REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

Volume 12, número 28 – 2019

ISSN 2359-2842

Resolução de Problemas que envolvem o Pensamento Algébrico: um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental[1]

The Problem Solving involving Algebraic Thinking: an experiment in the 9th year of Elementary Education

Giovani Rosa Delazeri [2]

Claudia Lisete Oliveira Groenwald[3]

RESUMO

Este artigo apresenta a dissertação de mestrado cujo objetivo foi investigar se os alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual do município de Porto Alegre, do estado do Rio Grande do Sul, possuem desenvolvida a competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico nos conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau. Foi desenvolvido um experimento com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental com a aplicação de testes adaptativos, buscando identificar o nível do pensamento algébrico dos estudantes investigados. Os resultados apontam que o tópico em que os alunos investigados demonstraram maior facilidade foi o de Linguagem Matemática, no qual deveriam assinalar a alternativa que continha a expressão numérica correspondente ao problema proposto e o tópico que obtiveram maior dificuldade foi o que envolvia sistemas de equações, os estudantes conseguiram realizar a montagem do sistema e erraram a resolução do mesmo.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de Problemas, Pensamento Algébrico, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This article introduces a dissertation of the master's degree whose objective is to investigate if the students of a class of the 9th year of the Fundamental Education of a state school in Porto Alegre, in the state of Rio Grande do Sul, have developed to solve problems the competence that involve the algebraic thought in the contents of equations of the first degree and systems of equations of the first degree. An experiment was carried out with students of the 9th grade of Elementary School with the application of adaptive tests, seeking to identify the level of algebraic thinking of the students investigated. The results point out that the topic in which the students investigated the topic in which they demonstrated greater ease was the language of Mathematics, in which they should indicate the alternative that contained the numerical expression corresponding to the proposed problem and the topic that obtained the greatest difficulty was what involved systems of equations, the students were able to perform the assembly of the system and erred the resolution of the same.

KEYWORDS: Troubleshooting, Algebraic Thinking, Elementary School.

---

[1] Essa dissertação teve o apoio da Capes com uma bolsa taxa. Este texto é uma ampliação do apresentado no SIPEM de 2018.

[2] Rede Estadual do Rio Grande do Sul. giovani_matematica@yahoo.com.br

[3] Universidade Luterana do Brasil. claudiag@ulbra.br

Introdução

Apresenta-se neste artigo os resultados de uma dissertação de mestrado cuja finalidade foi investigar se alunos do 9° ano do Ensino Fundamental possuem desenvolvida a competência da resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico com os conteúdos de Equações de 1º grau e Sistemas de equações de 1º grau.

Para isso, foi utilizado o Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), com a aplicação de testes adaptativos com problemas matemáticos que tratem de assuntos relacionados a álgebra elementar e aos conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau. O SIENA é um sistema informático desenvolvido em conjunto pelos grupos Estudos Curriculares em Educação Matemática (GECEM) da ULBRA e pelo grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna, Tenerife, Espanha.

Salienta-se a importância do pensamento algébrico em estudantes do Ensino Fundamental para a resolução de problemas. Para Souza (2013, p. 23), atualmente, a álgebra é utilizada de forma mecânica, sem que a compreensão de o porquê do cálculo algébrico seja plenamente apropriada pelos alunos.

O baixo rendimento em Matemática, em particular com os conteúdos algébricos, segundo Dalton e Buriasco (2009, p. 452) "parece estar relacionado com a maneira como a álgebra é trabalhada nas escolas". Ameron (2002) afirma que nas escolas, em geral, a álgebra tradicional é apresentada aos alunos como um sistema rígido, abstrato e com pouca ligação com o mundo real.

Segundo Groenwald (1999) é visível a escassa capacidade da maioria dos jovens e adultos para resolver problemas, e se enfatiza o escasso treinamento de destrezas e padrões de estratégias gerais e úteis para resolver problemas.

Assim, esta pesquisa busca tratar das duas temáticas de forma integradas, expondo o que autores entendem por pensamento algébrico e resolução de problemas.

Pensamento algébrico

Para Godino e Font (2003, p. 774), o professor deve ter compreensão da importância que a álgebra e o pensamento algébrico têm no estudo da Matemática, afirmando que o raciocínio algébrico implica representar, generalizar e formalizar padrões e regularidades em qualquer aspecto da Matemática. E, à medida que se desenvolve esse raciocínio, se vai evoluindo no uso da linguagem e de seu simbolismo, necessário para apoiar e comunicar o pensamento algébrico, especialmente nas equações, nas variáveis e nas funções.

Ribeiro (2015, p. 11) afirma que: "a álgebra deveria ser explorada desde os anos iniciais do ensino, pois dela faz parte um conjunto de processos e pensamentos que têm origem em experiências com números, padrões, entes geométricos e análise de dados".

Para Fiorentini, Miguel e Miorin (1993, p. 88): "o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica". Esses autores ainda tratam sobre as duas concepções da álgebra; a clássica, formatada a partir de uma aritmética universal, e a moderna, baseada em princípios simbólicos arbitrários.

Kieran (1992) classifica a álgebra como processual e estrutural, em que a primeira não trata de expressões algébricas propriamente, mas sim das operações aritméticas e a segunda diz respeito ao uso de expressões algébricas contendo parte numérica e parte literal, resultando em expressões algébricas. Como exemplifica o quadro 1 adaptado de Ponte, Branco e Matos (2009).

Quadro 1 - Exemplos de classificação da álgebra em processual e estrutural

Processual	Estrutural
• Substituição imediata de variáveis por números. • Realização de operações aritméticas	• Utilização das convenções próprias da estrutura das expressões algébricas

Fonte: Quadro adaptado de Ponte, Branco e Matos (2009, p. 78)

Segundo Becher (2009), essas perspectivas, processual e estrutural, são trabalhadas separadamente na maioria dos livros didáticos. No quadro 2 apresenta-se o quadro de competências e habilidades mapeadas entre processual e estrutural.

Quadro 2 - Competências e habilidades algébricas mapeadas, divididas entre processual e estrutural

Álgebra Processual	
Competência algébrica	**Habilidade Algébrica**
Compreender representações algébricas	Ler representações algébricas
	Representar relações algébricas
	Compreender e representar algebricamente
	Compreender e expressar algebricamente
Operar algebricamente	Usar fórmulas
	Valor numérico
	Resolução de equações de 1º grau
	Resolver equações de 2º grau
Álgebra Estrutural	
Competência algébrica	**Habilidade algébrica**
Operar algebricamente	Propriedades e operações com N

	Operar algebricamente
	Propriedades e operações algébricas
	Resolução de sistemas e inequações
	Propriedades e operações com R
	Compreender e usar propriedades algébricas
Reconhecer e representar padrões	Reconhecer padrões
	Criar representações
	Generalizar e deduzir fórmulas
Resolver problemas	Problemas algébricos

Fonte: Becher e Groenwald (2010)

Talvez tal classificação se dê devido ao que Godino e Font (2003) chamam de visão tradicional da álgebra escolar, denominada de "aritmética generalizada" que considera apenas como uma manipulação de letras que representam números indeterminados. Então, enquanto a aritmética usaria números e expressões numéricas, nas quais os números se combinam com os símbolos; a álgebra usaria os números como variáveis, incógnitas, representadas por letras ou expressões, ainda que as operações como as regras básicas usadas por ambas possam ser as mesmas.

Segundo Radford (2011) o conhecimento matemático desenvolvido em torno das atividades orientadas para a resolução de problemas pode trazer alguns *insights* acerca do modo de introduzir e estruturar a álgebra na escola; levando a re-pensar, dentro de uma nova perspectiva, o papel dos problemas no ensino da álgebra.

Para Falcão (1997), a álgebra é um conjunto de procedimentos que servem para representar e resolver certos problemas da Matemática que só com a aritmética não se resolveriam. No entanto, a passagem de uma para a outra traz muitos desconfortos e problemas para o aluno, em geral, chega a colocar como um obstáculo para o aluno em sua aprendizagem, por isso o autor coloca que "álgebra é mais que generalização da aritmética".

Ponte (2006) ressalta as dificuldades que os alunos possuem na transição da aritmética para a álgebra: dar sentido a uma expressão algébrica; não ver a letra como representando um número; atribuir significado concreto às letras; pensar uma variável com o significado de um número qualquer; compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos "+" e "=" e, em particular, distinguir adição aritmética (3+5) da adição algébrica (x+3).

A álgebra tem dupla função, segundo Falcão (2003, p. 31): "representar fenômenos e relações e auxiliar na resolução de problemas", conforme o quadro 3.

Quadro 3 – Elementos básicos de caracterização do campo conceitual de álgebra

Atividades em Álgebra	
Ferramenta representacional	**Ferramenta de Resolução de Problemas**
Modelação: captura e descrição dos fenômenos do real. Função: Explicitação simbólica de relações elementares. Generalização: Passagem de descrições específicas ligadas a um contexto para leis gerais.	Algoritmos: regras sintáticas, prioridades de operações, princípio da equivalência entre equações.
Elementos básicos do campo conceitual algébrico	
Números, medidas, incógnitas e variáveis, regras de atribuição de símbolos, gama de acepções do sinal de igual, trânsito entre formas de linguagem.	Operadores, sintaxe, prioridade de operações, princípio da equivalência, conhecimento-em-ação vinculados a experiências extra-escolares, fatos aritméticos instrumentais (por exemplo: elemento neutro da adição).

Fonte: adaptado de Falcão, 2003, p. 31

Lins e Gimenez (1997) afirmam que o importante é a compreensão de como a álgebra e a aritmética se ligam, quais são seus aspectos em comum, pois isso seria fundamental para se repensar a educação aritmética e algébrica de forma única. Assim:

> A educação aritmética tem sido, até aqui, insuficiente em termos de seu alcance, ao passo que a educação algébrica tem sido insuficiente em termos de objetivos. (...) Em ambos os casos, o da aritmética e o da álgebra, a mudança de perspectiva mais importante refere-se a passarmos a pensar em termos de significados sendo produzidos no interior de atividades, e não, como até aqui, pensamos em termos de técnicas ou conteúdos (LINS; GIMEMEZ, 1997, p. 161).

A ideia de correlação entre aritmética e álgebra é reforçada pelo NCTM (2000, p. 39): “Muito da ênfase simbólica e estrutural na álgebra pode construir-se sobre a extensa experiência numérica dos estudantes.”[4] Ainda que seja sustentada a ideia de que a álgebra não se restrinja a manipulações de símbolos, uma vez que há a necessidade de compreensão dos mesmos por meio do entendimento de seus conceitos, estruturas e princípios.

Não se limitando à visão tradicional de que a atividade algébrica seria “calcular com letras”, Lins e Gimenez (1997) investigaram a caracterização da atividade algébrica e seus processos cognitivos peculiares. “A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significados em termo de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 150).

A álgebra dos Ensinos Fundamental e Médio tem a ver com a compreensão do significado das letras, símbolos e das operações. As diferenças que teremos nas variáveis virão

[4] NCTM (2000, p.39) “Mucho del énfasis simbólico y estructural en el Álgebra puede construirse sobre la extensa experiencia numérica de los estudiantes. »

de acordo com a utilização que for feita, assim como o momento em que for empregada, haja vista que o conceito de variável se torna muito vago.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), é nas séries finais do Ensino Fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas, desenvolvendo as habilidades de generalizar, encontrar padrões algébricos, estabelecer relações entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis, representando-os por equações, em que se faça a diferenciação das variáveis e das incógnitas.

No quadro 4, apresenta-se um quadro proposto por Becher (2009) com competências e habilidades algébricas desenvolvidas nas séries finais do Ensino Fundamental o qual levou em consideração as habilidades e competências propostas pelo NCTM, ENEM[5], PCN[6] e PISA[7].

Quadro 4 – Competências e habilidades algébricas desenvolvidas nas séries finais do Ensino Fundamental

Competências		**Habilidades**
Compreender representações algébricas	Básica	Reconhecer representações
		Ler representações
	Plena	Expressar ideias e relações usando representações algébricas
		Comparar e relacionar a representação algébrica com diferentes formas de representação
		Compreender o significado de soluções
Operar algebricamente		Determinar o valor numérico
		Usar fórmulas
		Resolver equações
		Executar operações algébricas
		Usar propriedades algébricas
		Resolver sistemas e inequações
		Explicar fatos e procedimentos matemáticos utilizando álgebra
Reconhecer padrões e fazer generalizações	Básica	Reconhecer padrões usando métodos numéricos
		Usar tabelas para representar variações
		Provar propriedades numéricas
	Plena	Reconhecer padrões de variação
		Expressar relações usando funções e expressões
		Provar propriedades algébricas
Resolver problemas		Usar representações algébricas na Resolução de problemas
		Utilizar métodos e técnicas algébricas para resolver problemas
		Elaborar justificativas algébricas para a Resolução de problemas
		Fazer uso de diferentes formas de representação e análise para resolver problemas algébricos.

Fonte: Becher (2009)

[5] ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio
[6] PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
[7] PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos

Analisando esse quadro, pode-se depreender que para o desenvolvimento da competência de resolução de problemas, por exemplo, necessita-se de habilidades como o uso de representações algébricas, métodos e técnicas, além de diferentes formas de representação e análise. A linguagem algébrica permite expressar ideias matemáticas de forma mais específica e com maior rigor matemático.

Segundo NCTM (2000, p. 97): "quando os estudantes generalizam a partir de observações sobre os números e as operações, estão formando a base do pensamento algébrico."[8]

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2016) – coloca que algumas dimensões do trabalho com álgebra, estando presente desde os anos iniciais, auxiliam no processo de ensino aprendizagem, alicerçando outras dimensões do pensamento algébrico como a resolução de problemas de estruturas algébricas. As orientações da BNCC são que:

> os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias Matemáticas. Ao se proporem situações-problemas bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas) (BRASIL, 2016, p. 84).

Blanton & Kaput (2005) consideram que o pensamento algébrico dar-se-ia como um processo que os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essa generalização através do discurso da argumentação e expressam-na gradualmente de forma simbólica apropriada à sua idade.

Continuando na tentativa de estabelecer o domínio do pensamento algébrico, o qual está ligado ao desenvolvimento do pensamento matemático, tem-se Ponte (2009 p. 10): "o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas", assim contemplando o domínio de conteúdos que devem levar ao desenvolvimento do pensamento matemático.

Representar, nesse sentido, se refere à capacidade do aluno na leitura, compreensão e operações com símbolos, traduzindo essas representações reproduzidas simbolicamente para outras formas, evidenciando sentido e interpretação do símbolo em diversos contextos. Já

[8] NCTM (2000, p. 97) « Cuando los estudiantes generalizam a partir de observaciones sobre los números y las operaciones, están formando la base del pensamiento algebraico."

raciocinar, diz respeito a relacionar propriedades matemáticas, generalizar regras e produzir deduções. E, por fim, resolver problemas, segundo esse mesmo autor, significa modelar situações, usando expressões, equações e sistemas na interpretação e resoluções de problemas matemáticos e de outros domínios.

Ponte, Branco e Matos (2009) representam no quadro 5 essas três vertentes.

Quadro 5 - Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar	- Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; - Traduzir informações representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;
Raciocinar	- Relacionar (em particular, analisar propriedades); - Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; - Deduzir.
Resolver problemas e modelar	- Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação)

Fonte: Adaptado de Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11)

Assim, o pensamento algébrico não é algo simples, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão dos símbolos e situações apresentadas, estando em consonância com a resolução de problemas.

A seguir apresenta-se a resolução de problemas com uma metodologia propícia ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

A metodologia de resolução de problemas

Na década de 40, Polya (1995) define a noção de problema da seguinte maneira: “ter um problema significa buscar de forma consciente uma ação adequada para alcançar um objetivo imaginado, mas não imediatamente alcançado”, propondo as seguintes etapas de resolução: compreender, estabelecer um plano, executar e proceder à retrospectiva.

Para Polya (1995, p. 4), na primeira etapa, a compreensão do problema é o ponto de partida para resolução, pois ele afirma que o enunciado do problema precisa ser bem entendido e o aluno deve estar em condições de identificar as principais partes, a incógnita e os dados, devendo fazer perguntas do tipo: Qual a incógnita? Quais são os dados apresentados? É possível alcançar as condições solicitadas e elas são suficientes para determinar à incógnita?

Já a segunda etapa, de estabelecer um plano, os alunos, após compreenderem do que se trata o problema, traçam estratégias que possibilitem essa solução, encontrando conexões entre os dados e a incógnita, fazendo uma relação com outro problema semelhante para que possam analisar e comparar a sua estratégia. É possível, nessa etapa, a introdução de outros elementos para uma melhor análise e compreensão do problema e também a introdução de perguntas do tipo: Você consegue ver outro enunciado para o problema utilizando os mesmos dados? Você consegue resolver alguma parte do problema?

A terceira etapa, execução do plano, normalmente é vista como mais fácil que a anterior, porém depende dela para seu sucesso, pois, para executá-la, necessita ter conhecimento prévio de vários conteúdos. Mas a elaboração de uma estratégia errada levará ao insucesso, acarretando retorno à etapa anterior, tendo de elaborar novas estratégias.

E a quarta etapa, segundo Polya, é o passo mais importante, haja vista que ela é o fechamento do problema, uma análise dos passos desenvolvidos até a solução do problema, procurando identificar possíveis falhas, verificando os resultados e os argumentos utilizados para a obtenção da solução, verificar o cerne do problema e se o resultado alcançado satisfaz essa etapa.

Kaiber e Groenwald (2008) expõem no quadro 6 esses quatro passos a serem seguidos, fundamentados em Polya.

Quadro 6 - Passos a serem seguidos na resolução de problemas

Etapas	Características	Perguntas Facilitadoras
Compreensão do problema	Etapas de leitura do enunciado do problema para identificar dados, incógnitas e determinar o que é pedido, que elementos se têm e quais fazem falta, que semelhanças e novidades há em relação a outra situação já vivenciada	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? É suficiente? Redundante? Contraditória?
Elaboração de um plano de ação	Etapa de criação de uma ou várias estratégias a seguir para responder o que se pede. Refere-se à utilização de estratégias já conhecidas, provenientes de outros problemas resolvidos, uso de propriedades, simplificação do problema original em partes mais fáceis que ocupam menos tempo, determinação de tarefas e divisão de responsabilidades.	Já encontrou um problema semelhante? Conhece um problema relacionado com esse? Conhece algum teorema que possa ser útil? Esse é um problema relacionado com outro que já foi resolvido? Você poderia utilizá-lo? Poderia usar o seu resultado? Poderia empregar o seu método? Considera que seria necessário introduzir algum elemento auxiliar para poder utilizá-lo? Poderia enunciar o problema de outra forma?
Execução do plano	Etapa em que se põe em prática o planejamento realizado, cumprindo ou não todas as fases, modificando aqueles elementos que se colocam como obstáculos à solução do problema e comprovando ou refutando as hipóteses do plano, replanejando, até encontrar a solução desejada.	Já escreveu seu plano de ação? Os caminhos planejados estão ajudando na formulação do problema? Quais os obstáculos encontrados? Necessita replanejamento?

Visão retrospectiva, avaliação do plano.	Etapa do monitoramento da ação. Importante ressaltar dois aspectos: a avaliação da eficácia e eficiência do plano em função da comparação realizada com outros planos apresentados para resolver o mesmo problema; validação da solução encontrada, generalização como ferramenta para elaborar outras estratégias para utilização em outro problema.	Pode verificar o resultado? Pode verificar o raciocínio? Pode obter o resultado de forma diferente? Pode empregar o resultado ou o método em algum outro problema?

Fonte: Kaiber e Groenwald (2008, p. 236)

A definição de problema utilizada nesta pesquisa é a de Polya (1995), onde o surgimento de um problema se dá quando se procuram maneiras/meios para conseguir um objetivo imediato, ocupando a maioria da parte pensante com buscas incessantes para encontrar uma solução satisfatória. Segundo esse autor, um problema tem três características: tem que existir alguém disposto a resolvê-lo; tem que haver um estado inicial e um estado final a ser alcançado e tem que haver a verificação de algum possível impedimento na passagem de um estado para o outro.

Echeverría e Pozo (1998) citam que:

> Ensinar a resolver problema não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a *propor* problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado [...] O verdadeiro objetivo final da aprendizagem da solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de proporem-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender (ECHEVERRÍA in POZO, 1998, p. 14-15).

O NCTM (2000) embasa que:

> Resolver problemas não é apenas uma meta da aprendizagem Matemática, mas também um modo importante de fazê-la. A resolução de problemas é uma parte integrante de toda aprendizagem Matemática e, portanto, não deve ser apenas uma parte isolada do programa de Matemática. A resolução de problemas em Matemática deve envolver todas as cinco áreas de conteúdos descritas nos Padrões do NCTM. Os bons problemas integram múltiplos tópicos e envolverão a Matemática significativa (NCTM, 2000, p. 52).

Pesquisas apontam que a principal função da resolução de problemas deve ser a de desenvolver a compreensão matemática dos alunos e que os alunos compreendem, ou não compreendem determinados conceitos ou conteúdos. Geralmente isso se manifesta quando eles resolvem problemas.

Assim, trabalhar o desenvolvimento do pensamento algébrico através da resolução de problemas possibilita que o aluno consiga compreender as aplicações da álgebra, desenvolvendo os conceitos algébricos. Para o NCTM (2000), a garantia de que os alunos tenham a oportunidade de se comprometer com um pensamento de alto nível, os docentes deverão selecionar e implementar de forma diária tarefas que estimulem o raciocínio e a resolução de problemas.

Nesse sentido, essa investigação busca identificar o desempenho dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas com os conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau.

A pesquisa

O objetivo geral foi investigar se os alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual de ensino do município de Porto Alegre, do estado do Rio Grande do Sul, possuem desenvolvida a competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico nos conteúdos de equações do 1º grau e sistemas de equações do 1º grau.

A escolha do *corpus* deve-se ao fato de que o nono ano do Ensino Fundamental constitui uma etapa de finalização da construção de competências dos estudantes, entre essas a do raciocínio algébrico elementar. Na escola para aplicação dos testes adaptativos optou-se pela que os alunos tivessem trabalhado, no sétimo ano, equações e no oitavo ano os conteúdos de álgebra, entre eles, sistemas de equações do 1º grau, entendendo que, assim, os alunos teriam os pré-requisitos para os assuntos abordados nos testes adaptativos.

Foi criado, no sistema SIENA, um banco de questões com 450 questões divididas em três níveis: fácil, médio e difícil, todas utilizando o pensamento algébrico, que gera os testes adaptativos. Na elaboração das questões, foram utilizados como referência os documentos oriundos do NCTM, APM[9], MEC[10] (PCN[11], ENEM e os livros didáticos do PNLD/2013 - adotados na Educação Básica).

O SIENA, segundo Groenwald e Moreno (2006), permite ao professor uma análise do nível de conhecimento prévio de cada aluno e possibilita um planejamento de ensino de acordo com a realidade dos alunos.

Após a aplicação dos testes adaptativos, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, foi analisado o banco de dados do SIENA e os registros do desenvolvimento das questões

---

[9] APM – Associação Portuguesa de Matemática
[10] MEC – Ministério da Educação e Cultura
[11] PCN – Parâmetros Curriculares Nacional

realizadas pelos estudantes. Foram investigados 30 alunos (17 eram meninas e 13 eram meninos, com idade entre 14 e 17 anos) de uma turma do 9º ano de uma Escola Estadual de Ensino Médio, na zona norte de Porto Alegre - Rio Grande do Sul. Ao longo da aplicação dos testes, houve a transferência de uma aluna. A turma era composta por alunos que realizaram, praticamente, todo o Ensino Fundamental na instituição.

A seguir apresenta-se o sistema SIENA, utilizado na presente investigação.

Sistema integrado de ensino e aprendizagem (SIENA)[12]

O SIENA é um sistema inteligente capaz de comunicar informações sobre o conhecimento dos alunos em determinado tema, tem o objetivo de auxiliar no processo de recuperação de conteúdos matemáticos, utilizando a combinação de mapas conceituais e testes adaptativos (GROENWALD; MORENO, 2006). O SIENA gera um mapa individualizado das dificuldades dos alunos, o qual estará ligado a sequências didáticas, que servirão para recuperar as dificuldades que cada aluno apresenta no conteúdo desenvolvido.

Foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK; GOWIN, 1988), sendo denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico - PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico. O grafo não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Portanto, o grafo deve ser desenvolvido segundo relações do tipo "o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B", começando pelos nodos (tópicos no grafo) dos conceitos prévios, seguindo para os conceitos fundamentais, até atingir os nodos objetivos.

Cada conceito do grafo está ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante. Um teste adaptativo informatizado é administrado pelo computador, que procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade de cada examinando. Segundo Costa (2009), um teste adaptativo informatizado procura encontrar um teste ótimo para cada estudante, para isso a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração do teste e, assim, só são selecionados os itens que

12 O texto sobre o sistema SIENA, utilizado neste projeto, é um texto padrão desenvolvido pelo Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM) da ULBRA e do Grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna em Tenerife, Espanha, desenvolvedores do SIENA.

mensurem eficientemente a proficiência do examinado. Tem por finalidade administrar questões de um banco de questões previamente calibradas, que correspondam ao nível de capacidade do examinando. Como cada questão apresentada a um indivíduo é adequado à sua habilidade, nenhuma questão do teste é irrelevante (SANDS; WATERS, 1997). Ao contrário dos testes de papel e caneta, cada estudante recebe um teste com questões diferentes e tamanhos variados, produzindo uma medição mais precisa da proficiência e com uma redução, do tamanho do teste, em torno de 50% (WAINER, 2000).

Para estimar o conhecimento do aluno em cada conceito do grafo, o SIENA implementa uma rede bayesiana entre os conceitos implicados nesse nodo do grafo e as perguntas, do tipo múltipla escolha, criadas para esses conceitos estão divididas em vários níveis de dificuldade. O teste adaptativo se adapta ao conhecimento do estudante elegendo uma pergunta de igual ou maior dificuldade, se a pergunta anterior foi contestada corretamente e dificuldade igual ou menor se a pergunta foi respondida erroneamente (incorretamente).

O sistema possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar os conteúdos dos nodos do PCIG e realizar o teste, para verificar quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos; a segunda opção oportuniza, ao aluno, realizar o teste e estudar os conceitos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos nos quais não conseguiu superar a média estipulada como necessária para avançar. Todos os nodos do PCIG estão ligados a uma sequência didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos nodos em que apresenta dificuldades.

Nesta investigação foram utilizados os testes adaptativos do SIENA, para análise dos dados coletados no experimento com alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Porto Alegre. Para isso foram necessárias as seguintes ações: construção do grafo com as habilidades a serem avaliadas; construção do banco de questões para os testes adaptativos de cada tópico do grafo, com 45 questões em cada tópico.

Ambiente de investigação

O grafo dos tópicos a serem trabalhados foi composto por 10 tópicos, divididos da seguinte maneira: *Linguagem Matemática, Qual a pergunta do problema, Retirar dados de um problema, Equação do 1º grau simples, Equação do 1º grau elaborada, Problemas simples,* *Problemas elaborados, Identificação do sistema de equações, Resolver sistemas de equações simples e Resolução de sistemas de equações elaborados*.

Os testes adaptativos têm por finalidade organizar as questões do banco de dados do SIENA. Para compor esse banco de dados, é necessário cadastrar as perguntas para cada tópico, objetivando avaliar o grau de conhecimento individual de cada aluno. As questões são de múltipla escolha, devendo definir: o grau de dificuldade (fácil, média ou difícil); identificar a resposta verdadeira; a possibilidade de responder à pergunta considerando marcação aleatória; o tempo para o aluno responder a pergunta (em segundos) e o conhecimento prévio do aluno para aquele tópico (na visão do professor). O estudante será considerado apto quando conseguir a nota 0,6 no intervalo de [0,1].

A seguir apresentam-se exemplos de questões que compõem o banco de questões dos testes adaptativos, com o objetivo e um exemplo de questões de cada nível de dificuldade (Quadro 7).

Quadro 7 – Testes Adaptativos

<table>
<tr><td colspan="3">Tópico: Linguagem Matemática</td></tr>
<tr><td colspan="3">O objetivo desse tópico foi analisar se o aluno consegue transpor da língua materna para a linguagem matemática, demonstrando sua compreensão através da escolha da equação que resolve a atividade proposta. No nível fácil, foram utilizadas as quatro operações básicas, bem como noções triviais como dobro, metade, etc. No nível médio, foram utilizadas as mesmas noções, utilizando linguagem que exige maior dificuldade que no nível fácil, acrescentando operações envolvendo incógnitas. No nível difícil, além das habilidades matemáticas anteriores, também foram acrescidos conhecimentos, envolvendo as operações com incógnitas, números consecutivos, números pares, ímpares, etc..</td></tr>
<tr><td>Nível Fácil: Qual expressão representa um número menos trinta e seis?</td><td>Nível Médio: O quíntuplo de um número mais sua terça parte menos dez pode ser representado pela expressão:</td><td>Nível Difícil: Qual a expressão representa o dobro de um número somado ao triplo da metade do seu consecutivo?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tópico: Equação do 1º grau elaborada</td></tr>
<tr><td colspan="3">O objetivo deste tópico foi verificar se os alunos conseguiam interpretar o enunciado, montar as equações e resolver equações do 1º grau mais elaboradas, utilizando noções matemáticas além das quatro operações. Os níveis de dificuldades desse tópico estão centralizados na interpretação dos enunciados e na resolução das operações que envolvem as incógnitas em ambos os lados da igualdade.</td></tr>
<tr><td>Nível Fácil: A soma de dois números inteiros e consecutivos é -31. Quais são esses números?</td><td>Nível Médio: A soma de um número com o seu consecutivo é 25. Quais são esses números?</td><td>Nível Difícil: A soma de dois números é 76. Sabe-se que o número maior é 6 unidades maior que o outro. Quais são esses números?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tópico: Problemas elaborados</td></tr>
<tr><td colspan="3">O objetivo deste tópico foi verificar se os alunos possuem a habilidade de transcrever da linguagem materna para a linguagem matemática, resolvendo as situações-problema que envolvam conhecimentos algébricos, resolvendo equações do 1º grau com qualquer tipo de operações matemáticas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">A idade de um pai é igual à idade ao triplo da idade de seu filho. Calcule essas idades, sabendo que juntos tem 60 anos.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Uma escola recebeu 1.350 matrícula para o 7º, 8º e 9º anos em 2015. Foram 420 para o sétimo ano e para o oitavo ano o dobro de matrículas do nono ano. Quantos alunos se matricularam em cada série?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Silvio alugou um carro na Agência X por R$ 280,00, acrescido de R$ 3,00 por km rodado. Pedro alugou, na agencia Y, por R$ 400,00, acrescido de R$ 1,00 por km rodado. Para que os dois tenham o mesmo gasto, a distância percorrida por eles deverá ser de:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tópico: Sistemas de equações</td></tr>
<tr><td colspan="3">O objetivo deste tópico foi verificar se os alunos conseguiam identificar as equações que formam os sistemas de equações com uma ou duas incógnitas de acordo com o problema apresentado. O nível de dificuldade foi determinado de acordo com o tipo de problema que possuímos (tipo de interpretação) e com as operações envolvidas.</td></tr>
<tr><td>Nível Fácil: Num estacionamento há carros e motos, totalizando 78. O número de carro é igual a 5 vezes o de motos. Quantas motos há no estacionamento?</td><td>Nível Médio: Nos primeiros Jogos Regionais da Região Centro-Oeste, as equipes femininas de atletismo de Marília e Araçatuba somaram 377 pontos. Marília fez 31 pontos a mais que Araçatuba. Quantos pontos fez cada equipe?</td><td>Nível Difícil: (UNAQ – 2011) – Certo dia, uma lanchonete vendeu 16 copos de suco de laranja e 14 copos de suco de abacaxi, recebendo, por isso, um total de R$ 67,00. Uma pessoa comprou um copo de suco de cada tipo, pagando, no total, R$ 4,50. Então, a diferença entre o preço dos copos de suco é de:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tópico: Resolver sistemas de equações elaboradas</td></tr>
<tr><td colspan="3">O objetivo deste tópico foi resolver situações problemas envolvendo sistemas de equações do 1º grau, resolvendo através de sistemas com duas incógnitas, seja pelo processo de adição ou isolamento da incógnita. Nível de dificuldade está diretamente relacionado: 1º) à interpretação do problema, ou seja, à quantidade de texto empregado;2º) à resolução propriamente dita do sistema de equações, por envolver duas incógnitas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nível Fácil: Ari e Rui têm juntos R$ 840,00. A quantia de Ari é igual a ¾ da quantia de Rui. Logo, Rui tem:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nível Médio: Eu tenho 20 cédulas, algumas de R$ 5,00 e outras de R$ 10,00. O valor total de cédulas é de R$ 165,00. Quantas cédulas de R$ 5,00 e quantas de R$ 10,00 eu tenho?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nível Difícil: (CTSB – 2009) – Dois amigos foram juntos ao supermercado para comprar vinhos. Um deles comprou 3 garrafas do vinho A e 2 do vinho B, pagando o total de R$ 79,00. O outro comprou 5 garrafas do vinho A e 1 do vinho B, pagando o total de R$ 92,00. Pode-se concluir que 1 garrafa do vinho A custa, em relação a 1 garrafa do vinho B.</td></tr>
</table>

Fonte: A pesquisa

Análise da investigação

Os alunos serão identificados como PalXX, em que Pal é a identificação de pensamento algébrico na plataforma e XX representa o número de cada estudante.

No tópico *Linguagem Matemática*, 100% dos alunos atingiram a nota 0,6, necessária para ter seu teste adaptativo considerado satisfatório. Nenhum aluno obteve nota inferior a 0,9313.

O aluno PAL25 resolveu um teste com 10 questões, acertando todas. Na coluna *dificuldade*, o sistema SIENA disponibilizou a primeira questão de nível 0.4, considerada difícil e, como esse aluno foi acertando, manteve sempre o nível de dificuldade.

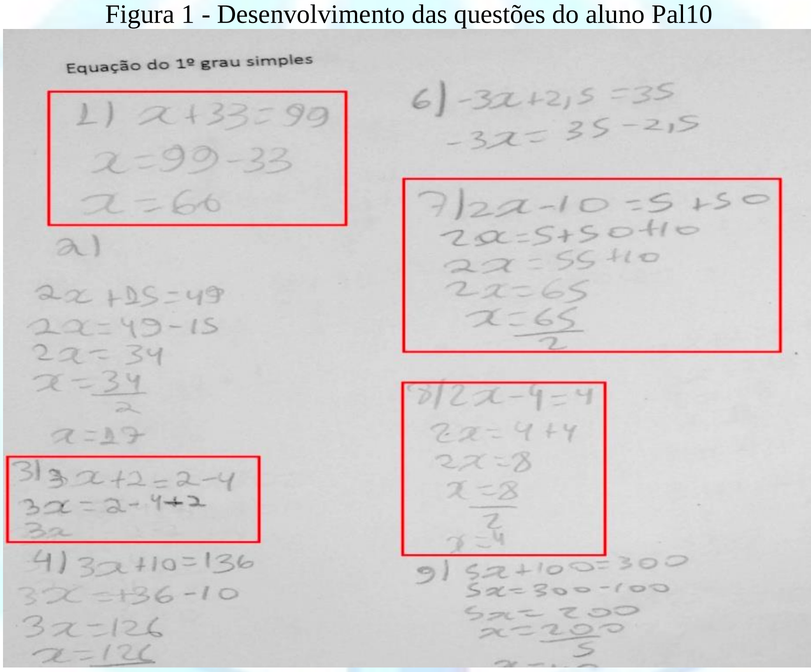
No total, neste tópico, foram resolvidas 366 questões no tópico Linguagem Matemática, distribuídas entre os três níveis de dificuldade, sendo que do total de questões desse tópico os estudantes erraram 47% das questões resolvidas.

Nota-se que os alunos dominam a representação dessa linguagem, mas dos alunos que erraram questões, 62% deles erraram questões do nível difícil, demonstrando não dominarem as que necessitam de uma interpretação de texto mais aprofundada.

No tópico *Equação do 1º grau simples* 73% atingiram a nota mínima de 0.6, desse percentual 50% obteve nota superior a 0.99. Foram realizadas 385 questões nesse tópico, sendo distribuídas em 130 difíceis, 142 médias e 113 fáceis. Todos os alunos receberam, no mínimo, uma questão do nível difícil, mesmo os que não conseguiram atingir 0.6. Isso demonstra que eles passaram do nível fácil para o médio, conseguindo interpretar a linguagem matemática, identificar a pergunta do problema e resolver as equações do 1º grau simples formadas.

Analisando o diário de campo do aluno Pal10, podemos supor que as questões incorretas foram por erro de interpretação (Figura 1).

Figura 1 - Desenvolvimento das questões do aluno Pal10



Fonte: A pesquisa

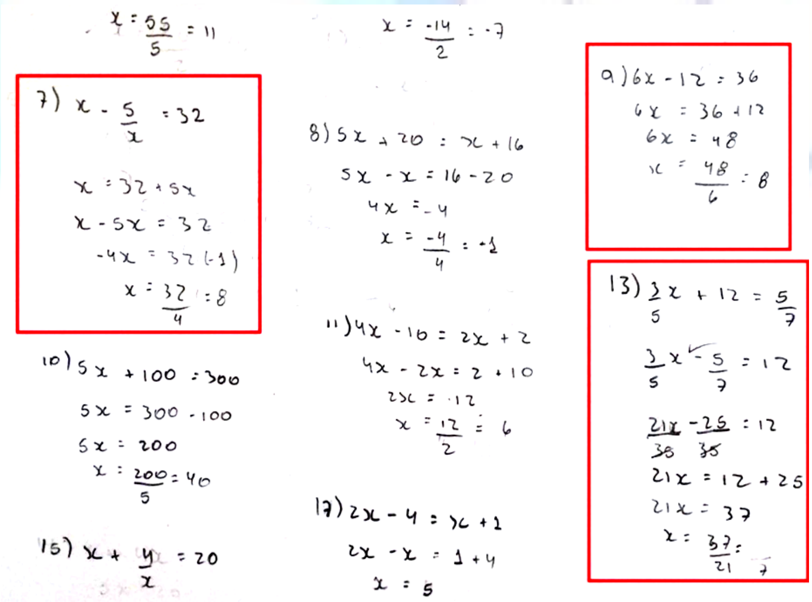
No exercício 1, o enunciado dizia “o triplo de um número”, mas o aluno Pal10 escreveu somente o número, errando seu desenvolvimento, e, por consequência, a transcrição para a linguagem matemática. Na atividade 7, o problema enunciava: “ O dobro de um número menos dez é igual a sua metade mais cinquenta”, observa-se que o aluno fez correto o dobro de um número menos dez, mas na parte da sua metade o aluno colocou 5, interpretando que é a metade do dez, ou seja, sua interpretação do problema foi errônea.

Nesse tópico, à resolução das equações foram bem-sucedidas, as questões erradas relacionaram-se interpretação e à montagem das equações. Logo, pelo percentual de acertos e análise dos desenvolvimentos nesse tópico, foi alcançado o objetivo.

No tópico *Equação do 1º grau elaborada* 15 alunos conseguiram notas superiores a 0.6, 4 alunos tiveram seus testes invalidados por extrapolarem o tempo máximo permitido em todas suas tentativas e uma aluna foi transferida da escola. U aluno teve nota máxima, 1.0, e um aluno teve nota 0.0. Os alunos que ficaram abaixo de 0.6 ficaram muito abaixo deste valor. Do total de 321 questões, 38% delas eram de nível difícil, demonstrando que os alunos transpuseram os outros níveis, mesmo tendo um índice de erro de 50,46%. Das questões respondidas erradas, 48% estão nesse nível de dificuldade. Para que os alunos possam ter esse índice de erros nas questões difíceis, é necessário que eles passem pelos outros dois níveis. Isso significa que dentro dos níveis de dificuldade que estão centralizados na interpretação dos enunciados e na resolução das operações que envolvem as incógnitas de ambos os lados da igualdade eles tiveram dificuldades referentes a quando necessita de interpretação mais profunda.

O aluno Pal01 fez um total de 20 questões, mas não conseguiu obter nota 0.6. Observou-se que o sistema iniciou o teste dele com uma questão de nível difícil, como errou a questão, o sistema baixou o nível, elevando-o assim que ele acertou. Na figura 2 será apresentado exemplos desse aluno para análise.

Figura 2 - Diário de campo dos estudantes aluno Pal01



Fonte: A pesquisa

Observe estas três resoluções grafadas, o aluno Pal01 compreendeu que no problema 6 no sistema (que ele representou em sua folha de resolução como o exercício 7), que tratava de um subtração de dois valores e que um se refere-se ao número e outro a quinta parte, mas ele não soube representar essa quinta parte, pois ao invés de representar $\frac{x}{5}$ representou por $\frac{5}{x}$, assim, levando-o à resolução errada da questão.

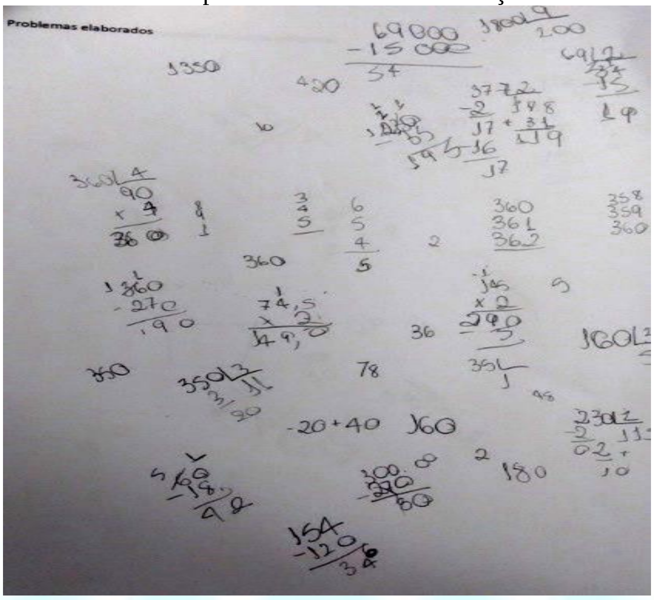
Fato semelhante ocorreu na questão 13 da sua resolução, em que o enunciado falava o seguinte: "Os $\frac{3}{5}$ de um número aumentado de 12 são iguais aos $\frac{5}{7}$ desse número", observe que o aluno escreveu $\frac{3}{5}x + 12 = \frac{5}{7}$, novamente esquecendo da parte de $\frac{5}{7}$ desse número, novamente errando a resolução da pergunta do sistema.

Dos 15 alunos que alcançaram a nota mínima, 8 fizeram 10 questões; para o restante foi necessário um número maior de questões a serem respondidas. Este tópico tinha como objetivo verificar se os alunos conseguiam interpretar o enunciado, montar as equações e resolver equações do 1º grau mais elaboradas, utilizando noções matemáticas além das quatro operações. Os alunos demonstraram dificuldade nas interpretações dos enunciados, pois os níveis de dificuldade estavam centrados na interpretação dos enunciados e posterior resolução.

Na análise do tópico *Problemas simples* os alunos responderam 360 questões nesse tópico, divididas em 98 de nível fácil, 105 de nível médio e 157 de nível difícil: 15 alunos obtiveram a nota mínima e 12 alunos quase zeraram o teste. Nenhum aluno obteve nota 1.0 e os que não alcançaram a nota 0.6 ficaram muito abaixo, sendo a mais "próxima" 0.31.

No tópico *Problemas Elaborados* foram realizadas um total de 328 questões distribuídas nos três níveis de dificuldade, sendo 134 no nível fácil, 103 no médio e 92 no difícil. Nesse tópico, observou-se que os alunos demonstraram dificuldade de interpretação; por vezes realizando perguntas de interpretação durante a aplicação do teste. Assim, apenas 48% deles conseguiram atingir a nota mínima de 0.6. Seis alunos tiveram seus testes invalidados, por não conseguirem responder as questões apresentadas. Tivemos também 9 alunos que obtiveram nota inferior a 0.1, enquanto dois tiveram nota 1.0, pontuação máxima. Dos alunos que haviam conseguido alcançar 0.6 no tópico problemas simples, apenas 11 conseguiram repetir isso nos problemas elaborados. Demonstraram dificuldades nas resoluções, por vezes, não utilizando artifícios algébricos conforme observa-se na figura 3, em que consta o diário de campo dos estudantes de resoluções.

Figura 3 - Diário de campo dos estudantes de resoluções do aluno Pal 21



Fonte: A pesquisa

Nota-se que o aluno ao conseguir uma interpretação mais precisa não utiliza muitos artifícios algébricos em sua resolução. Esse é um dos estudantes que obteve nota superior a 0.6 no teste adaptativo.

No tópico *Sistemas de equações* observa-se um total de 318 questões respondidas, sendo 121 questões no nível fácil, 98 no médio e 99 no difícil. Desse total, foram quase 54% das questões respondidas erroneamente. Quatorze alunos alcançaram notas superiores a 0.6 e 6 alunos tiveram seus testes invalidados por extrapolarem o tempo e/ou não terem conseguido responder aos problemas.

Os níveis de dificuldade nesse tópico foram determinados pelo tipo de interpretação solicitada e pelas operações envolvidas. As questões em que os estudantes mais erraram foram as de nível fácil, demonstrando dificuldade de interpretação nos enunciados. Na distribuição das marcações das respostas corretas, observou-se que as questões que os alunos mais acertaram foram as de nível médio, mas que não houve diferença muito grande entre os níveis.

Na análise do tópico *Resolver sistema de equação do 1º grau simples* foram respondidas um total de 336 questões, distribuídas nos três níveis de dificuldade, sendo 130 questões no nível fácil, 106 no nível médio e 100 no nível difícil. Desse total, os alunos obtiveram um total de 56% de questões respondidas erradas. No desenvolvimento do teste, daqueles alunos que concluíram, apenas 3 não conseguiram chegar às questões de nível difícil; os outros conseguiram desenvolver seus testes chegando até esse nível. O que chama atenção é que 59%

dos estudantes participantes do teste não conseguiram atingir a nota 0.6 e apenas 4 obtiveram nota máxima.

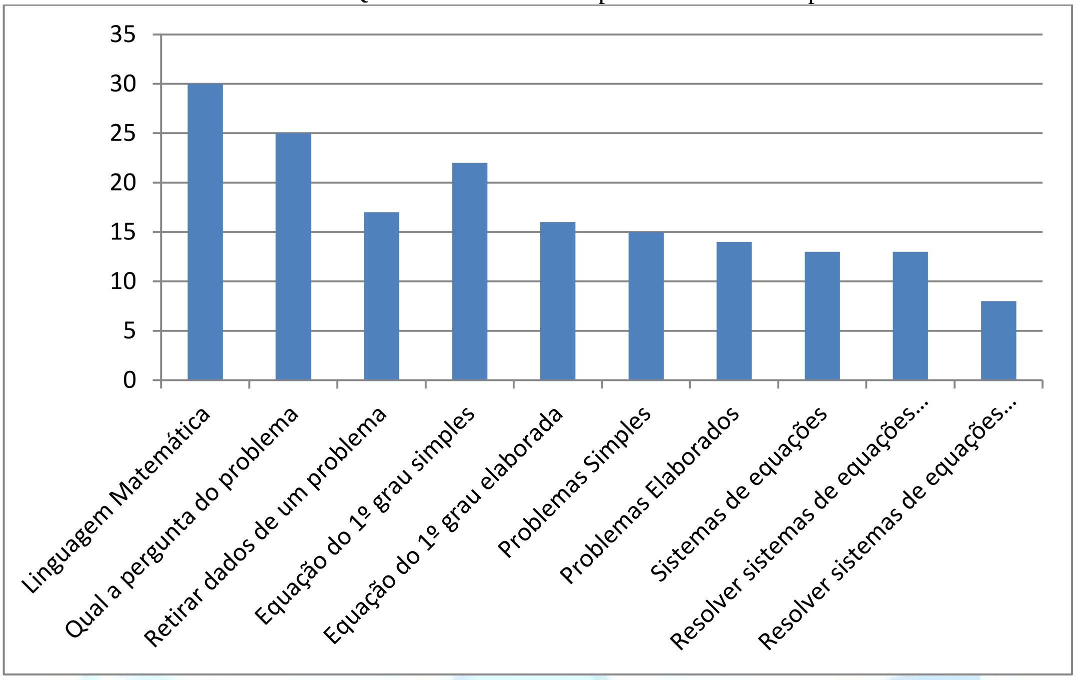
Na análise do tópico *Resolver sistema de equação do 1º grau* com duas incógnitas apenas 24% dos alunos atingiram o objetivo que era resolver situações-problema envolvendo sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Apenas 8 alunos obtiveram nota superior a 0.6 nesse tópico e 10 invalidaram seus testes. Também 9 alunos ficaram com notas inferiores a 0.01. Foram respondidas 275 questões, sendo que 168 foram respondidas errado. A porcentagem alta de erros no nível fácil demonstra que os alunos demonstraram muita dificuldade para chegar aos outros níveis. Das 57 respostas dadas às questões de nível difícil, 44 foram respondidas pelos 8 estudantes que obtiveram nota entre 0.6 e 1.0. Dos 9 alunos que não alcançaram nota 0.6, que tiveram os testes validados, apenas 3 não receberam questões desse nível para responder. Nesse tópico, o que define a dificuldade é a interpretação do problema, ou seja, o tipo de texto empregado e a resolução propriamente dita do sistema de equação, para poder encontrar a resposta correta.

Considerações finais

Os estudantes obtiveram desempenho relativamente bom nos tópicos em que necessitavam interpretação básica das operações envolvendo componentes algébricos. Os alunos, dentro dos passos destacados por Polya (1995), conseguiram realizar a compreensão dos problemas. No segundo passo desse autor, referente a estabelecer um plano para a resolução, os alunos também conseguiram atingir seus objetivos, pois se observou que, mesmo errando algumas questões, eles utilizavam artifícios algébricos para a resolução dos problemas. Na execução dos problemas, observou-se uma dificuldade nas questões em que era necessária leitura mais aprofundada.

Os tópicos em que os alunos se saíram melhores foram Linguagem Matemática e Equação do 1º grau simples. O gráfico 1 apresenta a quantidade de alunos que obteve aprovação em cada tópico, ou seja, daqueles que tiraram nota superior a 0,6.

Gráfico 1 - Quantidade de alunos aprovado em cada tópico



Fonte: A pesquisa

Observa-se que o tópico com o menor número de alunos que atingiram o objetivo foi resolução de sistema de equações elaboradas, com apenas 26,67% conseguindo aprovação. Os alunos apresentaram dificuldade na montagem e análise dos sistemas, assim comprometendo todo o desempenho desse tópico, não conseguindo organizar o sistema de equações do 1º grau.

Um ponto negativo observado foi que alguns, quando se deparavam com questões que possuíam enunciados muito extensos, desestimulavam-se e acabavam, por vezes, não realizando as questões por completo: ou por não compreenderam o enunciado ou por não conseguirem formalizar um raciocínio.

Os alunos, em linhas gerais, obtiveram um bom desempenho nos testes adaptativos atingindo os objetivos propostos, pois na resolução dos mesmos obtiveram a aprovação em mais de 50% dos tópicos utilizados nesta pesquisa. Em algumas situações em que demonstraram maior dificuldade, eles necessitaram de uma base algébrica mais apurada para a resolução dos problemas, sempre tentando trazer para a aritmética com vistas a resolver os problemas ao invés de pensar algebricamente.

É possível afirmar que os alunos do nono ano, desta escola da rede estadual de ensino do RS, possuem desenvolvida a competência de resolução de problemas que envolvam, na sua resolução, conhecimentos algébricos. Mas observa-se que os conhecimentos algébricos desses alunos necessitam de maior ênfase no domínio da linguagem algébrica quando há leitura de textos mais longos, e que na sua resolução deve-se resolver um sistema de equações.

Os alunos acharam os testes bem interessantes, mas afirmam ter dificuldade na interpretação dos enunciados, tornando, por vezes, as questões mais difíceis. Mesmo assim conseguiram realizá-las em sua maioria. Também colocaram como positivo nos testes realizados a possibilidade de perceber seus erros (pequenos ou grandes) e tentar saná-los.

O tópico em que obtiveram maior dificuldade foi o que envolvia sistemas de equações, pois alguns discentes conseguiram realizar a montagem do sistema e erraram a resolução. O tópico em que demonstraram maior facilidade foi o de Linguagem Matemática, no qual eles de acordo com o problema deveriam assinalar a alternativa que continha a expressão numérica correspondente ao problema.

Referências

AMERON, B. V. **Reinvention of early Algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra**. 2002. Tese de doutorado. Proefschrift Universit Utrecht. Disponível em: http://dspace.library.uu.nl/bitstream/handel/1874/874/full.pdf?sequence=18. Acesso em novembro de 2015.

BECHER, E. L. **Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do Ensino Médio**. Canoas (Dissertação de Mestrado PPGECIM), ULBRA, 2009.

BECHER, E. L.; GROENWALD, C. L. O., **Características do Pensamento Algébrico de Estudantes do 1º Ano do Ensino Médio**. Educação Matemática Pesquisa, v. 12, n. 2, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: 2016.

COSTA, D. R. **Métodos estatísticos em testes adaptativos informatizados.** 2009. 107 f. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

DALTO, J. O.; BURIASCO, R. L. C. **Problema proposto ou problema resolvido: Qual a diferença?** Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, V.35, n.3, p.449-461, set./dez. 2009.

ECHEVERRÍA, M. del P. P. A Solução de Problemas em Matemática. In: POZO, J. I. (org). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FALCÃO, J. T. R. **Linguagem algébrica**. Revista didática da Matemática. p.25-38. UFPE, 1997

FALCÃO, J. T. R. **Alfabetização algébrica nas séries iniciais. Como começar?** Boletim GEPEM, 42, 27-36, 2003.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. In. Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação de Professores, Lisboa, 2005. Disponível em: http://www.educ.fc.pt/docente/jponte/temporario/SEMLB/Fiorentini-Fernandes-Cristovão2.doc. Acesso em 03 de março de 2015.

GODINO, J. D.; FONT. V. **Razonamiento Algebraico y su Didáctiva para Maestros.** Disponível em: http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/. Acesso em: abril de 2015. Granada, Espanha: Universidade de Granada, 2003.

GROENWALD, C. L. O. **A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico**. Educação matemática em Revista – SBEM – RS. 1999, nº 1, 23-30.

GROENWALD, C. L. O.; MORENO, L. R. **Formação de Professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias**. Acta Scientiae, Canoas, v.8, n.2, jul./dez.2006.

KAIBER, C. T.; GROENWALD, C. L. O. Educação Matemática. In: BONIN, I. T.; RIPOLL, D.; KIRCHOF, E. R.; POOLI, J. P. (Orgs.) **Cultura, Identidades e Formação de Professores: Perspectivas para a Escola Contemporânea.** Canoas: Ed. ULBRA, 2008. P.225 – 248

KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. In Grows, D. A. (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning** (pp. 390-419). New York, NY: MacMillan, 1992.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: PAPIRUS, 1997.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS - NCTM. **Principios e Estándares para la Educación Matemática**. Trad. Manuel Fernández Reyes. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS – NCTM. **De los princípios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos**. Reston, Va.: NCTM, 2015.
NOVAK, J.; GOWIN D. **Aprediendo a aprender.** Barcelona: Ediciones Martínez Roca, S.A, 1988.

ONUCHIC, L. La R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, p. 199-218, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. – 2 Reimpr. – Rio de Janeiro: Interciencia, 1995.

PONTE, J. P. Numeros e álgebra no currículo escolar. In. VALE, Pimentel; SANTOS, Luis e CANAVARRO, Pedro. (Eds.) **Numeros e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. P. 5-27, Lisboa: 2006.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. *Lisboa*: DGIDC, 2009.

RADFORD, L. **Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia**. 1 ed. Editora da física, 2011.

RIBEIRO, A. J. **Álgebra para a formação de professores: explorando os conceitos de equação e de função**, 1 ed. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2015.

SANDS, W. A.; WATERS, B. K. **Introduction to ASVAB and CAT**. In: SANDS, W. A.; WATERS, B. K.; MCBRIDE, J. R. (Eds.). Computerized adaptive testing: from inquiry to operation. Washington: American Psychological Association, 1997.

SOUZA, M. H. S. **Matemática em questão**, 6º ano. São Paulo, Ed. Saraiva, 2013.

WAINER, H. **Computerized adaptive testing: a primer.** New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2000.

Submetido em Abril de 2019

Aprovado em Maio de 2019