



## Aperçu de L’histoire de la Didactique des Mathématiques Francophone

### Visão sobre a historia da Didática da Matemática Francófona

Jean-Luc Dorier<sup>1</sup>

#### Résumé

Cet article présente l’origine et la constitution du champs de recherche qui a le nom de *didactique des mathématiques*. Ce champs se constitue en France, et plus largement dans le monde francophone, avec des contacts en Espagne et en Italie au début de 1970 autour des deux théories fondatrices: celle des *situations didactiques* de Guy Brousseau celle des *champs conceptuels* de Gérard Vergnaud. Nous montrons qu’en 40 ans la didactique des mathématiques francophone s’est très largement développée. Non seulement elle a élargi ses objets d’étude, mais elle a aussi étendu son champ théorique et s’est fait une place particulière dans le champ des sciences de l’éducation, sans pour autant renier son attachement aux mathématiques.

**Mots-clés:** Didactique des Mathématiques. Constitution d’un Champs.

#### Resumo

Este artigo apresenta a origem e a constituição da área de pesquisa denominada por Didática da Matemática. Esse campo se constituiu na França e mais amplamente no mundo francófono, com contatos na Espanha e na Itália no início de 1970 tendo como base duas teorias: a das Situações Didáticas de Guy Brousseau e a dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. Mostramos que em 40 anos a Didática da Matemática Francófona se desenvolveu amplamente. Não somente ela ampliou seus objetos de estudo, mas ela também estendeu seu campo teórico e tomou seu lugar particular no campo das ciencias da Educação, sem no entanto renegar sua ligação com a Matemática.

**Palavras-chave:** Didática da Matemática. Constituição de um Campo.

Les problèmes posés par l’enseignement des mathématiques ont depuis longtemps intéressé les mathématiciens à l’échelle internationale. Ainsi, en 1908, lors du 4<sup>e</sup> *Congrès International des Mathématiciens* à Rome, la *Commission International pour l’Enseignement des Mathématiques*<sup>2</sup> (CIEM), regroupant 19 pays a été instituée sous la présidence du

<sup>1</sup>Doutorado Didática da Matemática em 1990 pela Université Joseph Fourier de Grenoble, França. Professor da Université de Genève, Suíça. [Jean-Luc.Dorier@unige.ch](mailto:Jean-Luc.Dorier@unige.ch)

<sup>2</sup> A présent plus connue sous le nom de *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI), elle est une commission satellite de l’*International Mathematical Union* (IMU).

mathématicien allemand Felix Klein. L'histoire de cette commission (mise en sommeil entre les deux guerres) montre qu'à l'échelle internationale, depuis plus d'un siècle, des questions relatives à l'enseignement des mathématiques, mais aussi à la formation des enseignants se sont posées au sein de la communauté mathématique (voir CORAY et al, 2003 ; MENGHINI et al., 2008). En particulier, à partir des années 50, cette commission a joué un rôle important, avec un remarquable consensus international, dans ce qui va déboucher dans la fin des années 60 sur la réforme des mathématiques modernes. Cette réforme, qui a bouleversé l'enseignement des mathématiques à l'échelle planétaire, et son échec rapide, ont joué un rôle important dans la dynamique qui va voir émerger à l'échelle internationale, un champ académique de *mathematics education* de plus en plus autonome des mathématiciens (voir KILPATRICK et DORIER, 2008). En 1969 a ainsi lieu à Lyon le premier *International Congress on Mathematics Education* ICME, ceux-ci ont lieu depuis au rythme de tous les 4 ans. En 1986, la CIEM lance aussi les études, qui visent, au rythme d'une tous les ans, à produire par l'intermédiaire d'un congrès sur invitation, un ouvrage de référence sur un thème d'éducation mathématique. La CIEM est aussi à l'origine de la création du groupe *Psychology of Mathematics Education* (PME), en 1976 lors du congrès ICME3 à Karlsruhe. Ce groupe organise un congrès international annuel.

Soulignons que la communauté francophone a joué un rôle important dans les instances internationales sur l'éducation mathématique. Elle a ainsi donné 4 présidents de la CIEM : Jacques Hadamard (1932–1939), André Lichnérovicz<sup>3</sup> (1963–1966), Jean-Pierre Kahane (1983–1990) et enfin Michèle Artigue (2006–2010), de plus le bureau exécutif de la CIEM comprend régulièrement des francophones. Vergnaud a joué un rôle central dans la création de PME, il est significatif également que le premier congrès ICME ait eu lieu en France. La *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM) créée en 1950 est aussi une initiative dans laquelle on trouve de nombreux fondateurs francophones tels que Gustave Choquet (qui, bien qu'il n'ait jamais appartenu au groupe Bourbaki, a beaucoup œuvré dans la réforme des mathématiques modernes) et Jean Piaget (voir FELIX, 1985). En Suisse précisément, certains travaux, en s'appuyant sur les travaux piagétien, se sont attelés, dès la fin des années 60 (MORF, GRIZE & PAULI, 1969), à l'étude scientifique des *conditions de possibilité* de la transmission des savoirs mathématiques (voir également, MORF, 1972).

Si la réforme des mathématiques modernes a eu une vocation internationale, les réflexions sur sa mise en place et, plus encore, sur le bilan de son échec ont toutefois donné

---

<sup>3</sup> Il fut également en France le président de la commission qui porte son nom et qui eut pour mission de mettre en place la réforme des mathématiques modernes.

lieu à des distinctions fortes d'ordre national, conduisant à l'échelle de pays ou de communautés linguistiques et culturelles à des structurations distinctes de la recherche en éducation mathématique. Ainsi en France, et plus largement dans le monde francophone, avec des contacts en Espagne et en Italie, un champ de recherche qui prend le nom de *didactique des mathématiques* se constitue au début des années 70 autour des deux théories fondatrices : celle des *situations didactiques* de Guy Brousseau (1972 et 1986 pour des textes fondateurs et 1998 pour une compilation d'articles) et celle des *champs conceptuels* de Gérard Vergnaud (1981 et 1991). Toutefois, avant d'en venir à la présentation de ces deux théories et du rôle central qu'elles ont joué dans la création du champ de recherche qui nous occupe, il est bon de rappeler ici quelques faits importants qui ont précédé ou ont été concomitants de l'avènement de ce champ de recherche. Ainsi en 1969, se mettent en place les 4 premiers *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM) à Bordeaux, Lyon, Paris et Strasbourg, bientôt suivies par les autres académies. Par ailleurs en 1970, *l'Institut Pédagogique National*<sup>4</sup> devient l'Institut National de Recherche et de Documentation Pédagogique (INRDP) qui se scindera en 1976 en les actuels *Institut National de la Recherche Pédagogique* (INRP) et *Centre National de la Documentation Pédagogique* (CNDP). Ces lieux, qui regroupent des enseignants de la maternelle à l'université, ainsi que *l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public* (l'APMEP créée en 1910) vont jouer un rôle important tant pour la formation des enseignants aux mathématiques modernes que pour le développement des premières recherches de terrain que l'on qualifierait aujourd'hui de recherches actions. Cependant dans ces lieux, les mathématiciens concernés par des questions éducatives s'intéressent à des recherches venues des champs de la psychologie, en particulier les travaux de Piaget, dont on connaît les relations en particulier avec Jean Dieudonné et d'autres membres du groupe Bourbaki. De plus, la nécessité de mettre en place des cadres théoriques propres se fait sentir. Dans ce mouvement, il serait trop long de faire une liste exhaustive des précurseurs. Citons toutefois à Strasbourg le travail de Georges Glaeser, qui a su impulser une dynamique qui a longtemps animé l'IREM de Strasbourg et au-delà (voir REIGNER ET PERRIER, 2002). A Paris, André Revuz a aussi joué un rôle essentiel suscitant de nombreuses vocations et créant les conditions universitaires d'une recherche académique (voir COLMEZ et al., 2010), comme dans une moindre mesure Jean Kuntzmann à Grenoble.

C'est dans ce contexte que les travaux de Brousseau et de Vergnaud ont vu le jour et ont permis l'émergence d'un champ de recherche autonome des mathématiques et de la

---

<sup>4</sup> L'IPN avait été créé en 1956, suite de l'éphémère *Centre National de Documentation Pédagogique* créé en 1954, lui-même issu de la transformation du *Musée de la Pédagogie* qui datait de 1878!

psychologie, bien que les liens avec ces deux disciplines aient toujours été source de questionnement. Ces deux théories se sont constituées en parallèle, mais ont toujours entretenu des liens forts et se veulent complémentaires. Si la théorie des situations didactiques (TSD) se revendique plutôt des mathématiques et celle des champs conceptuels plutôt de l'épistémologie génétique, toutes deux partagent des caractéristiques fondamentales qui fondent certaines particularités essentielles de la didactique des mathématiques francophone. Elles se placent tout d'abord en rupture avec l'applicationnisme et l'innovation qui prévalaient dans les premiers temps de la réforme des mathématiques modernes (ARTIGUE ET DOUADY, 1986; MARGOLINAS, 2005a). En ce sens, elles visent à mettre en place une théorisation, qui se situe au niveau de la recherche fondamentale, dans une interaction dialectique constante avec l'expérimentation. Ainsi, les expérimentations en didactique des mathématiques ne sont pas le moyen de tester directement la réussite des élèves (comme on le ferait classiquement dans une comparaison avec un groupe témoin) mais bien de mettre à l'épreuve les modélisations théoriques tout autant qu'en être la source d'inspiration. C'est une des particularités de la didactique des mathématiques francophone que de mettre en place une validation interne de la théorie qui dans le cas de la TSD s'appuie sur la confrontation entre analyse *a priori* et analyse *a posteriori*. Dans ce sens, le dispositif exceptionnel du *Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (COREM) mis en place en collaboration avec l'IREM de Bordeaux à l'école Michelet est fondamental dans le processus de théorisation que Brousseau a accompli. Une autre caractéristique commune des deux théories concerne la distinction et les rapports qu'elles placent au cœur de leurs préoccupations, entre connaissance et savoir (ROUCHIER, 1996; CONNE, 1992). C'est en particulier dans ce jeu complexe et subtil que se nouent les rapports de la didactique des mathématiques avec l'épistémologie<sup>5</sup> (DORIER, 2000).

Nous renvoyons à Margolinas (2005a) pour une présentation succincte des deux théories qui en montre à la fois les parentés dans les fondements et les différences dans les théorisations en jeu. Par ailleurs, ces deux théories créées dans le champ de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques ont produit des concepts qui ont migré dans d'autres didactiques et même au-delà dans les sciences de l'éducation.

À ses débuts, la TSD s'intéresse aux conditions de la production de connaissances significatives d'un savoir identifié. Il s'agit de mettre en évidence les éléments nécessaires (non factuels) qui fondent la raison d'une connaissance à travers la recherche de situations fondamentales. La réalisation et l'analyse d'ingénieries didactiques (ARTIGUE, 1988) est

---

<sup>5</sup> Rappelons que Brousseau et Vergnaud ont envisagé un temps de dénommer le champ de recherche *Epistémologie expérimentale* plutôt que didactique des mathématiques.

avant tout un moyen d'éprouver la théorie et s'oppose ainsi à l'idée d'innovation. La question de leur reproductibilité ne se posait pas donc pas à l'origine<sup>6</sup>, le dispositif du COREM restait le laboratoire au sein duquel elles prenaient sens. C'est dans ce cadre que se mettent en place les concepts centraux de situation a-didactique, de dévolution, de milieu ou de contrat qui permettent une modélisation de l'activité de classe. Vergnaud s'intéresse au rapport entre psychologie et didactique et à la « question des contenus d'enseignement à l'intérieur d'une psychologie du développement cognitif » (BRUN, 1994, p.71). La théorie des champs conceptuels, outre le fait qu'elle place les processus cognitifs de l'élève au centre, adopte d'emblée une analyse à un grain plus gros que celui de la TSD qui reste essentiellement au niveau micro de l'analyse d'une situation.

À partir des années 80, ces deux théories fondatrices vont s'enrichir d'un nouvel apport avec ce qui deviendra la *Théorie Anthropologique du Didactique* (TAD) de Yves Chevallard (1985, 1992, 1997, 2002a et b). C'est d'abord avec la transposition didactique que Chevallard (1985) apporte sa contribution. Ce concept, sans doute avec celui de contrat didactique est l'un des plus utilisés à l'extérieur de la didactique des mathématiques, peut-être aussi l'un des plus galvaudés. Il apporte ainsi un point de vue original par rapport à la TSD en élargissant le champ d'intervention de la didactique des mathématiques à l'environnement extérieur au seul système didactique de la classe. L'étude de la transposition didactique consiste en effet à analyser les conditions qui permettent à des éléments du savoir savant d'être apprêtés au sein de la noosphère pour devenir des candidats au savoir à enseigner, lui-même ensuite « mis en texte » au sein du système didactique pour devenir du savoir enseigné. Dans un texte fondateur, Chevallard délimite ainsi ce qui le distingue de Brousseau :

« [La théorie des situations] tend à privilégier le point de vue de l'économie et à laisser un peu en retrait le point de vue de l'écologie des systèmes. Ou, pour le dire plus concrètement, elle tend à se centrer sur le fonctionnement de la machine, en laissant un peu de côté l'étude des conditions de possibilité de ce fonctionnement. [...] je suis, quant à moi, davantage fasciné par l'étude des conditions de possibilité de leur fonctionnement tout court – bon ou moins bon. » (CHEVALLARD, 1992, p.103).

Les théorisations successives de Chevallard vont ensuite envisager dans une perspective qui s'affichera comme anthropologique, tour à tour les rapports des individus dans des institutions aux objets de savoir, les conditions écologiques de vie des éléments de savoir dans des institutions données (approche écologique), la modélisation de l'activité mathématiques en termes de praxéologies mathématiques, définissant les organisations

<sup>6</sup>On se reportera à la 15<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques qui a eu lieu en août 2009 et entièrement consacré à l'ingénierie didactique, particulièrement au cours de Annie Bessot (MARGOLINAS & al., 2011, pp. 29-56).

mathématiques, puis les praxéologies didactiques organisant les conditions de rencontre des savoirs mathématiques dans les institutions. L'entreprise théorique dépasse alors le seul champ de la didactique des mathématiques, mais l'appui épistémologique reste toutefois très centré dans les mathématiques (dans ce sens les évolutions plus récentes comme les Parcours et Activités d'Etude et de Recherche), replace au centre des préoccupations la question des raisons d'être du savoir, ouvrant vers une relecture du concept de situation fondamentale de la TSD. D'ailleurs même si ce n'est pas la partie la plus connue du travail de Chevallard, celui-ci s'appuie sur une pratique constante d'expérimentation et d'observation de terrain. Dans ce sens, il est conforme à une tradition forte en didactique des mathématiques francophone qui tout en se plaçant en rupture face aux pratiques de l'innovation, met au cœur de ses préoccupations le rapport de la théorisation à l'expérimentation qui en éprouve les construits.

On peut citer ici Joshua s'interrogeant sur la nature de ce que peut être un résultat en didactique:

« Un résultat en didactique est un bloc composé d'un cadre théorique explicite et de données empiriques. [...] A l'intérieur de ce bloc, il est nécessaire que le résultat résiste, qu'il soit stable. [...] En conséquence, la marque principale d'un résultat en didactique, c'est de renforcer le paradigme où il s'abrite. [...] Finalement la marque essentielle d'un résultat, c'est sa capacité à produire de nouveaux résultats. » (Joshua, 1996, pp. 214–215).

Cette vision semble bien caractériser la didactique des mathématiques francophone, au moins les trois théories principales que nous avons abordées.

Ce rapide tour d'horizon ne donne bien sûr qu'une vision très parcellaire de l'évolution de la didactique des mathématiques des années 70 aux années 90. S'il est vrai que les trois théories que nous avons rapidement évoquées en constituent les principaux piliers, cette vision ne rend pas compte de l'ampleur des travaux réalisés dans ce champ. Il suffit d'examiner les articles parus dans la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques* qui a publié depuis 1980 une dizaine d'articles de référence par an, les actes des écoles d'été qui ont lieu depuis la même période tous les deux ans, les revues *Grand N* et *Petit x* (à destination des enseignants respectivement du primaire et du secondaire), les actes des séminaires nationaux ou de divers laboratoires, les nombreuses publications des IREM, les thèses, etc. Au début les recherches ont surtout porté sur le niveau de l'enseignement primaire, avec des travaux d'ingénierie fondateurs<sup>7</sup> sur le numérique, la proportionnalité, la mesure, les aires, la géométrie... mais rapidement ils ont aussi porté sur l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur, ou encore sur l'enseignement professionnel. Si la plupart de ces travaux se réclament explicitement de l'une ou l'autre des trois théories précédentes, plusieurs

<sup>7</sup> Il serait trop long de donner ici des références...

faisant d'ailleurs le pont entre elles, l'usage qu'ils en proposent est plus ou moins lâche. Par ailleurs, d'autres contributions théoriques ont rapidement été proposées, comme des points d'appui complémentaires. On peut ici citer les jeux de cadres et la dialectique outil/objet de Régine Douady (1986) qui s'appuie sur une observation de la pratique des mathématiciens. La notion de registres de représentation sémiotique de Raymond Duval (1996), issue du champ de la linguistique, place la question de la représentation des objets mathématiques au cœur des phénomènes cognitifs. De nombreux travaux se sont par ailleurs intéressés à la question de la démonstration (avec les notions proches d'argumentation et de preuve) et à celle de la pratique de résolution de problème et d'entrée dans la démarche scientifique. Il serait trop long d'en faire ici l'inventaire<sup>8</sup>, mais ces travaux qui ne forment pas un tout uniforme ont conduit à enrichir le champ théorique de la didactique des mathématiques. Dans le champ de l'analyse statistique des données, plusieurs recherches ont contribué à la réflexion sur les questions de méthodologie. L'un des plus innovants qui s'est développé au sein même de la didactique des mathématiques est celui de l'analyse implicite de Régis Gras (2009<sup>9</sup>). Dans un tout autre domaine, une collaboration originale a réuni didacticiens des mathématiques et psychologues autour de la notion d'espace, en particulier en lien avec les enseignements professionnels et les milieux professionnels des métiers du bâtiment et de la mécanique (BESSOT ET VERILLON, 1993). Dans les années 80, avec les développements de l'informatique et les tentatives d'instituer des enseignements de cette discipline dès le Lycée, quelques tentatives ont été faites pour développer une didactique de l'informatique (essentiellement à Grenoble et Montpellier). Dans les années 90, les développements des calculatrices et des micro-ordinateurs ont conduit à se centrer sur l'usage des outils informatiques (maintenant TICE) dans les enseignements de mathématiques. Le développement d'outils informatiques propres à l'enseignement des mathématiques (Logo, Cabri-géomètre, Mapple, etc...) ont conduit à des théorisations autour du concept de micro-monde, comme un élément central du milieu didactique. L'équipe grenobloise autour de Colette et Jean-Marie Laborde, développant l'outil cabri-géomètre en lien direct avec les études didactiques (dans le paradigme de la TSD) a joué et continue de jouer un rôle théorique majeur (voir CAPPONI ET LABORDE, 1994, pour un texte fondateur). L'intelligence artificielle, bientôt supplantée par les *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humains* (EIAH) a aussi donné naissance à un courant important de travaux spécifiques en didactique des mathématiques (BALACHEFF, 1994). Actuellement les recherches portant sur

<sup>8</sup> On citera un des travaux pionniers de Balacheff (1982), qui a par ailleurs été à l'origine d'une recension sur le net de travaux internationaux sur le domaine dans la lettre de la preuve, encore en vigueur aujourd'hui : <http://www.lettredelapreuve.it/>.

<sup>9</sup> Nous donnons ici une référence récente, mais les premiers travaux remontent à la fin des années 80.

un usage des TICE dans l'enseignement des mathématiques sont très variés. Un apport théorique notable a été apporté par les travaux de Rabardel (1999) issus du champ de l'ergonomie cognitive (avec une origine dans les travaux de Vygotsky). Cette approche dite instrumentale, distingue l'artefact de l'instrument qui est constitué de la rencontre d'un sujet et d'un artefact et met en valeur l'étude des schèmes d'utilisation dans des situations précises. La genèse instrumentale, qui modélise les rapports du sujet et de l'artefact, se réalise alors dans une dialectique entre instrumentalisation (prise en main de l'artefact par le sujet) et instrumentation (processus par lequel l'artefact conditionne l'action du sujet). Cet apport à la didactique des mathématiques est à présent utilisé dans de nombreux travaux. Il a récemment donné lieu à un élargissement dans des travaux sur l'usage des ressources documentaires par les enseignants à travers le concept de genèse documentaire (GUEUDET ET TROUCHE, 2010).

Le catalogue rapidement brossé ci-dessus, qui ne saurait être exhaustif<sup>10</sup> montre la grande diversité des travaux francophones en didactique des mathématiques qui se sont développés dans des directions très variées dans un rapport plus ou moins distant avec les trois théories que nous avons cataloguées de centrales (TSD, Théorie des champs conceptuels et TAD). Par ailleurs nombre d'entre eux ont permis des collaborations avec des chercheurs étrangers de divers horizons montrant que la didactique des mathématiques francophone ne vit pas en autarcie, même si le cœur de son ouvrage théorique a parfois du mal à diffuser, en particulier dans le monde anglo-saxon.

Pour terminer ce rapide tour d'horizon, nous nous proposons à présent d'en venir à une évolution importante du champ amorcée dès les années 90 et qui a vu un élargissement de la TSD et de la TAD aussi bien qu'une ouverture plus grande vers des champs connexes de la didactique des mathématiques, en particulier des sciences de l'éducation. Nous voulons parler ici de la multitude de travaux qui ont vu le jour autour des pratiques enseignantes et des retombées sur la formation. Nous donnons dans la bibliographie plusieurs références qui permettront aux lecteurs de se faire une idée plus précise de ce que nous allons ici rapidement survoler.

Nous l'avons dit plus haut, les travaux fondateurs en didactique des mathématiques étaient avant tout centrés sur le couple connaissance/savoir. En ce sens, dans les modélisations, l'élève et surtout l'enseignant étaient considérés comme génériques, en quelque sorte transparents. Rapidement, la diffusion des ingénieries didactiques, dont nous

---

<sup>10</sup> Nous n'avons en particulier pas évoqué ici les travaux de Mercier, Sensevy ou Schubauer-Leoni, qui s'ilstrouvent leur origine dans la didactique des mathématiques ont été fondateurs du champ de la didactique comparée, qui sera analysée plus loin dans ce document.

avons rappelé qu'en rupture avec les pratiques d'innovation, elles étaient avant tout le lieu de mise à l'épreuve de la théorie dans des conditions contrôlées, a montré la nécessité de prendre en compte dans la modélisation les élèves et le professeur. C'est dans ce sens que Brousseau va être alors amené à introduire un modèle de la structuration du milieu, qui permet de traduire différentes positions de l'élève en interaction avec différentes strates du milieu dans une situation didactique. Margolinas (2002<sup>11</sup>) va compléter ce modèle en introduisant des positions « symétriques » pour l'enseignant, enrichissant ce qui va être connu sous le terme de « modèle de l'oignon », par les niveaux sur-didactiques. À partir de cette construction théorique, les chercheurs vont alors utiliser et modifier les concepts de la TSD (en particulier le couple milieu, contrat) pour les appliquer à l'analyse des pratiques dites « ordinaires ». On trouvera des illustrations et recensions de ces travaux dans (HERSANT, 2001; HERSANT, 2010; MARGOLINAS, 1999; MARGOLINAS, 2002; MARGOLINAS, 2004; MARGOLINAS, 2005b; PERRIN-GLORIAN et HERSANT, 2003). Cet élargissement de la TSD en est aussi un détournement de ses origines, qui loin de dénaturer cette théorie en montre en quelque sorte la portée. Perrin-Glorian rendant compte de ces travaux dans le cadre de la XVe école d'été sur l'ingénierie didactique a montré comment les recherches se dirigeaient actuellement vers la production de ressources pour les enseignants, appelant ainsi de ses vœux la création et diffusion « d'ingénieries de deuxième génération » communicables à des enseignants « ordinaires » pour des classes « ordinaires » (MARGOLINAS & al. 2011, pp.57-78).

Mais les recherches sur les pratiques enseignantes en didactique des mathématiques ne se limitent pas à ce seul élargissement des outils de la TSD. On trouvera dans (MARGOLINAS ET PERRIN-GLORIAN, 1998) quatre approches très différentes, l'une issue de la TAD avec le modèle des praxéologies didactiques (plusieurs travaux dans ce sens ont depuis été réalisés<sup>12</sup>), un autre dans le cadre élargi de la TSD (comme ce que nous venons d'évoquer), une utilisant des apports de la psychanalyse par Claudine Blanchard-Laville (1997) et enfin une autre centrée sur le discours de l'enseignant. Cette dernière étude de Hache et Robert entre dans un cadre qui s'est depuis développé et est connu sous le nom de « double approche » (ROBERT & ROGALSKI, 2002; ROBERT & ROGALSKI, 2005). Ces auteurs empruntent en effet des outils théoriques du champ de l'ergonomie cognitive pour analyser le *travail* de l'enseignant. Ces travaux visent à mettre en particulier en évidence les écarts entre les activités potentielles proposées aux élèves par les enseignants et les activités

<sup>11</sup>C'est un texte de référence, mais le travail est antérieur.

<sup>12</sup>Nous n'avons plus la place d'aborder ici l'étendue de travaux réalisés en France mais aussi en Espagne dans le cadre de la TAD. Nous renvoyons le lecteur aux actes des colloques organisés tous les deux ans depuis 2006.

effectivement réalisées, par le jeu des adaptations que les enseignants sont amenés à mettre en place dans la gestion didactique. On pourra se faire une idée assez large des travaux de cette équipe dans (PELTIER, 2004; ROBERT, 1999; ROBERT, 2001; ROBERT, 2008; RODITI, 2005; RODITI, 2008; ROGALSKI, 2003; VANDEBROUCK, 2008). Ces travaux qui se sont souvent intéressés aux problèmes d'enseignements dans les milieux socialement défavorisés (ZEP) tentent de mettre en rapport les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages effectifs des élèves. S'ils utilisent des outils de la TSD et la théorie des champs conceptuels, en particulier pour faire des analyses a priori des activités proposés aux élèves, ils s'outillent largement de concepts propres (niveau de conceptualisation, aménagement des tâches, etc.), mais aussi d'approches issues du champ de l'ergonomie cognitive, et plus largement des sciences de l'éducation, voire de la sociologie.

Nous terminerons ici ce tour d'horizon, forcément incomplet, qui montre qu'en 40 ans la didactique des mathématiques francophone s'est très largement développée. Non seulement elle a élargi ses objets d'étude, mais elle a aussi étendu son champ théorique et s'est fait une place particulière dans le champ des sciences de l'éducation, sans pour autant renier son attachement aux mathématiques.

## Références

- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 9(3), 1988, pp.281–308.
- ARTIGUE, M.; DOUADY, R. La didactique des mathématiques en France. **Revue Française de Pédagogie**, 76, 1986, pp. 69-88.
- BALACHEFF, N. Preuve et démonstration en mathématiques au collège. **Recherches en didactique des mathématiques**, 3(3), 1982, 261–304.
- BALACHEFF, N. Didactique et intelligence artificielle. **Recherches en didactique des mathématiques**, 14(1/2), 1994, pp. 9–42.
- BESSOT, A.; VERILLON, P. **Espaces Graphiques et Graphismes d'Espaces – Contribution de psychologues et de didacticiens à l'étude de la construction des savoirs spatiaux**. Grenoble: La pensée Sauvage, 1993.
- BLANCHARD-LAVILLE, C. L'enseignant et la transmission dans l'espace psychique de la classe. **Recherches en didactique des mathématiques**, 17, 1997, pp. 151-176.
- BROUSSEAU G. **Théorie des situations didactiques**. Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.
- BROUSSEAU, G. Processus de mathématisation. In **La mathématique à l'Ecole Elémentaire**. 428–442. Paris: APMEP, 1972.

- \_\_\_\_\_. Problèmes de didactique des décimaux : deuxième partie. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 2(1), 1981, pp. 37–127.
- \_\_\_\_\_. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 7(2), 1986, pp.33–115.
- \_\_\_\_\_. Utilité et intérêt de la didactique. **Grand N** 47, 1990, pp. 93-114.
- \_\_\_\_\_. Les mathématiques à l'école. **Bulletin de l'APMEP** 400, 1995a, pp. 831-850.
- \_\_\_\_\_. L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In R. Noirfalise (Ed.). **Actes de la 8ème Ecole d'Été de didactique des mathématiques** (pp.3-46). Clermont-Ferrand: IREM, 1995b.
- \_\_\_\_\_. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.
- \_\_\_\_\_. L'émergence d'une science de la didactique des mathématiques: motifs et enjeux. **Repères IREM** 55, 2004, pp. 19-34.
- BRUN, J. Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavnnot. (Eds). **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**(pp.51–66). Grenoble: La Pensée Sauvage, 1994.
- \_\_\_\_\_. **Didactiques des mathématiques**. Lausanne: Delachaux et Niestlé, 1996.
- CAPPONI, B.; LABORDE, C. Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 14(1/2), 1994, 165–210.
- CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1985.
- \_\_\_\_\_. **La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble: La pensée Sauvage, 1985/1991.
- \_\_\_\_\_. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 12(1), 1992, 73–111.
- \_\_\_\_\_. Familière et problématique, la figure du professeur. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 17(1), 1997, 17–54.
- \_\_\_\_\_. Organiser l'étude. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Eds.) **Actes de la 11ème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques** (pp.3–22). Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002a.
- \_\_\_\_\_. Organiser l'étude. Ecologie et régulation. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Eds.) **Actes de la 11ème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques**(pp.41–56). Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002b.
- CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In S. Maury & M. Caillot (Ed.), **Rapport au savoir et didactiques** (pp. 81-104). Paris : Editions Fabert, 2003.

COLMEZ, F.; DE HOSSON, C. ; PICHAUD, J. ; ROBERT, A. **Hommage à André Revuz – L’engagement universitaire – L’héritage didactique**. Paris: Publication du laboratoire de didactique André Revuz, 2009.

COMENIUS, J.A. **Novissima linguarum methodus**. Genève: Droz, 1648/2005.

COMITI, C.; GRENIER, D.; MARGOLINAS, C. Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In G. Arsac, J. Gréa, D. Grenier & A. Tiberghien (Eds.). **Différents types de savoirs et leur articulation** (pp.92–113). Grenoble: La Pensée Sauvage, 1995.

CONNE, F. Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 12(2/3), 1992, 221-270.

CORAY, D.; FURINGHETTI, F.; GISPERT, H.; HODGSON, B.; SCHUBRING, G. (Eds.) **One Hundred Years of L’Enseignement Mathématique – Moments of Mathematics Education in the Twentieth Century – Proceedings of the EM–ICMI Symposium – Geneva, 20–22 October 2000**. Geneva: L’enseignement Mathématique, 2003.  
<http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/other-icmi-conferences-proceedings/>

DORIER, J.-L. **Recherche en histoire et en didactique des Mathématiques sur l'Algèbre linéaire - Perspectives théorique sur leurs interactions**, note de synthèse HDR Université J. Fourier – Grenoble1, Cahier du laboratoire Leibniz n°12, 2000.  
<http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/Cahiers2000.html>

\_\_\_\_\_. The development of mathematics education as an academic field, In M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi & F. Arzarello (Eds.) **The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008)**. Reflecting and shaping the world of mathematics education (pp.40–46). Roma: IstitutodellaEnciclopediaItaliana, 2008.

DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7(2), 1986, 5–31.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**. Berne: Peter Lang, 1995.

FELIX, L. **Aperçu historique (1950–1984) sur la CIEAEM**. Bordeaux: IREM, 1985.  
[http://www.cieaem.net/CIEAEM9bis/index\\_france.htm](http://www.cieaem.net/CIEAEM9bis/index_france.htm)

GRAS, R. **L’analyse statistique implicite**. Toulouse: Editions Cépaduès, 2009.

GRECO, P. Pédagogie et Mathématiques. In **Encyclopedia Universalis**, t.12, 1980, pp. 675-677.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques**. Rennes: Presse universitaire de Rennes et INRP, 2010.

HERSANT, M. **Interactions didactiques et pratiques d’enseignement, le cas de la proportionnalité au collège**. Thèse de l’Université Paris 7, 2001.

HERSANT, M. **le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques: de l’analyse des séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires**. Note de synthèse HDR Université de Nantes. 2010

JOHSUA, S. Qu'est-ce qu'un « résultat » en didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 16(2),1996,197-220.

KEITEL, C.; BAZZINI, L.; SCHOPFER, E.; LUELMO, M.-J.; KRAEMER, J.-M.; INCHLEY, C. **La Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques est le plus ancien groupe international de travail et de réflexion de spécialité éducation mathématique**.2002.

<http://www.upc.es/info/cieaem54/cieaem-fra/cieaem-presen.htm>

KILPATRICK, J. The development of mathematics education as an academic field, In M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi&F.Arzarello (Eds.) **The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education** (pp.33-39), Roma: IstitutodellaEnciclopediaItaliana, 2008.

MARGOLINAS, C. Eléments pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 12(1), 113–158. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1992.

\_\_\_\_\_. Les pratiques de l'enseignant : Une étude de didactique des mathématiques: recherche de synthèses et perspectives. In M. Bailleul (Ed.). **Actes de la 10ème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques** (pp.10-33). Caen: IUFM de Caen et A.R.D.M, 1999.

\_\_\_\_\_. Situations, milieux, connaissances – analyse de l'activité du professeur. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Eds.) **Actes de la 11ème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques** (pp.141–156). Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002.

\_\_\_\_\_. **Points de vue de l'élève et du professeur : Essai de développement de la théorie des situations didactiques**. Habilitation à diriger les recherches en sciences de l'éducation, Université de Provence.2004.

\_\_\_\_\_. Essai de généalogie en didactique des mathématiques. **Revue Suisse des sciences de l'Education**,27, 2005a,343–360.

\_\_\_\_\_. La dévolution et le travail du professeur. In P. Clanché, M.-H. Salin & B. Sarrazy (Eds.), **Autour de la théorie des situations** (pp.329-333). Grenoble: La pensée sauvage, 2005b.

MARGOLINAS, C.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. **Cinq études sur le thème de l'enseignant**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

MARGOLINAS C.; ABOUD-BLANCHARD, M.; BUENO-RAVEL, L.; DOUEK, N.; FLUCKIGER, A.; GIBEL, P.; VANDEBROUCK, F.; WOZNIAK, F. **En amont et en aval des ingénieries didactiques – Xve école d'été de didactique des mathématiques, Clermont-Ferrand (Puy de Dôme) du 16 au 23 août 2009**. Grenoble: La pensée Sauvage, 2011.

MENGHINI, M.; FURINGHETTI, F.; GIACARDI, L.; ARZARELLO, F. (Eds.) **The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics éducation**. Roma: IstitutodellaEnciclopediaItaliana, 2008.

- MORF, A. La formation des connaissances et la théorie didactique. **Dialectica**, 26/2, 1972. p. 103-114.
- MORF, A., GRIZE, J.-B., PAULI, L.. Pour une pédagogie scientifique. **Dialectica**, 23/1, 1969, p. 24-31.
- PELTIER, M.-L. (Ed.) **Dur dur d'enseigner en ZEP**. Grenoble: La pensée Sauvage, 2004.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J. Théorie des situations didactiques: naissance, développements, perspectives. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavnignot, (Eds.). **Vingt ans de didactique des mathématiques en France** (pp.97–147). Grenoble: La Pensée Sauvage, 1994.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J.; HERSANT, M. Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. **Recherches en Didactique des Mathématiques**23(2), 2003,217–276.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J.; REUTER, Y. (Ed.) **Les méthodes de recherche en didactiques**. Villeneuve d'Ascq: Presses Universitaires du Septentrion, 2006.
- PIAGET, J. Remarques sur l'éducation mathématique. *Math Ecole* 58,1973. 1–7.
- POLE, Y. (Ed.) Dossier: La didactique des mathématiques. **Animation et Education** 123,1994, 9-14.
- RABARDEL, P. Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In M. Bailleul (Ed.) **Actes de la 10<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques – Houlgate août 1999** (pp.203–213 ). Caen: IUFM et ARDM, 1999.
- REGNIER, J.-C.; PERRIER, F. **La didactique des mathématiques au travers d'un récit de vie – entretiens avec Georges Glaeser**. Strasbourg : IREM, 2002.
- REVUZ, A. Mathématiques (Enseignement). In **Encyclopedia Universalis** t.10,1980, pp. 617-619.
- ROBERT, A. Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe. **Didaskalia** 15, 1999,123–157.
- \_\_\_\_\_. Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier de l'enseignant. **Recherches en didactique des mathématiques** 21(1.2), . 2001,57–79.
- \_\_\_\_\_. Problématique et méthodologie communes aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques. In F. Vandebrouck (Ed.). **La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants**(pp. 31-69). Toulouse: Octares Editions, 2008.
- ROBERT, A.; ROGALSKI J. A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example il a French 10th-grade class. **Educational Studies in Mathematics** 59(1–3), 2005,269–298.
- ROBERT, A.; ROGALSKI, J. Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. **Revue Canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies** 2 (4), 2002,505–528.

RODITI, E. **Les pratiques enseignantes en mathématiques, entre contraintes et liberté pédagogique**. Paris : L'Harmattan, 2005.

\_\_\_\_\_. Des pratiques enseignantes à la fois contraintes personnelles, et pourtant cohérentes. In F. Vandebrouck (Ed.) **La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants** (pp. 73-95). Toulouse: Octares Editions, 2008.

ROGALSKI, J. Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 23(3),2003,343–388.

ROUCHIER, A. Naissance et développement de la didactique des mathématiques. In M. Artigue et al. (Eds.) **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**(pp. 149-160). Grenoble: La Pensée Sauvage éditions, 1994.

\_\_\_\_\_. Connaissances et savoirs dans le système didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 16(2), 1996,177–196.

VANDEBROUCK, F. (Ed.) **La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants**. Toulouse: Octares Editions, 2008.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en didactique des mathématiques**10(2/3), 1991,133–169.

VERGNAUD, G. Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. In **Actes du 5<sup>e</sup> colloque PME** (vol. 2.2, pp.7–17). Grenoble, 1981.

\_\_\_\_\_. **L'enfant la mathématique et la réalité**. Berne: Peter Lang, 1981a.

\_\_\_\_\_. **Apprentissages et didactiques, où en est-on?**. Paris: Hachette, 1994a.

\_\_\_\_\_. Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavnignot (Eds), **Vingt ans de didactique des mathématiques en France** (pp.177-191). Grenoble: La Pensée Sauvage, 1994b.

\_\_\_\_\_. Repères pour une théorie psychologique de la connaissance. In A. Mercier & C. Margolinas. (Eds.). **Balises en didactique des mathématiques** (pp.123–136). Grenoble: La Pensée Sauvage, 2005.

**Submetido em setembro de 2014**

**Aprovado em setembro de 2014**