



Emprego das Funções Discursivas da Linguagem na Compreensão de Erros de Alunos em uma Atividade que Envolve Noções de Trigonometria

Use of Discursive Functions of Language to Understand Students' Mistakes in an Activity Involving Trigonometry Notions

Fátima Queiroz Dionizio¹

Célia Finck Brandt²

Mérciles Thadeu Moretti³

Resumo

Essa pesquisa teve por objetivo apontar, após reflexões analíticas, a natureza dos erros apresentados por alunos do Ensino Médio em uma atividade de trigonometria. As reflexões e análises centraram-se nas respostas dadas pelos alunos tendo por subsídio os estudos de Raymond Duval a respeito das funções discursivas e das operações cognitivas a elas associadas. Considerou-se, também, a estrutura triádica da representação centrada na função de expressão que compreende significantes (linguagem algébrica, língua natural, figuras, gráficos) e significações únicas aos diferentes significantes relacionados a um significado sobre um conceito, tendo por referência um objeto matemático. Os resultados encontrados apontaram que a análise das respostas dos alunos associadas ao enunciado da atividade proposta – que tomou por base este referencial teórico – possibilitou identificar e explicar tipos diferenciados de erros.

Palavras-chave: Representações Semióticas. Funções Discursivas. Trigonometria.

Abstract

This paper aims to point out, after analytic reflections, the nature of High School students' Trigonometry mistakes. Both reflections and analyses were focused on students' answers, according to Raymond Duval's studies of discursive and metadiscursive functions and the associated cognitive operations. We also considered the nature of representation's triadic structure, which is centered in the expression function. The latter comprehends signifiers (algebraic language, natural language, figures, charts) and unique signifieds; these are related to specific signifiers connected to a specific signified, which is related to a concept whose reference is a mathematical object. Results pointed out that when we analyzed students answers taking into consideration the statement of the activity – which was based on the given references –, it was possible to identify and explain different types of mistakes.

¹ Mestre em Educação pela Universidade Estadual de Ponta Grossa. Professora Colaboradora da Universidade Estadual de Ponta Grossa/UEPG. E-mail: faqdionizio@hotmail.com.

² Doutora em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC. Professora adjunta da Universidade Estadual de Ponta Grossa/UEPG. E-mail: brandt@bighost.com.br.

³ Doutor em Didática da Matemática pela Universidade Louis Pasteur. Professor do Departamento de Matemática e do PPGECT/UFSC.

Keywords:Semiotic Representations. Discursive Functions. Trigonometry.

Introdução

Nesse artigo, serão apresentados resultados de pesquisa a partir de uma atividade de trigonometria, cuja questão central procurou responder ao seguinte problema: Qual a natureza das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da trigonometria?

As reflexões e análises centraram-se nas respostas dadas pelos alunos tendo por subsídios os estudos de Duval (2004, p. 85-124) a respeito das funções discursivas e das operações cognitivas a elas associadas: referencial (e as operações de designação pura, categorização simples, determinação e descrição); apofântica (e as operações de predicação e ato ilocutório); e de expansão discursiva (e as operações de descrição, narração, explicação e raciocinamento).

As funções e operações cognitivas a elas associadas permitiram fazer inferências visto que o discurso expande informações não explicitadas, por meio de enunciados completos formados por unidades de discurso articulados de forma coerente. Esses enunciados referem-se às respostas dos alunos apresentadas em linguagem algébrica que caracteriza um registro de representação discursivo.

Essas funções e operações contribuíram para compreender as respostas apresentadas pelos alunos a uma questão de trigonometria. Elas permitiram identificar a forma de designação de relações com utilização de significantes realizadas pelos alunos e as significações atribuídas por eles a esses significantes. Dessa maneira foi possível identificar as conceitualizações por parte dos alunos e suas fragilidades. Por essa razão consideramos a estrutura triádica (Figura 1) da representação centrada na função de expressão que compreende significantes (linguagem algébrica, língua natural, figuras, gráficos) e significações únicas aos diferentes significantes relacionados a um significado sobre um conceito, tendo por referência um objeto matemático.

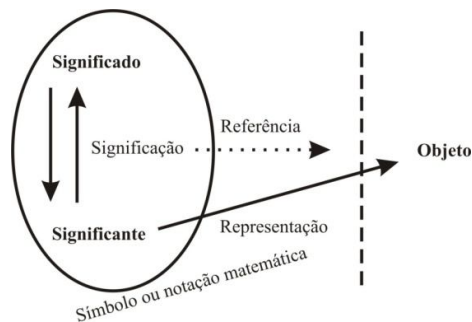


Figura 1 - Estrutura triádica e diática da significância
Fonte: Adaptado de Duval (2004, p. 65).

Esta figura apresenta uma relação entre dois signos com estruturas distintas, como, por exemplo, os signos diáticos, como certas notações em matemática que possuem uma referência instituída com o objeto (DUVAL, 2004, p. 65). Já o signo de estrutura triática, como o signo linguístico,

apresenta duas características: por um lado, a relação a um objeto depende de uma relação de significação determinada pelo sistema da língua (Saussure⁴, 1973, p. 159, 163). Por outro lado, a relação ao objeto é uma possibilidade que é assegurada somente no plano do discurso e que não é constitutivo da significância do signo (Benveniste⁵, 1966, p. 129-131; Benveniste⁶, 1974, p. 64-66). DUVAL (2004, p. 65).

Isso significa que não basta considerar a relação direta entre significante e significado, pois essa relação diádica é simplesmente uma relação de representação de um objeto. A tríade significante, significado, significação está associada ao conceito tendo por referência um objeto de conhecimento. Considerar a significação atribuída pelos alunos aos diferentes significantes que podem estar presentes tanto nos enunciados da questão proposta como nas respostas apresentadas, contribui para a identificação do aprendizado dos alunos e para possibilidades de formas de superação de incompreensões, fragilidades, obstáculos cristalizados, entre outras questões relacionadas ao aprendizado dos objetos de conhecimento.

Ao buscar resposta para o problema central desta pesquisa, surgiram também outras questões que precisaram ser consideradas, tais como: 1) O que faz com que os alunos apresentem essas dificuldades?; 2) O problema das dificuldades para a aprendizagem dos alunos em trigonometria pode ser consequência do ensino? As respostas a essas perguntas nos remetem a diferentes processos presentes na prática pedagógica: processo de avaliação, processo de ensino ou processo de aprendizagem.

Para tratar do processo de avaliação, é necessário considerar a concepção de avaliação que se defende. Quando se parte da concepção de que a avaliação tem apenas o papel de classificar e apontar o que já aconteceu, podemos denominá-la *Pedagogia Tradicional*, a qual possui um olhar estático sobre o educando, conforme aponta Luckesi (2011). Esse olhar é contrário ao da prática da avaliação da aprendizagem, que tem o papel de subsidiar o que está sendo construído, sem esperar necessariamente resultados bem sucedidos – mas sim auxiliando de “forma construtiva e eficiente o educando no seu autodesenvolvimento” (LUCKESI, 2011, p. 21).

O erro é importante, pois ele pode ser o ponto de partida para reorganizar a prática educativa do professor. Deve-se considerar, também, que as respostas dadas por alunos em

⁴SAUSSURE, F. *Cours de linguistique générale*. Paris: Payot, 1973 (1915).

⁵BENVENISTE, E. *Problèmes de linguistique générale I*. Paris: Gallimard, 1966.

⁶BENVENISTE, E. *Problèmes de linguistique générale II*. Paris: Gallimard, 1974.

questões de prova contêm uma riqueza de informações que permite ao professor entender suas compreensões sobre um determinado objeto de conhecimento, incluindo seus equívocos, suas ideias fragilizadas, as hipóteses que lançam, entre outras questões relacionadas à aprendizagem desse objeto.

O estudo não contemplará especificamente o processo de avaliação, mas voltar-se-á para a identificação dos diferentes tipos os erros apresentados, oriundos das dificuldades dos alunos, buscando apontar em que medida eles são de falta de conceitualização dos objetos da trigonometria, de matemática básica ou de estabelecimento de relações matemáticas não válidas matematicamente para dar conta, principalmente, da questão formulada, organizamos esse trabalho em duas partes: na primeira parte, abordaremos as funções discursivas (apofântica, referencial, expansão discursiva e reflexividade discursiva) que constituem a base teórica principal deste trabalho. Na segunda parte, apresentaremos uma descrição dos procedimentos metodológicos de coleta, de organização e de análise dos dados, com base no referencial discutido na primeira etapa.

As funções discursivas

Duval (2004) afirma que no plano do discurso um sistema semiótico deve cumprir funções para que um discurso seja possível. De forma geral, Duval (2004) entende que um discurso permite cumprir todas as funções discursivas. São quatro as funções discursivas que um sistema semiótico deve cumprir para ser considerado uma língua: designar objetos (função referencial); dizer alguma coisa sobre os objetos que designa, sob a forma de uma proposição enunciada (função apofântica); vincular a proposição enunciada com outras em um todo coerente, por meio de descrições, inferências e outros meios (função de expansão discursiva); e assinalar o valor, o modo ou o *status* combinado para uma expressão por parte de quem enuncia (função de reflexividade). Essas funções podem ser mais bem observadas na Figura 2.

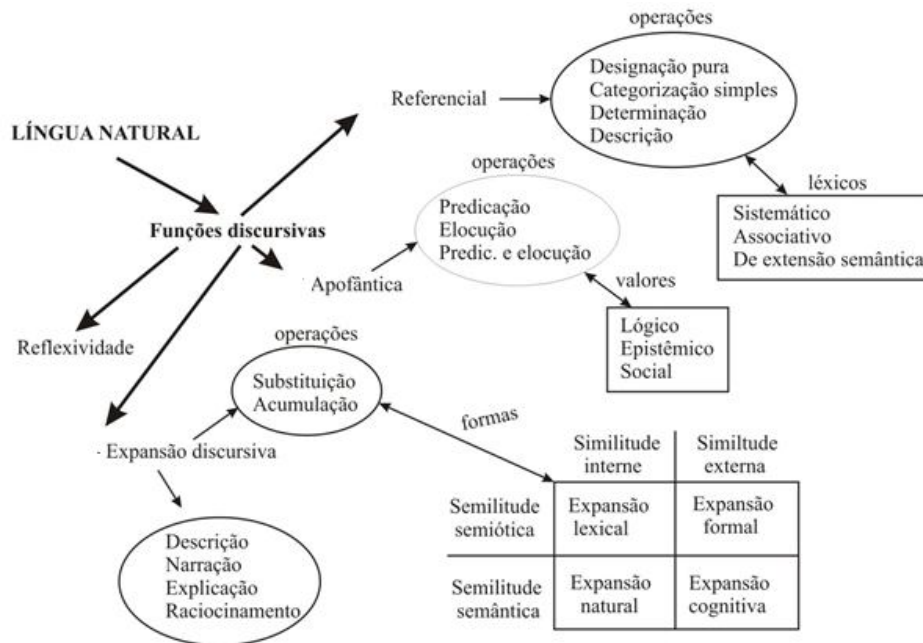


Figura 2 – As funções discursivas de uma língua

Fonte: elaborado a partir de Duval (2004, p. 85-124) e Brandt; Moretti; Bassoi (2014, p. 480).

Com relação às funções discursivas do emprego de uma língua, Duval (2004, p. 89) ainda afirma que:

A organização de um discurso depende sempre das funções discursivas que cumpre e das operações discursivas realizadas, pois esse discurso sofre a influência dessas funções e da predominância dada a uma ou outra e da seleção de algumas operações específicas a elas.

O autor nos alerta que a análise de um discurso não pode ser realizada apenas sobre suas formas linguísticas de expressão; por essa razão, é preciso levar em consideração as funções discursivas que o discurso cumpre e as operações que mobiliza para poder cumprilas. Essa análise é funcional, pois o emprego das línguas naturais é inseparável de sua função social de comunicação (DUVAL, 2004).

As funções discursivas referencial, apofântica e de expansão discursiva (e suas respectivas operações) serão na sequência explicitadas – as outras funções discursivas e metadiscursivas podem ser consultadas em Duval (2004, p. 85-124).

A Função Referencial

A função discursiva referencial corresponde à designação de objetos; segundo Duval (2004, p. 94-104), ela permite diferenciar quatro tipos de operações possíveis de serem exercidas: designação pura, categorização simples, determinação e descrição.

A operação de designação pura permite a identificação de um objeto por um gesto, por uma marca particular ou por uma combinação de signos. Ela é utilizada nos casos em que é suficiente para designar e identificar um objeto em uma comunicação oral ou escrita. Podemos exemplificar com o caso dos numerais arábicos utilizados para representar números. Esses numerais são caracterizados como léxicos sistemáticos que falam por si só – essa designação não precisa ser combinada com outras operações cognitivas de designação. Outro exemplo de designação pura pode ser associado às letras utilizadas para designar vértices, lados e ângulos do triângulo. Nesse caso, as letras caracterizam léxicos associativos, pois não falam por si só, podendo remeter a uma diversidade de objetos e de fenômenos do meio físico e do entorno sociocultural e não a apenas um conjunto de objetos teoricamente elementares.

Por exemplo: se dizemos AB, BC, AC, A, B, C, α , β e γ , preciso da operação cognitiva de categorização para associar esses elementos aos lados, vértices e ângulos de um triângulo designados por essas letras, pois elas por si só podem designar outros elementos de uma figura como – por exemplo, A, B e C podem designar tanto vértices como pontos médios de segmentos. Essa operação de categorização simples corresponde à identificação de um objeto com base em uma de suas qualidades (o que é um vértice, o que é um ângulo, ...) e no emprego de substantivos, verbos e adjetivos que qualificam o objeto.

No exemplo dos triângulos, a designação desses elementos é feita na seguinte forma: sejam A, B e C os vértices de um triângulo e AB, BC, e AC os lados desse triângulo; sejam α , β e γ os ângulos determinados pelos segmentos AB e BC, BC e AC, AB e AC, respectivamente. Porém, esta operação também precisa ser combinada com a operação de determinação, a qual consiste no emprego de artigos definidos ou indefinidos (o, a, os, as, um, uma) para precisar o campo de aplicação da operação de categorização: *o vértice ... de um triângulo... os lados do triângulo...* Todas as demais operações combinadas e/ou cruzadas caracterizam a operação de descrição que determina precisamente o objeto – neste caso, designar o triângulo ABC. Esta operação é análoga à de categorização; dela difere desta por seu emprego ser pertinente apenas nos casos em que não há um termo específico para nominar determinado objeto. Essas operações são necessárias, pois os léxicos são do tipo associativo. Esses léxicos não são familiares aos alunos e devem se constituir em objeto de aprendizagem.

No caso dos léxicos necessários para expressar relações trigonométricas, temos como exemplo a palavra *lado*. Ela pode ser associada a lado de dentro ou de fora, ao lado direito ou ao lado esquerdo das figuras geométricas. O lado vai ser associado ao segmento que separa a região interior e exterior delimitada pela linha. É um procedimento de extensão semântica. Ou seja, as palavras já existentes para o estudo da trigonometria precisam ser explicadas ou explicitadas: lado é..., metade é..., ponto médio é... etc.

Isso é muito importante no caso da trigonometria. Por exemplo, os substantivos *lado* e *vértice* podem ser designados pelos alunos como *pontas*, *lado de dentro* ou *de fora* da região delimitada pelo plano. Nesses casos, é preciso paciência, precisão e sensibilização por parte do professor, o qual deve fazer frente às dificuldades dos alunos – e isso só será possível se os alunos forem levados em consideração nos processos de ensino e avaliação das funções do discurso.

Além das operações cognitivas associadas à função referencial, Duval (2004) destaca diferentes formas de expressão correspondentes às expressões em língua natural ou formal. Essas formas marcam o cumprimento da função de referência dos objetos do discurso. Para serem distinguidas e analisadas, é preciso considerar as operações com as quais são marcadas linguisticamente. Por exemplo, um nome próprio é uma forma de designação pura em língua natural, já o π (como um número irracional), apesar de ser também uma forma de designação pura, aparece com mais frequência em linguagem formal – para um estudo mais completo, remetemos à Tabela 1 em Duval (2004, p. 100).

A Função Apofântica

A possibilidade de designação de objetos não é suficiente para permitir uma atividade discursiva, conforme nos alerta Duval (2004). Afinal, se a língua ou sistema de signos cumprirem apenas esta função, estarão reduzidos a um código. Isso porque, além de designar os objetos, a língua deve ser capaz de dizer algo sobre os objetos designados; isso pode ser feito por meio da função apofântica com as expressões de enunciados completos. Duval afirma que o valor social, lógico ou epistêmico marca a diferença entre um enunciado completo e uma expressão referencial:

Um enunciado tem um “sentido completo” porque o ato de expressão que o produz é completo. Um ato de expressão é um ato completo do discurso quando a expressão produzida toma um valor determinado no universo cognitivo, representacional ou relacional dos interlocutores. Dito de outra maneira, a especificidade do sentido de um “enunciado completo” em relação com uma expressão referencial, deve buscar-se em seu valor (DUVAL, 2004, p.105).

Segundo Duval (2004, p.105), o valor do enunciado pode ser um valor lógico de verdade ou de falsidade e um valor epistêmico de certeza, de necessidade, quando situado num contexto teórico – como, por exemplo, na sentença “a soma dos ângulos de um triângulo é maior que 180°”; um valor epistêmico e social quando o enunciado é um absurdo, como por exemplo “amanhã vai chover porque você é alto”; ou um valor social de pergunta, de desejo, de promessa ou de ordem que obriga uma resposta a ser executada, como, por exemplo,

“venha rápido”, “chame mais tarde” “me telefonou?” “vou na sua casa final de semana”. O valor destes enunciados completos dependerá “do contexto do ato do discurso e do universo cognitivo, representacional e relacional dos interlocutores.” (DUVAL, 2004, p.105).

A Função de Expansão Discursiva

A função de expansão discursiva é considerada por Duval (2004, p. 94) como a mais importante, por possibilitar a articulação de “diversos enunciados completos na unidade coerente de uma narração, de uma descrição, de uma explicação ou de um raciocinamento”. Além, de expressar enunciados completos em uma língua, essa função deve vincular os enunciados em uma unidade “discursiva tematicamente contínua e semanticamente não tautológica: relato, descrição, explicação, comentário, argumentação, dedução, cálculo etc.” (DUVAL, 2004, p.113). Isso significa vincular diferentes enunciados entre si, relativos ao mesmo tema, de forma a explicar melhor o assunto sem cair na redundância.

Outra questão apontada por Duval (2004) diz respeito à compreensão do discurso em relação ao que ele deixa explícito ou implícito. Por exemplo, as duas frases sucessivas “Explodiu um botijão de gás” e “A casa queimou”, sem conexões aparentes, podem ser relacionadas facilmente, apesar de não possuírem relação explícita, pois permitem a inferência de uma relação de causa e consequência. Essa inferência se apoia em dois tratamentos: o primeiro tratamento, segundo (DUVAL, 2004), coloca em correspondência as palavras *botijão de gás* e *queimar*, uma da primeira e a outra da segunda frase, pois ambas estão associadas à palavra ‘fogo’ e mobilizam as mesmas relações semânticas; o segundo tratamento, para o autor, consiste na mobilização de um conhecimento, pois só é possível inferir que a palavra fogo está relacionada à primeira frase se tivermos o conhecimento, por exemplo, de que explodir um botijão de gás pode provocar um incêndio.

A partir dessas considerações, Duval (2004, p. 113) assevera que, “diante da importância das omissões, das reduções e dos pressupostos do discurso espontâneo em língua natural, os primeiros modelos de compreensão de textos se centram no tipo de expansão discursiva no qual o vínculo é um conhecimento evidente que fica implícito”. Isso quer dizer que os discursos implícitos devem ser explicitados para que haja expansão do discurso.

A inferência, para Duval (2004), é apenas uma forma particular de expansão discursiva, mas ela não pode dar conta das diferentes formas de expansão discursiva realizadas por meio de descrições, de relatos, de narrações ou mesmo de um raciocinamento.

Duval (2004) também afirma que os problemas de compreensão da expansão discursiva não se reduzem a uma explicitação dos conhecimentos implícitos, pois os textos

escritos se distanciam de discursos orais, nos quais as regras de inferência são dadas explicitamente e nos quais essas inferências “com frequência resultam ser as que cuja apreensão e compreensão se manifestam como mais difíceis” (DUVAL, 2004, p. 114). Em relação a esse aspecto, o autor evidencia que é mais difícil compreender uma expansão discursiva a respeito de uma situação que não seja utilizada na comunicação oral.

Segundo Duval (2004), para determinar as operações da função de expansão discursiva, é preciso partir da diferença entre os modos de progressão do discurso, os quais podem ser do tipo lógico ou natural – este, por ser mais espontâneo. Para o autor, as inferências permitem a progressão do discurso, que pode ser feita por meio da substituição das inferências anteriores pelas novas inferências (como em um cálculo). A compreensão do discurso desenvolvido segundo esta expansão requer que “cada vez se perceba a aplicação da regra utilizada, e se saiba o que é indicado explicitamente ou o que permanece implícito” (DUVAL, 2004, p. 114).

Nas outras formas de expansão – realizadas por meio de uma narração, uma descrição ou uma explicação –, a progressão do discurso é realizada de outra forma. Nesses casos, as frases se adicionam umas com as outras e vão determinando progressivamente os objetos. No entanto, segundo o autor, a compreensão do discurso desenvolvido por esse modo de expansão requer “uma apreensão sinóptica de todas as frases e de todas as relações que existem entre elas” (DUVAL, 2004, p. 114).

Além das operações cognitivas de narração, descrição, explicação e raciocinamento, existem outras formas associadas à função de expansão discursiva; são essas formas de expansão que permitem reconhecer, em uma série de frases, uma unidade de um propósito, “um passo de um raciocinamento, um episódio de um relato, a descrição de um objeto, a justificação de uma declaração, e não uma sucessão desarticulada de enunciados que saltam de tema a outro.” (DUVAL, 2004, p.116). Segundo este autor, as diferentes formas permitem entender como uma unidade apofântica pode ser produzida em continuidade discursiva com outra unidade apofântica, haja vista que essas formas se embasam na similaridade entre unidades apofânticas. Esta similaridade, por sua vez, é determinada por meio de duas dimensões: a) presença ou ausência de significantes comum às duas unidades; e b) mediação ou não por meio de uma terceira unidade apofântica (DUVAL, 2004, p. 116, 117).

Essas dimensões determinam, segundo Duval (2004, p. 119) quatro formas fundamentais possíveis de expansão discursiva no registro de uma língua: a) com presença de significante comum nas duas unidades apofânticas e com mediação por meio de uma terceira unidade apofântica (expansão formal); b) com ausência de significante comum nas duas unidades apofânticas e mediação por meio de uma terceira unidade apofântica (expansão

cognitiva); c) com presença de significante comum nas duas unidades apofânticas e não mediação por meio de uma terceira unidade apofântica (expansão lexical); d) com ausência de significante comum nas duas unidades apofânticas e não mediação por meio de uma terceira unidade apofântica (expansão natural).

No exemplo supracitado das unidades apofântica – “o botijão de gás explodiu” e “a casa queimou” –, identificamos a ausência de significantes em comum e a possibilidade da mediação por meio de uma terceira unidade apofântica: “a casa queimou porque o botijão de gás explodiu”.

A forma de expansão na qual há ausência de significante comum é explicada pela dualidade sentido/referência. É o caso em que as unidades apofânticas são similares semanticamente pelo fato de haver continuidade entre dois enunciados em ausência de significantes comuns – por exemplo: $5^0 + 1$ e $18/9$. As duas expressões não têm o mesmo sentido, mas fazem referência a um mesmo número – essas duas unidades apofânticas expandem o discurso podendo ser substituídas pelo número 2.

Os textos em geral utilizam pelo menos uma dessas quatro formas, podendo, também, combinar várias formas de expansão. Essas quatro formas podem ser observadas no Quadro 1.

Mecanismos de expansão	Similaridade interna (continuidade sem um terceiro enunciado)	Similaridade externa (continuidade com um terceiro enunciado)
	EXPANSÃO LEXICAL (recuperação do sentido de uma mesma unidade do vocabulário sob um modo fonético-auditivo ou gráfico-visual)	EXPANSÃO FORMAL (recurso exclusivo aos símbolos: notações, escrita algébrica etc)
Similaridade semiótica (são recuperados alguns significantes)	<i>Associações verbais, ocorrências</i> “Linguagem do inconsciente”	<i>Raciocinamento dedutivo</i> (proposições de estrutura funcional) <i>Cálculo proposicional, cálculos de predicados etc</i>
	EXPANSÃO NATURAL (É suficiente com os conhecimentos da língua corrente)	EXPANSÃO COGNITIVA (Exige o conhecimento de definições, regras e leis para um domínio de objetos)
Similaridade semântica Lei de FREGE: Significantes diferentes e mesmo objeto. (Invariância referencial estrita ou global)	<i>Descrição, Narração</i> <i>Argumentação retórica</i> Silogismo aristotélico (proposição de estrutura temática predicativa) <i>Raciocinamento pelo absurdo</i>	<i>Explicação</i> <i>Raciocinamento dedutivo</i> (proposição de estrutura temática condicional) <i>Raciocinamento pelo absurdo</i>

Quadro 1 - As quatro formas de expansão discursiva de uma expressão
Fonte: Duval (2004, p. 119).

A similaridade semiótica ocorre quando há repetição dos mesmos signos ou das mesmas palavras nos enunciados, mas com invariância referencial; já a similaridade semântica ocorre quando os enunciados têm por referência o mesmo objeto, sem apresentarem significantes comuns, o que faz com que haja uma continuidade temática entre eles, permitindo um progresso contínuo (DUVAL, 2004). O autor também alerta para a necessidade de verificar a necessidade de recorrer a um terceiro enunciado para garantir a continuidade do discurso.

Quando a passagem de um enunciado para outro acontece de forma direta, sem a necessidade de um terceiro enunciado, existe uma similaridade interna entre os dois primeiros. Nesse caso, “somente o reconhecimento do léxico de base da língua utilizada é suficiente para reconhecer a similaridade semiótica ou uma similaridade semântica entre os enunciados” (DUVAL, 2004, p. 118). Quando essa passagem é indireta, necessitando da mediação explícita ou implícita de um terceiro enunciado, Duval (2004) afirma que se caracteriza uma similaridade externa entre os enunciados. Ele também afirma que “não há expansão discursiva de um enunciado que não se baseie na combinação de uma similaridade semiótica ou semântica e de uma similaridade interna ou externa” (DUVAL, 2004, p. 119).

Essas questões são importantes por possibilitarem inferir sobre os sentidos e significados dos discursos – no caso específico de nosso estudo, pudemos inferir sobre os sentidos e significados das respostas apresentadas por alunos em questões de trigonometria, considerando que elas podem ser certas ou erradas.

Procedimentos metodológicos de coleta, organização e análise de dados

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, adotamos uma abordagem qualitativa, de caráter descritivo e explicativo. No que se refere ao caráter descritivo, Gil (2002, p. 42) assevera que é o tipo de pesquisa que tem “como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis”. Ele também esclarece que algumas pesquisas descritivas podem ir além da identificação da existência de relações entre variáveis, buscando também determinar a natureza dessa relação – nesse caso, tem-se uma pesquisa descritiva que se aproxima da explicativa. Este parece ser o caso dessa pesquisa, considera que, em relação ao caráter explicativo, Moreira e Caleffe (2008, p.70) pontuam que é o tipo de pesquisa que tem “como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos”.

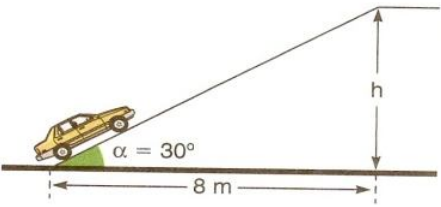
Os dados empíricos foram obtidos por meio da aplicação de um instrumento contendo uma atividade de Trigonometria para 22 alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Ponta Grossa. O ensino das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente já havia sido realizado pela professora da turma, razão pela qual ajudou na elaboração das atividades. As soluções apresentadas pelos alunos caracterizaram os dados produzidos, os quais foram analisados de forma a permitir a identificação dos tipos de erros apresentados e de sua natureza, cuja análise foi subsidiada pela teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2004).

A atividade continha dois itens, nominados como a) e b). Os alunos foram identificados por A1, A2..., A22, para preservar suas identidades.

Análise da atividade e das resoluções apresentadas pelos alunos

A atividade foi elaborada de acordo com o que apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999), visando às aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições.

1) A rampa de acesso a um estacionamento de automóveis faz um ângulo de 30° com o solo e, ao subi-la, um carro desloca-se horizontalmente 8 m de distância, conforme o desenho.



De acordo com os dados responda:

- Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?
- Qual o comprimento da rampa inclinada?

Figura 3 - Atividade referente à trigonometria no triângulo retângulo
Fonte: Dionizio (2013 p. 39).

Um problema desta natureza leva em conta, principalmente, as apreensões perceptiva e discursiva. Sobre elas, Duval escreve:

Não importa qual a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas e outra controlada que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva de elementos figurais. Estas duas atitudes encontram-se geralmente em conflito porque a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado e porque os objetos nomeados no

enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente. O problema das figuras geométricas está inteiramente ligado à diferença entre a apreensão perceptiva e uma interpretação necessariamente comandada pelas hipóteses. (DUVAL, 2012, p. 120, 121)

Esta citação alerta para o fato de que uma figura não é o que ela mostra, mas o que ela é a levada a mostrar – em geral, o que está no enunciado. A apreensão discursiva tem a fundamental função de identificação.

Observamos que a descrição do enunciado desta atividade conta com dois sistemas semióticos diferentes: a linguagem natural e a figural – esta com a utilização de léxicos associativos para designar dados do problema (α para designar o ângulo, m para designar a unidade de medida – no caso, metros – e a letra h para designar a medida do lado do triângulo) – e outros sistemáticos (os números 8 e 30). A utilização da figura não explicita a medida do ângulo de 900; mesmo assim um desses ângulos é admitido como medindo 900. Esse valor tem que ser inferido pelo próprio aluno a partir da frase “qual o valor da altura da rampa representada pela letra h ?” A informação de que a letra h representa a altura expande o discurso e essa expansão é cognitiva, pois exige um terceiro enunciado: “a altura de um triângulo é o segmento que parte do vértice e é perpendicular ao lado oposto”.

A análise do enunciado e da própria figura nos aponta o que será exigido do aluno. Por essa razão, a reflexão por parte do professor (de que esse conhecimento será requisitado ou de que essa informação será retirada visualmente da figura) não garante a medida do ângulo como igual a 900. São questões importantes a serem consideradas, com a finalidade de não caracterizar obstáculos na resolução de outras questões que envolvam figuras geométricas.

O cálculo das medidas solicitadas exige a identificação das propriedades e das relações entre medidas de lados (teorema de Pitágoras) e entre medidas de lados e ângulos (relações trigonométricas). Essas relações, por sua vez, precisarão ser explicitadas; a forma utilizada será a designação por meio de léxicos associativos (letras) e sistemáticos (números) e a enunciação dessas relações por meio de sentenças matemáticas com a utilização da linguagem algébrica. Esse enunciado expandirá o discurso do aluno, permitindo ao professor, por meio do ato ilocutório que entra em cena (o aluno falando ao seu professor, atendendo um ordem que lhe foi imposta – “calcule o comprimento da rampa” –, admitida por seu valor social), que o professor analise o enunciado apresentado pelo aluno. Esse enunciado pode ter valor lógico (falso ou verdadeiro) e epistêmico (por se apoiar em teoremas, como o de Tales e o de Pitágoras).

No item a) dessa questão ocorrerá a expansão do discurso, caracterizada como expansão cognitiva, pois haverá necessidade de recorrência a um enunciado que evoque as relações válidas existentes entre medidas de lados e de ângulos num triângulo retângulo.

Quando o aluno afirmar que $\text{tg } 30^\circ = \frac{h}{8}$, ele estará estabelecendo uma referência com um objeto, o valor da $\text{tg } 30^\circ$, por meio da relação entre a medida do cateto oposto e adjacente em relação a esse ângulo. Quando essa relação não for estabelecida de maneira correta, a mesma expansão cognitiva revelará ao professor a compreensão dos alunos sobre essas relações ou sobre questões de outra natureza.

No item a), essa é a única possibilidade para o cálculo de h , diferentemente do item b), para o qual existem três possibilidades para obter a solução: 1) relacionar medidas de lados com medidas de ângulos ($\cos 30^\circ = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$ ou $\sin 30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$, pois o valor de h já estará calculado); 2) relacionar medidas de lados entre si (teorema de Pitágoras: $(\text{medida da rampa})^2 = h^2 + 8^2$).

Após análise das soluções apresentadas pelos alunos às questões a) e b), foi possível identificar diferentes procedimentos. Esses procedimentos foram agrupados segundo o que foi possível inferir a partir da função de expansão discursiva e do valor lógico, epistêmico ou social dos enunciados apresentados.

Procedimentos	Inferências possibilitadas a partir da expansão do discurso	Item 1a		Item 1b	
		Nº de alunos	%	Nº de alunos	%
P1	O aluno acertou utilizando a relação trigonométrica	5	23	4	18
P2	O aluno acertou utilizando o teorema de Pitágoras	0	0	1	4
P3	O aluno não fez	4	18	8	36
P4	O aluno errou por utilizar a relação trigonométrica errada	7	32	5	23
P5	O aluno errou em operações de matemática básica	3	13	3	14
P6	O aluno errou por confundir as unidades de medida	3	13	1	5
	TOTAL	22		22	

Quadro 2 - Tipos de procedimentos observados na resolução da atividade.

Podemos perceber a utilização correta da razão trigonométrica para obter a medida da altura solicitada no item a) e, como consequência, a realização dos cálculos necessários para calcular a altura e o comprimento da rampa. O procedimento do aluno A5, apresentado na figura 4, e do aluno A9, apresentado na figura 5, ilustram esse fato.

a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{8}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{8}$$

$$3 \cdot h = 8 \cdot \sqrt{3}$$

$$h = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

Figura 4 - Procedimento correto do aluno A5 no item a)

b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

$$\cos 30^\circ = \frac{8}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{x}$$

$$\sqrt{3}x = 16$$

$$x = \frac{16 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

$$x = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

Figura 5 - Procedimento correto do aluno A9 no item b)

É por meio do ato ilocutório (o aluno falando com seu professor) que se pode inferir o valor lógico e epistêmico das relações estabelecidas entre medidas, lados e ângulos. Essas relações são designadas a partir de léxicos associativos (tg e x) e sistemáticos (30 e 8). Nesse contexto, entra em cena a operação cognitiva de categorização simples, pois é necessário que o aluno reconheça que tg ou \cos significam tangente ou cosseno; e mais, ele precisa reconhecer que esses significantes marcam um valor numérico resultante do quociente entre a medida do cateto oposto pelo cateto adjacente ou do cateto adjacente pela hipotenusa. Interessante será observar que o aluno utiliza outra letra para designar a medida do cateto oposto (usa x ao invés de h).

A obtenção da medida do comprimento da rampa poderia ser obtida com a utilização do teorema de Pitágoras. Cabe ressaltar, no entanto, que o teorema de Pitágoras exigirá uma designação dupla: $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{8}$ e $x^2 = 8^2 + h^2$. Segundo Duval, essa dupla designação é muito difícil para a maioria dos alunos, fato comprovado em nossa pesquisa, visto que apenas um aluno utilizou o teorema de Pitágoras para resolver o item 1b da atividade, conforme podemos observar na Figura 6.

b) Qual o comprimento da rampa inclinada?

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 8^2 + 4,56^2$$

$$a^2 = 64 + 20,49$$

$$a^2 = 84,49$$

$$a = \sqrt{84,49}$$

$$a = 9,2$$

Figura 6 - Procedimento correto do aluno A4 no item b) com utilização do teorema de Pitágoras

O problema da dupla designação pode ser contornado pela utilização dos dados já explicitados: o ângulo de 30° e a medida 8 do cateto adjacente. Mesmo assim, a maioria dos alunos não fez o item b); por meio da expansão discursiva, podemos tentar explicar esse fracasso. O comprimento da rampa não está designado na figura da mesma forma que a altura h . Observemos a diferença entre as perguntas: “qual a altura da rampa representada por h no desenho?” e “calcule o comprimento da rampa”. Essa dificuldade dos alunos em identificar o comprimento da rampa na figura não pode ser desconsiderada pelo professor, pois contribui para a identificação da necessidade de desenvolvimento de um olhar específico, por parte dos alunos, sobre as figuras.

Nesse sentido, podemos inferir que a forma de apresentação do enunciado ao aluno pode contribuir para o erro e para a ausência de solução em determinados itens. Nesse caso, a designação do comprimento da rampa por uma letra (léxico associativo) poderia contribuir para um maior sucesso dos alunos na questão – algo simples a ser considerado pelo professor na organização de sua prática educativa, mas somente se o professor estiver atento para os procedimentos utilizados pelos alunos.

No item b), o comprimento da rampa não foi designado por um léxico associativo, como no caso da altura (designada pela letra h). Essa designação deveria ser predicada de modo a colocar em cena o ato ilocutório envolvendo o professor e os alunos. Nesse caso, essa predicação poderia ser do tipo: “calcule a medida da distância c a ser percorrida pelo carro”.

Esse enunciado compreendeu outros tipos de designação, dentre as quais: a categorização simples (utilização do substantivo distância e do léxico associativo “ c ”); a determinação (explicitadas no artigo e na preposição destacados em negrito no enunciado); e a descrição (ao designar a medida solicitada associando-a à distância a ser percorrida pelo carro). Nesse caso, essa solicitação cumpre um valor social a partir do momento em que o professor apresenta uma atividade para aluno realizar. Podemos inferir, também, que o comprimento da rampa não foi calculado porque os alunos não interpretaram que o valor encontrado para h , no item 1a, pudesse ser utilizado para a solução do item b).

Segundo Duval (2011) a solicitação apresentada no enunciado exige uma dupla designação (do comprimento da rampa, que pode ser a letra c , e da relação existente entre as medidas dos lados: $c^2 = h^2 + 8^2$), muito difícil para os alunos em determinada faixa etária e em determinado nível de escolarização. Essa dupla designação pode ser incentivada com o acréscimo de informações no enunciado: após o cálculo da altura h , utilize essa medida para calcular a medida da distância c a ser percorrida pelo carro. A questão, colocada dessa forma, aparentemente se torna mais simples.

O problema com o qual nos defrontamos, nessa situação específica, está relacionado com as expectativas do professor em relação aos alunos, explicitada pelo ato ilocutório. O professor espera essa dupla designação levando em consideração a sua própria capacidade de realizá-la. Essa percepção por parte do professor pode levá-lo a estabelecer critérios diferenciados para avaliar o desempenho dos alunos e suas estratégias de resolução –para o aluno que acertou a questão, uma atribuição de valor extra; para os alunos que não acertaram, a retirada da questão e a reorganização da prática voltada para o desenvolvimento dessa habilidade.

As soluções dos alunos que utilizaram a relação trigonométrica errada, nos item a) e b), e que foram incluídas na categoria C (Quadro 3), podem ser visualizadas nas Figuras 7 e 8, nas quais podemos observar os procedimentos dos alunos A1 e A22.

a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?

$$\cos 30^\circ = \frac{h}{8} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8} \quad h = \frac{8\sqrt{3}}{2}$$

$$h = 4\sqrt{3}$$

$$h = 4 \cdot 1,7$$

$$h = 6,8$$

Figura 7 -Erro do aluno A1 decorrente da designação

a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{8} \Rightarrow h = 8 \times \frac{1}{2} \Rightarrow h = 4,0\text{m}$$

Figura 8 -Erro do aluno A22 decorrente da designação errada da relação trigonométrica

Em relação ao item b), é possível observar que a resolução do aluno A22 fez representar o seno de 30° como sendo o resultado do quociente entre o cateto adjacente e o cateto oposto; já o aluno A1 representou o cosseno de 30° como sendo o resultado do quociente entre o cateto oposto e o cateto adjacente (deveria ter denominado esse quociente tangente).

Diante disso, é possível compreender melhor a dificuldade dos alunos em nominar corretamente as relações entre medidas de lados e medidas de ângulos por meio de uma relação trigonométrica. Na realidade, a designação dessa relação de fato ocorre, mas de forma incorreta, por conta da significação incorreta aos significantes seno, cosseno e tangente. Esse erro pode ser explicado pela teoria de Duval, quando se refere à estrutura triádica da significância – como podemos observar na Figura 1.

O cosseno é o resultado do quociente entre a medida do cateto adjacente pela hipotenusa; no entanto, o aluno atribui significação diferente a essa palavra, considerando-o como o resultado do cateto oposto pelo cateto adjacente. Essa significação tem por referência outro objeto de conhecimento (a tangente de 30°), mas o valor procurado na tabela trigonométrica é relativa ao cosseno de 30° .

Para o aluno, essa significação errônea barra a conversão do que está apresentado na forma figural para a forma algébrica, de modo resolver o problema; isso está de acordo com o que Duval (2009, p. 63) elucida ao afirmar que “a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a maioria dos alunos.” Neste caso, a designação das relações existentes pode ser expressa por meio da linguagem algébrica; isto é: $h = \text{tg } 30^\circ \cdot 8$. Esse tipo de erro tem que ser analisado tendo por subsídios a tríade significante, significado e significação, pois possibilita sinalizar para o professor que o erro não é decorrente do desconhecimento da existência de relações entre medidas de lados e ângulos – e sim da significação atribuída aos diferentes significantes ainda não nominados corretamente por falta de memorização. Por essa razão, essas relações são expressas erroneamente por meio no registro algébrico.

Três alunos que erraram no tratamento – isto é, erros cometidos em matemática básica, tanto no item a) quanto no item b). Nessa situação, os alunos conseguiram estabelecer corretamente as relações e designá-las de forma correta; no entanto, tiveram dificuldade com o tratamento, que pode ser devido à falta de domínio das regras básicas da matemática, as deveriam ter sido aprendidas no Ensino Fundamental. Eles demonstram saber qual tipo de relação trigonométrica utilizar, mas se atrapalham com os números e não conseguem chegar à resposta final correta.

<p>a) Qual a altura da rampa, representada por h no desenho?</p> <p>$\text{tg} = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}}$</p> <p>altura da rampa = 8 m</p> <p>$\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 8 = x$</p> <p>$\frac{\sqrt{3} \cdot 8}{3} = x$</p> <p>$\frac{24\sqrt{3}}{3}$</p>	$\text{tg} = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{8}$ $\sqrt{3} \cdot 8 = 3x$ $\frac{\sqrt{3} \cdot 8}{3} = x \quad \frac{3 \cdot 8}{3} \quad \frac{24}{3}$
--	---

Figura 9 -Resolução do aluno A2: erro no tratamento
Nota: o quadro à direita e uma reprodução do quadro à esquerda.

No caso da situação apresentada na Figura 9, o erro do aluno demonstra a dificuldade que ele tem em lidar com respostas que não apresentam um número exato. Isso fez com que ele efetuasse cálculos inválidos. Situações como essas indicam ao professor que ele precisa retomar conceitos de matemática básica e propor problemas que apresentem diferentes tipos

de solução. O tratamento envolve propriedades, teoremas e conceitos que não são conhecidos pelos alunos – ou que estão fragilizados. No caso em questão, eles se referem às propriedades válidas para as igualdades (princípio aditivo e multiplicativo). O discurso expande mais do que está explicitado, permitindo ao professor fazer inferências que lhe possibilitarão reorganizar sua prática educativa. Trata-se de uma forma de expansão cognitiva que vai exigir a recorrência a um terceiro enunciado. No caso do aluno A20, recorre-se à afirmação: “o aluno tratou $\sqrt{3}$ como se fosse o número inteiro 3”. A sentença apresentada foi caracterizada como falsa em relação aos valores lógico e epistêmico: $\sqrt{3} = 3$ (F).

Três alunos erraram por tratar as unidades de medida no item a) como se fossem do mesmo tipo, compondo-as numa relação. Essa confusão é decorrente de significação errada aos valores que correspondem às medidas de ângulo e aos que se referem às medidas de comprimentos. Os valores numéricos são utilizados com o mesmo sentido: número é número e representa a mesma coisa – no caso, medidas dos lados e dos ângulos –, podendo ser utilizados em uma sentença matemática. Essa explicitação não está no que foi registrado pelo aluno, mas pôde ser inferida pelo professor tendo como perspectiva a expansão do discurso.

No caso do aluno A15, é possível perceber que ele, ao trabalhar com o triângulo, confundiu medida de ângulo com medida de lado, além de utilizar esse teorema de forma errada (atribuição de significação errada às relações entre as medidas dos lados e dos ângulos), como podemos observar na Figura 10.

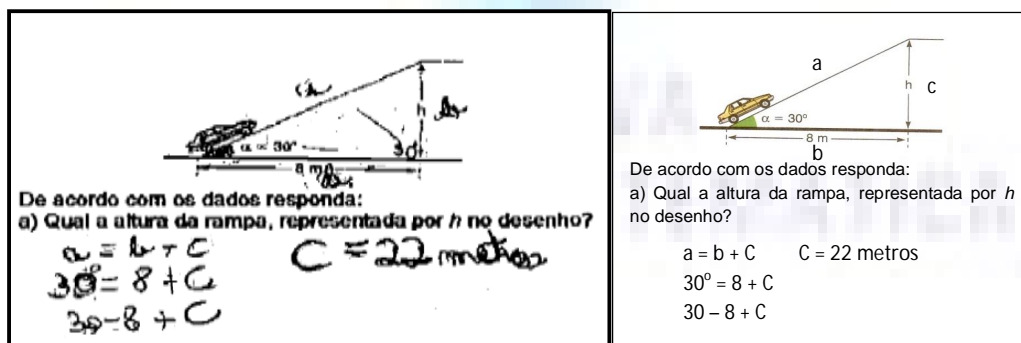


Figura 10 -Erro do aluno A15, por confundir as unidades de medida e por utilização de relações errôneas entre medidas de lados em um triângulo retângulo
Nota: o quadro à direita e uma reprodução do quadro à esquerda.

A situação apresentada na Figura 10 permite algumas interpretações a partir do erro. Uma delas é que o aluno demonstra fragilidade no entendimento de unidades de medidas de naturezas diferentes. A situação demonstra também que ele não compreende a correta utilização do teorema de Pitágoras. Tendo em vista esses aspectos, o professor precisa retomar os conceitos com o aluno, para que ele entenda a validade das operações realizadas e

as consequências que os cálculos errados poderiam trazer – em uma situação real, por exemplo.

Essa relação errônea é designada com a utilização de léxicos sistemáticos (30 e 8) e associativos (“a” designa a hipotenusa, “b” e “c” os catetos); a sentença matemática expressa a relação estabelecida pelo aluno: a medida da hipotenusa é igual à soma das medidas dos catetos.

Além desse erro, o aluno utiliza o valor 30 como medida da hipotenusa e não como medida do ângulo, conforme apontado na figura.

Considerações finais

As análises da produção dos alunos levaram em conta tanto o enunciado da questão como os procedimentos utilizados pelos alunos para obter a solução das questões propostas na atividade. No tocante à elaboração dos enunciados, o estudo apontou que a avaliação não deve se voltar somente para o acerto ou para o erro do aluno. Ela deve se voltar também para a elaboração dos enunciados, pois eles podem dizer muito sobre o que falta ao aluno – habilidades e competências não desenvolvidas; por exemplo, o olhar sobre a figura.

No tocante à análise dos erros dos alunos, o estudo apontou para a necessidade de identificação dos diferentes tipos de erros, oriundos de significações diferentes para relações matemáticas possíveis entre medidas de lados e de ângulos em triângulos retângulos, para operações (retirar o radical de um número, aplicar o princípio aditivo e multiplicativo de forma errada na resolução de uma equação) e até mesmo para memorizações ainda não realizadas de significantes que não fazem parte da linguagem utilizada no dia a dia.

Quando o erro é de matemática básica, caracteriza-se uma significação atribuída pelo aluno que não é correta; ela se refere a operações matemáticas envolvendo letras ou números. A falta de compreensão das regras da matemática básica, no caso da resposta do aluno apresentada na Figura 9, impede que o aluno encontre a resposta que corresponde ao objeto representado. A significação errônea não diz respeito a conceitos trigonométricos, mas a outras questões que também interferem nessa resolução. Essas regras envolvem operações presentes em igualdades numéricas, relacionadas a princípios aditivos e multiplicativos.

Quando o erro é relativo à utilização de relações trigonométricas erradas, caracteriza-se uma significação atribuída pelo aluno às palavras seno, cosseno e tangente (de forma a estabelecer razões entre medidas de lados) de forma incorreta. No caso da Figura 7, o aluno atribui significação errada ao cosseno, o qual seria o resultado do quociente entre a medida do

cateto adjacente pela hipotenusa. Ele considera cosseno como sendo o quociente entre a medida da hipotenusa pelo cateto adjacente. Essa significação não tem por referência o cosseno de 30° , o qual passa a ser procurado na tabela trigonométrica e substituído na sentença matemática utilizada para designar a relação estabelecida de forma errada. A substituição do valor do cosseno do ângulo caracteriza uma redesignação do que já estava designado: o $\cos 30^\circ$ passa a ser redesignado pelo seu valor $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Mesmo com o procedimento correto dessa redesignação, o erro acontece; ele é devido à designação errada da relação existente entre medidas de lados e de ângulos.

Esse tipo de erro tem que ser objeto de reflexão por parte do professor, para que ele possa reorganizar seu ensino, tornando-o capaz de promover a memorização correta das relações existentes e a associação delas aos nomes corretos: seno, cosseno e tangente. Essa relação não está explicitada na figura; sua explicitação dependerá de uma forma de expansão discursiva do tipo cognitiva, o que envolve o conhecimento de regras e propriedades. Trata-se de significantes diferentes que tem por referência o mesmo objeto de conhecimento: $\cos 30^\circ$ e $\frac{8}{h}$. Ressaltamos que essa relação não está explicitada na figura: sua designação por meio da linguagem algébrica exige a identificação dos diferentes elementos do triângulo retângulo: a hipotenusa e os catetos opostos ou adjacentes ao ângulo considerado. Essa é uma operação cognitiva de conversão na qual manifesta-se o fenômeno da não congruência semântica – afinal, ora o olhar deve se dirigir para o cateto oposto, ora para hipotenusa e ora para o cateto adjacente. A ordem muda para cada relação estabelecida, pois não existe correspondência semântica terminal (a palavra seno, por exemplo, é associado à fração $\frac{\text{catetooposto}}{\text{hipotenusa}}$) e um mesmo número de unidades no registro de partida e de chegada. A não congruência semântica explica a maior dificuldade dos alunos: ela precisa ser levada em conta na avaliação da aprendizagem e na organização do ensino.

Quando o erro é relativo ao estabelecimento de relações entre unidades de medidas diferentes, caracteriza-se uma significação de natureza conceitual em relação às unidades de medida. É o mesmo caso de quando o erro é relativo ao estabelecimento de relações não válidas matematicamente. No caso da resposta apresentada na Figura 10, também não seria possível que o aluno encontrasse a resposta para o problema, pois, apesar de existir uma relação adequada para a situação, ele se vale de uma relação matemática inválida. Além disso, unidades de medidas diferentes são envolvidas nessa relação matemática (uma se refere à medida de comprimento e outra à medida de ângulo).

A função discursiva de designação dos objetos permite ao professor identificar a utilização de léxicos apropriados para a designação das relações matemáticas válidas. A

função apofântica permite a identificação do valor lógico e epistêmico de um enunciado (mesmo se representado na linguagem algébrica que é um registro discursivo). A função de expansão discursiva permite inferências a partir da explicitação do que está implícito nas respostas.

Outra questão importante diz respeito às significações atribuídas pelos alunos, seja para significantes específicos seja para relações estabelecidas para os elementos das figuras geométricas. Esse processo é possível por meio da tríade significante, significado e significação, por meio de sua relação com a conceptualização e por meio de referência aos objetos de conhecimento.

O estudo apontou para a importância de considerar as funções discursivas de uma língua e as operações a ela associadas. Isso porque o discurso é a maneira pela qual é possível falar de objetos (tanto físicos como ideais); ressalta-se que essa ação é inseparável de um certo funcionamento cognitivo, conforme nos alerta Duval (2004, p. 86). O discurso não deve ser visto somente por sua função de comunicar, mas também pela possibilidade de expressar, de forma variada, nosso meio físico e cultural.

O artigo apresentou uma forma de proceder com uma melhor compreensão de erros apresentados por alunos na resolução de uma atividade envolvendo conceitos de trigonometria para que o professor possa entender a importância das funções do discurso para o ensino. Revelou que a análise do discurso tem que ser feita, segundo Duval (2004, p. 88), a montante, ao redor da produção por um locutor – ou seja, análise dos textos que estão sendo construídos (no nosso caso, dos alunos que apresentaram suas respostas às atividades). Essa análise permitirá apreender o caráter fundamental do texto e das significações atribuídas pelos alunos. As respostas constituem um tipo de produção por meio da qual os alunos dizem alguma coisa ao seu interlocutor (o professor) sobre um assunto em particular. Esse discurso apresenta um corpo de regras esquematizadas pelos alunos segundo suas compreensões sobre o objeto de conhecimento. Esse discurso é intencionado e permite ao professor identificar os passos do raciocínio dos alunos e as formas como eles expressam seus conhecimentos sobre cada assunto. A apreensão dessa intenção e desses raciocínios exigirá, por parte do professor, uma abordagem funcional. A análise funcional resultante dependerá do reconhecimento da importância das diferentes funções discursivas e de suas respectivas operações cognitivas. Cada análise será distinta, em virtude dos tipos de discursos distintos: discursos mais especializados num campo de conhecimento, discursos literários ou discursos em que a língua é empregada de forma comum ou social (DUVAL, 2004, p. 91).

O estudo apontou que, em situações de ensino e aprendizagem, tanto da trigonometria como de outros objetos matemáticos, é necessário um enfoque tanto nas

questões específicas do ensino como nas questões que dizem respeito à aprendizagem dos alunos – elas que permitem a reorganização da prática educativa e o enfrentamento de erros recorrentes ao longo da escolaridade. Esse ponto de vista cognitivo nem sempre vem ao encontro do ponto de vista matemático – mais centrado no produto que no processo.

A análise funcional das produções dos alunos leva em conta o fato de que o emprego da linguagem não serve apenas para comunicar ou exteriorizar o que se encontra em pensamento. As funções discursivas e as operações cognitivas que contribuem para a organização do discurso dizem muito sobre as conceptualizações e compreensões; afinal, com a possibilidade da articulação entre diversos enunciados, podemos fazer inferências, a partir de uma descrição ou de uma explicação, sobre os passos de um raciocinamento.

Referências

BRANDT, Celia F.; MORETTI, Mércles T.; BASSOI, Tânia S. Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.16, n.2, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática**. Brasília: MEC, 1999.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Trad. Myrian V. Restrepo. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

_____. **Semiós e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais – Fascículo I**. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas**. Organização: Tânia M.M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

_____. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de Mércles T. Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v.7, n.1. UFSC/PPGECT: 2012.

DIONÍSIO, Fátima Queiroz. **Conhecimentos docentes: uma análise dos discursos de professores que ensinam matemática**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em Educação, UEPG, Ponta Grossa, 2013.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4a. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem: componente do ato pedagógico**. São Paulo: Cortez, 2011.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

Submetido em outubro de 2014

Aprovado em dezembro de 2014

