REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 13, número 32 – 2020 DOI: 10.46312/pem.v13i32.8941

Formulação de Problemas no Eixo[1] de Produto de Medidas: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no campo conceitual multiplicativo

Problem-posing in the Product Axis of Measures: a proposal for multiplication and division teaching in the multiplicative conceptual field

Renan Oliveira Altoé[2]

Rony Cláudio de Oliveira Freitas[3]

RESUMO

Neste artigo, analisamos o potencial educativo de uma proposta de Formulação de Problemas, intitulada “Um dever de casa desafiador”, desenvolvida para discutir multiplicação e divisão no eixo de Produto de Medidas, em especial, na classe de Configuração Retangular. Seguindo as fases da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, de natureza experimental, elaboramos a atividade em parceria com a professora regente de um 5º ano, de uma escola do Município de Vargem Alta - ES, cuja aplicação envolveu os estudantes em investigação e formulação de seus próprios problemas de matemática. Os resultados revelaram que a proposta é potencialmente interessante para o ensino das operações aritméticas abordadas e, principalmente, fortalecem a Formulação de Problemas como uma importante estratégia pedagógica para o ensino de matemática.
PALAVRAS-CHAVE: Formulação de problemas. Campo conceitual multiplicativo. Produto de medidas. Engenharia didática.

---

[1] Nomenclatura dada por Magina (2016).
[2] Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), *Campus* Vitória. Professor de Matemática na Secretaria Municipal de Educação, Vargem Alta – ES, Brasil. E-mail: renan.o.altoe@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3634-4166.
[3] Doutor em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Professor Permanente no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), C*ampus* Vitória, Jucutuquara – ES, Brasil. E-mail: freitasrco@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9044-3109.

ABSTRACT

In this article, we analyze the educational potential of a Problem-Posing proposal, named “A challenging homework”, developed to discuss multiplication and division in the Measurement Product axis, especially in the Rectangular Configuration class. Following the phases of Didactic Engineering as a research methodology, of an experimental field, we developed the activity in partnership with the 5th-grade teacher from a school in the major town in Vargem Alta-ES, whose application involved students in research and formulation of their own math problems. The results revealed that the proposal is potentially interesting for the teaching of the arithmetic operations covered and, mainly, strengthen the Problem-Posing as an important pedagogical strategy for maths teaching.

KEYWORDS: Problem-posing. Multiplicative conceptual field; Measures product; Didactic engineering.

Introdução

O ensino de matemática tem buscado, cada vez mais, considerar o envolvimento dos estudantes na construção de conhecimentos. Em busca disso, professores engajados no protagonismo discente têm se debruçado sobre perspectivas metodológicas que gerem motivação em aprender matemática.

Desde 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) recomenda a Resolução de Problemas como caminho promissor para o ensino de matemática (MORAIS; ONUCHIC, 2014). Embora resolver problemas seja uma prática fundamental no processo educativo, ainda é predominantemente utilizada em propostas nas quais o professor é o responsável pela proposição dos problemas a serem resolvidos pelos estudantes. No entanto, autores como Silver (1994), Chica (2001), Boavida *et al*. (2008) e Altoé (2017) estimulam que se proponha a Formulação de Problema [4] pelos estudantes, de modo a contribuir para o aprofundamento de conceitos e para a compreensão dos processos envolvidos. Para esses autores, formular problemas requer, inicialmente, conhecer conceitos, refletir sobre situações cotidianas e entender o porquê do que se pretende formular.

Apesar dos esforços em considerar a Formulação de Problemas uma prática relevante nas aulas de matemática, Silver (1994) afirma que os estudantes são quase sempre convidados a resolverem os problemas apresentados pelo professor ou pelos livros didáticos e são, raramente, incentivados a apresentarem seus próprios problemas de matemática. A quase inexistência da prática de formulação de problemas, apontada por Silver (1994), é também justificada por Medeiros e Santiago (2013) e Pinheiro (2013) quando concluíram, em suas pesquisas, que os estudantes apresentaram dificuldades na formulação de problemas e, assim,

[4] Neste texto, utilizamos “Formulação de Problemas” quando tratamos da prática no campo teórico, e “formulação de problemas” a ação de formular o problema em sala de aula.

sugerem que ela esteja mais presente nas aulas de matemática. Nesse sentido, “aos estudantes deve ser dada a oportunidade para formular problemas de determinadas situações e criar novos problemas quando modificando as condições de um determinado problema” (NCTM, 1991, p. 95).

As discussões que apresentamos, neste trabalho, visam colaborar com essa linha de ação ao analisarmos o potencial educativo de uma proposta de Formulação de Problemas, intitulada “Um dever de casa desafiador”, desenvolvida para discutir multiplicação e divisão no eixo de Produto de Medidas, em especial, na classe de Configuração Retangular. Trata-se de um recorte de uma pesquisa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), *Campus* Vitória – ES, e que teve como questão norteadora: “Como a Formulação de Problemas, dentro da abordagem metodológica de Resolução de Problemas, pode ser proposta nas aulas de matemática, tendo em vista a contribuição para o ensino conceitual e integrado de multiplicação e divisão no 5º ano do Ensino Fundamental”?

A atividade, no formato de história, foi elaborada em parceira com a professora regente de um 5º ano, de uma escola do Município de Vargem Alta – ES, cujos estudantes envolveram-se em investigação e formulação de seus próprios problemas de matemática.

Apontamentos teóricos sobre formulação de problemas em matemática

Comumente, a proposição de problemas[5] tem sido priorizada pelo professor quando decide trabalhar no contexto metodológico da Resolução de Problemas. No entanto, consideramos a necessidade de se abordar atividades que privilegiem a elaboração de problemas pelos estudantes. Segundo Altoé (2017), agindo-se nessa vertente, oportuniza-se espaço para que os desejos e interesses dos próprios discentes sejam evidenciados nos problemas discutidos em sala de aula, o que poderia acarretar maiores envolvimentos nas discussões e gerar motivação em aprender matemática.

Inicialmente, concordamos com D’amore ao anunciar que “a Formulação de Problemas é um modo de colocar-se no interior da Resolução de Problemas e que as duas problemáticas não são opostas, mas muito próximas” (D’AMORE, 2014, p. 29, tradução nossa). Da mesma forma, consentimos com Silver (1994) quando aponta que a Formulação de Problemas é uma prática que ocorre dentro do

[5] É uma maneira de se referir a “formular problemas”. Outras, como: elaborar, produzir, construir, gerar ou colocar podem sinalizar tal prática.

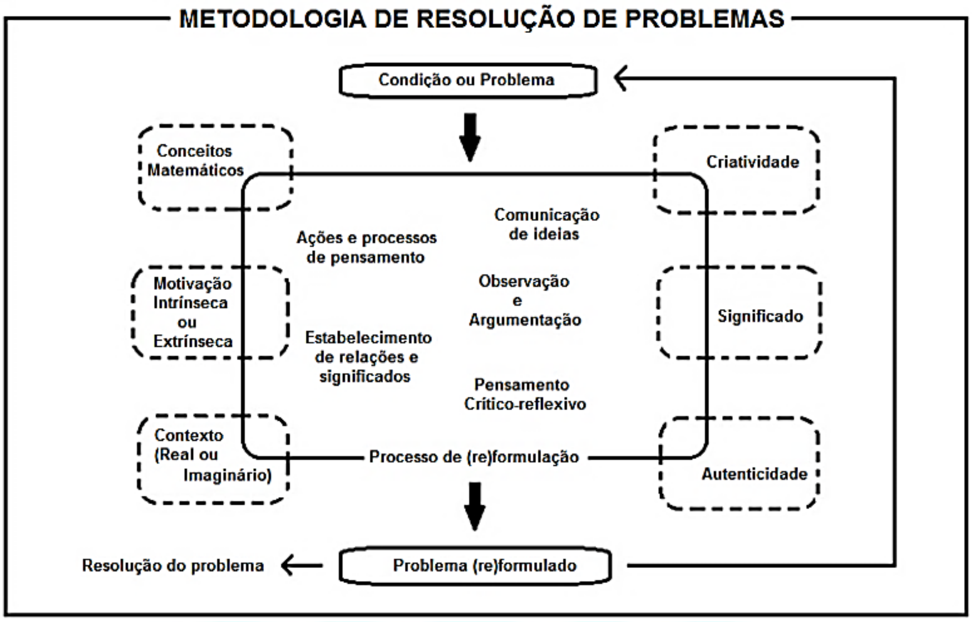
processo de resolução de problemas. Assim, tomamos como princípio que a Formulação de Problemas é uma prática inserida na metodologia de Resolução de Problemas, temática alvo de estudos nacionais e internacionais (KILPATRICK, 1987; SILVER, 1994; ENGLISH, 1998; BROWN; WALTER, 2005; MEDEIROS; SANTOS, 2007; LIN; LENG, 2008; PINHEIRO, 2013; MEDEIROS; SANTIAGO, 2013; ALTOÉ, 2017).

Em busca de uma conceituação para Formulação de Problemas, Silver (1994, p. 19, tradução nossa) afirma que formular problemas “refere-se tanto a produção de novos problemas e à reformulação de determinados problemas”. Portanto, nas aulas de matemática, “as crianças podem inventar os próprios problemas. Isso as motivará a ler, compreender e resolver os problemas, porque são seus” (DANTE, 2009, p. 65). Vemos, no posicionamento de Dante, a valorização dessa prática como geradora de motivação na resolução de problemas, pois considera ideias e inquietações de quem o formula.

Segundo Boavida *et al.* (2008), é fundamental encorajar os estudantes a escreverem, partilharem e resolverem seus próprios problemas formulados, pois é um processo que traz contribuições para a capacidade de resolver problemas em matemática. Além disso, ao formularem problemas, os educandos desenvolvem “[...] o pensamento crítico e capacidade de raciocínio ao mesmo tempo em que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso (BOAVIDA *et al.*, 2008, p. 27). Assim, a formulação de problemas pode fomentar a escrita em matemática e gerar confiança na própria capacidade de aprender matemática (CHICA, 2001).

A partir dos estudos teóricos e do desenvolvimento de sua pesquisa, Altoé (2017) tem compreendido que a Formulação de Problemas é uma prática inserida na metodologia de Resolução de Problemas, que oportuniza os estudantes (re)formularem problemas a partir de determinadas condições ou problemas já apresentados. Tal prática envolve autenticidade, criatividade, motivação intrínseca ou extrínseca, significado, contextos (reais ou imaginários) e conceitos matemáticos. Nesse processo, os estudantes apresentam indícios de desenvolvimento do pensamento crítico-reflexivo, do raciocínio, da capacidade de comunicar ideias, de estabelecer relações e significados, de observação e argumentação e de reflexão sobre suas ações e seus processos de pensamento. Assim, formular e resolver estão estreitamente interligados, uma vez que um dos sentidos de se formular um problema é buscar a sua resolução. A Figura 1 representa o posicionamento do autor.

Figura 1 – Esquema processual sobre Formulação de Problemas



Fonte: Altoé (2017)

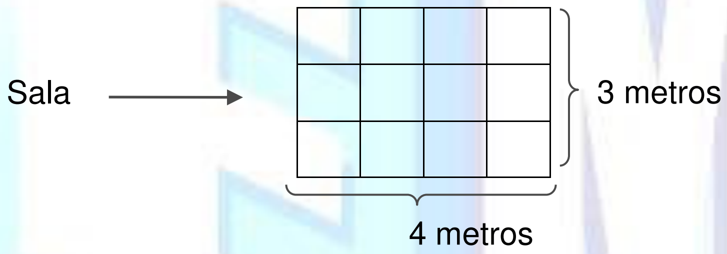
Altoé (2017) explica alguns conceitos inerentes ao seu entendimento sobre Formulação de Problemas, visto que poderiam ser interpretados distintamente por diferentes leitores. Assim, entende: i) **Criatividade**: É a capacidade e atitude de gerar novas ideias e comunicá-las (GONTIJO, 2007). Pode ser compreendida como a capacidade de produzir problemas entre a relação condição-contexto ou na reformulação de um problema inicialmente apresentado, cujo produto final seja incomum; ii) **Significado**: É considerado a estabilização de ideias, as quais buscam construir o sentido de determinado objeto. Por exemplo, caso um estudante formule um problema que envolva a operação matemática 3x2 e apresente a situação "possuir 3 camisas e 2 calças, de quantas maneiras poderia uma pessoa se vestir?", esse mostraria seu entendimento conceitual de multiplicação como ação de combinar, atribuindo, assim, um significado à expressão 3x2; iii) **Autenticidade**: É considerada como os interesses pessoais que o estudante utiliza na formulação do seu problema; iv) **Motivação Intrínseca ou Extrínseca**: É um elemento que se refere ao universo pessoal (SOLÉ, 2009). Assim, a motivação intrínseca trata-se de sentimentos e emoções internas de cada indivíduo, enquanto que a motivação extrínseca diz respeito a uma ação externa que contribui para que o estudante se motive no processo de formulação e v) **Contextos (reais ou imaginários)**: Referem-se às situações cotidianas vividas (contexto real) ou não (contexto imaginário) pelos educandos.

Sendo assim, no que diz respeito à formulação de problemas em sala de aula, Pinheiro (2013) declara que todos os estudantes são capazes de formular, mas orienta que essa prática esteja mais presente nas aulas de matemática, pois, ainda, se produzem enunciados com escassez de dados, por vezes desorganizados e de difícil compreensão.

Multiplicação e divisão no eixo de produto de medidas

O nosso intuito, doravante, é discutir aspectos conceituais da multiplicação e divisão no Campo Conceitual Multiplicativo[6]. Assim, no eixo de Produto de Medidas (uma relação ternária[7]), a multiplicação se constitui de uma operação em busca da medida-produto, conhecendo-se as medidas elementares. Essa visão, na classe de Configuração Retangular, se estabelece somente entre quantidades contínua-contínua. Um exemplo, apresentado por Vergnaud (2014), no campo da Configuração Retangular, é o seguinte: “O piso de uma sala retangular tem 4 metros de comprimento por 3 metros de largura. Quanto mede a área desse piso?”.

Sabemos que o retângulo (piso da sala) pode ser decomposto em quadrados cujos comprimentos dos lados medem um metro cada um. Assim, a medida da área desse piso, em m² (metros quadrados), poderia ser calculada pelo produto da medida (quantidade de quadrados) do comprimento pela medida (quantidade de quadrados) da largura, seja no plano dimensional ou numérico (VERGNAUD, 2014). Logo, para esse exemplo, teríamos:



y metros quadrados = 4 metros x 3 metros

Com isso, “y = 4x3” representa o plano numérico e “medida da área = medida do comprimento x medida da largura”, o dimensional. Contudo, segundo Vergnaud (2014), a noção de metro quadrado tem dois sentidos complementares, ou seja, aquele de “quadrado de um metro de lado” ou “produto de duas medidas de comprimento”, e somente este último permite estender seu sentido a outras figuras

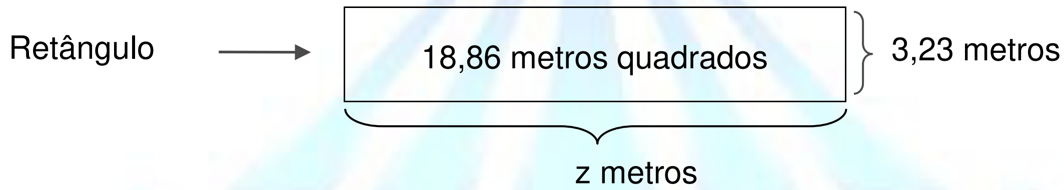
[6] O Campo Conceitual Multiplicativo ou das Estruturas Multiplicativas consiste de todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltipla para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações para resolvê-los (MOREIRA, 2015).

[7] Uma relação ternária é estabelecida entre três quantidades, das quais uma delas é o produto das duas outras, ao mesmo tempo no plano numérico e dimensional (VERGNAUD, 2014).

geométricas, as quais não se decompõem em quadrados, como: triângulos, círculos, etc.

A divisão, nesse eixo, busca determinar medidas elementares, conhecendo-se uma das medidas e a medida-produto, esta última decorrente do conceito de multiplicação nessa mesma relação. Esse conceito é levado em consideração nas situações de Configuração Retangular, tratando, apenas, de quantidades contínua-contínua. Vergnaud (2014) apresenta um exemplo para essa discussão: "A área de um retângulo mede 18,86 metros quadrados e sua largura mede 3,23 metros. Quanto mede o seu comprimento?".

O problema pode ser representado da seguinte maneira:



Nesse exemplo, a área quadrada do retângulo é uma relação de multiplicação entre a medida do comprimento e a medida da largura. Como não temos a medida do comprimento (medida elementar), é necessário realizarmos uma divisão para determiná-la. Assim:

z metros x 3,23 metros = 18,86 metros quadrados

z metros = 18,86 metros quadrados ÷ 3,23 metros

Dessa resolução, temos que "z = 18,86÷3,23" representa o plano numérico e "metros = metros quadrados ÷ metros", o dimensional. Assim, a medida elementar que encontraremos está relacionada ao quociente da medida-produto pela medida elementar (VERGNAUD, 2014).

Engenharia didática: aporte metodológico da pesquisa

A Engenharia Didática é uma metodologia que vincula a dimensão teórica da racionalidade ao campo experimental da prática educativa, consideradas importantes nas pesquisas em Educação Matemática (PAIS, 2011). Dessa forma, segundo Artigue (1996, p. 196 *apud* PAIS, 2011, p. 104), a Engenharia Didática "[...] vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe [...]". Uma pesquisa que adota a metodologia da Engenharia Didática é dita pesquisa experimental, pois, segundo Almouloud e Coutinho (2008), existe a comparação entre análise *a priori* e análise *a posteriori*, realizadas na validação. A proposta, analisada neste artigo, seguiu as fases da Engenharia Didática, conforme descrições a seguir.

De acordo com Pais (2011), a Engenharia Didática segue quatro fases: 1) análises preliminares; 2) concepção e análise *a priori*; 3) aplicação de uma sequência didática e 4) análise *a posteriori* e a avaliação. Na pesquisa, que originou este artigo, a terceira fase foi renomeada para “Aplicação de uma sequência de atividades”, visto que não propusemos uma sequência didática, mas um grupo de atividades de formulação de problemas.

A primeira fase, intitulada “análises preliminares”, tem como finalidade a “[...] elaboração de um quadro teórico sobre o qual o pesquisador fundamenta suas principais categorias” (PAIS, 2011, p. 101). Para Almouloud e Coutinho (2008), essas análises devem permitir que o pesquisador identifique as variáveis didáticas que serão explicitadas e manipuladas na fase da análise *a priori* e da construção das atividades. Neste artigo, está representada, brevemente, pelas seções “Apontamentos teóricos sobre formulação de problemas em matemática” e “Multiplicação e divisão no eixo de produto de medidas”.

A segunda fase, nomeada “concepção e análise *a priori*”, consiste na definição, a partir das análises preliminares, das variáveis que deverão consideradas na construção da proposta didática. São as variáveis macrodidáticas ou globais, relativas à organização da engenharia como um todo, e as variáveis microdidáticas ou locais, relacionadas ao planejamento específico de cada seção da sequência didática (PAIS, 2011). Assim, foi nesta fase, a partir dos estudos teóricos, que nasceram as variáveis macrodidáticas e microdidáticas, apresentadas a seguir, que orientaram a elaboração da proposta “Um dever de casa desafiador”. Esta fase encontra-se caracterizada na subseção “Variáveis macrodidáticas e microdidáticas” e na seção “A proposta de formulação de problemas: apresentação e análise *a priori*”.

A terceira fase, designada “Aplicação de uma sequência de atividades”, consiste na aplicação das propostas elaboradas na fase precedente e o registro das observações feitas durante a experimentação. Neste artigo, relatamos como a proposta foi desenvolvida em sala de aula, destacando aspectos metodológicos, cujas discussões serão apresentadas na seção “Relatos da aplicação”. Coletamos os dados por meio de gravação em áudio e vídeo, de registros escritos dos estudantes e diário de bordo dos pesquisadores.

A quarta fase, chamada de "Análise *a posteriori* e a avaliação", refere-se ao tratamento das informações obtidas na aplicação da atividade. Almouloud e Coutinho (2008) afirmam que a análise *a posteriori* é o conjunto de resultados extraídos da exploração dos dados recolhidos, enquanto que a avaliação é, para Pais (2011, p. 103), "obtida pela confrontação entre os dados obtidos na análise *a priori* e *a posteriori* [...]". Assim, o confronto entre análise *a priori* e *a posterior* e a avaliação da proposta serão explicitadas na seção "Análise *a posteriori* e a avaliação da proposta", transbordando suas conclusões na seção "Considerações finais".

Variáveis macrodidáticas e microdidáticas

Adotamos as seguintes variáveis macrodidáticas e microdidáticas na construção da proposta analisada neste trabalho: a) Macrodidáticas: i) (re)construção da metodologia de ensino; ii) valorização à descoberta; iii) incentivo à criatividade e iv) valorização da percepção de conexões entre as operações de multiplicação e divisão em problemas que envolvem o cotidiano e b) Microdidáticas: i) multiplicação: busca de medida-produto e ii) divisão: busca de medida elementar.

As variáveis macrodidáticas nortearam a construção da história "Um dever de casa desafiador", quando levamos em consideração que a professora regente e o pesquisador refletiam sobre seus conhecimentos a respeito da Formulação de Problemas (i); quando buscamos, ao elaborar a proposta, valorizar a descoberta pelos estudantes ao pensarem na formulação dos seus próprios problemas de matemática (ii); quando, ao propormos a formulação de problemas, por meio de uma história, fosse incentivada a criatividade (uso de diferentes contextos, desejos e interesses pessoais) no processo de formulação (iii) e, quando ao formularem o seus problemas, pudessem refletir a respeito de possíveis conexões entre a matemática (multiplicação e divisão) e situações que envolvessem o cotidiano. As variáveis microdidáticas orientaram o "comportamento" das operações de multiplicação e divisão na história, de modo que os estudantes pudessem vivenciar e/ou refletir a Configuração Retangular e construir seus próprios problemas.

A proposta de formulação de problemas: apresentação e análise *a priori*

A história "Um dever de casa desafiador" buscou envolver os estudantes na formulação de problemas na classe de Configuração Retangular e que pudessem ser resolvidos por meio de uma multiplicação ou divisão. Apresentamos, na Figura 2, a proposta elaborada e aplicada em sala de aula.

Figura 2 - Proposta de formulação de problemas

UM DEVER DE CASA DESAFIADOR

Quem gosta de fazer dever de casa? Hoje você não fará o teu dever de casa, mas ajudará o Carlinhos a fazer o seu. Vamos conhecer a história "Um dever de casa desafiador! "

Carlinhos é um menino que gosta muito de estudar. Sua professora sempre lhe prescreve algum dever de casa para ser feito e ser entregue na próxima aula. Ela disse que ele poderia utilizar uma multiplicação ou uma divisão para fazer o seu dever. A escolha seria dele e de acordo com sua imaginação.

Quando chegou em casa, Carlinhos estava muito entusiasmado para fazer seu dever de casa, mas sentiu muita dificuldade: ele nunca tinha formulado um problema!!! *E agora, o que irei fazer?* Disse ele. Sua mãe, sempre muito dedicada com os deveres de casa de seu filho, ligou para alguns de seus colegas perguntando se eles poderiam ajuda-lo com a tarefa. Adivinha para quem ela ligou? Para vocês!!!

Agora, vamos conhecer qual é o dever se casa de Carlinhos!

Dever de casa

Escolha uma das imagens abaixo e formule um problema.

Fonte: Altoé; Freitas (2017)

No Quadro 1, encontramos a análise *a priori* da proposta que refere-se à prática de formulação de problemas e não à resolução dos problemas formulados pelos estudantes. É importante ressaltar que buscamos, com essa análise *a priori*, evidenciar o que esperávamos da proposta dentro de cada uma das Dimensões elaboradas por nós.

Quadro 1 – Análise *a priori* da atividade

Dimensão Didática	Que a proposta contribua na formulação de problemas.
Dimensão Epistemológica	Que os problemas formulados sejam de configuração retangular, cuja resolução envolva a multiplicação e/ou a divisão.
	Que alguns ou todos os problemas desta Dimensão possibilitem discussões acerca do enunciado, da resolução ou da solução.
Outras Especificações	Que seja escolhida uma das imagens e atribuído um contexto e nome (s) ao (s) personagem (s).
	Que os alunos expressem, nos problemas formulados, seus interesses pessoais.

Fonte: Altoé (2017)

Para a sua aplicação em sala de aula, elencamos algumas sugestões que poderão ser seguidas por outros professores que desejarem desenvolvê-la em suas aulas. Foram pensadas no momento da construção da história e aplicadas na terceira fase da Engenharia Didática.

• Em duplas, inicie a aplicação da proposta com base no questionamento inicial;

• Os alunos poderão sentir dificuldades no momento em que forem pensar em seus problemas. A ideia central da proposta está na formulação de um problema na classe de Configuração Retangular e que possa ser solucionado com uma multiplicação e/ou divisão. Pergunte aos estudantes se recordam de algum problema que apresentava imagens parecidas com as da história, ou seja, objetos organizados em linhas e colunas. Talvez possa ajudá-los a pensar em suas produções;

• Após a formulação, cada dupla deverá resolver o problema formulado pelo outro colega;

• Não deixe de orientar os estudantes que apresentarem dificuldades. Todos devem e são capazes de formular o seu problema de matemática.

Relatos da aplicação

Na aplicação da história “Um dever de casa desafiador”, que ocorreu em Novembro de 2016, estiveram presentes 27 estudantes (entre 10 e 15 anos). Para o desenvolvimento da aula, organizamos os discentes em 13 duplas (interesses próprios dos discentes pelas duplas) e 1 aluno realizou a atividade individualmente. No início das discussões, a partir do questionamento inicial “Quem gosta de fazer dever de casa?”, alguns alunos se manifestaram trazendo expressões do tipo: “Eu odeio, Deus me perdoe!”, “[...] eu também, eu também odeio fazer dever de casa”, “Alguns eu gosto. Tipo, quando é de pesquisar na internet, de matemática não gosto”. Essas evidências justificam, cada vez mais, a importância de propormos metodologias que possam despertar o interesse dos estudantes pelo aprendizado em matemática, o que pode ser alcançado por meio da formulação de problemas, cuja prática defendemos. Mesmo diante dessas insatisfações, os dados registrados em áudio e vídeo, bem como os registros de diário de bordo dos pesquisadores, apontaram que os participantes demonstravam-se interessados e dispostos a desenvolverem a atividade. Ainda sobre o questionamento inicial, alguns estudantes levantaram as mãos afirmando que gostavam de realizar os deveres de casa, não expondo maiores detalhes.

Após esse debate inicial, continuamos a leitura. A história conta que Carlinhos deveria cumprir seu dever de casa, mas estava com dificuldades. Sua mãe, preocupada com as tarefas escolares do filho, telefonou para alguns colegas de classe (no dia da aplicação da proposta, dissemos aos participantes que eles eram os colegas de Carlinhos), pedindo-lhes se poderiam ajudá-lo com a tarefa. Concluída a leitura, que solicitava que fosse formulado um problema com base em alguma das três imagens apresentadas e que pudesse ser solucionado por meio de uma multiplicação e/ou divisão, os discentes começaram a pensar em seus problemas, sempre com a intenção de ajudar o Carlinhos. Nesse momento, identificamos que os discentes apresentavam dificuldades, pois não conseguiam associar uma situação às imagens. Assim, questionamos sobre as imagens que estavam na história (carteiras de uma sala de aula em fileiras, caixa com garrafas organizadas em fileiras e árvores dispostas em fileiras): "O que vocês estão vendo nas imagens?" Passando uma por uma, os alunos relatavam que os objetos estavam organizados ou posicionados em fileiras.

Mesmos após esse questionamento, as dificuldades ainda persistiam. Decidimos, então, fazer a seguinte pergunta: "Como podemos organizar 15 moedas em fileiras?" Não demorou muito para que alguns alunos respondessem: "5 fileiras de 3 moedas". Após, perguntamos se existiria outra maneira de dispô-las e obtivemos a resposta de que poderiam ser "3 fileiras de 5 moedas". Portanto, o que faltava para os estudantes realizarem o comando era conseguirem associar as imagens com a Configuração Retangular, relacionando-as com as operações de multiplicação e divisão. Em seguida, perguntamos: "Temos 14 moedas e vamos organizá-las em 2 fileiras. Quantas serão as moedas de cada fileira?" Apenas um aluno respondeu: "7 moedas". Questionamos o porquê da resposta e obtivemos o seguinte argumento: "seriam 7 moedas, pois 2x7 = 14". Após essas discussões, outros colegas da classe começaram a entender a lógica que estava por trás das imagens e apresentaram menos dificuldades em pensar sobre seus problemas.

Análise *a posteriori* e a avaliação da proposta

A análise *a posteriori* e a avaliação tem início com a primeira Dimensão, do Quadro 1. Todas as discussões, aqui, apresentadas, retomarão as Dimensões especificadas anteriormente para melhor organização.

Dimensão Didática	Que a proposta contribua na formulação de problemas.

O objetivo desta Dimensão foi verificar se a proposta “Um dever de casa desafiador” contribuiu para que os estudantes formulassem os seus problemas. Conforme mencionado, a turma foi dividida em 13 duplas e um aluno realizou a atividade individualmente. A formulação em duplas, trios ou grupos é, também, defendida por Chica (2001), uma vez que possibilita entender melhor o que os alunos são capazes de perceber em um problema.

A história narra o dever de casa de Carlinhos, o qual estava com dificuldades em realizá-lo. Sua mãe, preocupada com os estudos do seu filho, telefonou para alguns dos colegas de sala (participantes da pesquisa) de Carlinhos pedindo-lhes se poderiam ajudá-lo a realizar a tarefa. A Figura 3 mostra qual era a tarefa a ser cumprida.

Figura 3 – Tarefa de casa de Carlinhos

Fonte: Altoé; Freitas (2017)

Com base no enunciado, os estudantes foram convidados a formularem um problema. Conforme percebemos nas imagens, o intuito dessa atividade foi incentivar a formulação de problemas que envolvesse a Configuração Retangular que, segundo Vergnaud (2014), é um tipo de situação do eixo do Produto de Medidas, numa relação ternária. Após a análise dos enunciados dos problemas formulados pelos estudantes, identificamos o total de 14 produções, o que mostra que todos conseguiram formular seus problemas, confirmando o que desejávamos alcançar nesta Dimensão.

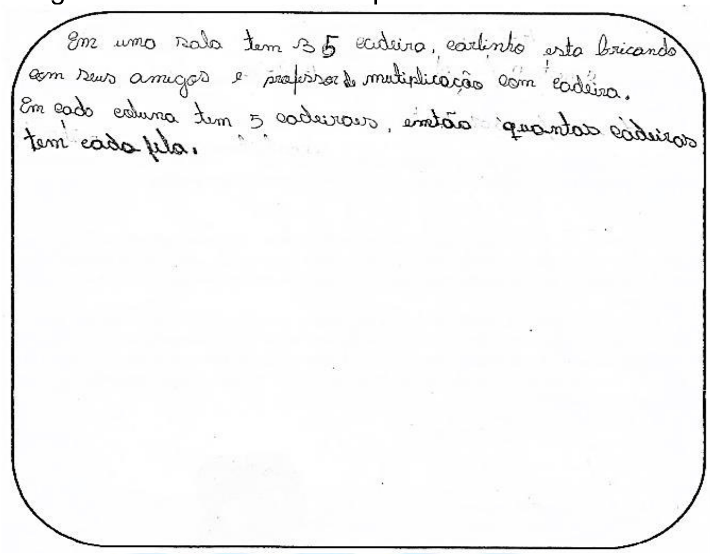
Assim, entendemos que a atividade contribuiu para a formulação de problemas, pois todos os alunos conseguiram formular suas propostas. Independentemente de serem consideradas pertinentes dentro da análise *a priori* da Dimensão Epistemológica, consideramos que o comando foi atendido. Anunciamos, nos “Relatos da aplicação”, que os participantes sentiram dificuldades no momento da formulação, visto que não conseguiam encontrar um direcionamento sobre que tipo de problema poderiam elaborar. Para Chica (2001), é a intervenção do professor que fará com que as crianças progressivamente se apropriem das características de um problema matemático, desde que haja espaço para questionar os problemas produzidos e refletir sobre eles. Intervenções essas que realizamos ao apresentarmos o exemplo das moedas.

Além disso, Lin e Leng (2008) afirmam que alguns estudantes apontaram, em sua pesquisa, dificuldades em formular problemas e sugeriram (os autores) que alguns fatores poderiam estar em jogo, tais como: i) perspectiva estreita do conceito, percebê-lo somente em sua forma isolada e exposição limitada e ii) diferentes situações em que o conceito matemático se relaciona. Assim, ter conhecimento limitado do conceito de Configuração Retangular e não ter vivenciado diferentes situações-problemas em que ele estivesse presente, poderiam ser fatores comprometedores no processo de formulação. No decorrer das análises, percebemos que o exemplo das moedas contribuiu para que os estudantes compreendessem o desafio a ser cumprido, conseguindo elaborar os seus problemas, conhecendo outra situação em envolvia esse tipo de classe de problemas. A história "Um dever de casa desafiador" é, de fato, um dever desafiador.

Dimensão Epistemológica	Que os problemas formulados sejam de configuração retangular, cuja resolução envolva a multiplicação e/ou a divisão.
	Que alguns ou todos os problemas desta Dimensão possibilitem discussões acerca do enunciado, da resolução ou da solução.

Conforme registrado na Dimensão Didática, foram contabilizados 14 problemas formulados pelos estudantes, cujas propostas poderiam ser candidatas a atenderem esta Dimensão. Assim, da análise dos problemas, identificamos que 7 deles são pertinentes na classe da Configuração Retangular. Os demais versavam, essencialmente, ao cálculo de adição, subtração, multiplicação ou divisão em outros contextos (Proporção Simples e Comparação Multiplicativa, outros eixos do Campo Conceitual Multiplicativo). O objetivo desta Dimensão Epistemológica se complementa com a análise de alguns dos problemas considerados de Configuração Retangular, com destaque à escrita e possíveis caminhos resolutivos. Portanto, apresentaremos 3 das 7 produções (Figuras 4, 5 e 6), cada uma abarcando uma das imagens proposta no dever de casa de Carlinhos.

Figura 4 – Problema da dupla A03-10 e A22-11


Em uma sala tem 35 cadeira, carlinho esta bricando com seus amigos e professor de multiplicação com cadeira. Em cada coluna tem 5 cadeiras, então quantas cadeiras tem cada fila.

Fonte: Altoé (2017)

A proposta da dupla A03-108 e A22-11 foi desenhada com base na imagem das carteiras de uma sala de aula. A dupla conseguiu formular uma proposta que se encaixou nessa perspectiva e que poderia ser resolvida por meio de uma divisão. Vejamos como poderia um resolvedor proceder à representação da Configuração Retangular desse problema.

5 linhas

y colunas

As carteiras estão organizadas em y colunas, cada qual com 5 linhas. Sendo assim, os cálculos seriam realizados comparando a organização das carteiras com um formato retangular, cuja área seria determinada multiplicando o comprimento da base (colunas) pela altura (linhas). Considerando o problema em questão, teríamos a base do retângulo com y colunas e altura com 5 linhas, o que resultaria em:

y colunas x 5 linhas = 35 carteiras

y colunas = 35 carteiras ÷ 5 linhas

y colunas = 7 carteiras ÷ linhas

[8] Atendendo ao processo ético confiado na pesquisa (aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa do IFES sob o nº CAAE 56129916.6.0000.5072 e tendo por base a análise feita no Parecer de nº 1.577.247), os alunos foram identificados pela vogal “A” (de Aluno), acrescida de numeração indo-arábico (indica o número do participante), seguida da sua respectiva idade. Assim, por exemplo, o aluno A03-10 é o terceiro do total de 28 participantes, cuja idade é 10 anos.

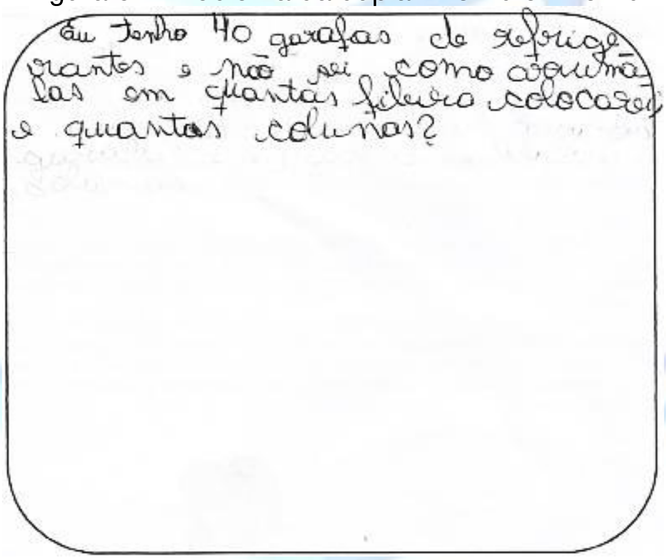
Portanto, a resposta seria 7 carteiras por linhas (filas). O problema foi resolvido por meio de uma divisão que, segundo Vergnaud (2014), tem como objetivo encontrar medidas elementares (linhas ou colunas), conhecendo-se uma medida e a medida-produto. Nesse exemplo, as medidas elementares foram 5 e 7 e a medida-produto, 35.

Além desse caminho, o problema poderia levar o resolvedor à outra direção resolutiva. Assim, como encontrar o resultado 7 carteiras por linhas? Tentativa ou erro? Há outro caminho para determiná-lo? A resposta para esses questionamentos é a multiplicação. O problema disse que o total de carteiras é 35. Logo, se as colunas possuem 5 carteiras cada e a medida-produto é determinada pelo produto entre as medidas elementares, bastaria determinar qual número multiplicado por 5 resulta em 35. Esse esquema poderia ser facilmente elaborado pelo resolvedor, conforme mostramos abaixo.

35 carteiras = 7 colunas x 5 linhas

Dando continuidade às análises, vejamos, abaixo, o problema da dupla A13-10 e A25-10.

Figura 5 – Problema da dupla A13-10 e A25-10



Fonte: Altoé (2017)

Estamos diante de um problema de Configuração Retangular, cujo contexto foi pensado tendo por base a imagem das garrafas. O interessante desse problema é que ele possibilitaria, ao resolvedor, mais de uma solução. Não desejamos encontrar uma resposta específica (mesmo que essa seja necessária para confirmar a representação), mas esboçar as diferentes organizações retangulares para as 40 garrafas. Primeiro, o resolvedor deveria pensar em dois números cuja multiplicação resultaria em 40. Assim:

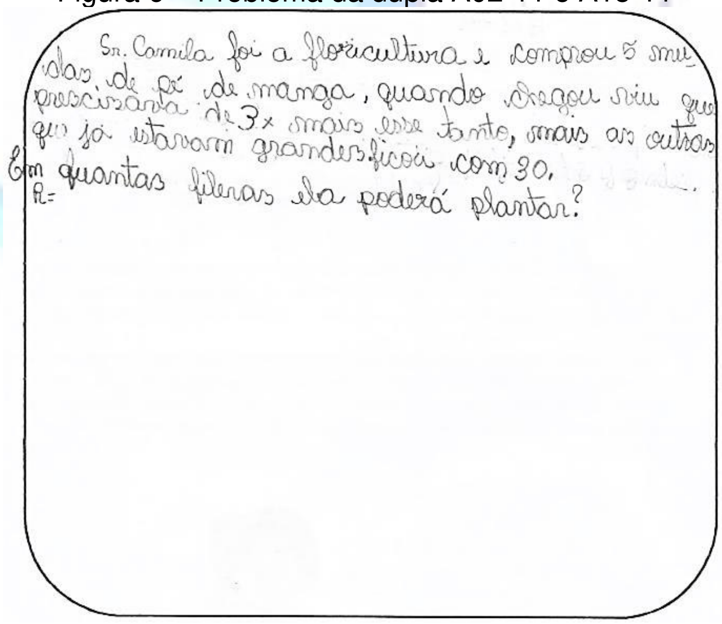
Fileiras	x	Colunas	=	Garrafas
10	x	4	=	40
4	x	10	=	40
2	x	20	=	40
20	x	2	=	40

Fileiras	x	Colunas	=	Garrafas
5	x	8	=	40
8	x	5	=	40
40	x	1	=	40
1	x	40	=	40

Podemos ver que essas diferentes multiplicações, que apresentam o mesmo resultado, representariam Configurações Retangulares distintas. Por exemplo, poderíamos ter 10 linhas e 4 colunas ou 4 linhas e 10 colunas. São as diversas formas de se organizar as 40 garrafas. A resolução desse problema perpassa tanto pela multiplicação entre as medidas elementares, em busca da resposta 40 (medida-produto), ou pela divisão entre a medida-produto (40) e uma medida elementar natural divisível por 40, obtendo a outra medida elementar. Esse tipo de problema pode, segundo Chica (2001), estimular a capacidade inventiva e questionadora dos alunos, favorecendo a interação e respeito em sala de aula, por meio da qual questionar, levantar hipóteses, comunicar ideias e estabelecer relações são ações para o desenvolvimento do pensar matemático.

No que se referente ao problema elaborado com base na imagem das árvores, gostaríamos de discutir a formulação da dupla A02-11 e A18-11, apresentada na Figura 6.

Figura 6 – Problema da dupla A02-11 e A18-11



Fonte: Altoé (2017)

Segundo o problema, Srª. Camila foi à floricultura e comprou 5 mudas de pés de manga, mas percebeu que tinha que comprar 3 vezes mais (uma expressão utilizada em problemas de Comparação Multiplicativa). Assim, Srª. Camila comprou

15 mudas a mais, totalizando 20 unidades. No entanto, o problema especifica que já existiam algumas mudas mais desenvolvidas (crescidas) e que, somando-as, Srª. Camila teria, no total, 30 pés de manga. A pergunta é: “em quantas fileiras ela poderá plantar?” Nesse contexto, fileira poderia ser a mesma coisa que colunas, então o resolvedor deveria determinar quais seriam as multiplicações que resultariam em 30. Sendo assim, temos:

10 x 3 ou 3 x 10 15 x 2 ou 2 x 15 5 x 6 ou 6 x 5 30 x 1 ou 1 x 30

A resposta desejada para o problema é com relação à quantidade de fileiras (colunas) que Srª. Camila poderia plantar seus pés de manga. Nesse sentido, considerando a coluna como a segunda parcela das multiplicações acima, teríamos que Srª. Camila poderia plantar em 8 fileiras distintas. É um problema com mais de uma solução.

Na ótica da segunda parte desta Dimensão Epistemológica, identificamos somente um problema, daqueles de Configuração Retangular, que poderia acarretar algumas discussões, sobretudo a respeito do seu enunciado. Assim, discorreremos algumas considerações sobre a produção da dupla A10-11 e A23-10.

A formulação baseou-se na organização de garrafas em caixas. Os autores apresentaram o seu problema da seguinte maneira: “Eu tenho 27 garrafas e 4 caixas tenho 3 fileiras e cabe 9 garrafas na caixa. Quantas caixas encherão ao total? E quantas caixas sobrarão?” Esse problema apresenta alguns erros quanto a coerência na organização das informações, mas é possível ser resolvido. *A priori*, parece ser entendível que cada caixa tem 3 linhas e 3 colunas, já que a dupla disse que cabem 9 garrafas na caixa. Em seguida, para determinar a quantidade de caixas que seriam “completadas” pelas 27 garrafas, bastaria dividí-las por 9. Essa divisão resultaria em 3 caixas completas e restaria 1 caixa vazia das 4 relatadas no enunciado. Vemos, no entanto, que não é um problema que reportaria dificuldades, mas precisaria ser mais bem redigido. Esse problema apresenta-se como um potencial de discussões em sala de aula, por apresentar incompreensões em seu enunciado. Segundo Chica (2001), oportunizar a leitura dos problemas formulados é uma maneira dos estudantes relatarem suas dúvidas, debaterem as incompreensões, semelhanças e diferenças, apontando saídas para os erros.

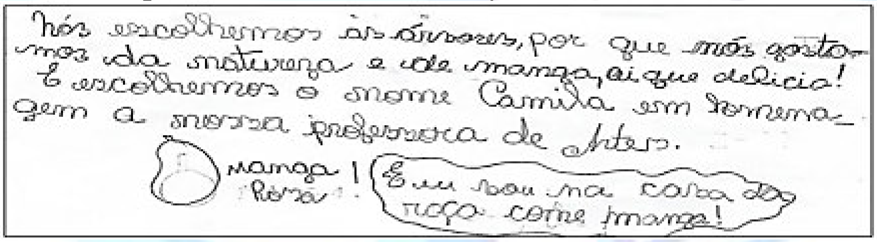
Sendo assim, as 7 propostas apresentaram potencial educativo em sala de aula, não só pela possibilidade de conduzirem discussões sobre multiplicação e divisão na classe de Configuração Retangular, como trouxeram consigo interesses e motivações, características reafirmadas durante nossos debates teóricos e nossas análises, conforme veremos nas análises da Dimensão seguinte.

Outras Especificações	Que seja escolhida uma das imagens e atribuído um contexto e nome (s) ao (s) personagem (s).
	Que os alunos expressem, nos problemas formulados, seus interesses pessoais.

As discussões desta Dimensão versam para os aspectos estruturais do problema, como: enunciado, personagens e contexto, bem como se as propostas abarcaram alguma das imagens do dever de casa de Carlinhos. Identificamos que todas as 7 produções das duplas e do aluno que realizou a tarefa individualmente remetiam a um contexto no qual se encaixava uma das imagens. As figuras das árvores e das garrafas foram as mais utilizadas no processo de formulação de problema.

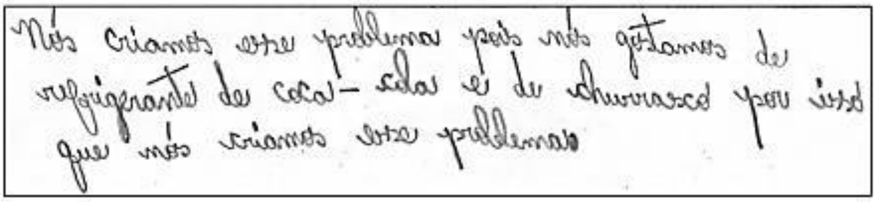
No que concerne aos interesses pessoais, os estudantes criaram problemas para os quais apresentavam personagens e contextos de seus interesses. Foram personagens, como: amigos, parentes e, até mesmo, eles próprios se inseriram nos problemas. Nas justificativas das duplas A02-11 e A18-11, e A07-10 e A09-11, encontramos os motivos que os fizeram elaborar os seus problemas com determinadas características, conforme poderemos identificar nas Figuras 7 e 8.

Figura 7 – Justificativa da dupla A02-11 e A18-11


Nós escolhemos as árvores, por que nós gostamos da natureza e de manga, ai que delicia! E escolhemos o nome Camila em homenagem a nossa professora de Artes.
manga Rosa!
Eu vou na casa do moço comer manga!

Fonte: Altoé (2017)

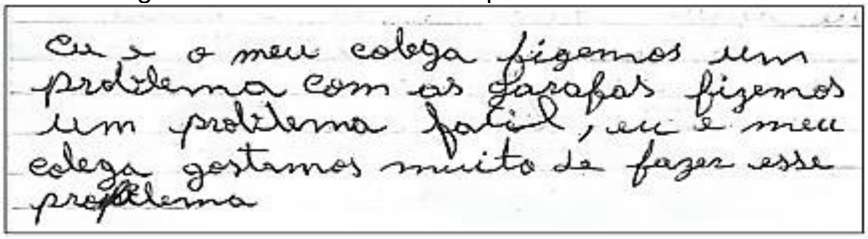
Figura 8 – Justificativa da dupla A07-10 e A09-11


Nós criamos esse problema pois nós gostamos de refrigerante de coca-cola e de churrasco por isso que nós criamos esse problema

Fonte: Altoé (2017)

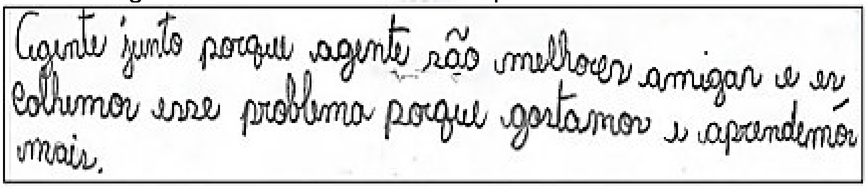
Tivemos, também, justificativas na esfera da motivação e aprendizagens em formular problemas. Muitos estudantes se demonstravam interessados por essa prática e suas satisfações poderão ser confirmadas, por exemplo, nas justificativas das duplas A13-10 e A25-10, e A11-10 e A26-11, nas Figuras 9 e 10.

Figura 9 – Justificativa da dupla A13-10 e A25-10



Fonte: Altoé (2017)

Figura 10 – Justificativa da dupla A11-10 e A26-11



Fonte: Altoé (2017)

Uma justificativa, um tanto inusitada, surgiu da dupla A17-15 e A21-11. Cada um escreveu a sua parte, mas vale destacar os motivos do aluno A17-15 que ultrapassaram o desejo de colocar um personagem ou um contexto divertido em seu problema: ele, de fato, quis ajudar o Carlinhos com o seu dever de casa. Em seu relato, manifestou-se decepcionado com seus amigos de classe, os quais pensou que fossem seus amigos, sobretudo quando necessitou de ajuda com suas tarefas da escola. Ao lê-la, dificilmente não deixaríamos de imaginar o quanto ele poderia estar motivado naquele momento para formular o problema do Carlinhos. Como o registro da imagem não ficou muito legível, decidimos por transcrever, na íntegra, apenas com correções de pontuação, o que disse o aluno A17-15: "Porque eu tive essa ideia. Porque eu queria ajudar o Carlinhos para ele não ficar de recuperação final. Isso já aconteceu comigo e os meus amigos, que fala que são os meus amigos, não são. Era tudo falso. Hoje eu sei que não tenho amigos verdadeiros!! "Tchal", Renan[9] Você foi um professor muito bom. Gostei de você".

Sendo assim, essas análises indicam que os estudantes formularam problemas envolvendo suas vivências, seus interesses e, por vezes, suas emoções, como pôde ser visto nas justificativas. É uma prática que tem muito a contribuir ao ensino de matemática, uma vez que considera as motivações e as produções dos educandos como alicerces do ensino e da aprendizagem. Segundo Boavida *et al.* (2008), a formulação de problemas pode desafiar os alunos a problematizarem

[9] Trata-se do primeiro autor deste trabalho. Nesse caso, o aluno agradeceu pelas aulas em que participou formulando problemas.

situações do seu dia a dia, a partir de sua própria linguagem, vivências e conhecimentos, o que temos encontrados nos dados coletados e analisados.

Considerações Finais

A partir das análises realizadas, concluímos que a história "Um dever de casa desafiador" se constitui de uma proposta com potencial educativo, no campo da Formulação de Problemas, em especial na classe de Configuração Retangular, podendo ser utilizada nas aulas de matemática para discutir multiplicação e divisão.

Além dessas constatações, salientamos que os problemas formulados pelos estudantes foram fonte de motivação nos estudos da matemática, uma vez que as produções carregavam consigo aspectos motivacionais como, por exemplo, personagens sendo amigos, parentes ou eles próprios, bem como contextos que lhes eram interessantes e divertidos. As justificativas dos discentes, frente aos seus problemas formulados, apontaram a satisfação de terem participado da prática de formulação de problemas e da possibilidade de terem aprendido. Portanto, esperamos que nossa proposta seja mais um caminho para se pensar o ensino de multiplicação e divisão, no eixo do Produto de Medidas, na classe de Configuração Retangular, pela via da Formulação de Problemas. Além disso, reafirmamos que as dificuldades em formular problemas ainda são existentes nas aulas de matemática e entendemos que seja importante que avancemos nos estudos que busquem dar atenção às dificuldades no processo de formulação, propondo ações em prol de minimizá-las.

A metodologia da Engenharia Didática é um caminho promissor ao ensino e à pesquisa, pois traz a possibilidade de vincular a dimensão teórica à experiência em sala de aula, levando às reflexões *a priori* daquilo que se espera alcançar, e *a posteriori* com efeitos na compreensão e eficácia do plano de trabalho utilizado.

Referências

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. D. Q. E. S. **Engenharia Didática**: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

ALTOÉ, R. O. **Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental**: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas. 2017. 227f. Dissertação. (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória.

ALTOÉ, R. O.; FREITAS, R. C. de O. **Formulação de Problemas**: multiplicação e divisão. Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2017.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. *In:* Didática das Matemáticas. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, p. 193-217, 1996.

BOAVIDA, A. M. R. *et al*. **A Experiência Matemática no Ensino Básico**. *In:* Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Lisboa/PT, p. 27-30, 2008.

BROWN, S., WALTER. M. **The art of problem posing**. 3. ed. New York: Routledge, 2005.

CHICA, C. H. **Por que formular problemas?** *In:* Ler, escrever e resolver **problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, p. 151-173, 2001.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

D'AMORE, B. **Il problema di matematica nella pratica didattica**. 1. ed. Modena: Digital Docet, 2014.

ENGLISH, L. D. **Children's problem posing within formal and informal context**. Journal for Research in Mathematics Education, v. 29, n. 1, p. 83-106, 1998.

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. 2007. Tese de Doutorado em Psicologia – Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

LIN, K. M.; LENG, L. W**. Using Problem-posing as an assessment tool**. 2008. Disponível em: file:///C:/Users/RENAN/Desktop/2.14%20Kwek%20&%20Lye_Using%20ProblemPosing%20as%20an%20Assessment%20Tool.pdf. Acesso em 19 Ago. 2019.

KILPATRICK, J. **Problem formulating: where do good problems come from?** *In:* SCHOENFELD, A. H (Ed). Cognitive science and mathematics education. Hillsdale, NJ: Erlbaum, p. 123-147, 1987.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. dos. **A estrutura multiplicativa à luz da teoria dos campos conceituais**: uma visão com foco na aprendizagem. *In:* FILHO, J. A. de C. *et al*. Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais. Curitiba: EDITORA CRV, 2016.

MEDEIROS, K. M.; SANTOS, A. J. **Uma experiência didáctica com a Formulação de Problemas matemáticos**. Zetetiké. v. 15, n. 28, p. 87-118, 2007.

MEDEIROS, K. M.; SANTIAGO, M. S. **Formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula:** explicitando o intertexto. *In:* XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática. Braga: APM & CIEd da Universidade de Minho, p. 583-585, 2013.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC. L. de la R. **Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas**. In. ONUCHIC, L. de la R. *et al*. Resolução de Problemas: teoria e prática. Jundaí, Paco Editorial: 2014, p. 17-34.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. ampl. reimpr. São Paulo: E.P.U, 2015.

NCTM. **An Agenda for Action**: Recommendations for School Mathematics in the 1980's. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

NCTM. **Professional Standards**: for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1991.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PINHEIRO, S. **A criatividade na resolução e formulação de problemas**: uma experiência didática numa turma do 5º ano de escolaridade. 2013. Dissertação de Mestrado em Educação - Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana de Castelo/PT, 2013.

SILVER, E. A. **On mathematical problem posing**. *In:* For the Learning of Mathematical. v. 14, n. 1, p. 19-28, 1994.

SOLÉ, I. **Disponibilidade para a aprendizagem e sentido da aprendizagem**. *In:* COLL, C. *et al*. O construtivismo na sala de aula. Tradução de Claúdia Schilling. 6. ed. São Paulo: Ática, p. 29-55, 2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino de matemática na escola elementar. Trad. Maria Lucia Faria Moro. 3. ed. rev. Curitiba: Ed. da UFPR, 2014.

Submetido em agosto de 2019

Aceito em maio de 2020.