



**Desenvolvimento dos Campos Conceituais Aditivo e  
Multiplicativo no Ensino dos Números Negativos: Uma Análise  
Crítica de Livros Didáticos**

**Development of Conceptual Fields Additive and Multiplicative in Teaching  
Negative Numbers: A Critical Analysis of Didactic Books**

Renata Arruda Barros<sup>1</sup>

Taíssa da Silva Lima Boaventura<sup>2</sup>

**RESUMO**

Nesse estudo, propomos uma análise crítica reflexiva em livros de matemática do sétimo ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático com a finalidade de investigar, à luz das teorias de campos conceituais de Gerard Vergnaud e obstáculos epistemológicos, como os conteúdos de números inteiros são abordados. A análise faz-se necessária diante das dificuldades encontradas no ensino aprendizagem de números inteiros na segunda fase do ensino fundamental. As teorias estudadas são de grande relevância, pois mostram como se dá o aprendizado matemático e quais as dificuldades para o pleno entendimento dessa matéria. Elaboramos uma pesquisa bibliográfica sobre as teorias e, por fim, a análise reflexiva dos livros.

**PALAVRAS-CHAVE:** Campos conceituais, obstáculos epistemológicos, livros didáticos, números inteiros.

**ABSTRACT**

In this study, we propose a critical reflexive analysis in seventh-grade mathematics textbooks approved by the National Plan of the Didactic Book in order to investigate the light of Gerard Vergnaud's conceptual field theories and epistemological obstacles such as content whole numbers are addressed. The analysis is necessary in view of the difficulties encountered in the teaching of whole numbers in the second phase of elementary education. The theories studied are of great relevance, since they show how mathematical learning is given and what the difficulties are for the full understanding of this subject. We elaborated a bibliographical research on theories and, finally, the reflective analysis of the books.

**KEYWORDS:** Conceptual fields, epistemological obstacles, textbooks, whole numbers.

<sup>1</sup> Instituto Federal do Rio de Janeiro/IFRJ Volta Redonda, RJ, Brasil. [renata.barros@ifrj.edu.br](mailto:renata.barros@ifrj.edu.br)

<sup>2</sup> Instituto Federal do Rio de Janeiro/IFRJ Volta Redonda, RJ, Brasil. [taissasilvalima@hotmail.com](mailto:taissasilvalima@hotmail.com)

## Introdução

É muito comum professores e alunos encontrarem dificuldades no ensino de números inteiros. Esse conteúdo é abordado a partir do sétimo ano do ensino fundamental e, na maioria das vezes, é encarado como um desafio. O documento norteador do ensino, Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's (BRASIL, 1997), expressam que ensinar e aprender números inteiros, não é uma tarefa simples para discentes e docentes.

Um trabalho sistematizado deve ser desenvolvido a fim de minimizar algumas dificuldades encontradas. Os PCN's (BRASIL, 1997) abordam ainda, as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas nos educandos.

- \* ampliar e construir novos significados para os números naturais, inteiros e racionais a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção;
- \* resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
- \* identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e inteiros, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não-matemáticos;
- \* selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação-problema proposta (BRASIL, 1997, p. 64).

Diante dessas exigências e das dificuldades encontradas, cabe uma reflexão: como os livros didáticos, aprovados pelo Programa Nacional do Livro didático (PNLD/2010), abordam os conteúdos de números inteiros?

É sabido que os livros, atualmente, são utilizados por professores e alunos como material didático e ocupam um lugar de destaque na maioria das salas de aula. Arruda e Moretti (2002) destacam que a utilização desse recurso vem da época de Comenius com sua Didática Magna, onde era proposto um único livro como referência ao aluno.

De acordo com Schubring (2003), os livros já existiam antes que fosse inventada a tecnologia para imprimi-los. Ao longo do tempo, os povos buscaram meios de registrar por escrito suas culturas, e buscaram um modo de preservá-las.

Ele representa não somente um material de apoio pedagógico ou recurso didático, mas um elemento cultural de estudo sistematizado, coletivo, capaz de auxiliar na construção do conhecimento, a partir de interações e mediações docentes, escolhas e análises crítico-reflexivas.

Com todos esses atributos e importância no contexto escolar, é importante analisar como esse material didático aborda alguns conteúdos. Nesse contexto, esta pesquisa se restringe ao conteúdo de números inteiros (trabalhado a partir do 7º ano do ensino fundamental) visto que ele é apontado, pelo próprio documento norteador da educação, como um obstáculo tanto para professores como para alunos (BRASIL, 1997). Dessa maneira, optou-se por analisar como esse conteúdo é abordado nos livros didáticos, a partir das teorias de campos conceituais e obstáculos epistemológicos.

Destaca-se que a escolha pela teoria de campos conceituais de Gérard Vergnaud, se deu, pois essa teoria psicológica ajudará a entender a maneira como se dá o conhecimento e como o mesmo deve ser trabalhado, de forma a garantir um melhor aprendizado.

Já a teoria de obstáculos epistemológicos foi escolhida, pois ajudará a entender a origem das dificuldades encontradas no processo de aprendizagem dos números inteiros, de forma a facilitar a reflexão a respeito dos processos necessários à superação destas dificuldades.

Ainda levantam-se as seguintes perguntas de pesquisa: como os obstáculos epistemológicos sobre números inteiros são tratados nos livros didáticos? De que forma as situações propostas para o ensino de números inteiros nos livros didáticos se adequam a teoria de campos conceituais? Até que ponto o foco da abordagem é excessivamente voltado para repetições de fórmulas e procedimentos?

A hipótese de pesquisa é que o livro didático pode restringir a atuação do professor no pleno desenvolvimento do campo conceitual ao desconsiderar os obstáculos epistemológicos presentes na construção do conceito de número inteiro.

Sendo assim, o objetivo geral da pesquisa é analisar o modo como os livros didáticos apresentam o conceito de números inteiros, à luz da teoria de campos conceituais e obstáculos epistemológicos.

Pretende-se verificar a abordagem dos livros didáticos sobre os conteúdos de números inteiros atende as recomendações propostas pelos documentos oficiais, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e também se o foco da abordagem dos livros didáticos sobre os conteúdos de números inteiros está direcionado a repetições de fórmulas e procedimentos. Pretende-se ainda avaliar como as situações são propostas pelos livros didáticos, como os livros abordam as questões históricas ligadas ao

processo de construção dos números inteiros e se os livros didáticos tratam dos obstáculos epistemológicos presentes no processo de construção dos números inteiros.

### **Teoria dos campos conceituais**

Gérard Vergnaud, diretor emérito de estudos do Centro Nacional de Pesquisas Científicas (CNRS), em Paris, é o precursor da teoria psicológica de campos conceituais.

A teoria ajuda a entender como as crianças constroem os conhecimentos matemáticos e como elas aprendem. O pesquisador baseia-se nas teorias de Piaget, e faz referências a ela. Os estudos são embasados tanto em Piaget como em Vygotsky uma vez que Vergnaud considera as ideias de adaptação, desequilibração, reequilibração (que fazem parte do conceito de esquema) e dá importância às interações sociais e à linguagem no processo de compreensão dos campos conceituais pelos alunos.

Vergnaud define campos conceituais como sendo, em primeiro lugar, um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos de naturezas distintas (MOREIRA, 2002, p. 3).

Para o pesquisador, todo conceito matemático está inserido em um campo conceitual. O campo conceitual, por sua vez, é composto de várias situações de diferentes tipos.

Campo conceitual é, para ele, um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição (MOREIRA, 2002, p. 8).

O saber, para o autor, é construído a partir de diferentes problemas que surgem. Esses problemas são conceituados de “as situações”. Um conceito não se forma com uma única situação, ele depende de tempo, experiências e maturidade. Para o pesquisador, o campo conceitual é visto como uma unidade de estudo para dar sentido às dificuldades observadas na conceitualização do real.

Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um longo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem (MOREIRA, 2002, p. 8).

Os campos conceituais são aprendidos ao longo de um longo período de tempo, isso não ocorre em pequenos lapsos de horas, dias, semanas, meses ou anos. Não é em pouco período que a criança compreende um novo conceito. A própria teoria garante que:



A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes, uma dezena de anos, com analogias e mal-entendimentos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes (MOREIRA, 2002, p. 9).

Temos como exemplo o tempo levado para compreender o processo de adição dos inteiros. Se pensarmos em uma situação que parece simples para um adulto, podemos perceber quantos conceitos estão envolvidos e quanto o educando precisa ter adquirido de conceitos para resolver com sucesso a situação proposta. Para solucionar “Beatriz tinha 6 balas e ganhou 5 de sua mãe. Quantas balas ela tem?”, podemos observar uma quantidade de conceitos circundados, como: adição, noção de tempo (tinha/tem); contagem e sistema decimal. Como elucidado, esses conceitos demandam um intervalo de tempo e, para que os sujeitos os dominem, novas propriedades e problemas devem ser estudados.

É importante ressaltar que as dificuldades que aparecem no domínio desses campos não podem ser simplesmente contornadas, ignoradas ou esquecidas, isso não garante a aprendizagem, elas devem ser encontradas e enfrentadas.

Moreira (2002) destaca a importância de compreender que cada conceito se divide num triplete de três conjuntos,  $C = (S, I, R)$ , onde:

S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;  
 I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;  
 R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (MOREIRA, 2002, p. 10).

Aqui podemos entender os sentidos de conceito. Ele é um conjunto de situações que podem surgir, sejam elas didáticas ou apenas episódios cotidianos - temos então S; para resolver essa nova situação o aluno precisa evocar conhecimentos e, todo esse conhecimento usado é denominado I. Já o R é toda forma de representar esse conhecimento evocado.

O conceito de situação empregado por Vergnaud não é o de situação didática, mas sim o de tarefa, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias. A dificuldade de uma tarefa não é nem a soma nem o produto das diferentes subtarefas envolvidas, mas é claro que o desempenho em cada subtarefa afeta o desempenho global (MOREIRA, 2002, p. 11).

Essas tarefas são as situações vivenciadas pelas crianças e, como já dito, podem ser didáticas ou não. A partir delas, as concepções humanas vão se estruturando e se moldando. Daí há necessidade de propiciar aos educandos situações que os estimulem de maneira a gerar novos conhecimentos. Quando o professor pede, por exemplo, para que o aluno resolva a situação exemplificada “Beatriz tinha 6 balas e ganhou 5 de sua mãe. Quantas balas ela tem?”, a criança está diante de uma situação. A mesma coisa acontece quando ela precisa verificar se o troco que recebeu está correto. Todas essas situações vivenciadas, quando dominadas ou modificadas pelos educandos, geram novas concepções. A partir de várias situações, os conceitos vão ganhando significado.

Para resolver uma situação-tarefa, o aluno precisará organizar ações que o permitam finalizar com sucesso o que lhe foi apresentado. Essa organização é o que Vergnaud define como esquemas. São os esquemas que dão significado às situações:

Um esquema é um universal que é eficiente para toda uma gama de situações e pode gerar diferentes sequências de ação, de coleta de informações e de controle, dependendo das características de cada situação particular. Não é o comportamento que é invariante, mas a organização do comportamento (MOREIRA, 2002, p. 12).

Podemos entender os esquemas como as ações utilizadas pelo sujeito. Elas podem ser gestuais, como por exemplo, contar objetos, contar os dedos das mãos e dos pés, montar diagramas, gráficos e podem também ser verbais.

É válido evidenciar que toda essa organização de ações é subjetiva e varia de indivíduo para indivíduo. Em uma tarefa proposta, cada aluno escolherá um esquema e o utilizará para chegar a uma resolução, sendo que ele pode ser evocado de forma simultânea a cada nova situação. Tomamos, por exemplo, uma situação corriqueira de sala de aula. Uma professora propõe aos alunos uma situação:

Felipe está lendo um livro que possui 80 páginas, até hoje ele já leu 64 dessas páginas. Quantas páginas faltam para o menino concluir a leitura?

Na turma, todos com a mesma faixa etária, várias resoluções diferentes podem aparecer como solução para a situação. Um aluno pode usar a subtração ( $80 - 64$ ); outro aluno pode contar nos dedos quantas páginas faltavam para completar 80 ( $64 + 16$ ). Essas formas de organizar o pensamento para a resolução, tomamos como esquemas e eles variam de sujeito para sujeito.

O esquema está diretamente ligado à forma como cada um reage a novas tarefas. E para a organização dos mesmos, muitos “ingredientes” são utilizados. Metas e antecipações,

regras de ação do tipo “se, então” permeiam a mente do indivíduo a fim de buscar informações para sua ação.

Quanto mais esquemas o indivíduo tiver, mais condições de solucionar as tarefas ele terá. Seu desenvolvimento cognitivo se dará à medida que o seu repertório de esquemas for mais vasto. Se o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias para solucionar a situação, haverá um tempo de reflexão e exploração, com a tentativa de utilização de vários esquemas. Caso o esquema seja ineficaz, ele será modificado.

É importante que o educando esteja em contato com vários tipos de situação para que ele estruture seu pensamento e crie esquemas para resolver os desafios que lhes são propostos. Nesse contexto, cabe uma reflexão: será que as situações apresentadas nos livros são suficientes para desenvolverem várias concepções, pensamentos e significados?

Aqui, cabe ao professor auxiliar o aluno para que este se aproprie de vários esquemas pois, quanto maior o número de esquemas, mais facilidade ele terá de lidar com as situações que lhe são apresentadas. Deve-se, porém, ter um cuidado para que estes não se tornem estereótipos, eles devem ter significado para quem os utilizar. É inquestionável a importância de se fugir da memorização e repetição de procedimentos, que podem criar estereótipos em vez de esquemas matematicamente válidos e consistentes de significado para quem o utiliza.

Nesse contexto, é válido refletir se os materiais utilizados pelos professores e alunos também fogem dessa repetição. Os livros didáticos, por exemplo, não devem elucidar e valorizar a cultura da memorização e da repetição de fórmulas e procedimentos. Esse instrumento de apoio deve, na verdade, apresentar um vasto repertório de situações que preparem o aluno para resolver diversos problemas e, ao mesmo tempo, que estas situações tenham significado para o leitor.

Entendendo o significado de conceito, situação e esquema, podemos falar dos invariantes operatórios, que são definidos como os conhecimentos contidos nos esquemas. É através dele que o aluno soluciona a situação. Ele é dividido em: conceito-em-ação e teorema-em-ação:

Designam-se pelas expressões "conceito-em-ação" e "teorema-em-ação" os conhecimentos contidos nos esquemas. Pode-se também designá-los pela expressão mais abrangente "invariantes operatórios" (1993, p. 4). Esquema é a organização da conduta para uma certa classe de situações; teoremas-em-ação e conceitos-em-ação são invariantes operacionais, logo, são componentes essenciais dos esquemas e determinam as diferenças entre eles. Os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação são os conceitos utilizados nos esquemas. O primeiro pode ser entendido como uma

proposta/proposição tida como verdadeira, já o segundo é uma categoria de pensamento tida como relevante (MOREIRA, 2002, p. 14).

Para resolver um problema, por exemplo, o indivíduo precisa compreender os conceitos envolvidos nele e mesmo que de forma implícita, criar um teorema em sua mente. Tomando o exemplo utilizado: “Beatriz devia R\$ 15,00 no mercadinho próximo a sua casa. Ela pagou uma parte dessa dívida e continuou com um saldo negativo de oito reais. Qual a quantia paga?”, observamos a quantidade de conceitos-em-ação envolvidos nessa compreensão como: adição, noção de tempo, contagem, sistema decimal, estado inicial e final. Ainda há o raciocínio contrário para encontrar a situação final, o indivíduo deverá adicionar 8 unidades as 15 unidades negativas existentes. Para isso, um teorema-em-ação deve ser utilizado. Todo esse pensamento está inteiramente ligado. Os conceitos são “ingredientes” dos teoremas e os teoremas dão sentido aos conteúdos.

Segundo Moreira (2002), devemos considerar que, na maioria das vezes, os alunos não são capazes de explicar ou mesmo expressar em linguagem natural os teoremas e os conceitos em ação.

A maioria desses conceitos e teoremas-em-ação permanecem totalmente implícitos, mas eles podem também ser explícitos ou tornarem-se explícitos e aí entra o ensino: ajudar o aluno a construir conceitos e teoremas explícitos, e cientificamente aceitos, a partir do conhecimento implícito. É nesse sentido que conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornarem-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos, mas isso pode levar muito tempo. Nessa situação, cabe ao ensino ajudar o aluno a construir esses conceitos que estão implícitos em seus pensamentos de forma que consigam ser explicitados e reconhecidos como teoremas científicos (MOREIRA, 2002, p. 15).

Ao professor, cabe a tarefa de mediador, pois ele é quem ajuda no processo que caracteriza o domínio do campo conceitual por parte do aluno. É função também auxiliar os educandos na aquisição de novos esquemas e invariantes operatórios para que o aluno seja capaz de resolver com êxito as várias situações a que for submetido. O aluno deve estar sempre em contato com situações frutíferas para que o conceito seja significativo. Nesse sentido, pretende-se avaliar de que forma os livros didáticos podem auxiliar os professores a desempenharem esse papel.

O campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto de situações que envolvem o conceito de adição, subtração ou uma combinação destas duas operações. É notável que não há um campo para a subtração visto que subtrair nada mais é que somar um número positivo a um número negativo. Percebemos então que a adição e subtração fazem parte de um único



campo conceitual. Juntos, adição e subtração formam sistemas organizados que devem ser estudados.

Tomamos, por exemplo, a situação a seguir: Marina tinha algumas figurinhas, ganhou 15 num jogo e ficou com 35. Quantas figurinhas ela tinha? Observe que uma mesma situação pode ser resolvida usando a adição ou a subtração. O aluno pode estabelecer como esquema operar:  $35 - 15$  e chegar com êxito na solução do problema, assim como pode também usar a adição e contar de 1 em 1 a partir do número 15, tendo também a solução desejada, 20.

No campo aditivo, as tarefas e situações encontradas são classificadas como: composição, transformação e comparação.

Na composição são apresentadas duas partes e tem que se achar o todo, ou ainda, sabendo o todo descobrir uma das partes. Por exemplo, numa classe, há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há ao todo?

Na transformação, há uma mudança no estado inicial, essa mudança pode ser de perda ou ganho. Por exemplo, Pedro tinha 37 bolinhas, mas perdeu 12. Quantas bolinhas ele tem agora?

Já na comparação encontramos o confronto entre duas quantidades, como no exemplo a seguir: Paulo tem 13 carrinhos e Carlos tem 7 a mais que ele. Quantos carrinhos tem Carlos?

Todas essas situações são referentes ao campo aditivo. Como já mencionado, os indivíduos precisam apresentar vários esquemas e invariantes operatórios que os deem condições de resolverem essas diferentes situações que podem aparecer.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto de situações cujo domínio requer uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação de tais operações. (MOREIRA, 2002, p. 9). Juntos, multiplicação e divisão formam sistemas organizados que devem ser estudados.

Vergnaud define campo conceitual como sendo, em primeiro lugar, um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos de naturezas distintas. Por exemplo, o campo conceitual das estruturas multiplicativas consiste de todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações. Vários tipos de conceitos matemáticos estão envolvidos nas situações que constituem o campo conceitual das estruturas multiplicativas e no pensamento necessário para dominar tais situações (MOREIRA, 2002, p. 9).

Na situação a seguir, podemos perceber um problema que envolve multiplicação e divisão: Oito crianças levaram 16 refrigerantes ao aniversário de Carolina. Se todas as

crianças levaram a mesma quantidade de bebida, quantas garrafas levou cada uma? Na resolução do problema, o aluno pode operar  $16$  dividido por  $8$  e obter o resultado: cada criança levou  $2$  garrafas ou, ainda, operar:  $2 \times 8 = 16$  e também obter a resposta correta.

No campo multiplicativo, as tarefas são organizadas em: proporcionalidade, organização retangular e combinatória.

Os problemas que envolvem proporcionalidade apresentam a ideia de regularidade entre elementos. Por exemplo, na festa de aniversário de Carolina, cada criança levou  $2$  refrigerantes. Ao todo,  $8$  crianças compareceram à festa. Quantos refrigerantes havia? Há uma regularidade na tarefa,  $A$  está para  $B$  na mesma medida que  $C$  está para  $D$ .

Na multiplicação retangular, as tarefas envolvem pensamentos de linha  $\times$  coluna. Por exemplo, em um salão temos  $5$  fileiras com  $4$  cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há nesse salão? Ou ainda: Um salão tem  $20$  cadeiras, com  $4$  delas em cada fileira. Quantas fileiras há no total?

Já as tarefas de combinatória envolvem combinação de elementos. Por exemplo, uma menina tem  $2$  saias e  $3$  blusas de cores diferentes. De quantas maneiras ela pode se arrumar combinando as saias e as blusas? Os elementos são combinados entre si.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), recomendam que as situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas sejam exploradas a partir dos primeiros anos de escolaridade e elas devem ser trabalhadas ao longo de todo o processo de maneira a permitir que o aluno resolva problemas cada vez mais complexos. No entanto deve-se ter cuidado para que essas tarefas tenham significado. É indiscutível a necessidade de se fugir da memorização e repetição.

### **Obstáculos epistemológicos presentes no processo de construção dos números inteiros**

Os PCN mostram a maneira como os números podem ser abordados e apontam como estes podem proporcionar situações que levem à aprendizagem. Até o fim do sexto ano de escolaridade é exigido que os alunos apresentem aptidão para resolverem todas as tarefas que envolvam transformação, composição e comparação. Já no sétimo ano, os educandos entram em contato com os números inteiros, uma nova aprendizagem (BRASIL, 1997).

Bachelard (1947) afirma que as dificuldades presentes no processo de ensino-aprendizagem podem estar ligadas aos obstáculos epistemológicos. Os pensamentos de

Bachelard (1947) em sua teoria de aprendizagem são um caminho para compreender como as dificuldades se dão e como elas podem ser enfrentadas.

Segundo Pommer (2010), os pensamentos de obstáculos epistemológicos foram introduzidos por Gaston Bachelard, sua ideia foi difundida e posteriormente utilizada por Guy Brousseau. Iglori (2010) definiu que estes obstáculos são parte constitutiva do conhecimento e não podem ser evitados.

Entende-se os obstáculos epistemológicos como heranças históricas que não se pode fugir, eles se devem às resistências advindas do próprio processo de construção do conhecimento e fazem parte da construção do saber, sendo encontrados na história do desenvolvimento e evolução dos conceitos. O obstáculo epistemológico está vinculado ao processo de construção histórica e a aprendizagem do aluno.

A noção de obstáculo epistemológico como sendo aquele obstáculo ligados a resistência de um saber mal-adaptado, (...) sendo um meio de interpretar alguns erros recorrentes e não aleatórios, cometidos pelos estudantes, quando lhes são ensinados alguns tópicos da matemática (IGLIORI, 2010, p. 99).

Nessa perspectiva, a ideia de analisar o conhecimento matemático e tentar entender como se dá o processo de construção desse conhecimento é um caminho para entender e superar os obstáculos que aparecerão.

De maneira mais específica, estudaremos o conjunto dos números inteiros e os obstáculos enfrentados em toda a sua estruturação. Iglori (2010) analisou esses obstáculos existentes no estudo dos números negativos e pontuou:

A noção de número, por exemplo, foi sendo elaborada num processo de enfrentamento de obstáculos. É o caso, por exemplo, da conceituação dos números negativos, da introdução do número zero, da conscientização da existência de um número irracional, do número imaginário (IGLIORI, 2010, p. 104).

Esses conceitos não eram intuitivos ao ser humano e por esse motivo foi um obstáculo que assolou o mundo matemático. Iglori (2010) destaca que a construção dos números negativos foi de uma lentidão surpreendente (1500 anos, de Diofante a nossos dias).

Boyer (1974) destaca que, para os gregos, “números” sempre se referia a achar números inteiros positivos naturais. O conceito de números negativo vai aparecer na China em 300 a.C. de forma rudimentar nas atividades cotidianas e, mesmo assim, as respostas negativas não eram aceitas como solução de equações. Percebe-se que o conceito de número negativo já era um desafio naquela época.

Depois dos chineses, acredita-se que os hindus trabalharam com os números negativos e tinham um símbolo para representar as dívidas.

Na cultura árabe, as equações que geravam um resultado inteiro negativo eram simplesmente abandonadas, sendo assim os números negativos demoram a ser aceitos no ocidente.

Em 1484 que um número negativo apareceu relacionado ao resultado de uma equação. Os símbolos usuais de + e - foram concebidos em 1489 em um livro de aritmética. Mas, apenas no século XIX, os negativos foram destacados como uma ampliação dos números naturais e passaram a integrar a hierarquia dos números inteiros.

Diante da história dos números inteiros, fica evidente que o ser humano ao longo da construção do conceito, enfrentou desafios para aceitar a existência desse conjunto de números e muitos anos se passaram até que ele fosse realmente integrado a hierarquia numérica.

### **Metodologia da Pesquisa**

Foi realizada uma pesquisa bibliográfica de cunho qualitativo, com o objetivo de analisar de forma reflexiva os conteúdos de números inteiros do sétimo ano do ensino fundamental a luz de duas teorias: teoria dos campos conceituais e de obstáculos epistemológicos.

Foi pesquisado, no primeiro momento, pontos importantes sobre a teoria de Vergnaud e, no segundo momento a teoria de obstáculos epistemológicos sociais e históricos. Em outra etapa, os livros de matemática do 7º ano foram analisados a fim de verificar como o assunto de números inteiros é abordado. Pesquisou-se, ainda, a forma como as situações são propostas para trabalhar o conceito de números inteiros. Cada análise foi anotada e comparada com outro livro didático. Foi feito um questionário para nortear a pesquisa e garantir que todos os livros fossem avaliados com o mesmo olhar. As perguntas são: Os livros tratam os obstáculos epistemológicos? O livro aborda aspectos históricos relacionados aos números negativos? O livro apresenta diversas situações que deem sentido ao conceito? O livro, ao abordar os conceitos ligados à operação de números inteiros negativos, apresenta diversas situações? O livro relaciona a multiplicação/divisão de números negativos aos aspectos considerados importantes na teoria de campos conceituais de Vergnaud? O livro relaciona a



adição/subtração de números negativos aos aspectos considerados importantes na teoria de campos conceituais de Vergnaud?

A partir da resposta dessas perguntas, foi feita uma análise comparativa dos resultados.

A pesquisa foi embasada nas teorias de campos conceituais e obstáculos epistemológicos, pois elas auxiliam na compreensão de como se dá a aprendizagem matemática e quais os obstáculos para sua assimilação.

Os livros pesquisados foram sorteados entre os livros de matemática do sétimo ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático do ano de 2018. As análises reflexivas foram feitas em três desses livros, pois, acredita-se que essa quantidade possibilitará uma comparação dos materiais.

### **Análise dos livros didáticos**

A primeira obra analisada foi Mazzeiro e Machado (2015). O livro apresenta um capítulo com quinze páginas destinadas ao conteúdo de números positivos e números negativos, divididos em três seções: uma destinada a compreender o conceito de número positivo e número negativo, uma destinada a adição de números inteiros e outra a subtração destes números.

Nas primeiras páginas do capítulo, o autor apresenta uma reta numérica dos números naturais a fim de explorar os conhecimentos prévios dos alunos. Partindo dessa reta, o conteúdo de números inteiros é abordado. Não há exposição direta do conceito de números positivos e negativos. São apresentadas uma sequência de atividades que envolvem altitude, saldos e débitos, distâncias e temperaturas.

Há, no livro, diversas situações práticas sobre o conteúdo, no entanto, não há nenhuma menção histórica sobre o processo de construção dos números inteiros ou qualquer outro fato histórico que faça referência ao conteúdo. Entretanto, o obstáculo epistemológico de aceitação da ideia de quantidade negativa é trabalhado a partir das situações já mencionadas.

As próximas páginas apresentam as operações com os inteiros. A apresentação é feita com a utilização da reta numérica associada à noção de direção. Não há exposição direta de fórmulas para a resolução da adição e subtração, mas há situações que induzem o aluno a descobri-las. Há situações de composição nas atividades de adição e situações de

transformação na subtração e há também exercícios de aplicação direta de procedimentos de cálculos.

A adição é apresentada, a princípio, através da exploração de saldos bancários, em seguida é mostrada na reta numérica e é trabalhada com noção de direção (direita e esquerda). Encontra-se duas situações em que o aluno deve completar uma tabela somando os inteiros, para isso, deve-se considerar cada número positivo como saldo e cada número negativo como débito. Nesse tópico, assim como no anterior, em nenhum momento as questões históricas foram abordadas.

A subtração é abordada a partir da ideia da adição, ou seja, a subtração é vista como a adição do oposto. As situações são em número bem reduzido, uma situação aborda gols de um campeonato e outra, extrato bancário. Não há, mais uma vez, situações que abordem as questões históricas.

Em nenhum momento, seja na adição ou na subtração, houve exposição direta de fórmulas para as operações com os números inteiros.

O livro não apresenta conceitos, nem situações que envolvam multiplicação e divisão de números inteiros.

A segunda obra analisada é Centurión e Jakubovic (2015). O livro tem um capítulo destinado aos números inteiros divididos em três seções: uma destinada a compreender o conceito de número positivo e número negativo, uma destinada a adição e subtração de números inteiros e a última destinada a multiplicação e divisão de inteiros.

Tem-se, no começo, várias situações para abordar os conceitos de números inteiros: temperatura, altitudes, elevadores e calendário cristão. Há ainda, a apresentação histórica da construção do conjunto dos números negativos. O texto apresenta uma cronologia sobre os números inteiros e faz menção a vários matemáticos que contribuíram de forma positiva para a construção desse conjunto numérico.

A operação da adição é apresentada fazendo-se relação com conceitos já estudados (números naturais) e com a utilização de bolinhas nas cores verdes e vermelhas para representarem quantidades negativas. Essas quantidades se anulam quando somadas já que cada uma das cores representa um número positivo e outro negativo. Diversas situações são abordadas para trabalhar o conceito de adição.

A subtração é apontada da mesma forma que a adição, com utilização de bolinhas coloridas representando os números positivos e negativos. Encontra-se, no material, um tópico com ações práticas para darem sentido a subtração.

Há também, um tópico que faz relação com conteúdos já estudados em anos anteriores. O autor apresenta a adição e a subtração como operações inversas assim como no conjunto dos números naturais. Ele ainda ressalta que: subtrair um número negativo equivale a somar seu oposto.

A multiplicação é abordada em um contexto histórico que menciona a história da construção dos números inteiros. O autor utiliza, no primeiro momento, a ideia da adição de parcelas iguais para abordar o conteúdo e a ideia de comutatividade. Ele apresenta o produto  $3 \cdot (-4)$  como:  $(-4) + (-4) + (-4) = -12$

Ao final dessa abordagem, o autor apresenta a regra de sinais: O produto será positivo se dois números tiverem sinais iguais e será negativo se tiverem sinais diferentes.

A terceira obra analisada é Dante (2016). O livro apresenta um capítulo com quarenta e seis páginas destinadas ao conteúdo de números inteiros, divididos em: introdução; explorando a ideia de número positivo e número negativo; o conjunto dos números inteiros; comparação de números inteiros; operações com números inteiros; expressões numéricas e coordenadas cartesianas com números inteiros.

Nas primeiras páginas, o autor apresenta diversas situações para que o leitor possa construir o conceito de números inteiros. O trabalho é realizado com situações que envolvem temperatura, altitude e fuso horário. Há, também, uma atividade prática que pode ser feita em sala a fim de dar sentido aos conceitos envolvidos no processo de aprendizagem do campo numérico dos números inteiros. Encontra-se, no livro, diversas situações, no entanto, nesse primeiro contato com os inteiros não há nenhuma menção histórica sobre o processo de construção dos números inteiros ou qualquer outro fato histórico que faça referência ao conteúdo. Entretanto, o obstáculo epistemológico de aceitação da ideia de quantidade negativa é trabalhado a partir das situações já mencionadas.

As próximas páginas apresentam as operações com os inteiros. A apresentação é feita com a utilização da reta numérica associada à noção de direção. Não há exposição direta de fórmulas para a resolução da adição e subtração, mas há situações que induzem o aluno descobri-las. Há situações de composição nas atividades de adição e situações de

transformação na subtração e há também exercícios de aplicação direta de procedimentos de cálculos.

A adição é apresentada na reta numérica e a subtração com o cálculo da operação inversa da seguinte forma: o resultado de uma subtração de números inteiros pode ser obtido por meio da adição do primeiro número com o oposto do segundo. Sendo assim, o livro utiliza o conceito de simétrico aditivo para introduzir o conceito de subtração de números inteiros. Mais uma vez, em nenhum momento as questões históricas foram abordadas.

Na abordagem da multiplicação e divisão, há uma grande quantidade de atividades em que se privilegia a aplicação direta de procedimentos. O autor começa com o conceito de multiplicação ligado a uma tabela multiplicativa para apresentar a regularidade presente. O aluno deve reproduzir o quadro e após, deduzir os procedimentos (na multiplicação, se um fator é zero, o resultado é zero; O produto de dois números com sinais iguais têm sempre sinal positivo; o produto de dois números com sinais diferentes tem sempre sinais negativos). Há, em sequência, uma quantidade de atividades para se resolver com aplicação desses procedimentos.

A divisão é apresentada como operação inversa da multiplicação. Para efetuar, por exemplo  $(-12):( +3)$ , o aluno deverá ter o seguinte pensamento: qual é o número que multiplicado por  $+3$  resulta em  $-12$ ? Após essa pequena apresentação do conceito de multiplicação e divisão, os alunos devem seguir com as atividades voltadas a aplicação dos procedimentos ensinados e aprendidos.

Ao contrário do que acontece com a adição e a subtração, o livro não apresenta situações que deem sentido ao conceito de multiplicação e divisão. Em nenhum momento o livro menciona, seja no conteúdo ou nas atividades, relações entre as operações de multiplicação e divisão e os aspectos conceituais do campo multiplicativo (como o pensamento proporcional, por exemplo).

Assim como na introdução, adição e subtração, a multiplicação e divisão não apresentam questões históricas relacionadas ao conteúdo.

### **Considerações finais**

A partir da análise dessas três obras didáticas, pode-se perceber como o conteúdo de número inteiro é abordado e como as situações são apresentadas.



Os três livros tratam do assunto em apenas um capítulo, variando a quantidade de páginas e de seções destinadas ao assunto. Em relação ao tratamento dos obstáculos epistemológicos, percebe-se que as três obras apresentam uma abordagem voltada para a superação dos obstáculos epistemológicos ligados a aceitação da ideia de quantidade negativa. Entretanto, quando passam a tratar das operações com números inteiros, o tratamento de obstáculos epistemológicos é abandonado.

Em relação à preocupação com os aspectos históricos relacionados aos números negativos: as abordagens históricas sobre o processo de construção do conjunto dos números inteiros ainda se mostram escassas sendo que apenas uma das obras analisadas apresentou preocupação com a questão.

Em relação ao questionamento: “O livro apresenta diversas situações que dêem sentido ao conceito?”, observa-se que as três obras iniciam o capítulo com situações diferenciadas para que o conceito de número inteiro seja compreendido. Nessa etapa, nota-se que há uma preocupação em apresentar diversas situações. Todos os autores trabalham com várias situações para expor e construir o conceito. Há um trabalho com: altitudes, saldos e extratos bancários, distâncias, temperaturas, calendário cristão e fuso horário. Com isso, percebe-se que existe uma boa abordagem na questão de construção de conceito. Há diversas situações que auxiliam, também, no entendimento e na aceitação da quantidade negativa.

Em relação aos questionamentos: “O livro, ao abordar os conceitos ligados à operação de números inteiros negativos, apresenta diversas situações?”, “O livro relaciona a adição/subtração de números negativos aos aspectos considerados importantes na teoria de campos conceituais de Vergnaud?” percebe-se que, após a abordagem do conceito, quando os autores tratam das operações de adição e subtração, também aparecem situações diferenciadas e diversas. Há abordagem das operações na reta numérica associadas à distância. Alguns autores consideram, assim como na teoria do campo conceitual aditivo, a adição e a subtração como uma única operação algébrica e um único campo e, dessa maneira, não as separam em dois tópicos. Percebe-se, na abordagem das operações aditivas, uma boa quantidade de situações, o que é importante para o desenvolvimento do campo conceitual aditivo pois, quanto maior o número de situações, mais quantidade de esquemas o aluno poderá desenvolver e, cada vez mais, resolverá situações complexas. No entanto, após a abordagem inicial, na parte destinada as atividades, os livros acabam voltando-se a fórmulas/

procedimentos, o que pode levar o aluno a abandonar os esquemas que começavam a se desenvolver e adotar estereótipos de resolução.

Depois das abordagens voltadas para adição e subtração, os autores trabalham a multiplicação e a divisão. Ao analisar se o livro relaciona a multiplicação/divisão de números negativos aos aspectos considerados importantes na teoria de campos conceituais de Vergnaud, os livros não apresentam situações que deem sentido ao conceito de multiplicação e divisão de números negativos. Em nenhum momento os livros mencionam, seja no conteúdo ou nas atividades, relações entre as operações de multiplicação e divisão e os aspectos conceituais do campo conceitual multiplicativo (como o pensamento proporcional, por exemplo). A preocupação resume-se a apresentar procedimentos para que o aluno execute os cálculos. Nos primeiros momentos, as regras de sinais já são apresentadas. Dessa forma, acredita-se que a abordagem dos livros didáticos, no que tange a multiplicação de números inteiros, propicia a construção de esquemas desprovidos de significado.

Dessa forma, percebe-se que, no que diz respeito ao conceito de número inteiro e às operações de adição/subtração de números inteiros, os livros atendem os aspectos considerados importantes na teoria de campos conceituais, apresentando situações diversas que dão sentido ao conceito e permitem a construção de esquemas variados e providos de significado para o aluno. A única ressalva é o direcionamento à aplicação de fórmulas e procedimentos no tratamento da adição/subtração logo após a abordagem inicial, o que pode induzir o aluno a abandonar os esquemas que começaram a ser construídos para adotar estereótipos. Entretanto, a parte destinada a multiplicação/divisão de números inteiros não apresenta situações que propiciem o desenvolvimento do campo conceitual multiplicativo.

Observa-se também que os livros atendem apenas parcialmente as recomendações propostas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), já que há pouca preocupação com a abordagem das questões históricas que norteiam o processo de construção do conceito e o foco da abordagem da multiplicação e divisão de números negativos está direcionado apenas a repetições de fórmulas e procedimentos. Percebe-se ainda que são tratados apenas os obstáculos epistemológicos ligados à construção do conceito de número negativo, mas a não há a mesma preocupação em relação às operações com números inteiros.

## Referências

- ARRUDA, J. P. de; MORETTI, M. T. **Cidadania e Matemática: um olhar sobre os livros didáticos para as séries iniciais do Ensino Fundamental**. Contrapontos, n. 6, p. 423-437, setembro/dezembro de 2002.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1947.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 1997.
- BRASIL. Guia de livros didáticos PNLD 2010: matemática. MEC, 2010.
- BOYER, C. B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
- CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática na medida certa – Matemática- 7º ano**, São Paulo: Leya, 2015.
- DANTE, L. R. **Projeto Teláris – Matemática – 7º ano**. São Paulo: Ática, 2016.
- IGLIORI, S. B. C. Obstáculo epistemológico e Educação Matemática. In: Silvia D. A. Machado. (Org.). **Didática da Matemática: Uma Introdução**. 1 ed. São Paulo: EDUC, 2010, v. 1, p. 89-11.
- MAZZIEIRO, A. dos S.; MACHADO, P. A. F. **Descobrimos e aplicamos a matemática, 7º ano: livro do professor**. Belo Horizonte: Dimensão, 2015.
- MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências** (UFRGS), Porto Alegre, v. 7, n.1, 2002.
- POMMER, W. **Diversas abordagens das regras e sinais nas operações elementares em Z**. Disponível: <http://scholar.google.com.br/>. Acesso em: 02 abr. 2012.
- SCHUBRING, G. **Análise histórica do livro didático de matemática: notas de aula**. Tradução: Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas: Autores Associados, 2003.
- Secretaria de Estado da Educação do Rio de Janeiro – SEEDUC/RJ. **Conexão Professor**. Disponível em: [http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/curriculo\\_identificacao.asp](http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/curriculo_identificacao.asp).

**Submetido em Abril de 2019**

**Aprovado em Maio de 2019**