

Professora, a Aula é de Música ou Matemática?

Teacher, is the Class Music or Math?

Rogério Fernando Pires¹

Kathila Fletcher Camargos Franco²

Juliana Dias de Moraes³

RESUMO

Este trabalho apresenta e discute, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os resultados de uma pesquisa cujo objetivo foi analisar as estratégias utilizadas por um grupo de estudantes ao trabalhar com frações no estudo de teoria musical. A pesquisa de cunho qualitativo contou com a participação de um grupo de estudantes da disciplina de teoria musical de uma escola de Música localizada em Santa Vitória – Triângulo Mineiro. Os resultados mostram que, apesar de os estudantes apresentarem dificuldade na marcação dos tempos e, conseqüentemente, na identificação da Música descrita na partitura, a articulação das diferentes representações e as transformações de registros de representação fizeram com que eles compreendessem os conceitos musicais e matemáticos envolvidos, o que permitiu que eles percebessem a estreita relação entre Música e Matemática e não fizessem distinção do que era Música e do que era Matemática no momento da realização das atividades.

PALAVRAS-CHAVE: Música. Matemática. Registros de Representação. Ensino de Música e Matemática.

ABSTRACT

This work presents and discusses, in the light of the Theory of Semiotic Representation Records, the results of a research whose objective was to analyze the strategies used by a group of students when working with fractions in the study of music theory. The qualitative research involved the participation of a group of students in the music theory discipline of a Music school located in Santa Vitória - Triângulo Mineiro. The results show that, although the students have difficulty in marking the times

¹ Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); Professor do Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia (ICENP/UFU), Ituiutaba, Minas Gerais – Brasil. rpires25@hotmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-5310-1997>

² Licencianda em Matemática pelo Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia (ICENP/UFU), Ituiutaba, Minas Gerais – Brasil. kathilaf@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0003-0167-769X>

³ Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU); Professora de Física na Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais (SEEMG), Araguari, Minas Gerais – Brasil. julianadimoraes@hotmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-9003-9720>



and, consequently, in the identification of the Music described in the score, the articulation of the different representations and the transformations of representation records made them understand the musical and mathematical concepts involved, which allowed them to perceive the close relationship between Music and Mathematics and did not distinguish between Music and Mathematics when performing activities.

KEYWORDS: Music. Mathematics. Representation Records. Music and Mathematics Teaching.

Introdução

Não se pode negar a relação existente entre Música e Matemática. Contudo, quando ouvimos uma Música, deparamo-nos com sons que produzem melodias, mas dificilmente analisamos o quanto de Matemática existe nos sons e nas melodias que agradam nossos ouvidos.

O valor da Matemática na Música manifesta-se numa concepção essencial do que é som musical e do que é ritmo. Por meio de relações matemáticas bem precisas, é possível produzir sons, criando Músicas e, quando associados de determinadas maneiras, esses sons podem produzir resultados bastante agradáveis.

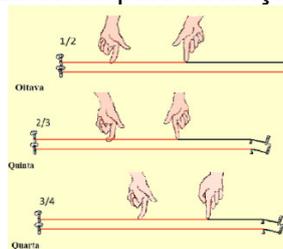
Atribui-se a Pitágoras o advento da escala heptatônica ou diatônica. Ele realizou estudos por meio do experimento com o monocórdio, instrumento de uma única corda, observando que uma corda esticada e posta em vibração produz um som. Se o comprimento dessa corda for reduzido à metade, um som mais agudo é produzido, que guarda uma relação bastante interessante com o primeiro (uma oitava acima), e, reduzindo o comprimento inicial da corda a $\frac{1}{3}$, a vibração dos $\frac{2}{3}$ restantes (uma quinta) está relacionada com a vibração da primeira e da segunda, e, reduzindo mais uma vez o comprimento agora a $\frac{1}{4}$, a vibração dos $\frac{3}{4}$ que restam (uma quarta) está em uma relação harmônica com os demais. Os sons produzidos pelas vibrações de $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ da corda correspondem às notas Dó, Sol e Fá, respectivamente.

De acordo com Menezes (2013), a partir das combinações alcançadas na época como consonantes, hoje conhecidas por oitava, quinta, quarta e uníssono, estão respectivamente as proporções: 2:1; 3:2; 4:3; 1:1.

A afinação pitagórica teve por base a oitava e a quinta, os dois primeiros intervalos da série harmônica. A construção de toda a escala pitagórica originou da indução das proporções a partir das oitavas e das quintas relativas aos intervalos consonantes.

A imagem a seguir ilustra como é caracterizada tal escala fazendo uso das proporções obtidas a partir de uma corda esticada.

Figura 1: Subdivisões da corda para obtenção da escala heptatônica



Fonte: Arquivo dos autores.

Os cálculos eram realizados por razões de números inteiros. Desse modo, iniciou-se historicamente a preparação do “som”, ou seja, a elevar e afinar a condição de uma escala musical. A afinação do som é definida como a altura que determinará a intensidade e a nota musical tocada.

Assim, cabe ressaltar que a utilização dos conceitos adotados por Pitágoras para realizar tal experimento pode cooperar com o aprendizado de conceitos matemáticos, como os de frações e proporções.

No que tange à aprendizagem, não se pode negar que no processo estão envolvidos aspectos cognitivos que interferem diretamente na relação do sujeito com o objeto, seja este matemático ou não. Nesse sentido, considerando a relação existente entre a Música e a Matemática, é possível notar que, assim como na Matemática, a Música é permeada de registros específicos que a representam e, quando codificados, podem ser transformados em sons ou outros registros inerentes à área musical.

Assim como na Matemática, a Música também permite que as produções sejam analisadas a partir dos registros utilizados ao fazer ou estudar teoria musical, ou seja, se quisermos perceber o quanto o indivíduo compreende sobre teoria musical, os registros de representação usados por ele precisam ser examinados.

Partindo dessa perspectiva, utilizando a lente da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, este trabalho apresenta e analisa as estratégias adotadas por um grupo de estudantes ao trabalhar com frações no estudo da teoria musical, procurando evidenciar a estreita relação entre Música e Matemática.

Música e Matemática: uma relação harmônica

A Música é a arte da combinação de sons e silêncios. O Ritmo é a combinação de sons no decorrer do tempo. Harmonia é a combinação de sons simultâneos. Poderíamos dizer que o ritmo é “horizontal” e a harmonia é “vertical” – exatamente como é representado em uma pauta musical.

Para apreciar a função dos ritmos na Música é necessário ter certo conhecimento matemático que permita realizar algumas operações com números e compreender o significado da escrita numérica no contexto musical. Algumas interpretações necessitam de sensibilidade às proporções, que em certos casos podem ser bastante complexas (GARDNER, 1994).

A Música pode motivar e fazer com que os alunos criem vínculos com o que está sendo estudado, o que facilita a construção do conhecimento. Em níveis mais avançados, por exemplo, no Ensino Médio, a Música pode ajudar na compreensão de conteúdos com funções, logaritmos, progressões, entre outros.

Se recorrermos à história para buscarmos alguns desses conteúdos, os pitagóricos observaram que notas diferenciadas por intervalos de oitava (de oito em oito notas) apresentavam certa semelhança, podendo ser definida como uma classe de equivalência, nas quais duas notas tornam-se equivalentes, se o intervalo existente entre elas for um número inteiro de oitavas, podendo reduzir diferentes oitavas em apenas uma, possuindo notas equivalentes em todas as outras oitavas (ABDOUNUR, 1999 p. 9).

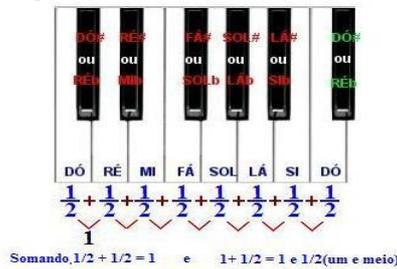
A próxima etapa foi dividir essa oitava em sons que determinassem o alfabeto sonoro que conhecemos até hoje. Isso foi possível pela simplicidade nas razões de quintas e oitavas, viabilizando a construção de uma escala com sete notas, por meio de divisões por quintas. Assim, formou-se a sequência Fá, Dó, Sol, Ré, Lá, Mi, Si, constituída somente por quintas. Por conseguinte, deu-se origem ao alfabeto sonoro (cifra), que continuou sendo objeto de estudo por parte dos matemáticos que posteriormente organizaram as sete notas da seguinte forma: Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si.

As escalas são uma sequência de notas que obedecem a determinados padrões, que vai de uma nota de determinada frequência à outra com o dobro. Na escala musical, há sete notas diferentes, repetindo a primeira com a última, embora esta tenha o dobro da frequência da primeira (ou metade do comprimento de corda), conforme mostrado na Figura 1, e esteja uma oitava acima, ou seja, à direita. A oitava significa, portanto, que uma nota se torna a oitava a contar da primeira, ou seja, depois das sete notas, a oitava é a repetição da primeira, porém com um tom mais agudo.

Um intervalo musical entre duas notas é determinado por números ordinais que relacionam a posição entre a nota e a primeira da escala a que ela pertence.

Portanto, o intervalo C-E⁴ é uma terça maior, pois E é a terceira nota da escala de C maior.

Figura 2: Representação de um intervalo musical nas teclas do piano



Fonte: <https://www.google.com/search?hl=pt-BR&tbm=isch&source=hp&biw=1517&bih=730&ei=ja2UXcXnH-WP0AbI96mYCA&q>, com adaptações.

O intervalo C-F é uma quarta tanto maior quanto menor, pois F é a quarta nota tanto da escala de C quanto de Cm, e o intervalo F-C' é uma quinta (C' refere-se ao primeiro C depois do F).

A Matemática também está presente na Música nas partituras que são formadas por um pentagrama (conjunto de cinco linhas horizontais) e as figuras de notas musicais, e cada figura tem um valor referente às notas que representam.

Os símbolos usados nas partituras representam as notas musicais e suas respectivas pausas, cada um com seu valor correspondente. Esse valor pode ser um número natural ou racional, que formam proporções. A Semibreve é associada ao valor 4, a Mínima possui metade desse valor, a Semínima metade do valor da mínima e assim por diante. Essa relação pode ser mais bem compreendida na seguinte imagem:

Figura 3: Relações entre notas musicais, representações e valores

Nomes das figuras das notas musicais	Figuras das notas musicais	Representação do valor das notas musicais.	Valor relativo das notas musicais
Semibreve			1
Mínima			2
Seminima			4
Colcheia			8
Semicolcheia			16
Fusa			32
Semifusa			64

Fonte: Notas de aulas dos autores.

A Música pode ser uma ferramenta para o ensino da Matemática, e um exemplo seria iniciar o estudo de frações com uma canção simples como Parabéns

⁴ Nas cifras o A corresponde à nota Lá, B a Si, C a Dó, D a Ré, E a Mi, F a Fá e G a Sol.

a você. Ao cantar a canção, um grupo bate palma a cada sílaba, nas semínimas. Outro grupo bate palmas no primeiro tempo de cada compasso, outro no primeiro e no terceiro tempos, um quarto grupo bate palmas oito vezes em cada compasso. Assim, os alunos poderão comparar o todo, a metade, o quarto e o oitavo e estabelecer uma relação. Nesse caso, a relação matemática existente em uma canção é mais facilmente compreendida e se torna menos abstrata.

A teoria dos Registros de Representação Semiótica e a aprendizagem

As questões relacionadas ao conhecimento humano estão diretamente ligadas ao objeto de conhecimento e suas representações. Muitas vezes tidas como “imitações” do objeto, as representações são confundidas com o próprio objeto.

Na Matemática, essa dualidade também acontece e pode interferir negativamente no processo de aprendizagem. Se perguntarmos a um aluno do Ensino Fundamental ou Médio se ele sabe o que é $\frac{4}{5}$, provavelmente ele responderá que é uma fração, em vez de dizer que é a representação do registro numérico de uma fração.

Diferentemente de outras áreas do conhecimento na Matemática, as representações assumem um papel fundamental na constituição dessa ciência, cujos todos os objetos de conhecimento são abstratos e que conseguimos somente manipular suas representações, sendo, portanto, essencial conhecer diversas representações de um mesmo objeto.

Quanto à dualidade entre objeto e representação, Duval (2011, p. 16-17) enfatiza:

O primeiro esquema de análise do conhecimento se desenvolveu com base na oposição epistemológica entre a representação de um objeto e o objeto representado. O conhecimento começa quando não adotamos mais a representação do objeto no lugar do próprio objeto.

Nesse sentido, o conhecimento é construído a partir do momento que o indivíduo não confunde a representação de um objeto com o próprio objeto e compreende que as representações são meios de acesso aos conhecimentos relacionados ao objeto em questão. Em outras palavras, o conhecimento só é construído quando o indivíduo se depara com a representação do objeto e sabe que está em contato com uma representação, e não com o próprio objeto.

Quando pensamos no ensino, costumamos estabelecer imediata correspondência com o processo de aprendizagem, e sob essa ótica não raro nos vêm à mente questões do tipo: Como compreender as dificuldades dos alunos? Qual é origem dessas dificuldades? Para que possamos obter respostas coerentes a

essas questões e, também, interpretar tais respostas de maneira adequada, faz-se necessário um olhar para esses questionamentos do ponto de vista da cognição.

Os encaminhamentos matemáticos apresentam uma característica fundamental que está centrada nas transformações de representações semióticas obtidas dentro do contexto de um problema proposto. Segundo Duval (2011), é nisso que os encaminhamentos matemáticos se distinguem dos encaminhamentos em outras ciências, como na Física, na Biologia, na Geologia etc. Na Matemática, trabalhamos apenas com representações semióticas e, sempre que necessário, transformando-as em outras. Logo, em Matemática, uma representação semiótica torna-se interessante à medida que ela pode se converter em outra representação.

De acordo com Duval (2003), a originalidade de uma abordagem cognitiva não está em observar os erros cometidos pelos estudantes e a partir deles determinar suas “concepções” e a origem de suas dificuldades em certo assunto matemático. A originalidade dessa abordagem está em procurar descrever o funcionamento cognitivo que possibilite ao estudante compreender, efetuar e controlar a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos nas diversas situações de ensino.

Para um olhar do ponto de vista da cognição para a atividade matemática, as representações semióticas merecem um lugar de destaque nessa discussão, pois, segundo Duval (2003), é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para perceber que a evolução das representações semióticas foi uma condição primordial para a evolução do pensamento matemático.

Concordando com Duval (2003), chamaremos de “registros” de representação a grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática. Esses registros permitem que os objetos matemáticos, que são abstratos, sejam representados para auxiliar sua compreensão.

Quanto à atividade matemática, Duval (2003, p. 14) destaca que:

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação.

A riqueza matemática das representações semióticas está nas transformações que se podem fazer com elas, e não na própria representação. A diversidade de transformações que podem ser realizadas com as representações de um objeto matemático constitui-se num arsenal poderosíssimo para a atividade matemática.

A possibilidade de transformar as representações semióticas na atividade matemática determina o caminho a ser seguido pelo indivíduo na resolução de problemas, podendo este ser mais fácil ou mais difícil, proporcionar outros desencadeamentos ou descobertas, tudo vai depender da escolha feita.

Nessa direção, Duval (2011) afirma que os procedimentos para realizar uma tarefa, os caminhos para resolução de um problema, mudam segundo o tipo de representação na qual eles estão incluídos. Portanto, é plausível dizer que os encaminhamentos para a resolução de um problema dependem do tipo de representação com a qual se trabalha e os desdobramentos são consequências das transformações que ocorrem durante o processo de resolução.

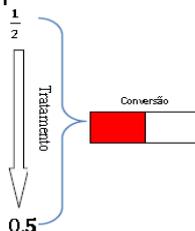
Quanto aos tipos de transformações de representação semiótica, elas se apresentam de dois tipos radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. Os tratamentos consistem na transformação de uma representação semiótica em outra, permanecendo no mesmo sistema, ou seja, uma transformação de representação interna a um registro de representação ou sistema.

Dentro do registro da língua natural, um tratamento ocorre quando se realiza uma paráfrase, pois ela tem a função de reformular o que foi enunciado com o intuito de substituição ou explicação, isto é, dizer com outras palavras o que já foi dito. No âmbito da Matemática, podemos exemplificar o tratamento quando, a partir da representação algébrica de uma função, encontra-se a equação da reta tangente à curva que representa a função dada num determinado ponto de tangência. No exemplo citado, todo tratamento é feito dentro do mesmo registro de representação, no caso, o registro algébrico.

As conversões, por sua vez, consistem na transformação de uma representação semiótica em outra mudando de sistema, mas conservando a referência ao mesmo objeto. A conversão, portanto, trata-se de uma transformação externa em relação ao registro de partida.

A figura a seguir apresenta um exemplo de tratamento ao lado de uma conversão, na busca de evidenciar a diferença entre essas duas transformações.

Figura 4: Exemplo de tratamento e conversão



Fonte: Arquivo dos autores.

Na Figura 4, a representação fracionária de um número sofreu uma transformação do tipo tratamento e foi transformada a representação decimal do mesmo número. Apesar de a representação passar por uma transformação, o registro permaneceu no mesmo sistema semiótico, o da representação numérica.

À medida que qualquer uma das representações numéricas do número racional é transformada da representação figural, podemos dizer que a representação do objeto sofreu uma transformação do tipo conversão, alterando o sistema de representação, porém conservando a características do objeto.

Considerando a conversão em um sentido mais amplo, não se limitando apenas às representações numéricas e figurais de um número racional, a tradução dos dados do enunciado de um problema da língua natural para escritas simbólicas, numérica ou algébrica é uma conversão das diferentes expressões linguísticas em outras expressões simbólicas. Entretanto, a conversão requer que percebamos a diferença entre o conteúdo de uma representação e aquilo que está sendo representado. Em outras palavras, numa conversão é fundamental saber distinguir o objeto e sua representação.

Vale ainda assinalar que as regras de conversão não são as mesmas segundo o sentido no qual está sendo realizada a mudança de registro. Uma conversão do registro numérico para o registro figural requer do indivíduo a mobilização de estratégias completamente diferentes das requeridas na conversão no sentido contrário.

Ainda nessa direção, Duval (2009, p. 63) salienta que

[...] a ausência de coordenação entre diferentes registros cria muito frequentemente uma deficiência para as aprendizagens conceituais. Inversamente, uma aprendizagem especificamente centrada na mudança de e na coordenação de diferentes registros de representação produz efeitos espetaculares nas macrotarefas de produção e de compreensão.

Do ponto de vista matemático, as conversões são necessárias para escolher o registro com o qual os tratamentos serão efetuados com maior facilidade, ou seja, para se obter um registro que servirá de suporte para os tratamentos. Essa ideia também é válida no processo de ensino, o qual, muitas vezes, dá mais atenção aos tratamentos do que para as conversões, pelo fato de que os primeiros determinam uma resposta certa ou errada.

A mudança de registro de representação é algo indispensável na resolução de problemas matemáticos, normalmente é a primeira ação realizada pelo indivíduo quando se depara com um problema.

A conversão entre os registros de representação apresenta dois fenômenos distintos, a congruência e a não congruência. Quando a conversão é quase imediata, temos o fenômeno de congruência, sendo possível observar em ambos os sentidos da conversão uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes de partida e de chegada. No entanto, quando a conversão não acontece de maneira quase que imediata, e as unidades significantes disponibilizadas não são suficientes para efetuar a conversão de forma imediata, temos o fenômeno de não congruência.

Grande parte das dificuldades apresentadas pelos estudantes na aprendizagem matemática está nas conversões que apresentam os fenômenos de não congruência, pois a equivalência semântica das unidades de sentido não está explícita nos registros de partida e de chegada.

Metodologia e descrição do estudo

Ao realizar uma pesquisa, o pesquisador confronta dados produzidos e coletados com a finalidade de fazer descobertas ou validar conjecturas com o intuito de atingir seus objetivos e efetuar uma revisão teórica sobre o assunto relacionado ao tema da investigação (LUDKE; ANDRÉ, 1986). Em geral, isso ocorre a partir do estudo de um problema que surgiu da curiosidade do investigador em busca de respostas. No caso específico deste trabalho, a curiosidade reside na relação entre Música e Matemática.

As abordagens de análise de um trabalho de pesquisa são úteis para a compreensão e a relação dos objetos que estão sendo estudados. Esta pesquisa se caracteriza como um estudo qualitativo.

Bogdan e Biklen (1994) defendem que esse tipo de investigação apresenta cinco características básicas:

1) Nas pesquisas qualitativas, o pesquisador é o instrumento principal e gasta boa parte do tempo das pesquisas no local pesquisado, como em escolas, buscando compreender questões educativas.

2) Os dados recolhidos são descritivos, o pesquisador analisa-os observando os detalhes e respeitando ao máximo a forma como foram registrados.

3) O interesse maior da pesquisa não é o resultado, mas, sim, o processo.

4) As formas de análise são construídas a partir dos dados recolhidos e agrupados.

5) A realidade e o contexto no qual estão inseridos os sujeitos são levados em consideração nesse tipo de abordagem.

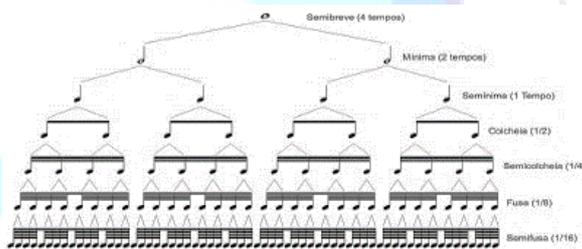
Esta pesquisa contempla as cinco características descritas por Bogdan e Biklen (1994) no sentido de que passamos boa parte do tempo da realização do estudo inseridos na escola de Música; a análise foi realizada de maneira descritiva; o interesse maior foi pelo processo de aprendizagem dos estudantes, e não pelo resultado final da aplicação das atividades; as análises foram empreendidas a partir dos dados produzidos e coletados com os estudantes investigados; por fim, a realidade dos estudantes foi levada em consideração tanto na elaboração das tarefas quanto no processo de execução da sequência.

O estudo foi desenvolvido em uma escola de Música na cidade de Santa Vitória – MG, com uma turma de alunos na faixa etária de 8 a 16 anos. Para garantir o anonimato dos participantes, foram atribuídos a eles nomes fictícios.

Para o ensino teórico de Música, os alunos necessitam de algumas habilidades com cálculos aritméticos, necessários para a formação das notas. Como foi constatado que alguns alunos tinham dificuldade, a sequência de atividades foi proposta para que eles pudessem compreender melhor a relação entre uma nota e outra por meio de frações.

A realização das atividades aconteceu em quatro aulas de 50 minutos cada, por meio de fichas, cujas atividades e objetivos envolvidos serão apresentados a seguir.

Atividade 1: Primeiros passos na teoria musical



I – Analise a árvore das notas musicais e complete as frases a seguir:

A mínima é a metade da _____

A semínima é a metade da _____

A colcheia é a metade da _____

A semicolcheia é a metade da _____

A fusa é a metade da _____

A semifusa é a metade da _____

Eu preciso de _____ mínimas para dar uma semibreve

Eu preciso de _____ semínimas para dar uma mínima

Eu preciso de _____ colcheias para dar uma mínima

Eu preciso de _____ semicolcheias para dar uma colcheia

Eu preciso de _____ fusas para dar uma semicolcheia

Eu preciso de _____ semifusas para dar uma fusa

A soma de duas mínimas é uma _____

A soma de duas semínimas é uma _____

A soma de duas colcheias é uma _____

A soma de duas semicolcheias é uma _____

A soma de duas fusas é uma _____

A soma de duas semifusas é uma _____

II – Responda:

São necessárias quantas mínimas para uma semibreve?

São necessárias quantas semicolcheias para uma mínima?

São necessárias quantas semifusas para uma semibreve?

São necessárias quantas colcheias para uma mínima?

São necessárias quantas semifusas para uma colcheia?

São necessárias quantas fusas para uma semínima?

São necessárias quantas semicolcheias para uma semibreve?

São necessárias quantas fusas para uma semicolcheia?

São necessárias quantas semínimas para uma mínima?

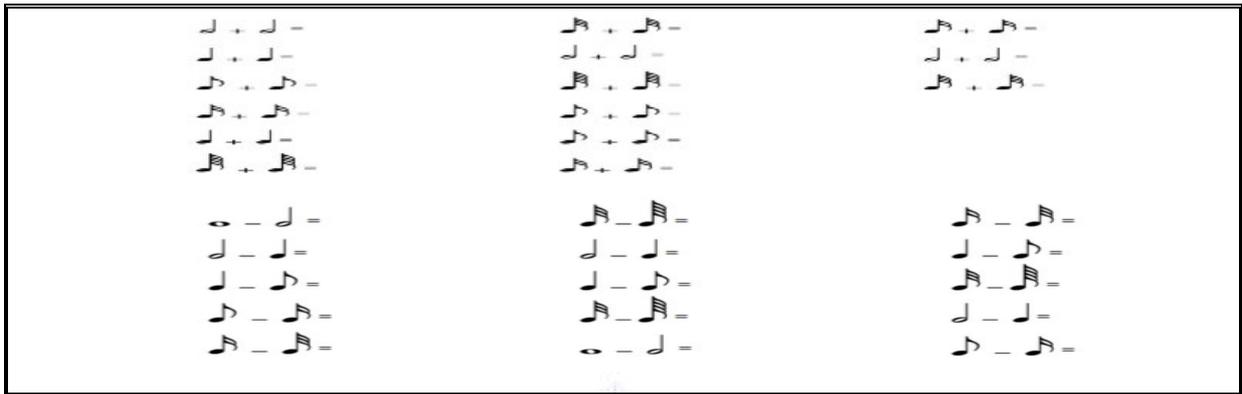
São necessárias quantas semicolcheias para uma semínima?

São necessárias quantas semicolcheias para uma mínima?

III – Separe com barras de compasso



IV – Observe a árvore de notas musicais e realize as operações indicadas



A atividade 1 é composta por quatro itens que buscaram trabalhar as noções iniciais da teoria musical, explorando a Matemática envolvida. O primeiro e o segundo itens são realizados com um simples tratamento, pois consistem em uma interpretação da árvore de notas, e tanto o enunciado (registro de partida) quanto a resposta (registro de chegada) são dados em língua materna. Com esses itens era esperado que os estudantes relacionassem as figuras de notas e observassem a equivalência existente entre elas.

No item três, a intenção foi explorar a relação entre a fórmula de compasso dada no início de cada pentagrama logo após a clave de sol e o tempo de cada compasso. Para a execução da tarefa proposta o estudante necessitaria realizar uma conversão congruente, uma vez que a fórmula de compasso é dada no registro simbólico numérico e o estudante, por meio da equivalência das figuras de notas, deveria separar os intervalos de compassos por meio de uma barra vertical.

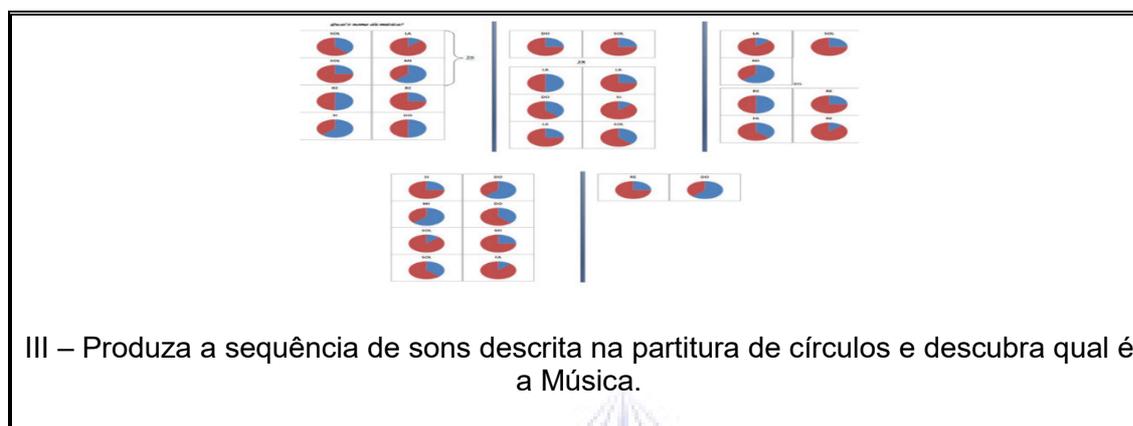
O último item dessa atividade poderia ser realizado de duas maneiras, utilizando o registro figural ou o registro numérico. Se o estudante fizer uso do registro figural, será realizado um tratamento e, se for empregado registro numérico, será realizada uma conversão.

Atividade 2: Aplicando a teoria na prática

I – Observe as garrafas, a nota musical que cada uma delas representa e relacione a nota com a quantidade de líquido na garrafa.



II – Relacione as notas representadas na partitura de círculos com aquelas presentes nas garrafas.



III – Produza a sequência de sons descrita na partitura de círculos e descubra qual é a Música.

A proposta dessa atividade foi fazer com que os alunos associassem as frações representadas por meio de círculos com as notas musicais e produzissem uma sequência de sons, cuja melodia é de uma famosa Música natalina.

Para a realização do primeiro item da atividade, o estudante precisa entender que o círculo da Figura 5 representa dois tempos (o inteiro completo representa quatro tempos, logo a metade do inteiro representa dois tempos), e que dois tempos representam o valor da mínima.

Figura 5: Círculos que representam notas



Fonte: Arquivos dos autores.

Na sequência, os estudantes precisam relacionar a nota representada em cada círculo na partitura com aquelas dispostas nas garrafas, tocando a nota segurando o valor do seu tempo, por exemplo, na Figura 5 estão representados dois tempos. E, por fim, no terceiro item relacionando as notas e obedecendo aos tempos, os estudantes deveriam formar uma sequência de sons, seguindo a pulsação do ritmo para identificar a Música.

Análise e discussão dos resultados

Para a análise dos dados, as respostas dadas nas atividades pelos participantes foram verificadas sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, na tentativa de entender como se deu o processo cognitivo desses estudantes ao realizarem as atividades.

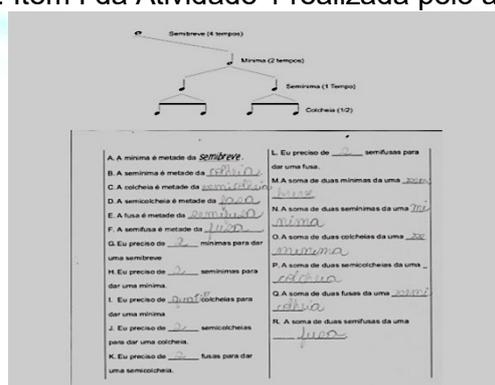
Na tentativa de não alongar demasiadamente o texto da análise, foram selecionadas as respostas mais interessantes, seja a que representa a maioria dos estudantes, seja aquela mais curiosa, em que a estratégia utilizada traz elementos interessantes que merecem ser discutidos.

No primeiro item da Atividade 1, os estudantes tiveram que observar a árvore de notas que relacionava as figuras de valores. Foi possível notar que a maior parte dos registros apresentados estava correta, o que demonstra que eles compreenderam a ideia de como essas figuras se relacionavam entre si por meio da contagem.

Esse item foi realizado de forma muito tranquila, quase que de maneira imediata, uma vez que bastava que eles observassem a quantidade de notas necessárias para a formação de outra. O tipo de transformação realizada pelos estudantes é uma conversão congruente, pois, de acordo com Duval (2003), nesse tipo de transformação é possível estabelecer uma relação termo a termo entre as unidades significantes do registro de partida com aquelas do registro de chegada.

Contudo, em alguns registros, os alunos apresentaram erros de conversão, no sentido de não associarem de maneira correta a figura com o seu valor, como mostra a imagem a seguir.

Figura 6: Item I da Atividade 1 realizada pelo aluno José



Fonte: Arquivos dos autores.

Nesse caso, o aluno inverteu a árvore de figuras de notas fazendo a leitura de baixo para cima. A semínima é a metade da mínima, e não da colcheia.

Para esse aluno, o fato de aparecerem duas colcheias relacionadas a uma semínima indicava que a colcheia seria a metade da semínima.

O segundo item dessa atividade é muito parecido com a anterior, porém, enquanto o primeiro trata da equivalência das figuras de notas, o segundo explora a equivalência numérica entre elas, exigindo também uma simples contagem que possibilita realizar uma conversão congruente entre as representações: registro de partida (figural) e registro de chegada (numérico), respectivamente.

O extrato que representa a realização desse item está presente na Figura 7.

Figura 7: Item II da Atividade 1 realizada pela aluna Maria

A. Vão quantas MÍNIMAS para uma SEMBREVE: 2
 B. Vão quantas SEMICOLCHEIAS para uma MÍNIMA: 2
 C. Vão quantas SEMÍFUSAS para uma SEMBREVE: 2
 D. Vão quantas COLCHEIAS para uma MÍNIMA: 2
 E. Vão quantas SEMÍFUSAS para uma COLCHEIA: 2
 F. Vão quantas FUSAS para uma SEMBREVE: 2
 G. Vão quantas SEMICOLCHEIAS para uma SEMBREVE: 2
 H. Vão quantas FUSAS para uma SEMICOLCHEIA: 2
 I. Vão quantas SEMÍFUSAS para uma MÍNIMA: 2
 J. Vão quantas SEMICOLCHEIAS para uma COLCHEIA: 2
 K. Vão quantas FUSAS para uma MÍNIMA: 2
 L. Vão quantas SEMÍFUSAS para uma SEMBREVE: 2
 M. Vão quantas COLCHEIAS para uma SEMBREVE: 2
 N. Vão quantas FUSAS para uma SEMBREVE: 2
 O. Vão quantas SEMÍFUSAS para uma COLCHEIA: 2
 P. Vão quantas COLCHEIAS para uma SEMBREVE: 2
 Q. Vão quantas FUSAS para uma SEMBREVE: 2
 R. Vão quantas FUSAS para uma MÍNIMA: 2
 S. Vão quantas SEMÍFUSAS para uma MÍNIMA: 2

Sembre (4 tempos)
 Mírema (2 tempos)
 Semínima (1 Tempo)
 Colcheia (1/2)

A. A mírema é metade da <u>sembreve</u> .	L. Eu preciso de <u>2</u> semífusas para dar uma fusa.
B. A semínima é metade da <u>colcheia</u> .	M. A soma de duas mínimas dá uma <u>semibreve</u> .
C. A colcheia é metade da <u>semibreve</u> .	N. A soma de duas semínimas dá uma <u>mírema</u> .
D. A semicolcheia é metade da <u>colcheia</u> .	O. A soma de duas colcheias dá uma <u>semibreve</u> .
E. A fusa é metade da <u>semibreve</u> .	P. A soma de duas semicolcheias dá uma <u>colcheia</u> .
F. A semíflusa é metade da <u>colcheia</u> .	Q. A soma de duas fusas dá uma <u>semibreve</u> .
G. Eu preciso de <u>2</u> mínimas para dar uma semibreve.	R. A soma de duas semífusas dá uma <u>fusa</u> .
H. Eu preciso de <u>2</u> semínimas para dar uma mírema.	
I. Eu preciso de <u>4</u> colcheias para dar uma mírema.	
J. Eu preciso de <u>2</u> semicolcheias para dar uma colcheia.	
K. Eu preciso de <u>2</u> fusas para dar uma semicolcheia.	

Fonte: Arquivos dos autores.

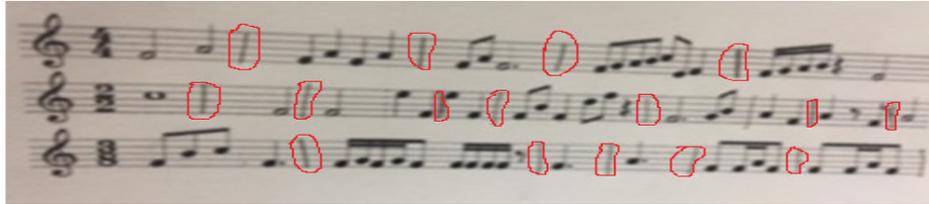
A transformação realizada nesse tipo de atividade é a conversão da língua materna para o registro simbólico numérico, pelo fato de a atividade exigir que o estudante estabelecesse uma relação de equivalência entre as figuras de notas, que na atividade são apresentadas na língua materna. Para Duval (2011), as atividades que exigem uma conversão congruente demandam do estudante menor custo cognitivo.

Diferente dos itens anteriores, o terceiro exigiu o tratamento no registro figural. Para a realização dessa transformação, o estudante tinha que efetuar a soma dos valores numéricos das figuras de notas (árvore de figuras de notas), marcando assim cada compasso com uma barra. Vale ressaltar que para marcar os compassos é necessário observar a fórmula de compasso no início da partitura, por exemplo, a primeira partitura do item III inicia com dois números quatro sobrepostos, e o número de cima indica a unidade de compasso, que nesse caso é quaternário, e o de baixo é a unidade de tempo que indica a figura de nota que preenche o tempo, que no caso é a semibreve.

A realização do que foi solicitado nesse item exigiu uma conversão, pois, ao colocar na partitura as barras de compasso a partir da fórmula apresentada no início,

o estudante deveria transformar o compasso representado numericamente em barras para separar conjuntos de figuras de notas. O protocolo que representa a realização desse item está presente na Figura 8.

Figura 8: Item III da Atividade 1 realizada pela aluna Anna



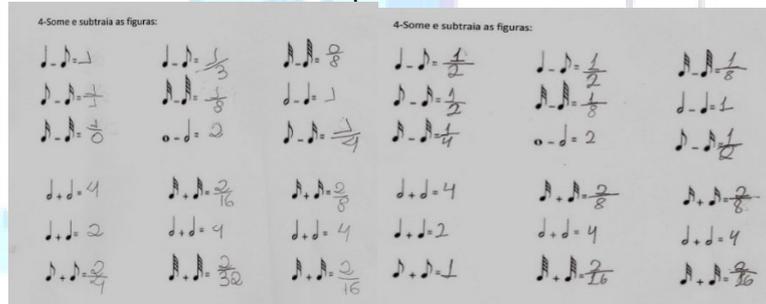
Fonte: Arquivo dos autores.

Na Figura 8, foram destacadas as barras de compasso inseridas por Anna, e é possível notar que ela incluiu as barras corretamente, com exceção no segundo pentagrama, em que, após a segunda figura de nota, ela teria que colocar uma barra. Ela até o fez inicialmente, porém, talvez por insegurança, acabou apagando.

Já no item IV da Atividade 1, foi necessário realizar uma conversão que poderia ser feita tanto no sentido figural para representação numérica quanto relacionar as figuras, mantendo o registro figural e somente a resposta final ser transformada na representação simbólica numérica.

O exemplo de como os estudantes realizaram esse item está na Figura 10.

Figura 9: Item IV da Atividade 1 realizada pelos estudantes Lara e Bruno, respectivamente



Fonte: Arquivo dos autores.

É possível notar a presença do denominador zero nos registros da estudante Lara, o que evidencia que o conceito de fração não fazia parte do conhecimento prévio de alguns alunos, pois a divisão por zero é uma indeterminação e não se define.

A realização da tarefa exigida no item IV da Atividade 1 exigiu a conversão da representação figural para a numérica e, durante a execução da transformação, foi possível notar que os estudantes compreenderam que cada figura musical correspondia a uma fração de outra figura, o que possibilitou que aqueles que

dominavam o conceito de fração e as operações fizessem os cálculos sem maiores dificuldades.

No entanto, a realização do item IV da Atividade 1 também envolveu outras estratégias bastante interessantes que auxiliaram os estudantes na conversão da representação figural para a simbólica numérica. Essas estratégias podem ser observadas na Figura 10

Figura 10: Item IV da Atividade 1 realizada pelos estudantes Luan e Julia



Fonte: Arquivos dos autores.

A Figura 10 traz as respostas dadas pelos estudantes Luan e Julia, respectivamente. Analisando os protocolos, é possível perceber que os estudantes utilizaram estratégias diferentes para realizar o que foi solicitado. Enquanto Luan, na maioria das situações, fez a conversão de cada figura para a representação numérica para depois efetuar o cálculo aritmético, Julia fez um tratamento dando as respostas na representação figural. As duas estratégias evidenciam a importância de o estudante reconhecer o objeto em suas diferentes representações e corroboram os dizeres de Duval (2011), quando enfatiza que é de suma importância que o aprendiz reconheça o objeto de estudo em suas diferentes representações.

Na Atividade 2, a proposta foi levar para os alunos algumas garrafas com água para eles entenderem o som representado por cada nota e descobrir qual a Música descrita na partitura. O objetivo consistiu não apenas em tocar o instrumento, mas também entender as notas, os tempos que elas têm que ser seguradas e a repartição das notas na partitura (compasso).

Para tanto, a partitura foi representada por gráficos, em que cada gráfico representava o valor da unidade de tempo de cada nota, como ilustrado na figura da Atividade 2 apresentada anteriormente.

As conversões realizadas pelos alunos na Atividade 2 são mais complexas que nas atividades anteriores, pois foi necessário realizar três conversões (1.^a

Transformação figural para o gráfico; 2.^a Transformação da fração para a proporção em relação ao tempo da nota; 3.^a Relacionar cada gráfico com as notas da garrafa).

Alguns estudantes compreenderam o objetivo, porém não conseguiram fazer a conversão imediata. Eles apresentaram dificuldade na parte rítmica, por isso foi necessário que a professora fizesse a pulsação com eles contando os tempos a fim de identificar a Música. Foi possível notar o interesse dos alunos em descobrir qual a Música representada na partitura.

Nessa tarefa, os estudantes necessitavam mobilizar todos os conhecimentos construídos nas atividades anteriores. Tiveram que passar por quatro conversões, apresentando mais dificuldade na última (momento de execução da Música), pois o estudante partiu da representação figural em que a partitura foi apresentada e chegou ao que chamamos de “representação sonora”, articulando as diferentes representações sonoras, produzindo a melodia.

Quando a conversão não acontece de maneira quase que imediata, temos o fenômeno de não congruência. De acordo com Duval (2011), nesse fenômeno, não é possível fazer uma associação termo a termo dos elementos do registro de partida com aqueles do registro de chegada e, ainda, para esse mesmo autor, é na não congruência que reside grande parte das dificuldades dos alunos na aprendizagem matemática.

De modo geral, foi possível perceber que os alunos entenderam a relação presente entre Música e Matemática, apesar das dificuldades apresentadas, como pôde ser observado nos comentários feitos por eles após as aulas, em que muitos disseram que sem o conhecimento matemático não seria possível realizar as atividades e outros enfatizaram que foi um momento de aprender Matemática.

Outra forma de trabalhar fração na Música é utilizar materiais recicláveis para construção de instrumento de percussão, trabalhando assim com diversos ritmos representados por figuras de notas e pausas, cada qual com seu valor. Isso talvez poderia amenizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes na Atividade 2 e ajudar a identificara Música Dingo Bells descrita na partitura.

Se compreendermos que a Música motiva e faz com que os alunos criem vínculos com o que está sendo estudado, parece-nos que essa atividade colaborou no sentido da compreensão das noções de fração, por exemplo, frações equivalentes e operações com frações, além de compreenderem a relação da Matemática com outras áreas do conhecimento, como a teoria musical.

Considerações finais

Este trabalho é fruto das discussões e vivências entre os autores dentro da Universidade durante reuniões de estudos acerca da aprendizagem matemática. A Música sempre permeou esses encontros, uma vez que a segunda autora é professora de teoria musical e o primeiro autor é aluno de Música em um conservatório no Triângulo Mineiro. Esse fato motivou os autores a pesquisar e construir uma proposta de ensino, a qual envolvesse esses dois temas. Foi escolhido o conteúdo de frações pelo fato de os alunos apresentarem dificuldades relacionadas à identificação dos tempos nas notas musicais, visto que o tempo de uma nota é formado a partir dos tempos de outras notas.

Pode-se dizer que o objetivo de propor e analisar esse material foi alcançado. A partir dos registros dos alunos, identificamos suas maiores dificuldades e as relações construídas entre diferentes tipos de conversões.

Os alunos que participaram dessa pesquisa demonstraram, durante as aulas, um maior interesse pela Matemática, o que foi provocado pelo ensino de Música. Durante o processo, os que ainda não tinham conhecimento sobre frações puderam desenvolver uma ideia intuitiva do conceito, fazendo cálculos mentais. Por sua vez, aqueles que tinham conhecimento das frações puderam aprimorar ainda mais o conceito formalizado, ampliando as relações conhecidas.

Nessas atividades, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode ser um excelente instrumento de análise por parte do professor, porque, além de permitir que ele reflita sobre como ocorre o processo cognitivo da aprendizagem do conceito de fração, contribui para a compreensão de suas linguagens e as propriedades dos objetos matemáticos e a Música, quando se abordam as noções de fração.

As dificuldades apresentadas pelos estudantes mostraram o quanto ainda temos que explorar o conceito de fração e que a Música pode se tornar uma ferramenta útil de ensino e aprendizagem de Matemática.

Alguns itens das atividades poderiam ter sido mais bem explorados, por exemplo, a formação do conceito de fração. Uma proposta, antes de começar a intervenção para melhor compreensão, seria retomar algumas noções a respeito do conceito de fração e depois propor novas atividades que envolvessem esse conceito. A ideia sugerida neste trabalho não foi explorar especificamente a formação do conceito, e sim as operações que envolvem frações, ou seja, algumas noções de fração.

Ainda, foi possível perceber o envolvimento total dos alunos, principalmente na atividade “qual é a Música?”, na qual eles tinham que colocar em prática todo o conhecimento construído nas aulas anteriores. Nesse sentido, ficou evidente o quão gratificante é despertar o gosto, a motivação e o interesse pela Matemática de forma lúdica, aproximando-se de outras áreas do conhecimento, como a Música.

Por fim, ficou evidente a possibilidade de o trabalho desenvolvido com a Música e a Matemática nessa pesquisa se tornar uma ferramenta importante para ser utilizada pelo professor da Educação Básica, uma vez que os alunos passam a dar um diferente significado não só à disciplina de Matemática, como também às relações entre os conceitos, procedimentos e formas de raciocínio, assim como aconteceu com Pitágoras na Antiguidade.

Referências

- ABDOUNUR, O. J. Matemática e música: pensamento analógico na construção de significados. São Paulo: Escrituras Editora, 1999.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação qualitativa em educação. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- DUVAL, R. Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.
- DUVAL, R. Semiósisis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- DUVAL, R. Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica. Organização Tânia M. M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem, 2011.
- GARDNER, H. Estruturas da mente: a teoria das inteligências múltiplas. Porto Alegre: Artmed, 1994.
- LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.
- MENEZES, F. Matemática dos afetos: tratado de (re)composição musical. São Paulo: Edusp, 2013.

Submetido em: 20 de Janeiro de 2020.

Aceito em: 13 de Abril de 2020.