

## Educação Matemática Realística: considerações para a avaliação da aprendizagem<sup>1</sup>

*Realistic Mathematics Education: some notes for learning assessment*

Juliana Maira Soares Lopez<sup>2</sup>

Regina Luzia Corio de Buriasco<sup>3</sup>

Pamela Emanueli Alves Ferreira<sup>4</sup>

### Resumo

Este artigo apresenta considerações a respeito da avaliação da aprendizagem escolar em matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Realística (RME). Para isso, são apresentadas algumas características da RME, que dizem respeito à maneira como a matemática é vista, como os estudantes aprendem e como a matemática deveria ser ensinada. Levando em consideração essas características são apresentados os princípios básicos indicados por De Lange (1999) que dizem respeito, basicamente, à importância da avaliação como fonte de informação para a regulação do processo de ensino e aprendizagem, à escolha de problemas interessantes e em diferentes níveis de complexidade, à possibilidade dos alunos mostrarem seu potencial matemático, à utilização de diferentes meios e instrumentos de avaliação, à transparência no processo de avaliação, à necessidade de *feedbacks* genuínos e à qualidade da tarefa proposta pautada em sua autenticidade e equidade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Realística. Avaliação da Aprendizagem Escolar. Análise da Produção Escrita.

### Abstract

This paper presents considerations regarding the assessment of school learning in mathematics based on Realistic Mathematics Education (RME) perspective. To do that, we present some characteristics of RME, which relate to the way mathematics is seen, how students learn and how mathematics should be taught. Taking these characteristics under consideration, are presented the basic principles outlined by De Lange (1999) that regard mainly to the importance of assessment as a source of information for the regulation of the teaching and learning process, the choice of interesting problems in different levels of complexity, the possibility of students to show their mathematical potential, the use of different media and tools, transparency in the assessment process, the need for genuine feedbacks and the quality of the proposed task grounded in authenticity and equity.

**Keywords:** Realistic Mathematics Education. Classroom Assessment. Analysis of Written Production.

<sup>1</sup> Este artigo é uma adaptação de parte da dissertação de mestrado de Lopez (2010).

<sup>2</sup> Mestre pela Universidade Estadual de Londrina. Professora da rede municipal de Londrina, Paraná, Brasil. [ju.lopez.uel@gmail.com](mailto:ju.lopez.uel@gmail.com)

<sup>3</sup> Doutora pela Universidade Estadual Paulista, Marília. Docente do Depto. de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) Londrina, Paraná, Brasil. Bolsista do CNPq. [reginaburiasco@gmail.com](mailto:reginaburiasco@gmail.com)

<sup>4</sup> Doutora pela Universidade Estadual de Londrina. Docente do Depto. de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil. [pamelael@ gmail.com](mailto:pamelael@ gmail.com)

## Da matemática como atividade humana

O final dos anos 60 e começo dos anos 70, do século XX, foi marcado pelo início da reforma curricular holandesa, que buscava modernizar a educação matemática do país e elaborar uma alternativa à implementação da abordagem americana “Matemática Moderna”, que parecia evidente por causa da grande quantidade de materiais didáticos importados pela Holanda dos Estados Unidos naquela época (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996).

Constituída principalmente pelas ideias e contribuições de Hans Freudenthal, que afirmava que a matemática deve ser conectada com a realidade, estar perto dos alunos e ser relevante para a sociedade, a fim de ser de valor humano, a Educação Matemática Realística - RME é basicamente sustentada por “três pilares” que dizem respeito à maneira como a matemática é vista, como os estudantes aprendem e, como a matemática deveria ser ensinada (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, p. 14).

Diferentemente da matemática pronta e acabada que geralmente é apresentada aos alunos, para Freudenthal a matemática deve ser vista como uma atividade humana, não ser tomada como um conteúdo a ser “imposto”, “transferido”, “receptado”, e, sim, como uma criação humana, resultante de um processo de matematizar a realidade (FREUDENTHAL, 1968, 1994).

Pensar em uma matemática possível de ser transferida significa pensar que alunos “aprendem” ao armazenar e reproduzir informações, assim como, por exemplo, robôs e computadores. Quem “recebe” não participa da escolha de quais informações vai receber e, muito menos, da decisão de quais são importantes para serem “armazenadas”, de quando aplicá-las, para quê e/ou por que elas são relevantes, ou ainda, como foram obtidas. Essa poderia ser adjetivada como uma “atividade robótica”, “atividade cibernetica”, mas não humana.

Tomar a matemática como uma atividade humana significa compreendê-la de uma maneira mais ampla, não se limitando a definições, algoritmos, fórmulas, equações. Implica compreendê-la como um processo de organização da realidade que permite tanto tratá-la (a realidade) utilizando objetos e ideias matemáticas (ex. algoritimizar, formular, equacionalizar, generalizar) como utilizá-la como fonte para elaboração de conhecimento matemático.

Segundo Freudenthal (1971, 1973) às crianças deveria ser dada a oportunidade de “fazer” matemática por meio da “reinvenção guiada” (FREUDENTHAL, 1994). Para ele,

[...] crianças deveriam repetir o processo de aprendizagem da humanidade, não como isso de fato ocorreu, mas, sim, como ele teria sido feito se as pessoas no

passado tivessem conhecido um pouco mais do que nós sabemos agora (FREUDENTHAL, 1994, p. 48, tradução nossa).

Na perspectiva da reinvenção guiada, ao invés de apresentar conceitos, *insights* e ferramentas matemáticas prontas e acabadas, dá-se a oportunidade de os estudantes “reinventá-las” em um processo de matematização<sup>5</sup>, e isso, segundo suas necessidades e nível de compreensão, atribuindo aos estudantes o papel de protagonistas no processo de aprendizagem.

O foco principal na “reinvenção guiada” não está nos objetos matemáticos e, sim, na atividade, não está no produto e, sim, no realizar. Segundo Freudenthal (1994), o aprendiz deveria aprender matemática, matematizando; abstrair, abstraindo; esquematizar, esquematizando; algoritmos, algoritmizando; fórmulas, formulando.

Freudenthal (1994) apresenta dois argumentos pedagógicos em favor dessa política da “reinvenção guiada”. Primeiro, ele considera que se aprende “mais” e “melhor” como resultado de sua própria atividade; isso significa que, com isso, conhecimento e competência tornam-se mais rapidamente disponíveis do que quando impostos por outras pessoas. Segundo, ele considera que a descoberta pode ser divertida, assim como a aprendizagem pela reinvenção pode ser motivadora, e, terceiro, nutre uma atitude de experimentação matemática como uma atividade humana (FREUDENTHAL, 1994).

Para esse autor, por serem construídos a partir das próprias ações, elaborações e produções dos estudantes, os conteúdos matemáticos tornam-se significativos para eles e, dessa forma, dificilmente serão esquecidos, como usualmente acontece com conteúdos ensinados de forma mecânica e decorada. Além disso, informações decoradas raramente podem ser aplicadas em contextos diferentes dos que foram transmitidos, já os conhecimentos elaborados por meio de matematização podem permitir um leque maior de aplicabilidade, uma vez que o aluno pode compreender que tipos de fenômenos<sup>6</sup> puderam dar origem a essas elaborações, quais ferramentas matemáticas foram utilizadas, que processos de organização podem ser utilizados também para organizar outras situações, já que os processos são independentes da área de aplicação.

Por focar a aprendizagem por meio da matematização da realidade, outro ponto em relação à “reinvenção guiada” é a possibilidade de as diferenças entre os níveis de compreensão dos estudantes serem respeitadas e exploradas, uma vez que uma atividade permite diferentes níveis de matematização, tanto em relação à sua própria atividade quanto

<sup>5</sup> Segundo De Lange (1999), o processo de matematização pode ser entendido como organização da realidade utilizando ideias e conceitos matemáticos (p. 17).

<sup>6</sup> Aqui entendido como tudo o que pode ser percebido pelos sentidos ou pela consciência.

em relação às atividades de outros estudantes. Por conseguinte, como aponta Van den Heuvel-Panhuizen (1998, p. 19), um dos benefícios é possibilitar que os alunos possam compreender algo em diferentes níveis. Em outras palavras, eles podem trabalhar nos mesmos problemas, sem estarem no mesmo nível de compreensão.

Segundo Van den Heuvel-Panhuizen (1996), os níveis de matematização são conectados aos vários níveis de compreensão pelos quais os estudantes podem passar, e, a atividade matematizada, que em um momento está em um nível inferior, pode, mais tarde, se tornar objeto de análise em um nível superior.

Um exemplo disso dentro da RME é a maneira como é proposto o trabalho com algoritmos. Diferentemente da abordagem tradicional, na qual se apresenta os algoritmos prontos e se espera que sejam decorados pelos estudantes e aplicados em diferentes contextos, na RME, eles podem ser elaborados pelos próprios alunos, partindo dos conhecimentos e estratégias que já possuem, em um conjunto de situações, por meio da chamada “matematização progressiva”. Dessa maneira, desde o começo, aos alunos são apresentados a problemas considerados complexos, não obrigatoriamente difíceis, mas que no início podem ser trabalhados em níveis relativamente “baixos” de matematização (por exemplo, os alunos percebem apenas algumas das generalizações correspondentes às suas compreensões). Em estágios posteriores, os alunos, baseados em suas próprias estratégias, começam a perceber os esquemas que podem ser mantidos, os que generalizaram durante as atividades e, dessa maneira, seguem seus próprios caminhos na elaboração de seus próprios procedimentos e podem, eventualmente, chegar aos algoritmos padrões. Estratégias informais são valorizadas e tomadas como base para estratégias formais, e, “em vez do aumento gradativo na complicaçāo dos problemas, os problemas permanecem os mesmos, mas as estratégias se tornam mais e mais avançadas” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1998, p. 7, tradução nossa).

Na abordagem tradicional, o ensino geralmente começa com situações relativamente simples para só depois aumentar o grau de complexidade das tarefas, acreditando que a aprendizagem de coisas “simples” é a base para o aprendizado de coisas “complexas”. Dessa forma, a escolha dos problemas a serem resolvidos é feita baseada no grau de complexidade que eles podem oferecer à aplicação de conceitos já apresentados aos alunos. Já na perspectiva da RME, a escolha dos problemas é feita com o foco na possibilidade e no nível de matematização que podem oferecer.

Assim como a matemática surgiu da matematização da realidade, a aprendizagem de matemática deveria também ter suas origens na matematização da realidade (FREUDENTHAL, 1994; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996), e, a busca por fenômenos atuais que possibilitem que esse processo ocorra é objetivo da chamada

“fenomenologia didática”, proposta por Freudenthal (FREUDENTHAL, 1983). Analisam-se situações da realidade, fenômenos, que possam servir como fonte para o desenvolvimento matemático dos alunos, fenômenos esses que, inclusive podem ter contribuído na construção de conceitos matemáticos particulares no passado. Além disso, é necessário pensar como esses conceitos poderão emergir dos fenômenos e de que maneiras os estudantes lidarão com eles (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996).

Nessa perspectiva, os problemas a serem trabalhados durante o processo de ensino e aprendizagem devem sugerir contextos possíveis de serem matematizados, que suscitem a matemática que se pretende ensinar e que ofereçam oportunidades de os alunos construírem suas próprias respostas e estratégias. Os contextos não precisam necessariamente se referir a situações da vida cotidiana, mas precisam ser “imagináveis”, “realizáveis” por eles, passíveis de receber tratamento matemático e serem acessíveis aos alunos. Segundo Van den Heuvel-Panhuizen (1996), foi esse aspecto do “possível de serem imagináveis” que deu origem ao nome “realística” para a abordagem.

É tomando a matemática como uma atividade humana, considerando que ela pode ser mais bem aprendida por meio de sua “reinvenção” em um processo de matematização da realidade, utilizando problemas ligados a fenômenos que mostrem sua importância e valor, que se pretende alcançar o objetivo maior da Educação Matemática Realística que, segundo De Lange (1999, p.3, tradução nossa), “é ajudar os estudantes a se tornarem matematicamente letrados<sup>7</sup>”.

Levando em consideração as características e os objetivos da EMR, torna-se necessário um olhar diferente do comum para a avaliação escolar. A seguir, apresentaremos uma perspectiva de avaliação escolar com base nos pressupostos da RME.

### **Avaliação da aprendizagem escolar na perspectiva da RME: alguns apontamentos**

Usualmente, na escola, a expressão avaliação é relacionada, na maioria das vezes, com provas escritas e notas. É considerada como aquele momento angustiante em que o professor enfileira seus alunos na sala de aula e ordena que não olhem para os lados, não consultem seus materiais nem os colegas e, respondam as questões apresentadas em uma folha, questões essas elaboradas geralmente sobre um ou mais assuntos específicos para saber o “quanto” falta para os alunos aprenderem do que foi ensinado.

<sup>7</sup> Letramento em matemática pode ser entendido como “a capacidade do indivíduo de identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer avaliações bem fundamentadas e de utilizar a matemática e envolver-se com ela de forma que atendam suas necessidades de vida enquanto cidadão construtivo, engajado e reflexivo” (OCDE, 2004, p.24).

A preocupação dos alunos e professores em relação à avaliação, na maioria das vezes, fica focada apenas na nota, responsável pela aprovação ou reprovação do aluno, e, assim, pouca importância é dada ao processo. Se um aluno, em uma prova sobre um determinado conteúdo, obteve uma nota igual ou superior à média estabelecida pelo professor, isto é tomado como suficiente para que se conclua que esse aluno já domina tal conteúdo e, portanto, “nada mais precisa ser feito”. Se, ao contrário, um aluno “tira” uma nota inferior à média, isto é tomado como suficiente para que se constate que ele não sabe tal conteúdo e, da mesma maneira, assume-se que “nada mais precisa ser feito”, uma vez que ele poderá “recuperar essa nota” em outras provas, envolvendo outros assuntos. Assim, dá-se maior ênfase para a obtenção de nota do que para a aprendizagem. No entanto,

[...] uma vez que esse tipo de avaliação, que temos em nossas escolas, não conduz à superação das dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, tanto do aluno quanto do professor, ela não pode ser considerada avaliação no seu sentido pleno (BURIASCO, 2002, p. 2).

Segundo De Lange (1999), o objetivo da avaliação escolar é produzir informações que contribuam e orientem o processo de ensino e aprendizagem e ajudem nas decisões educacionais, decisões que devem ser feitas por estudantes, professores, pais e administradores.

Com base em pesquisas realizadas, em mais de vinte anos de estudos da RME, foram elaborados princípios para a avaliação escolar com a intenção de juntar o objetivo da educação matemática (ajudar os alunos a se tornarem matematicamente letrados), com o objetivo da avaliação escolar, (produzir informações que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem) de modo a possibilitar o letramento matemático dos alunos (DE LANGE, 1999).

Os princípios apresentados por De Lange (1999) foram fortemente influenciados pela literatura disponível na época, por exemplo, os *Standards* publicados pelo NCTM<sup>8</sup>, e refletem muito bem as características da avaliação na RME apontadas por Van den Heuvel-Panhuizen (1996) como sendo uma representação de sua natureza didática e, nela, o papel crucial atribuído aos problemas.

### **O propósito da avaliação é promover a aprendizagem.**

O **primeiro princípio** para a avaliação escolar da RME diz que “o principal propósito da avaliação escolar é melhorar a aprendizagem” (DE LANGE, 1999, p. 10,

<sup>8</sup> National Council of Teachers of Mathematics.

tradução nossa). Ela não deve ser realizada como um processo separado, apenas para cumprir as exigências burocráticas da escola, para informar os pais sobre o desempenho bimestral de seus filhos, para rotular os alunos em bons ou maus. A avaliação deve fornecer informações para professores e alunos de modo a reorientar suas práticas a fim de torná-las adequadas aos propósitos da educação. Todos os elementos constituintes da avaliação devem ser pensados e formulados a fim de possibilitar a aprendizagem, desde os instrumentos utilizados, os critérios de correção adotados, até a comunicação das informações.

[...] é preciso que o professor tenha claro quais são as evidências necessárias para descrever o progresso de seus alunos durante a aprendizagem de matemática; escolha quais são os critérios que o ajudarão na busca de fazer interpretações válidas sobre o que os alunos aprendem; saiba qual a melhor forma de comunicar essas interpretações aos seus alunos de modo a serem utilizadas por eles para implementar suas aprendizagens (BURIASCO, 2004, p. 16).

Van den Heuvel-Panhuizen (1996) indica que o professor deve dar aos alunos *feedbacks* sobre seu processo de aprendizagem, e essa indicação vai ao encontro do oitavo princípio para avaliação escolar apresentado em De Lange (1999), que diz que “estudantes deveriam ter oportunidade de receber *feedbacks* genuínos em seus trabalhos” (p. 10, tradução nossa).

### **Os estudantes devem se tornar conhecedores de suas aprendizagens.**

Segundo o dicionário Houaiss (2009), *feedback* pode ser entendido como “informação que o emissor obtém da reação do receptor à sua mensagem e que serve para avaliar os resultados da transmissão”. Considerando a avaliação um processo de comunicação, o aluno (emissor), ao realizar uma tarefa, emite uma mensagem ao professor (receptor), esperando por um parecer sobre sua produção. O professor, ao analisar a mensagem, tece suas considerações sobre a tarefa a fim de possibilitar ao aluno extrair dela seu potencial. A qualidade dessa mensagem de retorno pode ter um peso fundamental nas próximas ações dos alunos (BARLOW, 2006).

Para De Lange (1999), sem o apropriado *feedback*, o papel da avaliação como contribuinte do processo de aprendizagem fica ameaçado. Um aluno que realiza uma prova e recebe como *feedback* de sua produção, por exemplo, apenas uma nota indicada pelo número 6, não recebe informações suficientes e necessárias para que possa entender a qualidade da sua produção, nem meios para que possa melhorá-la. Com o “6”, ele recebe apenas a informação que a lacuna entre sua produção e a produção ideal é de medida “4”, ou seja, que ainda lhe falta “4” para aprender. Mas, no que essa informação contribui para o seu processo

de aprendizagem? Qual o real significado do “6” e do “4”? Como o “6” indica o que ele, o aluno, deve fazer para chegar ao tão desejado “10”? Perguntas similares valem para o professor.

*Feedbacks* adequados são aqueles que trazem informações fidedignas sobre o processo de ensino e aprendizagem, informações baseadas nas diferenças tangíveis entre o que o aluno mostra e o que se espera dele, na busca de contribuir para as próximas ações. Por conseguinte, eles trazem mais informações a respeito do que os alunos mostram saber do que a respeito do que ainda não sabem, e, são essas informações que o professor utiliza para reorientar o processo como um todo. Podemos considerar que o *feedback* relativo à lacuna entre o que é e o que deveria ser contribui para o processo de ensino e aprendizagem apenas quando essa comparação (entre o que foi apresentado e a referência) é utilizada para modificar essa lacuna (DE LANGE, 1999).

Uma nota em uma prova é uma informação codificada (DE LANGE, 1999) que só fará sentido para os alunos se estes conseguirem decodificá-la e interpretá-la com base nos critérios de codificação que o professor de fato utilizou, e, por isso, esses critérios precisam estar acessíveis e claros para os alunos. Barlow (2006) afirma que o problema não reside na utilização da avaliação cifrada, mas na maneira pouco eficaz como tem sido realizada. Muitas vezes, a nota atribuída pelo professor e a nota recebida pelo aluno são interpretadas de maneira diferente, pois, ou os critérios do professor não estão bem definidos, ou não são acessíveis aos alunos. Com isso, pelo menos parte da informação se perde e a comunicação que deveria acontecer não ocorre.

Um *rito*<sup>9</sup> comum na avaliação escolar tradicional é a ideia de que muitos dos seus elementos devem ser inacessíveis aos alunos com o intuito de assegurar a sua eficácia, como se, “pegar os alunos de surpresa” para mostrarem o que sabem ou esconder alguns de seus elementos, garantisse a eficácia. Contudo, a eficácia da avaliação diz respeito a fornecer informações confiáveis sobre o processo e, quanto mais informações os alunos tiverem a respeito de como são avaliados, maior a possibilidade de mostrar o que sabem de maneira possível de ser identificada. Na perspectiva proposta pela RME, considera-se que um processo de avaliação transparente e aberto, no qual alunos e professores discutem e negociam um contrato de avaliação, oportuniza meios genuínos de aprendizagem.

<sup>9</sup> Segundo Barlow (2006), podemos definir rito, na linha de Marcel Mauss, como “uma *prática religiosa* – isto é, um conjunto de gestos e de palavras estritamente codificadas (sempre realizadas da mesma maneira, segundo normas muito precisas com atores definidos) e que correspondem a uma *representação religiosa ou a um mito*”(p.19-20). Ainda de acordo com Barlow (2006), mitos podem ser compreendidos como “um imaginário narrativo que estrutura a concepção de universo por suas afirmações e suas narrativas”, e, dessa forma, ritos, “no sentido mais geral e não exclusivamente religioso do termo, são de fato o imaginário em ação, gestualizado” (p.vi). “O mito é verdadeiro aos olhos do povo porque é sempre dito; o rito é benéfico porque é sempre feito” (BARLOW, 2006, p.vi).

## A avaliação escolar: um processo transparente e útil.

Nessa perspectiva, foram elaborados o sexto e o sétimo princípios da avaliação escolar, que dizem, respectivamente, que

“critérios de classificação deveriam ser públicos e aplicados consistentemente; deveriam incluir exemplos de classificações, anteriores mostrando trabalhos exemplares e trabalhos não tão exemplares” e, “o processo de avaliação, incluindo pontuação e classificação, deveria ser aberto aos estudantes” (DE LANGE, 1999, p. 11, tradução nossa).

Os alunos precisam saber o que o professor espera deles, como o trabalho será pontuado e classificado, porque fazem provas e o que será feito com os resultados (DE LANGE, 1999). Por meio do contrato de avaliação, o professor pode explicar suas intenções e objetivos para os alunos, apresentar a maneira como costuma pontuar as suas produções, o que considera importante, o que não merece tanta atenção, ou seja, deixar claro como avalia o progresso dos alunos.

Essa discussão e negociação possibilita ao aluno entender a avaliação não como um “bicho de sete cabeças” que tenta impedi-lo de ter sucesso em sua vida acadêmica e, sim, como um guia para ajudá-lo em seu processo de aprendizagem. Os alunos precisam entender o propósito da avaliação e, dessa forma, se preocuparem em aprender matemática ao invés de “aprender a passar de ano”.

Sabendo as intenções e critérios do professor, o aluno tem mais segurança em seu trabalho, pois poderá escolher suas estratégias de modo a mostrar aquilo que o professor deseja observar. Não se trata de fazer o trabalho pensando somente nas intenções do professor, mas conhecê-las para poder mostrar o que sabe de uma maneira que o professor possa compreender.

Os professores precisam conhecer seus alunos para que possam ajudá-los. Quanto mais informações o professor puder ter do processo de aprendizagem dos alunos, poderá emitir *feedbacks* mais genuínos e adequados. Como a qualidade dos *feedbacks* depende, em grande parte, da maneira como as respostas dos alunos foram formuladas (DE LANGE, 1999), o tipo de tarefa dada a eles tem fundamental importância, uma vez que é dependendo “do que” e “como” é perguntado aos alunos que suas respostas serão elaboradas.

Van den Heuvel-Panhuizen (1996) afirma que o objetivo principal da EMR é desenvolver “a habilidade de *resolver um problema* usando meios matemáticos e insights” (p. 94, grifo e tradução nossa) e, para ela, “uma tarefa é interessante se ela requer uma *resolução de problema*” (p. 106, grifo e tradução nossa). De Lange (1999, p. 11, grifo e tradução nossa)

diz que os princípios para a avaliação escolar foram elaborados com o objetivo de “habilitar indivíduos para lidarem com a matemática envolvida nos *problemas* do mundo real” e, ainda, afirma que é essencial ao letramento em matemática a competência de matematizar um *problema*. Com essas afirmações, podemos perceber que os problemas<sup>10</sup> recebem um lugar de destaque na EMR, e que “resolver problemas” parece ser o tipo mais adequado de tarefa para que esses objetivos possam ser alcançados.

### **Problemas de contextos devem oportunizar matematização.**

Na perspectiva da RME, é desejável que os estudantes tenham um papel ativo na construção de seu conhecimento matemático e que, dessa maneira, aprendam fazer matemática como uma realização, ou seja, matemática como um processo, uma ação, uma maneira de proceder, não como uma ciência, pronta e acabada. Matemática como o “realizar” e não como o resultado. Acredita-se que é por meio da matematização de problemas que a aprendizagem matemática acontece. De acordo com **o segundo princípio** para a avaliação escolar, “a matemática está embutida em problemas interessantes<sup>11</sup> que são parte do mundo real dos estudantes” (DE LANGE, 1999, p. 10, tradução nossa), e, dessa maneira, nos parece que a tarefa de avaliação mais apropriada é aquela que contemple problemas interessantes que possibilitem alguma matematização por parte do aluno.

A preocupação com a utilização de bons problemas de matemática é uma característica marcante da RME. Um problema é “bom” quando possibilita que os objetivos para o qual foi criado possam ser alcançados.

Van den Heuvel-Panhuizen (1996) afirma que bons problemas de avaliação devem ser informativos, significativos e conter o conteúdo que se deseja examinar. Como um dos principais objetivos da avaliação é fornecer informações úteis para a reorientação do processo de ensino e aprendizagem, bons problemas de avaliação são aqueles que permitem que os alunos produzam tais informações (por exemplo, sobre o que sabem, *insights*, competências, estratégias elaboradas ou utilizadas).

Para que informações sobre o processo de ensino e aprendizagem sejam fidedignas, o problema de avaliação precisa ser significativo, tanto do ponto de vista do estudante, quanto do ponto de vista do assunto a ser abordado.

<sup>10</sup> Estamos tomando “problema” como sendo uma situação que precisa ser resolvida, porém não apresenta uma resolução evidente e imediata.

<sup>11</sup> *Worthwhile*. Segundo o dicionário inglês Oxford (1994), significa “importante, interessante, ou gratificante suficiente para justificar o tempo, dinheiro ou esforço que é gasto” (p. 1477, tradução nossa).

Um dos critérios apontados por Van den Heuvel-Panhuizen (1996) como sendo necessário para que um problema de avaliação seja significativo é que ele seja acessível aos alunos. Para que o aluno possa se envolver com o problema e tentar resolvê-lo, as questões e suas instruções precisam ser as mais claras possíveis, elaboradas de maneira que qualquer pessoa possa pelo menos começar uma formulação de resposta. Os alunos devem ser capazes de imaginar alguma coisa nos problemas, ou seja, os problemas devem ser *realísticos*.

Essa acessibilidade diz respeito, também, à oportunidade de os alunos abordarem o problema de diferentes maneiras e em diferentes níveis de matematização, de acordo com seu nível de compreensão. Para isso, além de flexíveis, os problemas precisam possibilitar alguma construção no sentido de não ter uma resolução única, padrão – de permitir a utilização de procedimentos elaborados pelos próprios alunos. Problemas flexíveis que não possuem uma resposta padrão fixada pelo professor permitem uma maior liberdade para os alunos pensarem de acordo com suas experiências e repertório matemático e, assim, terem a oportunidade de mostrar o que sabem e como lidam com eles.

**Os métodos de avaliação devem ser úteis para desvelar o processo de aprendizagem.**

De acordo com o **terceiro princípio** para a avaliação escolar (DE LANGE, 1999), tarefas de avaliação deveriam ser tais que habilitassem os estudantes a revelar o que sabem ao invés do que não sabem. Quando o problema pode ser resolvido em diferentes níveis de compreensão e quando há oportunidades para os alunos construírem suas próprias respostas, tanto os que já dominaram o conteúdo em um nível desejado quanto os que ainda estão em processo de, podem se envolver com o problema e tentar resolvê-lo. Dessa maneira, além de possibilitar que mais alunos se envolvam com o problema e reduzir o “tudo ou nada” da avaliação, dá-se mais oportunidade para os alunos demonstrarem seu poder matemático e, assim, fornecer mais informações úteis para a orientação do processo, tornando-o mais justo.

Outro importante critério apontado por Van den Heuvel-Panhuizen (1996) para que um problema de avaliação possa ser significativo para os alunos é que ele deve ser desafiador. Um problema não pode requerer apenas recordação de fatos, reprodução de procedimentos já realizados, aplicação de fórmulas. A satisfação em responder um problema reside em encontrar uma solução para o que, *a priori*, parecia não ter. Está na constatação de saber que, mesmo que no início do processo o resolvedor não conhecia meios claros de abordar o problema, conseguiu lidar com ele utilizando os conhecimentos que já possuía e outros que construiu durante o processo. E essa satisfação é proporcional ao grau de desafio que é

imposto. Quanto mais complexo o problema, maior a vontade de encontrar respostas e maior a alegria ao resolvê-lo (BUTTS, 1997). Dessa maneira, problemas desafiadores são, muitas vezes, problemas não-rotineiros, que envolvem situações novas para os estudantes, pois precisam elaborar/utilizar estratégias para abordá-los e não simplesmente respondê-los imediatamente.

Uma situação que pode ser facilmente resolvida não pode ser considerada um problema de fato e pode não permitir um envolvimento do resolvedor. Se se deseja saber o que os alunos sabem e o seu nível de compreensão, deve-se dar oportunidade para que todos os níveis de compreensão possam ser contemplados no problema. Tentando resolver um problema em que existe certo grau de complexidade, o aluno pode mostrar tanto altos como baixos níveis de compreensão e matematização, porém, quando o problema exige apenas matematizações simples e utilização de procedimentos rotineiros, nada se pode dizer sobre os níveis mais elevados.

Problemas significativos de avaliação do ponto de vista dos alunos são aqueles que apresentam certo grau de dificuldade, mas são acessíveis, desafiam e motivam os alunos a querer resolvê-los, podem ser abordados em diferentes maneiras e níveis de compreensão, não exigem uma resposta fixa padrão, possibilitam aos alunos mostrarem seu potencial matemático.

Do ponto de vista do assunto, para que um problema de avaliação possa ser significativo, ele precisa suscitar conhecimentos matemáticos que se pretende avaliar e refletir a importância dos conteúdos e processos matemáticos envolvidos nele.

### **A avaliação é processual e as tarefas de avaliação devem ser adequadas ao propósito de se avaliar.**

De acordo com o **nono princípio** para avaliação escolar (DE LANGE, 1999), a qualidade da tarefa, daquilo que foi proposto para o aluno fazer, pode ser definida pela autenticidade e equidade, na medida em que satisfaz os outros oito princípios para a avaliação. Mais importante que a “precisão matemática” de uma nota, ou a garantia de que um problema será interpretado da mesma maneira em diferentes momentos, são as inferências sobre a possibilidade de as tarefas propiciarem oportunidades para todos os alunos se envolverem com os problemas e mostrarem sua compreensão e poder matemático, bem como de possibilitarem maneiras de os professores conhecerem essa compreensão e poder matemático para que possam reorientar suas práticas e auxiliar os alunos nos seus processos de aprendizagem.

Toda essa preocupação em relação aos problemas de avaliação é explicitada para garantir que ela oportunize aos alunos mostrarem o que sabem e como sabem, e para que o professor possa constituir uma “imagem” o mais completa possível da compreensão matemática dos estudantes, a fim de dar *feedbacks* úteis para todo o processo de ensino e aprendizagem. Para que essa imagem do conhecimento dos alunos seja o mais completa possível, não pode ser constituída apenas com informações oriundas de um único tipo de avaliação, ou de somente um tipo de instrumento.

Tradicionalmente, os alunos são avaliados apenas em momentos isolados, em situações bem diferentes das vivenciadas no seu processo de aprendizagem, frequentemente com datas estabelecidas (quase sempre, ao final dos bimestres escolares) e por meio da utilização do instrumento de avaliação conhecido como prova escrita. Mas, quando se utiliza apenas uma única fonte de informação, a qualidade do subsídio fornecido fica comprometida (BURIASCO, 2002).

Na perspectiva da RME, a avaliação é vista como um componente do processo de ensino e aprendizagem e não pode ser tomada como uma interrupção dele. Isso não significa que provas escritas com datas pré-estabelecidas não possam ser utilizadas como meio de obter informações a respeito dos alunos, mas que não se deve limitar a ideia de avaliação a elas.

Um plano de avaliação equilibrado deveria incluir múltiplas e variadas oportunidades para os alunos mostrarem e documentarem suas realizações – **quarto princípio** para a avaliação escolar (DE LANGE, 1999) – e, dessa maneira, tanto avaliações “formais”<sup>12</sup>, que seguem um certo protocolo – data marcada, instrumento definido –, como “informais”<sup>13</sup>, bem como a utilização de uma variedade de ferramentas de avaliação e formatos de questões, deveriam ser presentes durante todo o processo.

Na RME, as avaliações informais ganham destaque (e não exclusividade).

Juntamente com os vários tipos de avaliação formal como testes e questionários, os professores deverão reunir de forma contínua, informações sobre a evolução dos seus alunos por meios informais, como a colocação de questões durante uma aula, a condução de entrevistas individuais com alunos, e a elaboração de pequenos comentários por escrito (NCTM, 2008, p. 24, tradução nossa).

<sup>12</sup> Considerando avaliações formais como sendo aquelas nas quais é evidente que se trata de um momento avaliativo, em que se segue certo protocolo, utilizam-se instrumentos específicos de avaliação como provas escritas, portfólios, provas em duas fases.

<sup>13</sup> Considerando avaliações informais aquelas feitas durante todo o tempo de aula ou que podem ser realizadas a qualquer momento, não sendo necessária a utilização de instrumentos específicos de avaliação. Nas avaliações informais, o professor pode avaliar enquanto participa como mediador no processo; pode fazer uma pergunta ou uma colocação sobre a produção do aluno enquanto ele ainda a está realizando, contribuindo imediatamente nessa produção e já obtendo informações sobre o conhecimento do aluno, ou ainda pode apenas observar os alunos enquanto trabalham, sem precisar perguntar nada para eles, pois a pergunta já está no problema, e a resposta seria todas as ações realizadas pelos alunos.

Quando as informações são obtidas apenas por avaliações formais, elas fornecem um só ponto de vista daquilo que os alunos são capazes de fazer em determinadas condições muito particulares, contribuindo para uma imagem incompleta, ou até mesmo distorcida, do desempenho dos alunos (NCTM, 2008).

De Lange (1999) destaca a importância das discussões e observações como fontes de informação para o processo de ensino e aprendizagem e afirma que

[...] observações sistemáticas dos estudantes fazendo matemática, como eles trabalham em um projeto sustentado por suas próprias respostas para provar questões são indicadores mais autênticos das suas competências matemáticas do que testes compilados pela totalização do número de respostas corretas (DE LANGE, 1999, p. 33, tradução nossa).

As discussões em sala de aula permitem aos alunos um ambiente no qual são estimulados a organizar, mostrar e defender suas produções, ideias e argumentos, tanto para o professor, quanto para os outros colegas, e assim podem ser consideradas, também, como fonte importante para a coleta de informações sobre o poder matemático dos alunos. Além disso, esse tipo de interação em sala de aula possibilita a exploração de diferentes estratégias para abordar as tarefas, diferentes resoluções e respostas para um mesmo problema, contribuindo para a visão da matemática como atividade humana.

Na RME, observações dos professores relativas às ações dos alunos podem ser tomadas como prática de avaliação informal quando fornecem informações sobre o processo que vão além de simples percepções comportamentais, e focam na compreensão, nas estratégias e nos *insights* dos alunos durante a realização das tarefas. Como as observações acontecem enquanto os alunos estão envolvidos nas tarefas, as informações obtidas por meio delas podem gerar intervenções imediatas e mais eficazes para ajudar os alunos nos seus processos de aprendizagem.

As avaliações da forma como frequentemente são realizadas na escola, têm sido fortemente criticadas e rejeitadas por educadores, pois, focando apenas as respostas corretas ou incorretas, não fornecem informações sobre os processos, estratégias desenvolvidas pelos alunos, não contribuindo com a aprendizagem.

Porém, maneiras de elaborar, utilizar e corrigir provas escritas foram pesquisadas e propostas por educadores da RME, com o objetivo de explorar esse tipo de instrumento de avaliação, fazendo com que elas possam contribuir com informações úteis e possibilitar mais uma maneira de os alunos mostrarem o que sabem.

Van den Heuvel-Panhuizen (1996) apresenta alternativas da RME que dizem respeito à utilização de diferentes formatos de provas escritas como, por exemplo, provas em duas

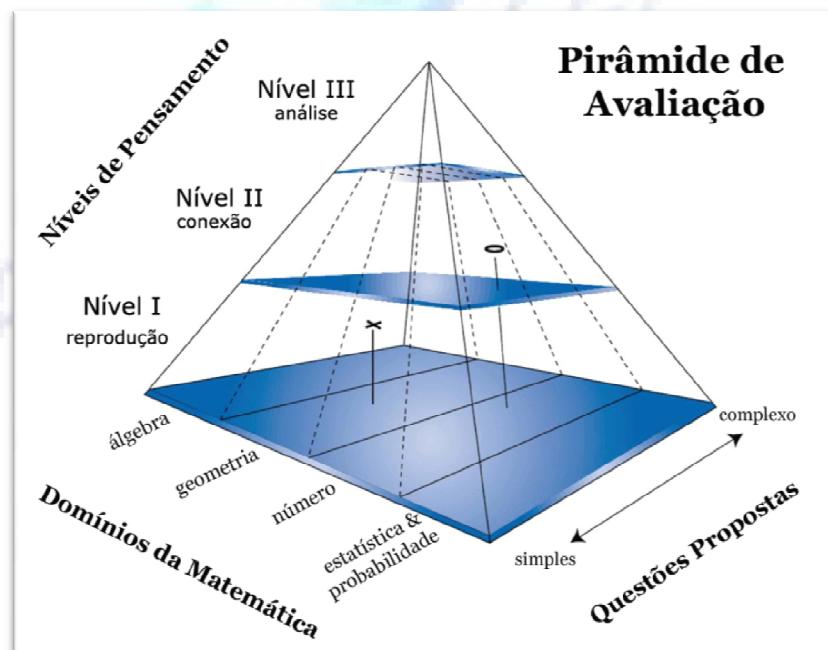
fases<sup>14</sup>, ensaios; utilização de problemas significativos e informativos; utilização de tarefas de avaliação com diferentes níveis de complexidade e níveis de competência matemática requeridos para a resolução.

De Lange (1999) apresenta uma “Pirâmide de Avaliação” (Figura 1), na qual é possível visualizar uma organização considerada adequada dos itens de avaliação para representar a compreensão matemática dos alunos, levando em conta os níveis requeridos de pensamento, grau de complexidade e domínios de conteúdo (DE LANGE, 1999). Essa pirâmide também é apresentada por Van den Heuvel-Panhuizen (1996) como sendo uma alternativa para provas escritas mais adequadas aos seus propósitos.

Para que uma avaliação seja equilibrada e forneça informações sobre o poder matemático dos alunos

[...] não dever ser restrita a avaliações particularmente fáceis de competências isoladas, mas, em vez disso, toda a gama de objetivos deve ser coberta, tanto em largura (todos os componentes do currículo e as ligações entre eles) quanto em profundidade (todos níveis de compreensão) (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, p. 86, tradução nossa).

Por conseguinte, as tarefas deveriam operacionalizar todos os objetivos do currículo (não apenas os inferiores) – **quinto princípio** para avaliação escolar (DE LANGE, 1999).



**Figura 1** – Pirâmide de Avaliação proposta por De Lange (1999).  
Fonte: Ferreira (2013).

<sup>14</sup> Atualmente, o GEPEMA - Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação tem apresentado pesquisas na direção de implementar o instrumento denominado Prova em Fases como uma alternativa de regular a aprendizagem (PIRES, 2013; TREVISAN, 2013; MENDES, 2014).

Uma alternativa, portanto, para que uma avaliação que utiliza tarefas escritas possa fornecer informações necessárias para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem é procurar elaborá-la de maneira a “preencher” a “Pirâmide de Avaliação” proposta por De Lange, envolvendo problemas significativos e informativos.

É necessária, também, uma mudança em relação à maneira como as produções escritas dos alunos são interpretadas e analisadas nesse tipo de avaliação. Como se pretende conhecer a compreensão matemática do aluno, apenas a verificação de respostas corretas ou incorretas não contribui nessa busca, pois isto, por si só, não mostra como os alunos se envolveram com o problema e nem como chegaram a tal resposta. As informações sobre a compreensão que tiveram do problema e da maneira como mobilizaram seus conhecimentos para respondê-lo poderão ser obtidas por meio da análise das suas estratégias e procedimentos.

A produção escrita dos alunos pode fornecer valiosas informações a respeito do modo como lidaram com a tarefa de avaliação, mas nem sempre essas informações estão imediatamente visíveis para o professor. Não basta “passar os olhos” nas produções, é necessário analisá-las com alguma cautela, investigar como seu processo de elaboração foi constituído e, quando possível, por que ocorreu dessa maneira. É preciso tomar a avaliação como prática de investigação, “colocar-se no lugar” do aluno para tentar compreender, por meio dos registros escritos, os caminhos por ele percorridos, as dificuldades que se mostraram presentes, se e como foram superadas, como o aluno interpretou a situação, relacionou as informações obtidas a partir dela, com seu repertório de conhecimento, aplicou ou elaborou suas estratégias de resolução, concluiu e comunicou a resposta.

Assumir a avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação implica em entrar em contato íntimo com os processos de produção de conhecimento dos estudantes, questionar-se sobre os seus modos de pensar, e, fazendo isso, o professor tem mais uma oportunidade de acompanhar e participar do processo de aprendizagem tanto do estudante quanto do seu próprio.

Van den Heuvel-Panhuizen (1996) destaca o potencial da análise da produção escrita na Educação Matemática como elemento importante na avaliação da aprendizagem, uma vez que, segundo ela, a produção escrita do estudante pode refletir, de um lado, a sua aprendizagem e, de outro, a atuação do professor.

Além disso, por mais que as informações obtidas sejam meras impressões, aliadas à observação constante dos estudantes durante as atividades, a interpretação dessas observações e a reflexão a respeito delas podem fornecer um “retrato” do processo de ensino e de aprendizagem. Desse ponto de vista, durante o processo de formação do estudante, o

professor, pode obter vários “retratos” de um mesmo processo, em tempos e condições diferentes, que podem possibilitar questionar qual matemática os estudantes estão aprendendo, que entendimento estão tendo do que é trabalhado em sala de aula, quais dificuldades estão apresentando, bem como o que pode ser feito para que estas sejam superadas por eles.

A defesa da ideia de avaliação como prática de investigação, que auxilie tanto professores quanto estudantes, subsidia-se na crença de que ela pode contribuir para que os processos de ensino e aprendizagem se distanciem cada vez mais do que hoje é chamado fracasso escolar.

## Referências

BARLOW, M. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BURIASCO, R. L. C. de. Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 255-263, dez. 2002.

\_\_\_\_\_. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 12., 2004, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Champagnat, 2004. v. 3, p. 243-251.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Madisons, WI: NICLA/WCER, 1999.

FEEDBACK. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009. CD-ROM.

FERREIRA, P. E. A. **Enunciados de Tarefas de Matemática**: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística. 2013. 121f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <<http://bit.ly/teseferreira2013>>. Acesso em: 18 set. 2014.

FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. **Educational Studies in Mathematics**, n. 1, p. 3-8, 1968.

\_\_\_\_\_. Geometry Between the Devil and the Deep Sea. **Educational Studies in Mathematics**, n. 3, p. 413-435, 1971.

\_\_\_\_\_. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1973.

\_\_\_\_\_. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1983.

\_\_\_\_\_. **Revisiting mathematics education.** 2 ed. Netherlands: Kluwer Academic, 1994.

LOPEZ, J. M. S. **Análise interpretativa de questões não-rotineiras de matemática.** 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010. Disponível em: <<http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/Disserta%E7%F5es/2010%20-%20Juliana%20M.%20S.%20Lopez.pdf>>. Acesso em: 18 set. 2014.

MENDES, Marcele Tavares. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo.** 2014. 275f. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática escolar.** 2 ed. Lisboa: APM, 2008.

OCDE. **Estrutura de avaliação PISA 2003:** conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas. Tradução B & C Revisão de textos. São Paulo: Moderna, 2004.

PIRES, Magna Natalia Marin. Oportunidade para aprender: uma Prática da Reinvenção Guiada na Prova em Fases. 2013. 122f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

TREVISAN, André Luis. **Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em Matemática.** 2013. 168f. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education.** Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

\_\_\_\_\_. Realistic Mathematics Education: work in progress. In: BREITEIG, T.; BREKKE, G. (Eds.). **Theory into practice in mathematics education.** Norway: Faculty of Mathematics and Sciences/Hogskolen I Agder, 1998. p.1-38. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/4966.pdf>>. Acesso em: 18 set. 2014.

**Submetido em outubro de 2014**

**Aprovado em dezembro de 2014**