que ele constitui e “uma vez que a produção de significado acontece numa enunciação, *o* leitor só se institui como tal na medida em que é autor, *o* autor. [...]. Ao ler, *o* leitor é *o* autor” (LINS, 2012, p. 14). E é por essa fusão que eu me coloco na posição de a leitora-autora, que não é “coautor[a] nem intérprete nem nada de um possível “o autor original”” (LINS, 2012, p. 14) para produzir significado para o resíduo de enunciação Julio (2007), mapeando o que foi feito, vendo onde Julio (2007) – o eu e o também não eu daquele tempo – estava nesse processo e o que pode ser acrescentado hoje.

Considero importante sublinhar que, ao ler um resíduo de enunciação, isto é, produzir significado para ele, não procuro verificar se definições ou falas são melhores ou piores, se são verdades ou não, mesmo porque quando algo é verdade para alguém, esse alguém não é um indivíduo isolado e sim um indivíduo de práticas sociais e culturais, que compartilha interlocutores – espaços comunicativos –, para os quais tais verdades são legítimas.

Significados matemáticos e não-matemáticos e leitura plausível

Para fazer uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para dimensão, precisava explicitar o que considerava por significados matemáticos e por significados não-matemáticos. Esse modo de categorização – que pode se alterar, indicando não ser fundado em propriedades substanciais, essenciais de algo – se pautou na caracterização de matemática do matemático e de matemática do professor de matemática feita por Lins (LINS, 2004a) e a noção de atividade matemática caracterizada na dissertação a partir das discussões de Lins (2004a).

A matemática do matemático pode ser vista como modos legítimos de produção de significados para a Matemática, sendo Matemática aquilo que o matemático faz quando ele diz que está fazendo matemática (Lins, 2004a). Os modos legítimos de produção de significados para a Matemática são dados pelos aspectos definicionais, internalistas e simbólicos. O primeiro aspecto pode ser visto da seguinte forma: uma vez que as coisas foram definidas, ou seja, que foi dito o que elas são, essas definições permanecem intocadas (LINS, 2004b) até que isso seja explicitamente alterado e aceito na comunidade dos matemáticos. No aspecto internalista, “quando o matemático define um objeto, não cabe a discussão de se esta definição corresponde bem ou não a algo *fora* da própria Matemática” (LINS, 2004a, p. 95). Já os simbólicos significam que “os objetos são conhecidos não no que eles *são*, mas apenas em suas *propriedades*, *no que deles se pode dizer*” (LINS, 2004a, p. 96). Cabe dizer que a legitimidade não é dada em função de algum critério lógico ou empírico e sim ao fato de que compartilhamos interlocutores.

Uma das definições de dimensão no terreno da matemática do matemático é: “Se V é um espaço vetorial de dimensão finita, a dimensão de V é definida como sendo o número de elementos de uma base de V.” (HOFFMAN e KUNZE, 1970, p. 46). Esta definição permanece inalterável na disciplina de Álgebra Linear, podendo haver definições equivalentes. No entanto, a produção de significados para dimensão não permanece inalterável. Silva (2003) mostrou em sua tese de doutorado, ao propor um problema para ser investigado em uma disciplina de Álgebra Linear, que alguns alunos falavam sobre dimensão na perspectiva da Geometria Euclidiana como, por exemplo, um plano tem dimensão 2 por ter comprimento e largura. Isso os distanciava da resolução do problema que requeria a definição de dimensão tal como enunciada na Álgebra Linear.

Antes de apresentar a definição de dimensão mencionada, Hoffman e Kunze (1970, p. 43) dizem: “[...] Apesar de associarmos usualmente “dimensão” a algo geométrico, precisamos encontrar uma definição algébrica adequada de dimensão de um espaço vetorial [...].”. Essa fala nos mostra os matemáticos usando analogias. Além de analogias, eles também elaboram conjecturas, se valem de exemplificações, mostram certas motivações, associam conteúdos/assuntos, o que pode ser visto como atividade matemática, algo que os matemáticos usam em seu dia a dia de fazer matemática, mas que a partir do momento que constituem publicações como artigos, livros, ou seja, produções bibliográficas, essas analogias, exemplificações, motivações, associações são varridas das mesmas.

Significados matemáticos estão relacionados a um processo de produção de significados que sejam plausíveis para a comunidade matemática, isto é, dizermos coisas que, de acordo com a caracterização de matemática do matemático, um matemático diria, com as justificações que produzimos no contexto de uma atividade. Por exemplo, produzir significados para dimensão dentro da Álgebra Linear do ponto de vista da Álgebra Linear. Os significados não-matemáticos estão relacionados com coisas que um matemático não diria ao falar como um matemático no interior de uma atividade. Por exemplo, "nova dimensão de refrescância" ou "empresas de média dimensão" para resolver problemas da Álgebra Linear.

Na matemática do professor de matemática são aceitos significados matemáticos e não-matemáticos, isto é, significados tanto do mundo dos matemáticos e da atividade matemática quanto de outros mundos que são levados por professores e alunos para a sala de aula.

Essas caracterizações foram criticadas algumas vezes, depois da defesa da dissertação, em debates acadêmicos, ora por colocar a matemática do matemático em um patamar privilegiado em relação à matemática do professor de matemática, ora como uma unidade estável de análise, ora como colonizadora de outras possíveis categorizações matemáticas. Entretanto, elas me ajudaram a lidar com uma discussão local e até mesmo política na Educação Matemática relacionada à formação de professores de matemática. Outras caracterizações podem ser criadas para atender a outras demandas.

Em cursos de formação de professores de Matemática ainda há um grande foco em disciplinas dadas por matemáticos praticando a matemática do matemático. No meu ponto de vista, partir da caracterização de matemática do matemático me permitiu falar do que ainda é, de certa forma, comum na formação de professores de matemática, além de abrir possibilidades de olhar de outra forma para essa formação: considerá-la direcionada, por exemplo, para a prática da matemática do professor de matemática.

O processo de leitura de produção de significados matemáticos e não-matemáticos utilizado na pesquisa, assim como neste artigo, é chamado de leitura plausível, em que

> [...] Toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de forma que torne o todo de seu texto plausível e é aqui que devemos prestar atenção às definições que um autor propõe. (LINS, 1999, p.93)

Um exemplo disso pode ser dado de acordo com a seguinte fala: "O candidato [...], afirmou ontem, [...] 'Podemos avançar bastante, a questão tem dimensão nacional'". Neste caso, podemos pensar dimensão como importância ao invés de extensão mensurável. Como não retornaremos a nossa leitura de dimensão para a pessoa que redigiu essa frase, consideramos que é mais coerente, é mais plausível, pensarmos dimensão como importância do que relacioná-la a extensão mensurável.

Nesse tipo de leitura, não falamos do outro – como, por exemplo a fala do candidato –, ou melhor, não falamos do que *o* autor diz, falamos de nós, ou seja, dos significados que produzimos para os resíduos de enunciações de *um* autor. Quando produzo significado para as obras de Euclides, não estou falando de Euclides, estou falando a partir de Euclides. Euclides não diz o que é o espaço e uma hipótese que torna isso coerente é que o espaço para a geometria grega (representada em Euclides) é o espaço natural, do nosso senso comum (e, portanto, óbvio).

O jardim matemático e dimensão em uma disciplina de matemática

Dimensão, na Matemática pode ser definida de diferentes modos. Já apresentei uma definição de dimensão na Álgebra Linear, semelhante à de outros livros de Álgebra Linear consultados. Aspectos da Álgebra Linear já foram trabalhados em pesquisas envolvendo o MCS, como é o caso de Silva (1997, 2003) e Oliveira (2002)[2], e por isso ela acabou tomando destaque na dissertação. Apresentei, também, na dissertação, definições de dimensão quando se trabalha com fractais (ANTON E RORRES, 2006), na Topologia (Wright, 1996) e na Geometria Euclidiana para explicitar ainda mais as diferenças entre elas.

A definição para dimensão na Topologia é: “[...] um espaço topológico X tem dimensão topológica m se toda cobertura C de X tem um refinamento C’ no qual todo ponto de X ocorre no máximo em m+1 conjuntos em C’, e m é o menor de tal inteiro” (WRIGHT, 1996, p. 2). Esta definição é diferente da definição dada pela Álgebra Linear, que é diferente da definição da Geometria Euclidiana ou do que é trabalhado em teorias envolvendo fractais. Isso ocorre porque os objetos com os quais essas áreas lidam são diferentes. Como exemplificação, na Álgebra Linear os objetos são: vetores, espaço vetorial, subespaço vetorial, combinação linear, independência linear e base, para, em seguida definir dimensão. Diferentemente, na Topologia se opera com as noções de abertos, espaços topológicos, cobertura e refinamento, que são objetos preliminares à noção de dimensão.

Dependendo dos problemas da Álgebra Linear, suas resoluções podem se aproveitar do modo como falamos de dimensão na Geometria Euclidiana, pois “[...] Intuitivamente, R^3 é tridimensional, R^2 (um plano) é bidimensional e R (uma reta) é unidimensional. Assim o número de vetores numa base é o mesmo que a dimensão, para os espaços familiares [...]” (ANTON E RORRES, 2006, p. 179).

---

[22] Um histórico sobre pesquisas envolvendo Álgebra Linear e MCS pode ser visto em Julio e Oliveira (2012).

Em certos casos, dimensão de um espaço vetorial coincide com dimensão topológica. Isso não quer dizer que os objetos “dimensão de um espaço vetorial” e “dimensão topológica” são os mesmos: 5 metros não é a mesma coisa que 5 quilos. Isso faz com que na matemática do matemático se tenha fronteiras bem definidas entre suas áreas, deixando as comparações, as motivações (como dizer que a dimensão de uma reta é 1, tanto na topologia, quanto na geometria Euclidiana ou nos fractais auto-similares), para a atividade matemática.

Mesmo que cada disciplina, ou cada área da Matemática, tenha suas intersecções não no modo de definir, mas no modo de produzir significado, se dissermos algo diferente de “a dimensão de um espaço vetorial de dimensão finita é o número de vetores de uma base”, para resolver problemas da Álgebra Linear, pode não ocorrer um compartilhamento de interlocutores.

A produção de significados para as noções da Matemática, por pessoas não experientes na área em questão, pode não possuir uma fronteira delimitada como em determinadas áreas da Matemática que têm fronteiras bem definidas. Isso foi visto, conforme já mencionei, em Silva (2003). Ele propôs o seguinte: “$R^2=\{(x,y)$ tal que $x, y\in R\}$. Investigue se é possível existir um espaço vetorial real (isto é, R é o corpo dos escalares) onde R^2 é o conjunto de vetores desse espaço e que tenha dimensão 3” (SILVA, 2003, p. 41). Nessas circunstâncias, não comportava falar de dimensão como na Geometria Euclidiana para resolvê-lo, o que acabou gerando muitas discussões nessa turma. Mesmo depois de Silva (2003) ter apresentado a resposta do problema – de que é possível existir um espaço vetorial real com operações não-usuais onde R^2 é o conjunto de vetores desse espaço e que tem dimensão 3 – ainda havia uma pessoa que acreditava na sua construção como legítima, ou seja, vetores são segmentos orientados, representados por pares e ternas, R^2 é o plano (tem um comprimento e uma largura e que também pode ser descrito como um par de coordenadas) e R^3 é o espaço, sendo dimensão a quantidade de informação necessária para a localização de um ponto no plano ou no espaço.

A pesquisa de Silva (2003) me permitiu dizer que as pessoas podem produzir tanto significados não-matemáticos para dimensão, como os da Geometria Euclidiana e outros no interior da atividade proposta por ele, quanto significados matemáticos para dimensão que correspondem à definição dada na Álgebra Linear. Explorar essas diferenças em disciplinas de Matemática contribuem para que os futuros professores de matemática possam experimentar diferentes produções de significado para noções, não para supervalorizar alguma delas, mas para ampliar tanto o seu modo de ver a Matemática quanto o repertório de possibilidades de leitura dos alunos.

Uma constituição histórica da Álgebra Linear

Falar de dimensão por meio de historiografias se apresentou como um grande desafio, primeiro por causa da falta de clareza das fontes sobre noções de dimensão e segundo por não estar interessada em constituir ou reconstituir uma gênese da noção de dimensão para chegar na essência dela. O objetivo foi abordar a diversidade, diferentes modos de produção de significado que podem ser lidos, em particular, em algumas histórias da Álgebra Linear (BOURBAKI, 1976; DORIER, 1995), que acabaram legitimando um modo específico de falar de dimensão.

Na dissertação, acabei fazendo uma constituição da Álgebra Linear de modo cronológico, não para falar de fatos como eles realmente aconteceram, mas para apresentá-los de forma a gerar uma discussão do que estava acontecendo no desenvolvimento/criação dessa área, por alguns historiadores, e como a noção de dimensão apareceu nesse processo, ressaltando alguns aspectos.

O primeiro deles foi a própria dificuldade no que se refere à dimensão. Por exemplo, Dorier (1995) fala sobre as noções de posto e dimensão e a relação entre elas no desenvolvimento da Álgebra Linear, quando menciona o período relacionado a Cramer, Euler e Frobenius. No entanto, nos textos históricos que consultei, não encontrei a definição de dimensão relacionada com posto. Atualmente, tal definição é dada do seguinte modo: "A dimensão comum do espaço-linha e do espaço-coluna de uma matriz A é chamada ***posto*** de A, que nós denotamos por pos(A); a dimensão do espaço-nulo de A é chamada ***nulidade*** de A, que nós denotamos por nul(A)" (ANTON E RORRES, 2006, p. 192).

O segundo refere-se a fala de Bourbaki (1976) a respeito do trabalho de Fermat. Para Bourbaki (1976), é no trabalho desse matemático que está o gérmen da geometria de n-dimensões, porque ele estava interessado em classificar curvas e problemas que se reduzem a uma equação com n incógnitas, sendo n pertencente ao conjunto dos números naturais, para determinar pontos, retas (ou curvas), planos e superfícies (cônicas, quádricas e outras). Isso significou ampliar a noção de dimensão por possibilitar pensar em espaços de dimensão maior que três, que é a dimensão do espaço usual euclidiano. Encontra-se no trabalho de Fermat, de acordo com Bourbaki (1976), o princípio de dimensão na álgebra e na geometria algébrica e a fusão da álgebra e geometria por ele relacionar curvas com equações. Dessa fusão de álgebra e geometria tem-se contribuições para a Álgebra Linear em que, por exemplo, na classificação de cônicas e quádricas pode-se discutir noções de autovalores, autovetores, rotações e translações.

Outro aspecto a ser destacado é o trabalho de Hamilton que também deixou de lidar com o espaço usual de dimensão 3. Ele, assim como outros matemáticos, tentou, em vão, generalizar a representação geométrica dos números complexos para a dimensão 3 sobre o conjunto dos números reais e acabou criando os quatérnios, que são números algébricos identificados como um escalar e um vetor em R^3. Os quatérnios se apresentam como sistemas de objetos de quatro dimensões e influenciaram na evolução do conceito de vetor.

O próximo aspecto se refere aos trabalhos de Grassmann e Peano. Bourbaki (1976) afirma que a obra do primeiro foi criada em solidão quase total e foi durante muito tempo mal conhecida. Grassmann construiu um vasto edifício algébrico-geométrico. Ele criou a Teoria da Extensão que é, de acordo com Dorier (1996), baseada na descrição de um modo de geração e cuja origem possui uma analogia com a geometria.

As noções de base e dimensão aparecem no contexto da teoria de Grassmann como resultado de uma busca pela independência dos objetos de seus modos iniciais de geração. Dorier (1996) afirma que Grassmann não usou o termo base e somente usou o termo dimensão ao fazer menção à geometria. No entanto, Dorier (1996) usa a palavra dimensão, em seu significado moderno, para fazer uma relação à teoria moderna de espaço vetorial e diz que essa noção está presente na Teoria da Extensão como: "número de métodos de evolução fundamentais independentes necessários para gerar todo o sistema [de ordem *n* e representado como um espaço linear] desde o elemento inicial" (DORIER, 1996, p. 177). A ordem *n* é a dimensão com referência a uma base (métodos de evolução fundamentais).

Em 1888, Peano publicou em seu *Calcolo Geometrico*, uma versão da leitura do trabalho de Grassmann no qual apresentou uma definição axiomática do que ele chamou de um sistema linear, a primeira definição axiomática de espaço vetorial e, dentre outras, a de dimensão, em termos modernos (DORIER, 1995; BOURBAKI, 1976).

Peano definiu dimensão como "o número de dimensões de um sistema linear é o número máximo de elementos independentes do sistema" (DORIER, 1996, p. 183). Esta definição não é similar a definição de Grassmann. A principal diferença, como aponta Dorier (1996), é que a definição de Peano não está vinculada a coleção de geradores originais. O aspecto da geração está ausente. No entanto, Dorier (1996) afirma que Peano enuncia um teorema que exibe a relação entre a sua definição de dimensão e o problema da geração.

Tanto os trabalhos de Grassmann quanto os de Peano não tiveram nenhum efeito imediato na matemática, mas, ainda no século XIX, eles foram redescobertos e aplicados em muitas novas áreas da matemática como, por exemplo, na teoria da forma diferencial. Isso possibilitou o aparecimento de trabalhos como o *Modern Algebra* de van der Waerden, em 1930, *A Survey of Modern Álgebra* de Garret Birkhoff, em 1941, *Finite-Dimensional Spaces* de Paul R. Halmos, em 1942, e de Nicolas Bourbaki, em 1947, com o segundo capítulo do livro II de *Eléments de mathématique* sob o título Algèbre Linéairee. Segundo Dorier (1995), esses trabalhos foram tentativas de apresentar as novas teorias para as propostas educacionais na educação universitária, mas que acabaram tendo grandes influências na teoria axiomática de espaço vetorial, contribuindo tanto para a matemática quanto para o ensino, sendo um marco para a Álgebra Linear.

Esses aspectos abordados apontam para o fato de que os matemáticos destacados produziram significados diferentes para as noções que hoje chamamos de noções da Álgebra Linear, tais como vetor, espaço vetorial, base, posto e dimensão, pois os objetos com os quais esses matemáticos lidaram eram diferentes. Por exemplo, Hamilton estava interessado nos seus quatérnios e para isso ele constituía objetos que o ajudassem a lidar com eles, só para citar alguns: números complexos, a noção de vetor, pares, ternas e quadras ordenadas. Grassmann, estava interessado na sua teoria da extensão e por isso constituiu outros objetos como grandezas extensivas, deriváveis e elementares, unidades (primitivas, relativas e absoluta) e sistemas de unidades. Esse trabalho com objetos diferentes acabou, de certa forma, contribuindo para o modo como vemos dimensão, atualmente, na Álgebra Linear.

Mesmo não buscando onde se começou a falar de dimensão, ou ter chegado ao ponto de dizer "agora sim temos '*a*' noção de dimensão para a Álgebra Linear", o interessante do estudo histórico é ver que a designação de algo decorre de um processo de mudança, de construção de diferentes teorias, em que as produções de significados vão se alterando. Se dimensão foi pensada inicialmente do aspecto geométrico, ela passou a ser pensada do ponto de vista algébrico-geométrico, como em Fermat ou em Hamilton ou em Grassmann, até uma formalização algébrica por Peano.

Dimensão em falas cotidianas

A palavra dimensão não é de domínio exclusivo da Matemática. Ela está no mundo em diferentes contextos do dia a dia e pode ser lida em termos de significados matemáticos e não-matemáticos. Para fazer essa leitura de dimensão em falas cotidianas, me inspirei em Lakoff (1987), em suas falas sobre categorias e categorizações e retirei frases que continham a palavra dimensão em fontes diversas: frases ouvidas por mim, frases que as pessoas ouviam e me enviavam, frases de livros, revistas, de material escrito, frases recolhidas da internet por meio de mecanismos de busca.

Trabalhar com categorizações, de acordo com Lakoff (1987), é uma atividade mais complexa do que reunir objetos que possuem propriedades comuns. Uma tentativa de categorizar essas frases, levantadas de diferentes fontes, em termos de significados matemáticos e não-matemáticos se apresentou insuficiente. Para lidar com elas então, passei a analisá-las tomando por base as categorias dos dicionários de língua portuguesa mais recentes. Ainda assim, haviam muitas frases que na minha leitura não se encaixavam nas categorias dos dicionários. Como não estava interessada em simplesmente colocar frases que continham a palavra dimensão em categorias, utilizei as categorias dos dicionários e criei outras, tentando olhar para as diferenças e as semelhanças entre essas categorias.

Por exemplo, na frase “Leia aqui as promoções que preparamos especialmente para as empresas de média dimensão!”, li dimensão como “tamanho quantitativo”, assim como na frase “Dimensão do absentismo é exagerada. ‘Acho o número exagerado’, é assim que presidente do Sindicato […] reage à notícia, publicada ontem [...], de que os trabalhadores municipais faltam ao trabalho [...]”. Na primeira frase o quantitativo está relacionado com classificação, pois o Estatuto da Microempresa e da Empresa de Pequeno Porte (Lei nº 9.841/99) estabelece uma faixa de rendimentos para classificar empresas em pequeno ou médio porte (em termos sinônimos: pequena ou média dimensão) e isso é importante por questões administrativas, previdenciárias e creditícias. Na segunda frase o quantitativo está relacionado não com faixa de rendimentos, com classificação, mas com uma quantificação fixa, geral.

Surgiram, também, outras leituras para dimensão, como são os casos das empresas denominadas Dimensão que responderam ao meu questionamento sobre o significado dessa denominação. Para essas empresas, dimensão é “um nome que traduz a capacidade de uma empresa sem limitá-la, sugerindo alguma coisa grande ou de proporções imensuráveis” ou “quanto ao significado, na época foi considerado um nome de amplitude forte”. Essas falas divergem das que recolhi em diferentes fontes e mesmo sem trabalhar em cima delas, no aspecto das categorizações, as mantive na dissertação por se apresentarem como modos legítimos de produção de significado para dimensão pelas pessoas que decidiram colocar o nome Dimensão em suas empresas.

Nem tudo foi categorizado, o que mostrou uma dificuldade minha diante da complexidade em trabalhar com categorizações, uma dificuldade de leitura que pode se assemelhar às dificuldades dos professores lerem as falas de seus alunos. Se quisermos fazer com que um aluno produza significado para dimensão na direção de “tamanho quantitativo” no interior de uma atividade, é importante sabermos como ele utiliza dimensão nessa atividade, localizando-o, categorizando-o, para que a partir daí ocorra uma tentativa de fazer com que ele compartilhe interlocutores – espaço comunicativo –, mesmo que depois ele deixe de participar desse espaço e volte a falar de outro modo, se assim quiser.

No decorrer das leituras para as frases, utilizei falas de Wittgenstein, mais precisamente da segunda fase de seus trabalhos (WITTGENSTEIN, 1985), sobre jogos de linguagem e regras para dizer que há vários jogos de linguagem possíveis quando usamos a palavra dimensão e que esses jogos só são possíveis de serem identificados quando é considerado o contexto em que a palavra dimensão está sendo usada. Na dissertação eu apresentei uma análise comparativa entre as falas de Wittgenstein com o MCS como um exercício de teorização. Não abordarei essa análise neste artigo, pois considero que ela requer leituras mais finas, mais aprofundadas, o que espero fazer em outro momento. No entanto, considero hoje que os pressupostos do MCS foram suficientes para a leitura que realizei, o que não significa que as falas de Wittgenstein sejam menos importantes e sim que elas me propiciariam um modo diferente de olhar para o que foi feito.

Últimas considerações

> *Imagine uma grande folha de papel sobre a qual linhas retas, triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos e outras figuras, em vez de ficarem fixos em seus lugares, movem-se livremente em uma superfície, mas sem o poder de se elevarem sobre ela ou de mergulharem abaixo dela, assim como as sombras – só que com bordas firmes e luminosas. Assim você terá uma noção bem correta de meu país e de meus compatriotas. Ai de mim, há alguns anos, eu teria dito “meu universo”, mas agora minha mente se abriu para perspectivas mais amplas das coisas. (Edwin A. Abbott em Planolândia)*

Neste artigo, me coloquei na posição de leitora-autora de algo que produzi, abordando a noção de comunicação do MCS no próprio falar desse processo de leitura da dissertação, que considero ter sido uma leitura plausível. Outras noções do MCS também foram abordadas pelo fato de eu as ter assumido como pressupostos teóricos na pesquisa[3].

Em salas de aula, as falas dos alunos demandam por uma leitura, por produção de significado por parte do professor e de outros alunos. Acredito que é importante discutir essa demanda na formação de professores de matemática e a pesquisa que desenvolvi tentou ir nessa direção, por meio do exercício de uma leitura de diferentes modos de falar de e sobre dimensão. Isso pode contribuir para o desenvolvimento de leituras mais finas de resíduos de enunciações na prática de professores em salas de aula com foco no compartilhamento de interlocutores para que haja produção de conhecimento.

Falar de dimensão no dia a dia, ler dimensão em falas diversas contribuiu não somente para ampliação de repertório de leitura dos alunos, mas também para modos de categorizar as falas dos alunos, não uma categorização a priori, como uma antecipação ou padrão de ajuste, mas uma categorização no momento mesmo de sala de aula, no interior de uma atividade que possa contribuir para que o professor e os alunos possam compartilhar interlocutores.

Em relação à dimensão na Matemática do Matemático e em algumas histórias da Álgebra Linear, considero que a minha leitura tentou, novamente, enfatizar e mostrar as diferenças, os diferentes modos de produção de significados que ocorrem, ou podem ocorrer quando falamos de e sobre dimensão, se apresentando também como uma possibilidade de experimentação variada pelos professores em formação, seja inicial ou continuada, não para superestimar alguma noção, mas ampliar ou contribuir para leituras que os professores podem fazer de seus alunos em sala de aula.

Em todas essas abordagens de dimensão, o vivenciamento de diferentes modos de produção de significado para essa noção esteve voltado para uma ampliação de repertório matemático e de leitura de alunos, para que o professor, em sua atividade profissional, possa tomar decisões – como, por exemplo, o modo como agirá em suas aulas – dirigidas a uma intenção didática que visa a um compartilhamento de interlocutores para que haja produção de conhecimento em salas de aula de matemática.

---

[3] Não foram utilizadas todas as noções do MCS devido ao foco da dissertação. Além disso, por ser um modelo em movimento, novas noções surgiram depois da pesquisa realizada como é o caso das noções de estranhamento e descentramento (OLIVEIRA, 2011).

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Romulo Campos Lins por ter orientado a pesquisa apresentada, a Profa. MSc Regina Ehlers Bathelt pelas discussões sobre este artigo e ao Prof. Dr. José Claudinei Ferreira pelas discussões matemáticas.

Referências

ANTON, H. e RORRES, C. **Álgebra Linear com aplicações**. Trad. Claus Ivo Doering. 8ed. 2reimp. Porto Alegre: Bookman, 2006.

BOURBAKI, N. **Elementos de historia de las matemáticas**. Espanha-Madri: Alianza Universidad, 1976, p. 74-99.

DORIER, J-Luc. A general outline of the genesis of vector space theory. **Historia Mathematica**, 22, 1995, p. 227-261.

__________. Basis and Dimension, from Grassmann to Van der Waerden. In: Schubring, G. (Ed.). **Hermann Günther Grassmann (1809-1877)**: visionnary mathematician, scientist and neohumanist scholar: papers from a sesquicentennial conference. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1996. p. 175-196.

HALMOS, P.R. **Espaços Vetoriais de Dimensão Finita**. Trad. Guilherme de la Penha. Rio de Janeiro: Editora Campus LTDA, 1978. (Finite-Dimensional Vector Spaces).

HOFFMAN, K. e KUNZE, R. **Álgebra Linear**. Trad. Adalberto Panobianco Bergamasco. São Paulo: Ed. Univ. de S. Paulo e Editora Polígono, 1970. (Linear Algebra)

JULIO, R. S. **Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para "dimensão"**. 2007, 118p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – IGCE/UNESP: Rio Claro, 2007.

JULIO, R. S e OLIVEIRA, V. C. A. Movimentos da Álgebra Linear em pesquisas usando o Modelo dos Campos Semânticos. In: ANGELO, C. L., et al. **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática:** 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012.

LAKOFF, G. **Human, Fire and Dangerous Things**. Chicago: The University of Chicago Press, 1987.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Perspectivas em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da Unesp, 1999, pp. 75-94.

__________. Monstros, Matemática e Significados. In: BICUDO, M. A. V. e BORBA, M. C. (orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004a, pp. 92-120.

__________. Characterising the mathematics of the teacher from the point of view of meaning production. In: **10th International Congress on Mathematical Education**, 2004, Copenhagen. Plenary and Regular Lectures (abstracts) (2004b)

__________. **Design e Implementação de um programa de formação continuada de professores de matemática**. Projeto de pesquisa integrado submetido como parte de solicitação de concessão de bolsa de produtividade em pesquisa ao CNPq, 2006.

__________. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L., et al. **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática:** 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012.

OLIVEIRA, V. C. A. de. **Sobre a produção de significados para a noção de transformação linear em álgebra linear.** Rio Claro: 2002, 187p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

__________. **Uma leitura sobre formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana**. 2011. 207p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – IGCE/UNESP: Rio claro, 2011.

SILVA, A. M. da. **Uma Análise da Produção de Significados para a Noção de Base em Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: 1997, 162p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – USU, 1997.

__________. **Sobre a Dinâmica da Produção de significados para a Matemática**. Rio Claro: 2003, 243p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – IGCE/UNESP-Rio Claro, 101 2003.

WITTGENSTEIN, L. Investigações Filosóficas. In: WITTGENSTEIN, L. **Tratado Lógico-Filosófico e Investigações Filosóficas**. Trad. M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1985, p. 159-611.

Submetido em maio de 2015

Aprovado em junho de 2016