



FENÔMENOS PERIÓDICOS: uma sequência didática para a introdução de funções trigonométricas

PERIODIC PHENOMENA: a didactic sequence for the introduction of trigonometric functions

Felipe de Almeida Costa¹

Marcio Vieira de Almeida²

RESUMO

Esta investigação é um excerto de uma dissertação concluída, que teve como objetivo demonstrar as atividades que foram utilizadas para desencadear a aprendizagem dos conceitos de funções trigonométricas. Utilizamos a modelação de um fenômeno para que os alunos percebessem as regularidades presentes ao realizarem as projeções horizontais e verticais de uma bolinha presa a uma roda de bicicleta. Para o seu desenvolvimento realizamos a observação participante e a análise documental. Os referenciais teóricos utilizados contemplam os estudos sobre a teoria da aprendizagem significativa e a modelagem matemática. De modo geral, como resultados, identificamos uma nova perspectiva para a introdução do conceito de funções trigonométricas.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Funções Trigonométricas e Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

This investigation is an excerpt of a completed master thesis which aimed to demonstrate the activities that were used to trigger the learning of concepts of trigonometric functions. We use the modelling of a phenomenon so that students perceive the regularities present to carry out horizontal and vertical projections of a ball attached to a bicycle wheel. For your development we participant observation and document analysis. The theoretical references used include studies on meaningful learning theory and mathematical modeling. In General, as a result, we identified a new perspective for the introduction of the concept of trigonometric functions.

KEYWORDS: Mathematics education, mathematical modeling, trigonometric functions and significant learning.

Introdução

¹ Unicsul - Universidade Cruzeiro do Sul. felipeacosta@prof.educacao.sp.gov.br

² Instituto Federal de São Paulo. marcioalmeidasp@gmail.com

O presente trabalho é um recorte da dissertação de mestrado, na qual foi proposta uma sequência didática com o uso da modelagem matemática para 25 alunos do 3º ano do Ensino Médio. Essa sequência objetivava permitir com que os alunos relacionassem os fenômenos periódicos às funções trigonométricas, em especial as funções seno e cosseno, para apoiar as análises e atividades foi utilizado os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Na dissertação foram apresentadas 13 (treze) atividades, em que se objetivava trabalhar conceitos de período e razões de funções trigonométricas. Por ser um recorte apresentaremos aqui uma dessas atividades, em que tratava o movimento de uma roda de bicicleta com ela parada, pois essa atividade demonstra o intuito da dissertação que era responder a seguinte questão “As estratégias de ensino norteadas pela modelagem e referenciadas pela teoria da aprendizagem significativa potencializam o aprendizado dos alunos relativo às funções trigonométricas seno e cosseno?”.

Em relação à trigonometria a partir da nossa prática, percebemos que os alunos sentem muitas dificuldades para assimilar os conceitos de funções trigonométricas, nesse sentido, utilizamos o fenômeno do movimento de uma bolinha presa a roda de uma bicicleta, em que a mesma tinha por objetivo organizar os conceitos preexistentes na estrutura cognitiva dos alunos, ou seja, a modelagem desses fenômenos seria o organizador prévio do conhecimento dos alunos.

Em relação ao ensino de trigonometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) é explicitado que:

[...] a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências e a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às implicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondam a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser de grande oportunidade de aprendizagem significativa (BRASIL, 2000, p. 44).

Nesse sentido, o PCN apresenta a importância de os alunos terem contatos com as funções trigonométrica, em especial os seus gráficos e, consigam relacionar os mesmos com os fenômenos periódicos presentes na natureza.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC em relação à trigonometria, menciona a importância de:

Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2017, p. 105).

A BNCC acrescenta que para o estudo das funções trigonométricas pode ser utilizado as tecnologias digitais e que é necessário fazer comparações entre representação do ciclo trigonométrico para compreender a periodicidade, domínio e imagem desse tipo de função.

Nesse sentido acreditamos que nosso estudo fornece contribuições para o estudo das funções trigonométricas, pois utilizamos a modelagem matemática buscando perceber as regularidades e a periodicidade existente no movimento de uma roda de bicicleta a relacionando com as funções periódicas.

Metodologia da pesquisa

Essa pesquisa é de natureza qualitativa, no qual buscamos interpretar o fenômeno pesquisado observando com profundidade no sentido de analisar o processo como um todo, pautados nos estudos de Goldenberg (2007).

Para a obtenção dos dados, utilizamos a observação participante. Nesse modelo de pesquisa o pesquisador se insere no ambiente pesquisado buscando as ações mais fidedignas que aparecem no meio da investigação. Para Wilkinson (1995): i) possibilita a entrada a determinados acontecimentos que seriam privativos e aos quais um observador estranho não teria acesso aos mesmos; ii) permite a observação não apenas de comportamentos, mas também de atitudes, opiniões, sentimentos, além de superar a problemática do efeito observador.

Para Lorenzato e Fiorentini (2012, p.108) A “observação participante” é uma estratégia que envolve não só a observação direta, mas todo o conjunto de técnicas metodológicas (incluindo entrevistas, consulta a materiais etc.), pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada.

Os registros das observações foram realizados com o auxílio de um diário de campo, esse é um instrumento em que o observador registra as ações observadas quando estava inserido no meio pesquisado, no qual nos baseamos nos estudos de Fiorentini e Lorenzato (2012, p.118-119).

Na pesquisa também utilizamos a análise de dados buscando relacionar os dados obtidos com a teoria utilizada. Lüdke e André (1986, p. 38) apontam que “a análise documental pode se constituir em uma técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”.

No nosso caso analisamos as repostas dos alunos frente à atividade elaborada.

Referencial teórico utilizado

Nesta seção apresentaremos os dois referenciais teóricos que foram utilizados para o desenvolvimento da pesquisa: a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) e a Modelagem Matemática.

A TAS, é uma teoria construtivista, ela parte do pressuposto que para o aluno aprender um conceito, esse deve estar ligado a algum conhecimento já estabelecido em sua estrutura cognitiva. Segundo Santos (2014), a teoria de Ausubel é uma teoria construtivista, pois tem como característica explicar como é formado o novo conhecimento estruturado em conhecimentos anteriores do aluno. Assim, nessa teoria, o aprendiz é um sujeito, protagonista do seu próprio processo de aprendizagem, alguém que vai produzir a transformação que gera conhecimento próprio.

Essa teoria tem por alvo principalmente as aprendizagens que ocorrem dentro da sala de aula. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) destacam que essa teoria fornece fundamento para que os professores descubram métodos mais eficientes para conseguir ensinar. Assim:

A teoria tem por alvo a aprendizagem que ocorre em sala de aula, assim essa teoria tenta dar subsídios aos professores para que criem um melhor ambiente de aprendizagem aos alunos, não deixando de lado que a avaliação é de responsabilidade do professor (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p.3).

Para Ausubel et al. (1980), essa construção, pelo aprendiz, não se dá por si mesma e no vazio cognitivo, mas a partir de situações em que ele possa agir sobre o objeto de seu conhecimento, pensar sobre ele e buscar as respostas da sua vivência.

Assim esse autor classifica dois tipos de aprendizagem: i) a mecânica, que é a aprendizagem na qual não ocorre um diálogo lógico e claro entre as novas ideias e as já existentes na estrutura cognitiva do sujeito, ou seja, há uma interação não substantiva e literal

entre o novo conhecimento e conceitos subsunçores³ da estrutura cognitiva do aprendiz e ii) a significativa, em que o sujeito consegue estabelecer relação substantiva e não arbitrária entre o novo conhecimento e os conhecimentos que ele já tem.

Por conseguinte, o desafio do professor nessa teoria é propor situações na qual o aluno consiga pôr em jogo os seus conhecimentos e aprenda significativamente o novo saber.

Entendemos que a Modelagem Matemática pode ser compreendida como uma boa estratégia de aprendizagem, visto que ela pressupõe o ensino de conceitos matemáticos a partir dos conhecimentos dos alunos, entendemos assim que a modelagem é um suporte perfeito para a teoria da aprendizagem significativa.

A Modelagem pode ser compreendida como uma metodologia de ensino que possibilita ao estudante abordar conteúdos matemáticos a partir de fenômenos de sua realidade, e tem como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano, das mais diferentes áreas da Ciência, com o propósito de educar matematicamente. Ela permite uma inversão do "modelo comum" de ensino, visto que, por meio da modelagem selecionam-se primeiramente os problemas e deles emergem os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los (BURAK, 1987, 1992).

No entender de Bassanezi (2015), a Modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Na prática docente, percebemos que a Modelagem tem como principal característica, levar o estudante a assimilar conhecimentos matemáticos a partir de situações reais. No entanto, há diferentes concepções sobre como aplicar a Modelagem no ensino. Para Bassanezi (2015) e Burak (1992), os estudantes devem escolher os temas geradores e o professor a partir dessas escolhas, deve ajudar os estudantes a buscar as soluções matemáticas para o problema escolhido. Para Beltrão (2009) e Sadovsky (2010), a escolha do tema pelos alunos pode dificultar na medida em que na escola há um programa para seguir.

De acordo com Burak (1992) e Bassanezi (2015), a escolha do tema que vai gerar a construção de um modelo matemático deve ser atribuição dos alunos. Para isso, o conjunto de conhecimentos prévios deve orientar o caminho a seguir nesse processo de construção. Em contraposição, Beltrão (2009), assumindo aspectos de sua prática, indica que os conhecimentos

³ Os subsunçores são as bases de uma aprendizagem significativa, ou seja, os seus conhecimentos relevantes, já estabelecidos na estrutura, nos quais serão ancorados os novos conhecimentos.

prévios, o prazo fixado previamente para construir o programa do curso e as exigências da instituição se constituem em obstáculos para frutificarem as orientações de deixar ao encargo do aluno a escolha do tema no processo de Modelagem.

Embora haja essa diferença entre a atribuição da escolha do fenômeno, há convergência para o entendimento que, a Modelagem tem como característica, promover que o estudante busque as soluções dos problemas a partir de seus conhecimentos prévios, mobilizando diferentes conhecimentos para criar estratégias de resolução, avaliação e reflexão sobre o problema estudado.

Atividade desenvolvida

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) indica que para a aprendizagem ser significativa o novo conhecimento deve partir dos conceitos mais gerais para os mais específicos, nesse sentido realizando uma diferenciação progressiva e reconciliação integradora. Assim a atividade partiu de ideias mais gerais sobre movimentos periódicos, o movimento de uma roda de bicicleta.

Moreira e Buchweitz (1993) esclarecem que na aprendizagem significativa o aluno deve ter conhecimentos prévios para ancorar o novo conhecimento, assim assumimos neste trabalho que o movimento da bicicleta já é conhecido pelos alunos.

Em relação a modelagem utilizamos para esse trabalho o caso 2 apresentado por Barbosa (2001) em que o professor apresenta o fenômeno e os alunos coletam os dados fazendo a resoluções necessárias.

Inicialmente atividade trazia o um texto sobre o ciclismo em que nele era destacado acessórios que seriam colocados na bicicleta para deixá-la diferenciada, no caso apresentado era uma bolinha presa na roda (Figura 1).

Figura 1– Enunciado da Atividade

O ciclismo traz benefícios físicos e emocionais, contribuindo muito para a qualidade de vida. “Como atividade aeróbica, gera perda de peso, ajuda a equilibrar a pressão e os níveis de triglicérides. Também trabalha equilíbrio e confiança, além de relaxar e combater o estresse. Praticada com bom senso e na medida da forma física de cada um, a atividade quase não tem restrições”, além disso, existem pessoas que adoram decorar suas bicicletas, seja com adesivos ou outros acessórios colocados na roda ou em outras partes da “bike”.



Felipe, um aluno do 2º série do ensino médio adora andar de bicicleta e em sua roda ele costuma colocar uma bolinha de tênis como mostra a figura.



Quando o mesmo estava aprendendo funções periódicas na escola, decidiu fazer uma representação do movimento dessa bolinha em relação ao eixo vertical e horizontal tomando por referência os ângulos.

Obs.: Considere o tamanho total do raio da roda da *bike* como 1 (unitário), assim cada subdivisão (será dividida em 10 partes) do transferidor equivale a 0,1.

Fonte: COSTA (2017 p.55).

O enunciado tinha como objetivo introduzir as ideias que seriam trabalhadas nas três atividades subsequentes e também “ativar” os conhecimentos que os alunos já tinham sobre andar de bicicleta.

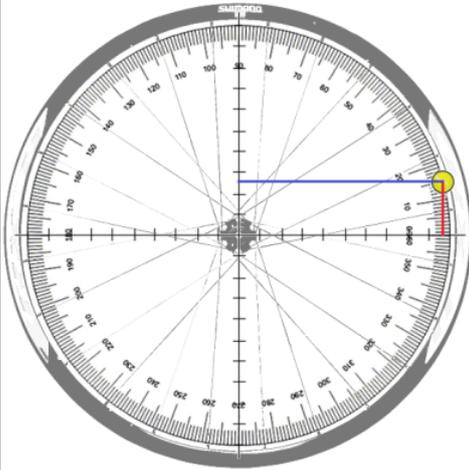
Em seguida é apresentada aos estudantes uma atividade, em que eles verificariam as projeções horizontais e verticais de uma bolinha presa ao raio de uma bicicleta, o raio estava

subdivido em dez partes para que os alunos conseguissem estabelecer as razões trigonométricas seno e cosseno (Figura 2).

Nessa atividade os alunos os alunos buscavam os dados na própria atividade e percebiam as regularidades presentes no preenchimento da tabela, deste modo, eles modelavam o fenômeno periódico trabalhado.

Figura 2 – Tabela de razões trigonométricas

1. Complete a tabela a seguir, usando a imagem acima: (Utilize a régua)



Ângulo	15°	30°	45°	60°	75°	90°
Horizontal	0,96					
Vertical	0,26					

Ângulo	105°	120°	135°	150°	165°	180°
Horizontal						
Vertical						

Ângulo	195°	210°	225°	240°	255°	270°
Horizontal						
Vertical						

Ângulo	285°	300°	315°	330°	345°	360°/ 0°
Horizontal						
Vertical						

Fonte: COSTA (2017 p.56-57)

A atividade ainda não traz os nomes seno e cosseno, pois o intuito é que o aluno utilize os conceitos que ele já conhece no caso desta atividade as distâncias horizontal e vertical (conhecimentos mais gerais) para depois introduzir os conhecimentos mais específicos (função seno e cosseno).

Na realização desta atividade os alunos colocavam a “bolinha” no ângulo indicado e realizavam uma medição aproximada da “fração” do valor obtido na horizontal e vertical. Nessa construção eles verificaram que o movimento da bolinha no decorrer dos ângulos estabelecia padrões. Nesse sentido, eles percebiam que o movimento da bolinha na bicicleta era sempre o mesmo e que o movimento é repetitivo (periódico).

A modelagem para essa atividade não objetivava permitir com que os alunos chegassem a uma fórmula matemática, o objetivo era eles perceberem que o movimento apresenta padrões, assim posteriormente o professor poderia sistematizar as funções seno e cosseno.

Bassanezi (2015) indica que muito mais que modelar um fenômeno o estudante deve perceber que a matemática é presente em diversas situações do seu cotidiano, nesse sentido a modelagem pode ser concebida como um gatilho para aprendizado de novos conceitos matemáticos no nosso caso as funções trigonométricas.

Essa Atividade busca relacionar as ideias do ciclismo com a construção de uma tabela de projeção vertical (seno) e projeção horizontal (cosseno) de uma bolinha, utilizando o tamanho do raio. O movimento que tratamos aqui é o movimento da bolinha com a bicicleta parada. A atividade tem por objetivo relacionar o que os alunos conhecem sobre bicicleta para construir o novo conceito. Concordo com Miras (2006) que introduz:

[...] conhecimentos prévios são os fundamentos da construção dos novos significados. Uma aprendizagem é tanto mais significativa quanto mais relações com sentido o aluno for capaz de estabelecer entre o que já conhece, seus conhecimentos prévios e o novo conteúdo que lhe é apresentado como objeto de aprendizagem [...] se nos colocamos na perspectiva do aluno, na lógica da concepção construtivista, é possível afirmar que sempre podem existir conhecimentos prévios a respeito de novo conteúdo a ser aprendido, pois, de outro modo, não seria possível atribuir um significado inicial ao novo conhecimento. (MIRAS, 2006, p. 61-62).

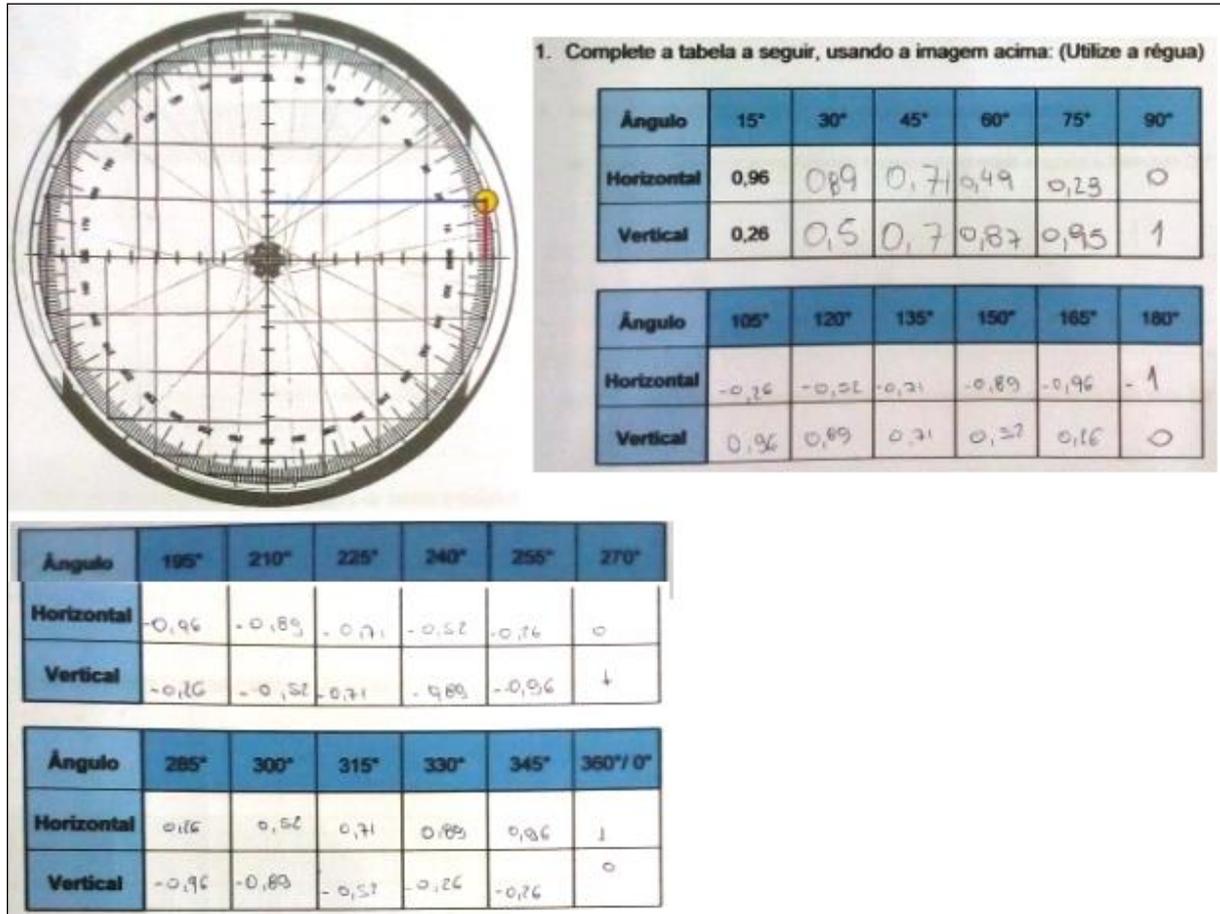
Destaco ainda que, para Ausubel, Novak e Hanesian (1980) a essência da Aprendizagem Significativa é que, as novas ideias devem ser relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como exemplo eles destacam imagens, símbolos e proposições. Fazendo isso os autores acreditam que os alunos terão predisposição para aprender, outro aspecto importante na Aprendizagem Significativa.

Análises da atividade apresentada

As atividades foram realizadas com um grupo de 25 alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública de São Paulo. Eles foram organizados em grupos de 5 alunos. A proposta de atividade foi a aplicação de uma sequência didática com o uso da modelagem em 8 aulas de 50 minutos. A aplicação tinha por objetivo utilizar várias ferramentas para potencializar a aprendizagem dos conteúdos de funções trigonométricas pelos alunos.

Apresentaremos as respostas dos grupos (nas Figuras 3, 4, 5, 6 e 7) diante da atividade apresentada na seção anterior, pois elas evidenciam como os alunos se portaram ao realizar a resolução das mesmas.

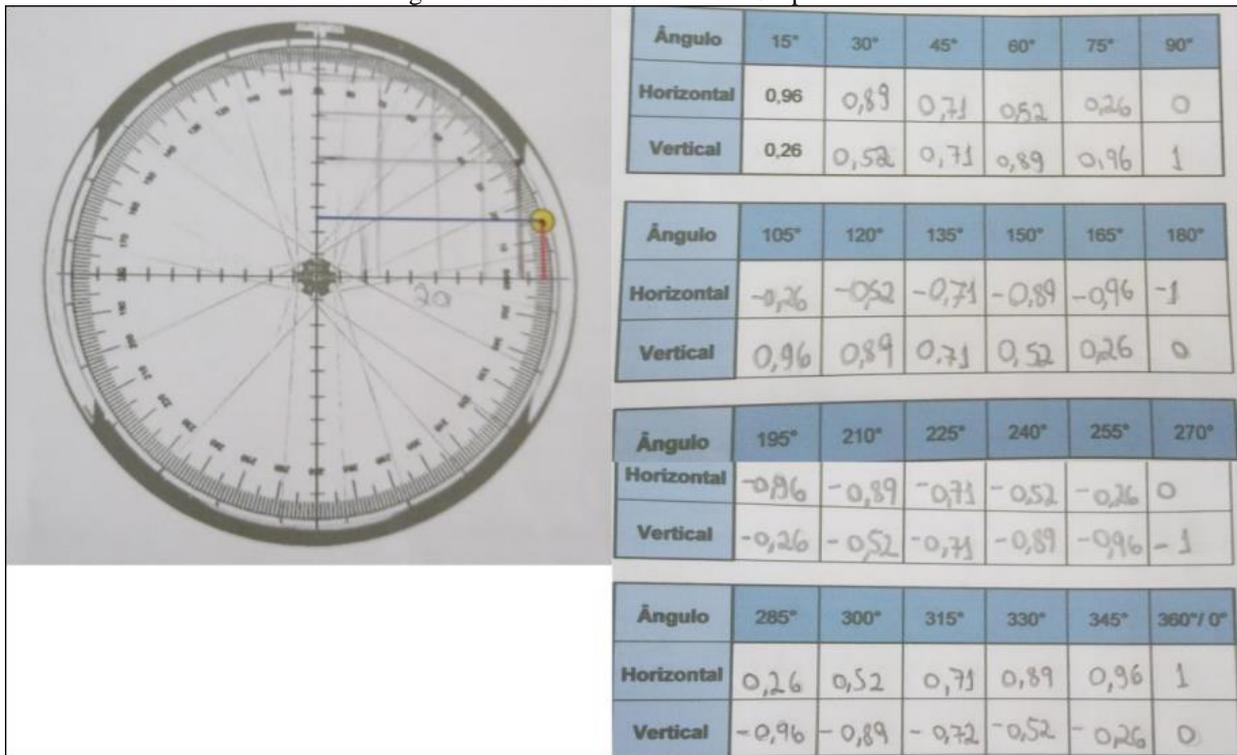
Figura 3 - Protocolo dos Alunos – Grupo 1



Fonte: Autoria do pesquisador

Embora o grupo ficasse disperso durante a atividade, eles conseguiram responder corretamente todos os campos em branco das tabelas, mas vale ressaltar que os alunos não perceberam a regularidade nos quadrantes, sendo necessário que eles preenchessem todos os ângulos da tabela.

Figura 4: Protocolo dos Alunos – Grupo 2

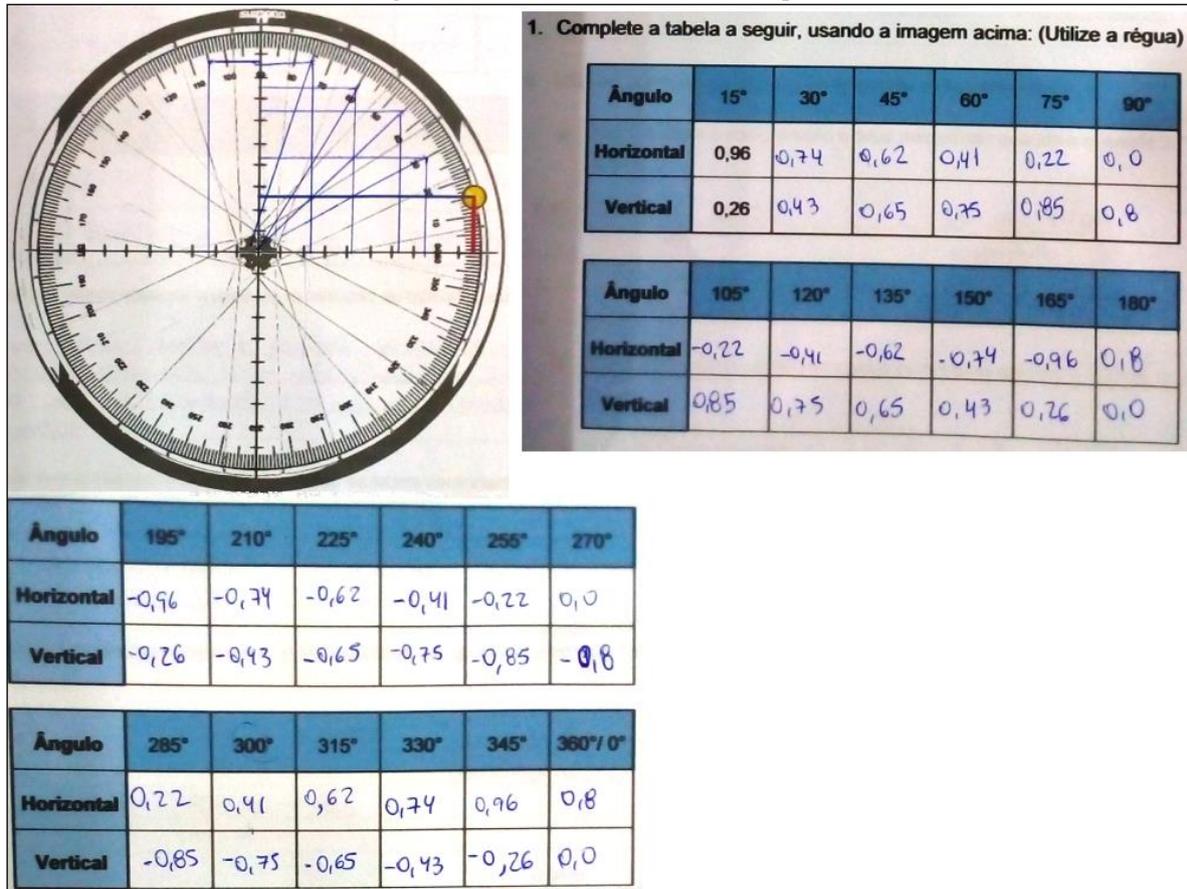


Fonte: COSTA (2017 p. 90)

O protocolo do grupo dois demonstra que eles foram capazes de responder o que era proposto e que ainda perceberam que os valores se repetem assim o grupo não sentiu a necessidade de fazer anotações nos quatro quadrantes da atividade.

Aragão (1976) descreve que quando a aprendizagem é significativa o aprendiz é capaz de colocar em jogo seus conhecimentos sem ser necessário o auxílio de materiais concretos.

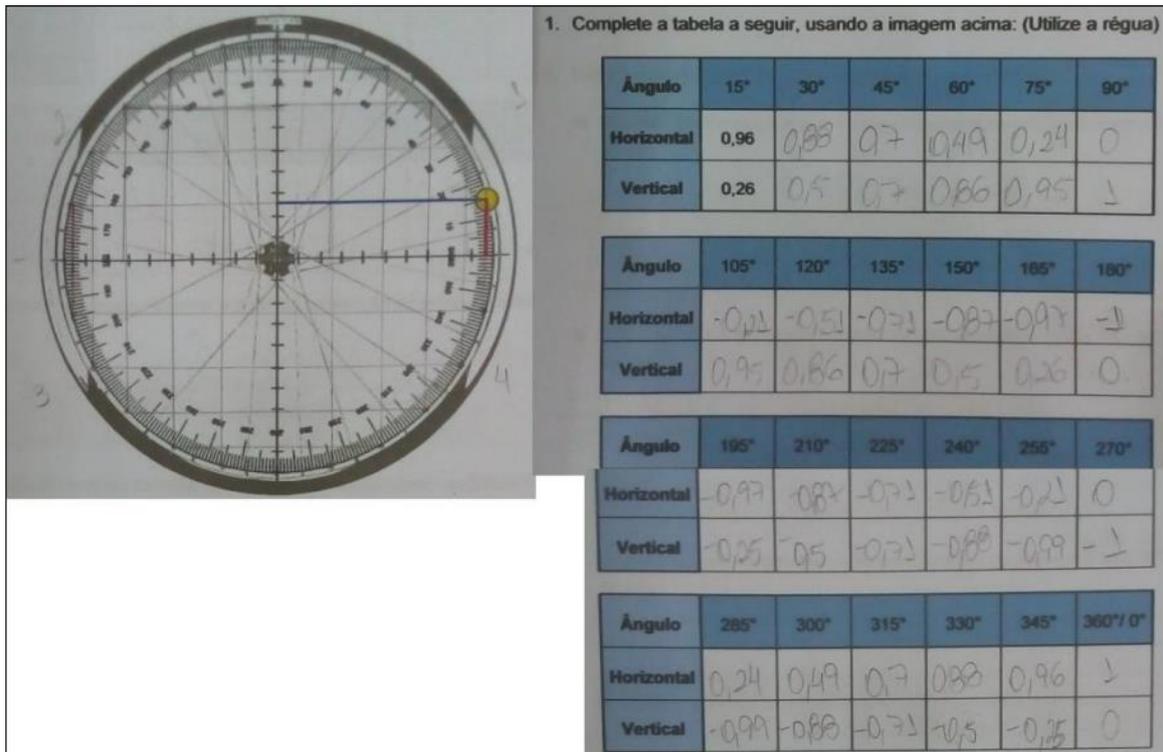
Figura 5 - Protocolo dos Alunos – Grupo 3



Fonte: A autoria do pesquisador

O grupo 3 pareceu ter entendimento da regularidade do movimento, todavia ao colocar os pontos em posições erradas em relação ao exemplo, preencheu a tabela de maneira errônea. A atividade para eles foi significativa, pois perceberam a regularidade, mas os erros em indicar os pontos os levaram a respostas incorretas.

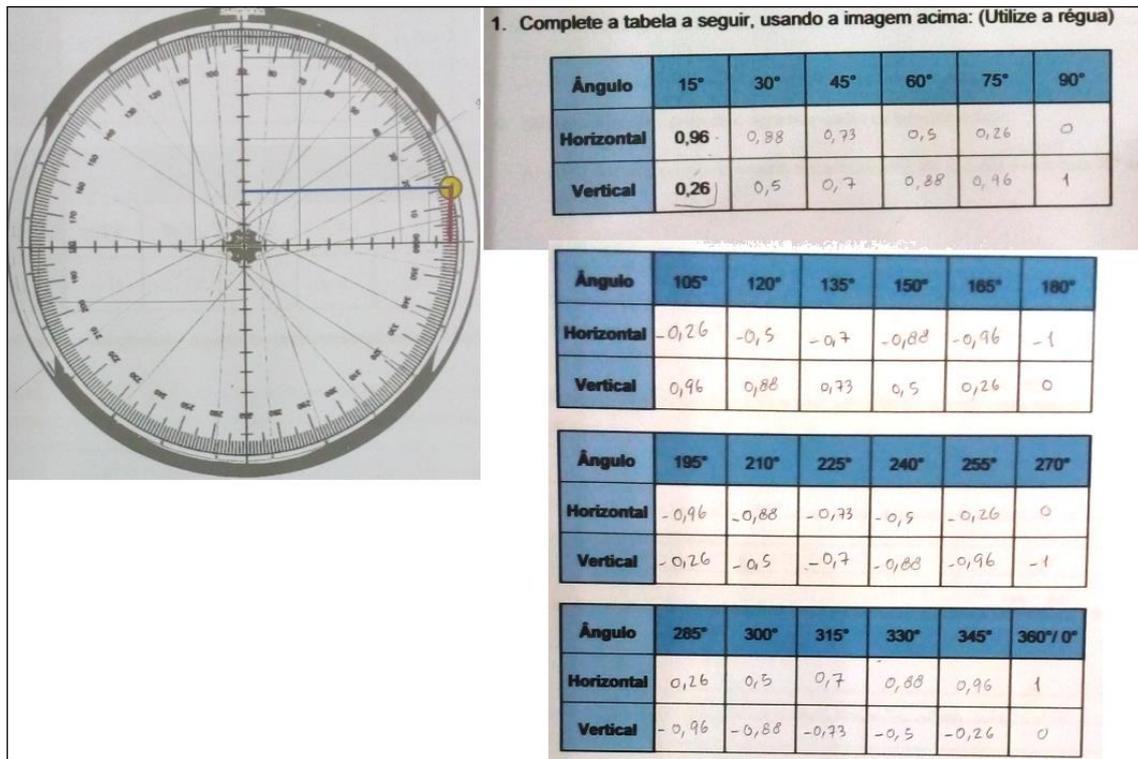
Figura 6: Protocolo dos Alunos – Grupo 4



Fonte: COSTA (2017 p. 92).

O protocolo do grupo 4, também apresenta as respostas corretas diante da atividade, mas diferente do grupo apresentado anteriormente esse não percebeu a regularidade presente nos quadrantes, precisando verificar todos os valores em cada quadrante. No processo da aprendizagem significativa o aprendiz coloca em jogo os seus saberes, aqui verificamos que eles apresentam entendimento dos quadrantes, mas ainda não percebem nesse momento que existe uma regularidade, nesse sentido o professor deve utilizar do exposto pelos alunos estabelecer as relações.

Figura 7: Protocolo dos Alunos – Grupo5



Fonte: COSTA, 2017, p. 93.

O Grupo 5 também pareceu ter entendimento da regularidade do movimento e registrou corretamente os valores na tabela, esse grupo foi o mais ativo durante as atividades, seus membros discutiram constantemente buscando os melhores caminhos para as respostas.

Aqui apresentamos a atividade propostas para este artigo, nela o principal objetivo tratava de verificar se os alunos estabeleciam relações entre seus conhecimentos prévios e o novo conhecimento que seria estruturado a partir dos dados apontados na tabela. E os grupos 2 e 4 conseguiram estabelecer as relações requeridas.

Considerações Finais

Neste trabalho tínhamos por objetivo demonstrar as atividades que foram utilizadas para desencadear a aprendizagem dos conceitos de funções trigonométricas, aqui utilizamos a modelação de um fenômeno para que os alunos percebessem as regularidades presentes ao realizarem as projeções horizontais e verticais de uma bolinha presa a uma roda de bicicleta.

Além de perceberem que os movimentos são periódicos e que o aumento do raio não interferia nos valores das projeções, visto que as mesmas são razões entre comprimento

horizontal ou vertical e raio. Assim acreditamos que esse trabalho dá uma nova perspectiva para a introdução do conceito de funções trigonométrica, pois parte de conhecimentos presentes na estrutura cognitiva do aluno e fomenta subsídios para a introdução de novos conceitos.

Como perspectivas futuras, esse trabalho poderá ser utilizado por vários professores no sítio www.ensinomatematica.com.br, e a partir desse uso, posso fazer uma pesquisa sobre a implementação da Modelagem no ensino das funções periódicas em diferentes contextos de ensino. Essa pesquisa tem importância para a educação matemática, pois ela oferece uma nova perspectiva para o ensino das funções periódicas, onde é subsidiada pela Modelagem e teoria da Aprendizagem Significativa.

A utilização da metodologia e teoria garantiram que esse estudo não partiu de um vácuo cognitivo do autor, mas sim de estudo sistemáticos de vários pesquisadores.

Referências

ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais**. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1976.

AUSUBEL, D. P., NOVAK, J.D., HANESIAN, H. **Educational psychology**. New York: Holt, Rinehart and Winston. Publicado em português pela Editora Interamericana, Rio de Janeiro, 1980.

_____, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune & Stratton, 1963, 255p.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como metodologia de ensino de matemática. In: **Actas de la Séptima Conferência Interamericana sobre Educación Matemática**. Paris: UNESCO, 1990. p. 130-155.

_____, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de cálculo pela Modelagem Matemática e aplicações: teoria e prática**. 2009. 323f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

BIEMBENGUT, M. S. **30 anos de modelagem na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. Alexandria, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2017. 150 p.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

BURAK, D.; ARAGÃO, R.M.R. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, E.P.U., 1986. 99p.

MEYER, J. F. C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

MIRAS, M. O ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. In: COLL, C. **O construtivismo em sala de aula**. São Paulo: Editora Ática, 2006. p.57- 76.

MOREIRA, M. A. **Teoria de Aprendizagem**, 2.ed.ampl.-[Reimpr.]-São Paulo : E.P.U., 2014, p. 159-174.

_____, M. A. **Aprendizagem significativa**. Brasília: Editora da UnB.1999.

_____, M. A. e BUCHWEITZ, B. **Novas estratégias de ensino e aprendizagem: os mapas conceituais e o Vê epistemológico**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 1993.

_____, M. A. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. São Paulo: Centauro Editora, 2010.

_____, M. A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editorial LF Editora, 2012.

SANTOS, R. F. **O uso da modelagem para o ensino da função seno no ensino médio**. 2014. Dissertação de Mestrado e Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica, São Paulo-

SADOVSKY, P. **O ensino da Matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo: Ática, 2010.

Submetido em Abril de 2019

Aprovado em Maio de 2019

