



Critérios para seleção de temas de interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio

Criteria for selection of themes of interest to the Mathematics Curriculum of High School

Clarissa de Assis Olgin¹

Claudia Lisete Oliveira Groenwald²

Resumo

Este artigo apresenta critérios para a escolha de temas de interesse que podem ser desenvolvidas no Currículo de Matemática do Ensino Médio fundamentados em Skovsmose (2006), Doll Jr.(1997) e Silva (2009). Entende-se que os temas devem proporcionar o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, possibilitando ao estudante ampliar, revisar e aprofundá-los. Apresenta-se uma sugestão de classificação de possíveis temas que busca subsidiar o professor na escolha de assuntos a serem desenvolvidos nas aulas de Matemática de forma a contextualizar e despertar o interesse do estudante do Ensino Médio para os conteúdos desenvolvidos. Apresentam-se, também, exemplos de cada temática, considerando-se os critérios pesquisados.

Palavras-chave: Currículo de Matemática. Ensino Médio. Temas de Interesse.

Abstract

This article presents criterion for choosing themes of interest that can be developed in the Mathematics Curriculum of High School grounded in Skovsmose, Doll Jr. and Silva. It is understood that the themes should provide the development of mathematical content, making possible to students enlarge, revise and deepen the same. Presents itself a classification suggestion of possible themes that search subsidize the teacher when choosing the subjects to be developed in Mathematics classes in order to contextualize and wake High School student interest to the developed contents. Present themselves, also, examples of each thematic, considering the studied criterions.

Keywords: Mathematics Curriculum. High School. Themes Interest.

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil - ULBRA; Professora de Matemática da Prefeitura Municipal de Porto Alegre; Rio Grande do Sul; Brasil; clarissa_olgin@yahoo.com.br.

² Doutora em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca – Espanha; Professora do Curso de Licenciatura em matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela ULBRA; Canoas; Rio Grande do Sul; Brasil; claudiag@ulbra.br.

Introdução

Este artigo é um recorte da pesquisa de doutorado referente ao desenvolvimento de critérios para escolha de temas de interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Matemática, na Universidade Luterana do Brasil.

Nos dias atuais, faz-se necessário um Currículo que dê significado ao conhecimento escolar, buscando relacionar os conteúdos formais às situações práticas (BRASIL, 1999), despertando o interesse dos estudantes para os conteúdos trabalhados em sala de aula, buscando formar um estudante capaz de atuar na vida em sociedade.

Segundo Azcárate (1997), o currículo de Matemática pode ser desenvolvido, por meio de uma rede de problemas que viabilizem aos estudantes compreender a realidade social, cultural, política e natural. Nesse sentido, entende-se que é importante selecionar temas de interesse que façam parte da realidade desses alunos e que permitam desenvolver os conteúdos matemáticos, buscando desenvolver estratégias que possibilitem a construção de uma Matemática integrada a outros conhecimentos.

Nesse sentido, o trabalho com temáticas pode possibilitar conexões entre os conteúdos desenvolvidos em sala de aula às questões da vida cotidiana. O objetivo deste artigo é apresentar critérios que permitam a escolha de temas de interesse que possam ser desenvolvidos no Currículo de Matemática do Ensino Médio, apresentando sugestões de possíveis temáticas, bem como, exemplos de atividades com as temáticas referidas.

Metodologia de investigação

A metodologia adotada baseou-se em uma abordagem qualitativa, na qual primeiramente, foi construído um aporte teórico que possibilitou investigar critérios para seleção de temas que podem ser incorporados ao Currículo de Matemática do Ensino Médio. Os critérios foram fundamentados nas pesquisas de Skovsmose (2006), Doll Jr. (1997) e Silva (2009). Com base nessas pesquisas pretendeu-se argumentar a favor da necessidade de desenvolver os conteúdos de Matemática aliados a estes temas e, também, para verificar as potencialidades da utilização dos mesmos no Currículo de Matemática

do Ensino Médio. Na segunda etapa, realizou-se uma pesquisa documental para identificar temas que já são trabalhados no Currículo de Matemática do Ensino Médio. Foram analisados os livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2012, as questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 1998 a 2013 e o banco de teses da CAPES. A partir desta análise identificaram-se atividades didáticas, envolvendo temas interligados aos conteúdos matemáticos, que podem ser exploradas pelo professor em sala de aula para revisar conteúdos já trabalhados ou para introduzir novos conceitos. Na fase seguinte foi elaborada uma sugestão de temas que podem ser desenvolvidos de acordo com os critérios investigados e apresentam-se exemplos de atividades didáticas que podem ser desenvolvidas ao longo do Ensino Médio. A elaboração de uma classificação para os temas de interesse, os quais podem ser trabalhados no Currículo de Matemática, dando significado ao conhecimento escolar, relacionando os conteúdos formais a situações práticas ou próprias da Matemática, podendo despertar a curiosidade dos estudantes para os conteúdos desenvolvidos, buscando formar sujeitos informados, participativos, ativos e reflexivos na sociedade contemporânea.

Critérios para a escolha de temas para o Ensino Médio

Na busca de subsídios para a seleção de temas para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, investigaram-se os trabalhos dos pesquisadores Skovsmose (2006), Doll Jr. (1997) e Silva (2009).

O pesquisador Skovsmose (2006) auxilia na seleção de critérios, por meio de sua pesquisa referente à Currículo Crítico, no qual o universo educacional relaciona-se a problemas existentes fora do contexto escolar. Para escolhê-los têm-se dois critérios: o subjetivo, no qual o problema é significativo para os estudantes e pode ser trabalhado através de suas experiências e quadro teórico; e o objetivo, no qual o problema precisa relacionar-se a assuntos sociais existentes.

Segundo o autor, na Dinamarca, no Ensino Básico e Superior, utilizam-se duas estratégias no desenvolvimento de uma prática de Educação Crítica (EC): a tematização ou a organização em projetos. A tematização é bastante utilizada nas escolas de Ensino Fundamental e Médio, pois se torna viável o trabalho com EC desde que se integrem

diferentes componentes curriculares e o trabalho em conjunto entre professores. Já a organização em projetos é utilizada nas universidades, pois precisa não só de uma reestruturação do programa de estudo, como também uma organização de espaços no ambiente escolar, já que o estudante necessita de um local para trabalhar com o seu grupo.

Estabelecidas essas duas estratégias para o trabalho em EC, Skovsmose (2006) indica a relevância de estabelecer alguns critérios para a escolha de um problema a ser tratado em Educação Matemática (EM), são eles:

- 1) Deveria ser possível para os estudantes perceber que problema é de importância. Isto é, o problema deve ter relevância subjetiva para os estudantes. Deve estar relacionado a situações ligadas às experiências deles.
- 2) O problema deve estar relacionado a processos importantes na sociedade.
- 3) De alguma maneira e em alguma medida, o engajamento dos estudantes na situação-problema e no processo de resolução deveria servir como base para um engajamento político e social (posterior) (SKOVSMOSE, 2006, p. 34).

Para o autor, esses critérios fazem parte das intenções da EC, mas não são discutidos quando se fala em conteúdos na EM, tendo em vista que em EM os critérios estão relacionados à própria Matemática, ou seja, “[...] à lógica das estruturas matemáticas, como o estruturalismo; à aplicabilidade da Matemática, como no pragmatismo; ou ao modo matemático de pensar, como na orientação-ao-processo.” (SKOVSMOSE, 2006, p.34). Para o Ensino Médio, considera-se que, para escolha de temas, é importante selecionar os que possibilitam aos estudantes perceberem a sua importância e seu impacto na Matemática e na sociedade, conforme as indicações do autor. Considerando que uma finalidade da Educação Básica é preparar o estudante para a vida em sociedade, para o trabalho, para o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos, etc.

O pesquisador Doll Jr. (1997), contribui na busca de critérios para escolha de temas, através de sua pesquisa referente ao Currículo Pós-Moderno, o qual pode ser avaliado utilizando-se os quatro *Rs* que representam *riqueza*, *recursão*, *relação* e *rigor*.

O primeiro R, proposto pelo autor, refere-se ao critério *riqueza*, ou seja, é relativo ao aprofundamento das questões propostas pelo currículo, as quais envolvem os significados e as múltiplas possibilidades de interpretações, buscando que os alunos e os professores se transformem e sejam transformados.

Para o autor, um currículo que usa *recursão* não tem um início ou final determinado, pois cada final é um início para um novo projeto, pois o processo recursivo

“[...] visa desenvolver a competência, a capacidade de organizar, combinar, inquirir, utilizar as coisas heurísticamente” (DOLL JR., 1997, p. 195). A *recursão* se utiliza da reflexão, pois é no ato de refletir que ideias se relacionam e nesse processo há necessidade de outros olhares e opiniões. Este critério trata da possibilidade do aluno rever o conteúdo em novos contextos, com diferentes graus de complexidade.

Já o critério *relações*, em um currículo Pós-Moderno, caracteriza-se pelas relações pedagógicas e culturais. As relações pedagógicas evidenciam as possíveis conexões dentro de uma estrutura curricular que lhe dão profundidade. No entanto, essas relações em um currículo pós-moderno, precisam ser construídas em um processo recursivo de fazer, refletindo sobre este fazer. A segunda refere-se às relações culturais, que formam uma rede, na qual o currículo está interligado. As relações culturais ressaltam a importância da narração e do diálogo como meios de interpretação.

Outro critério elencado pelo autor é o *rigor*, que evita que um currículo transformativo se reduza a um relativismo. Para analisar um assunto rigorosamente, precisa-se fazer um levantamento de todas as interpretações possíveis, para isso, o rigor expressa a intencionalidade de buscar distintos caminhos.

O pesquisador Silva (2009), baseando-se, também, nas ideias de Doll Jr. sugere critérios para escolha e organização dos conteúdos matemáticos, dos quais serão abordados os critérios *reflexão*, *realidade*, *responsabilidade* e *ressignificação*.

O critério *reflexão* discute a questão do papel social da Matemática, como uma forma de transformar a sociedade. Esse critério está relacionado aos conflitos locais, que por meio dos conteúdos podem sugerir respostas ou encaminhamentos que solucionem o problema (SILVA, 2009).

Para o autor, o critério *realidade* refere-se a uma prática que propicie trabalhar com os diversos contextos, sendo eles, culturais, sociais ou econômicos. Assim, esse critério busca trabalhar as questões locais aliadas aos conteúdos matemáticos de forma a oportunizar que estudantes percebam que os conteúdos matemáticos podem auxiliar na resolução de problemas da vida cotidiana.

Segundo Silva (2009), o critério *responsabilidade* refere-se a como são utilizados os conteúdos matemáticos. Está relacionado à forma de seleção dos conteúdos, na escolha de conteúdos que oportunizem estabelecer associações/relações entre si ou com outros saberes.

O critério *ressignificação* trata de recontextualizar um conteúdo dentro de outro assunto/tema, pois quando se promove a compreensão dos conteúdos matemáticos relacionando-os a outros assuntos permite-se que os alunos estabeleçam relações importantes no processo de ensino.

Embora as pesquisas dos autores citados refiram-se aos conteúdos matemáticos que compõem o currículo escolar, entende-se que os pontos elencados podem auxiliar na seleção de temas de interesse a serem abordados no Currículo de Matemática do Ensino Médio, que possibilitem desenvolver os conteúdos matemáticos relacionados ao tema em questão. Tais temas devem oportunizar ao estudante perceber o papel da Matemática frente às questões sociais, políticas, econômicas, ambientais e culturais.

Classificação dos temas de interesse

As reflexões realizadas com a fundamentação teórica investigada contribuíram para uma sugestão de classificação de temas de interesse. Identificar temáticas no Ensino Médio busca subsidiar os professores na seleção de assuntos que podem ser desenvolvidos ao longo do Currículo, de forma a contribuir para a formação de um cidadão crítico e reflexivo, que saiba tomar decisões conscientes na vida em sociedade, valorizando os princípios da democracia e da igualdade para todos.

As temáticas sugeridas são um conjunto de assuntos que podem ser utilizados pelos professores para o desenvolvimento dos conteúdos, buscando oportunizar no Currículo desta disciplina, uma Educação Crítica, reflexiva, rica em contextos, que permita ao estudante envolver-se em cada assunto de forma a introduzir, revisar, aprofundar e/ou exercitar os conteúdos dessa área do saber.

Apresenta-se uma proposta de classificação de temas considerados importantes para a formação dos estudantes do Ensino Médio (Figura 1).

Entende-se que as temáticas sugeridas podem ser tratadas individualmente, mas também se relacionam, podendo o professor abordar, em sala de aula, uma única temática ou várias temáticas integradas aos conteúdos matemáticos. É importante salientar que a classificação apresentada é uma sugestão, podendo ser ampliada, de acordo com os objetivos da escola, o perfil dos estudantes que a escola pretende formar e as necessidades que se apresentam.

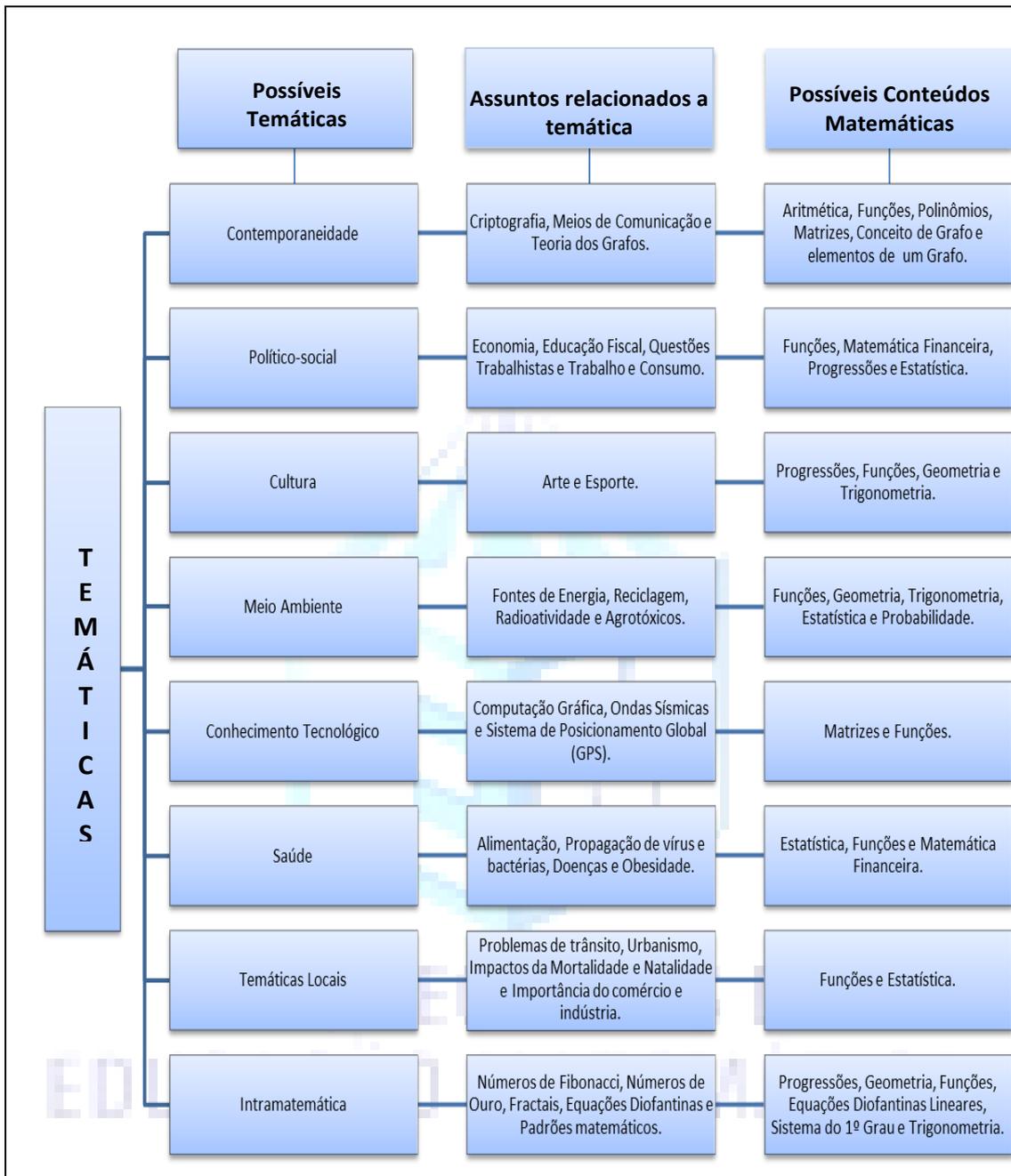


Figura 1 - Temáticas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio
Fonte: a pesquisa.

Sugere-se a temática *Contemporaneidade*, pois se entende que a mesma pode possibilitar o envolvimento dos alunos em uma rede de assuntos que lhes permitem interagir com os conteúdos, mostrando a aplicabilidade do tema na sociedade atual. Nesta temática é possível explorar assuntos como: Criptografia, Teoria dos Grafos, Meios de Comunicação, entre outros.

A temática *Político-Social* pode ser interessante, pois trata de assuntos relevantes à formação dos alunos como sujeitos críticos, reflexivos e comprometidos com a sociedade em que vivem. Através dela, é possível trabalhar questões relacionadas à realidade, aos interesses dos alunos, aos direitos e deveres do cidadão, permitindo que a Matemática auxilie no desenvolvimento de habilidades relacionadas à resolução de problemas advindos da sociedade. Sugere-se desenvolver esta temática, através de assuntos como: economia, educação fiscal, questões trabalhistas, trabalho e consumo, etc.

A temática *Cultura* por permitir desenvolver assuntos relacionados à arte musical, cênica, visual e ao Esporte, considerando-se os aspectos relacionados às tradições locais, nas quais os alunos estão inseridos.

Considera-se pertinente a temática *Meio Ambiente*, pois esta pode viabilizar o desenvolvimento de questões referentes aos conflitos sociais existentes em virtude dos distintos modos de exploração dos bens ambientais que são garantidos por lei como de direito comum a todos. Segundo Carvalho (2011) existe um acesso desigual aos bens ambientais, no qual os interesses privados superam os coletivos, pois ocorre a extração ilegal de madeira e areia, captura de animais selvagens, e captação de água para propriedades particulares. Esses são alguns exemplos de uso inadequado dos bens naturais para comercialização, na qual prevalecem os interesses particulares. Assim, entende-se que é importante trabalhar as questões de uso, consumo e distribuição dos recursos naturais, bem como, articular situações de aprendizagem que permitam identificar problemas/conflitos que prejudicam o ambiente, viabilizando aos estudantes a construção de conceitos, tanto da disciplina, quanto do mundo que os cerca. A temática Meio Ambiente permite aliar os conteúdos matemáticos a aspectos relevantes para a vida em sociedade, através do desenvolvimento de assuntos como: fontes de energia, reciclagem, radioatividade, agrotóxicos, entre outros.

Outra temática importante é a do *Conhecimento Tecnológico*, pois, atualmente, vive-se em uma sociedade que está na era da informação, na qual as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) apresentam diferentes formas de comunicação social, tais como, as redes sociais, *blog*, *twitter*, *youtube*, *skype*, *wiki*, entre outros, as quais vêm transformando a sociedade, pois os indivíduos estão constantemente interagindo por meio da comunicação eletrônica. Percebe-se que a escola necessita acompanhar essa evolução e ensinar a conhecer os mecanismos do mundo e, as tecnologias, podem auxiliar e

enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, visto que facilitam as pesquisas, as trocas de informações, permitem fazer simulações de ambientes reais, etc. Os assuntos que podem ser desenvolvidos, através desta temática, são: computação gráfica, ondas sísmicas, sistema de posicionamento global (GPS), entre outros.

A temática *Saúde* permite trabalhar as questões referentes à prevenção e controle de doenças, cuidados na alimentação, saneamento básico, habitação, qualidade do ar e da água, entre outros. Desenvolver esses assuntos, aliados aos conteúdos matemáticos, pode auxiliar no modo de vida dos estudantes, na escolha de hábitos adequados a uma vida saudável. Entende-se que o estudante do Ensino Médio precisa compreender as relações entre as condições de vida e seus impactos na sua saúde para, então, ter subsídios que o ajudem a compreender e/ou transformar seu estilo de vida. Esta temática pode ser explorada, com os assuntos: alimentação, propagação de vírus e bactérias, monitoramento do desenvolvimento de doenças, obesidade, entre outros.

Desenvolver *Temáticas Locais*, no Currículo do Ensino Médio, pode permitir relacionar os conteúdos matemáticos a assuntos da realidade na qual o estudante está inserido. Viabilizando a discussão de questões relativas às práticas sociais e conflitos locais, de forma a levar o estudante a refletir, compreender e/ou buscar soluções para determinadas situações que podem ocorrer. Essa temática permite contemplar, a base diversificada, na qual se trabalham as necessidades e interesses de cada localidade, observando-se as características culturais, políticas e econômicas. Sugere-se ainda, trabalhar os problemas de trânsito, urbanismo, impactos da Mortalidade e Natalidade, importância do comércio e indústria para as cidades, entre outros.

Também, considera-se importante desenvolver tópicos específicos da Matemática que foram desenvolvidos ao longo da história, mostrando sua necessidade para o desenvolvimento tanto dessa área do conhecimento quanto da sua influência para o desenvolvimento de diversas áreas, como engenharia, computação, urbanismo, contabilidade, etc. Nesse sentido, indica-se a temática *Intramatemática*, pois se entende que explorar temas matemáticos pode ser um recurso que promova o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, que pode ocorrer, por exemplo, através da descoberta de padrões. Sugere-se para esta temática os assuntos, como: Números de Fibonacci, Números de Ouro, Fractais, Equações Diofantinas e Padrões matemáticos para desenvolver os conteúdos matemáticos relacionados à temática *Intramatemática*.

A partir da classificação sugerida para o desenvolvimento das temáticas que: o que ensinar refere-se ao desenvolvimento de atividades didáticas relacionadas a temas de interesse envolvendo os conteúdos matemáticos; o como ensinar está relacionado ao processo de desenvolvimento do trabalho com temas, desde a seleção do tema pertinente, a sequência de atividades, estabelecimento dos objetivos pretendidos, vantagens e limitações das atividades propostas, bem como, a definição da metodologia de ensino adequada; por que ensinar utilizando temáticas está relacionado à potencialização do processo de ensino e aprendizagem para o Ensino Médio (Figura 2).

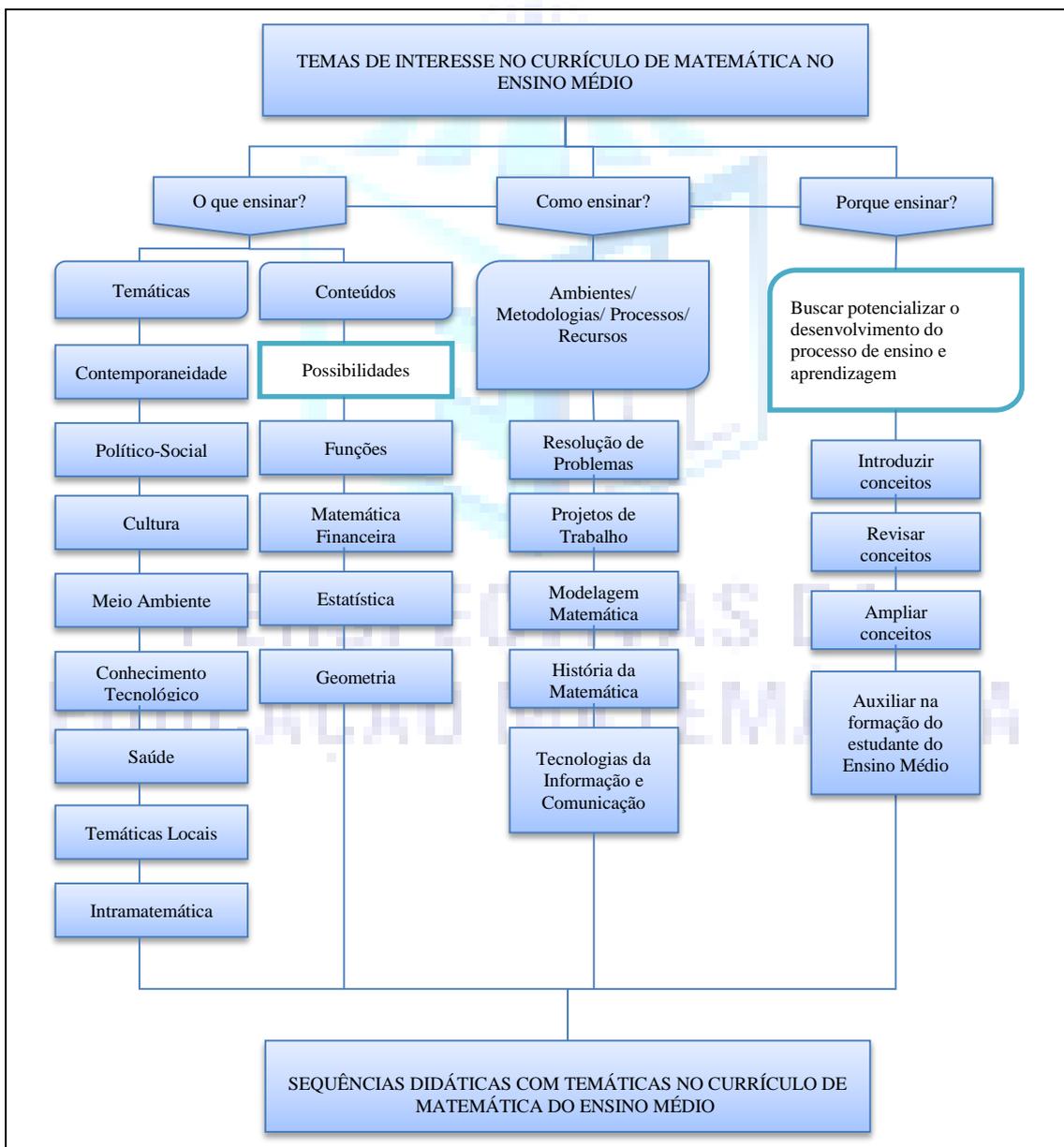


Figura 2 - Organização do trabalho com temáticas

Fonte: a pesquisa.

Entende-se que o Currículo de Matemática, pode propiciar o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos relacionados às temáticas: Contemporaneidade, Político-Social, Cultura, Meio Ambiente, Conhecimento Tecnológico, Saúde, Temáticas Locais e Intramatemática, nas quais as temáticas sugeridas se inter-relacionam.

Exemplos de atividades didáticas com as temáticas propostas

Um exemplo de atividade didática da temática *Contemporaneidade* que aborda o assunto Teoria dos Grafos é apresentado por Malta (2008), no qual possibilita recontextualizar um conteúdo dentro de outro tema, podendo produzir novas relações e significados, conforme os critérios riqueza, ressignificação e recursão, propostos por Doll Jr. (1997) e Silva (2009). Percebe-se o critério riqueza e ressignificação por oportunizar o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos em contextos envolvendo situações práticas envolvendo distâncias, organização de dados, etc. O critério recursão na possibilidade de desenvolver diferentes estratégias para determinar a solução do problema. Nesse assunto, pode-se trabalhar o conteúdo de análise combinatória no problema do caixeiro-viajante, como, por exemplo, "Um caixeiro-viajante trabalha com quatro cidades conhecidas e quer descobrir o menor caminho que lhe permita visitar cada cidade exatamente uma vez e então voltar à cidade de partida. Sabe-se que as distâncias entre as cidades são dadas na Tabela 1, em quilômetros. Faça uma representação na forma de um grafo para a situação colocada. Encontre tal caminho sabendo que o caixeiro inicia seu trajeto no ponto A." (MALTA, 2008, p. 132). A partir do problema exposto os alunos precisam construir um grafo que represente o problema e encontre o caminho, sabendo que o trajeto inicia no ponto A.

	A	B	C	D
A	0	100	120	150
B	100	0	200	180
C	120	200	0	110
D	150	180	110	0

Tabela 1 – distância entre as cidades
Fonte: retirado de Malta (2008, p. 132).

Para resolver esse problema, os alunos teriam que construir um modelo de grafo que representasse a situação descrita, na qual os vértices são as cidades e os lados representam as distâncias entre as cidades, conforme a Tabela 2.

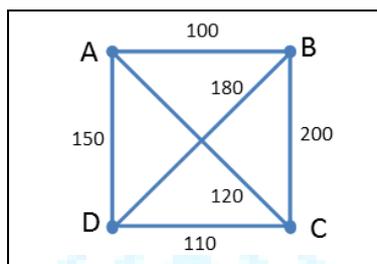


Tabela 2 – exemplo de grafo para o problema
Fonte: a pesquisa.

Nesse problema tem-se que calcular um circuito de menor distância, denominado “Grafo de Hamilton”. Após, a construção do grafo utiliza-se o conteúdo de análise combinatória para verificar todas as permutações possíveis entre os vértices, fazendo o fatorial de 3!, pois é uma permutação circular definida por $P(n) = (n - 1)!$. Encontrando-se 6 ciclos Hamiltonianos (Figura 3), os quais calcula-se as distâncias entre as cidades em cada ciclo.

Ciclo Hamiltoniano	Distância entre cidades	Ciclo inverso
A-B-C-D-A	$100 + 200 + 110 + 150 = 560$	A-D-C-B-A
A-C-D-B-A	$120 + 110 + 180 + 100 = 510$	A-B-D-C-A
A-D-B-C-A	$150 + 180 + 200 + 120 = 650$	A-C-B-D-A

Figura 3 – ciclos Hamiltonianos do problema
Fonte: a pesquisa.

Assim, conclui-se que a menor distância a ser percorrida é o ciclo A-C-D-B-A e o seu inverso A-B-D-C-A, na qual o caixairo percorrerá 510 quilômetros. Esse tipo de grafo é importante para distribuição de cartas, otimização de custos, otimização de distância para transporte de mercadorias e pessoas, planejamento de rotas, coleta de lixo, entre outros. Porém, deve-se mencionar que esse tipo de grafo possui difícil resolução quando o número de permutações é muito grande.

Apresenta-se, também, uma atividade referente ao tema Energia Elétrica, no qual se percebem os critérios riqueza, realidade e reflexão (DOLL JR., 1997; SILVA, 2009),

devido a sua importância e relevância na atual situação dos recursos naturais, o que é reforçado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1999) os quais colocam que a utilização intensa de recursos naturais, muitas vezes, implica em seu esgotamento, o que compromete a dinâmica natural e a manutenção dos diversos ciclos. Nesse sentido, escolheu-se esse tema, pois reflete as questões propostas por Skovsmose (2006) referentes a um Currículo Crítico, porque permite conscientizar os estudantes do Ensino Médio sobre a importância da utilização adequada e necessária do seu consumo, além de proporcionar uma visão das consequências da construção de usinas hidrelétricas para o Meio Ambiente e a sociedade. Além disso, esse tema propicia a discussão da cobrança de impostos e seus impactos na economia doméstica, quando não há preocupação com o consumo correto (Figura 4).

No quadro abaixo, estão as cotas de luz e água de uma mesma residência. Além do valor a pagar, cada conta mostra como calculá-lo, em função do consumo de água (em m^3) e eletricidade em (kWh). Observe que, na conta de luz, o valor a pagar é igual ao consumo multiplicado por um certo fator. Já na conta de água, existe uma tarifa mínima e diferentes faixas de tarifação.

COMPANHIA DE ELETRICIDADE	
Fornecimento 401 kWh x 0,255960	Valor R\$ 102,64

COMPANHIA DE SANEAMENTO			
Tarifas de água/ m^3			
Faixas de Consumo	Tarifa	Consumo	Valor (R\$)
Até 10	8,09	Tarifa mínima	8,09
11 a 20	1,13	7	7,91
21 a 30	1,72		
31 a 50	1,72		
Acima de 50	2,06	Total	16,00

a) Suponham que, no próximo mês, dobre o consumo de energia elétrica e de água dessa residência. Qual será o novo valor a pagar?

b) Construam um gráfico para a conta de energia elétrica apresentada e para a nova conta.

c) Qual é a lei de formação da conta de energia elétrica apresentada? (não estamos considerando ICMS ou qualquer outra taxa, apenas o consumo).

d) Estimem quanto uma família de quatro pessoas (dois adultos e dois adolescentes) gasta, por mês, para as seguintes despesas (previstas, pela Constituição, como necessidades básicas a serem supridas pelo salário mínimo): alimentação, saúde, água, energia elétrica, vestuário, lazer e Educação.

O valor da cesta básica no estado de São Paulo é de R\$ _____ e o do salário-mínimo, R\$ _____. Se os dois adultos dessa família receberem salário mínimo, será suficiente para suprirem suas despesas?

e) Qual a lei de formação para a conta de água apresentada?

f) Qual é o domínio em cada caso?

g) Dos gráficos abaixo, qual melhor representa o valor da conta de água, de acordo com o consumo? Por quê?

a)	b)
----	----

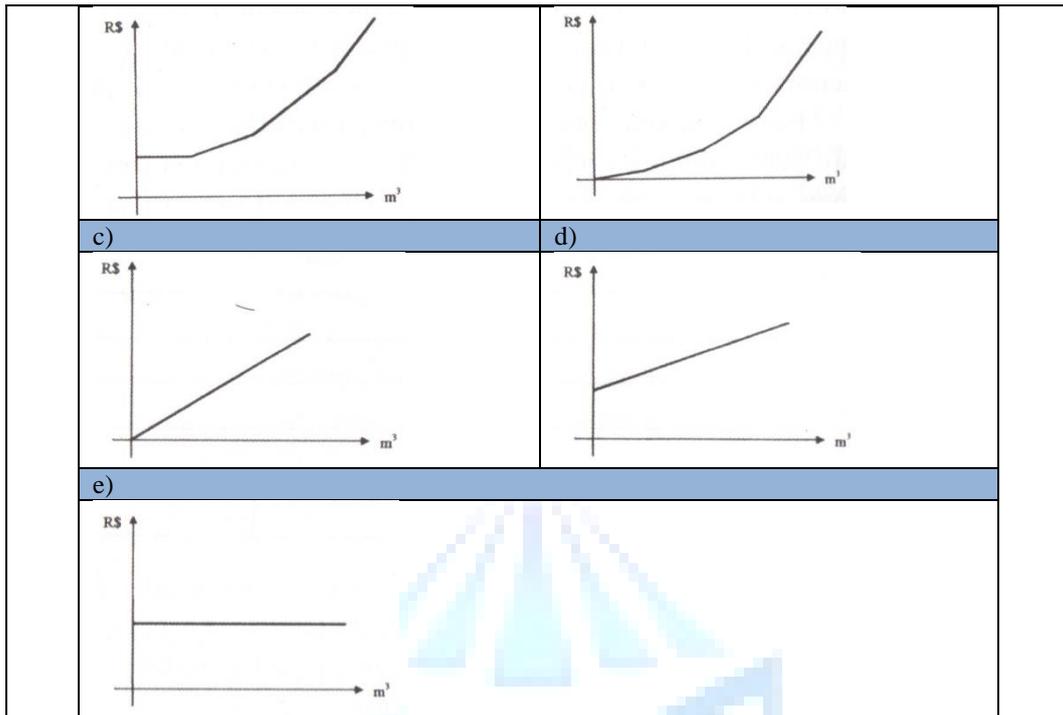
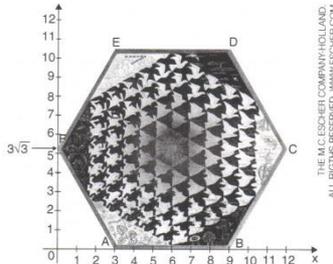


Figura 4 – exemplo de atividade didática envolvendo a temática Político-Social
 Fonte: retirado de Moraes et al., p. 36-37, 2008.

Essa atividade permite que o professor explore os conteúdos matemáticos em um contexto que faz parte do cotidiano do aluno, conscientizando-o de suas responsabilidades como cidadão atuante na sua vida familiar, contribuindo para minimizar os desperdícios, auxiliando, também, na economia doméstica.

A temática *Cultura* é considerada importante, pois permite desenvolver os conteúdos considerando os aspectos relacionados à cultura local ou global dos estudantes. Percebem-se nessa temática os critérios riqueza e ressignificação, pois permite que o professor explore os conteúdos matemáticos utilizando aspectos referentes às formas e composições de objetos, buscando fazer uma análise crítica do objeto e estabelecendo relações com a Matemática. Um exemplo explorando essa temática é apresentado na Figura 5.

O artista holandês Maurits Cornelis Escher, que dedicou toda a sua vida às artes gráficas, criou uma grande série de litografias impregnadas de geometrismo, figurativismo e ornamentalidade. Traduziu visualmente e de modo sugestivo problemas matemáticos e geométricos em seus edifícios inacabados ou em suas fabulações caracterizadas por uma relação impressionante entre superfície e espaço. Na figura dada, Verbum (Terra, Céu e Águia), julho de 1942, litografia de autoria de M. C. Escher, tem-se o hexágono regular ABCDEF com lado medindo 6 unidades de comprimento.



Com base na figura acima, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- A equação da reta que contém o segmento \overline{AF} é $\sqrt{3}x + y - 3\sqrt{3} = 0$.
- A área do hexágono da figura, em unidades de área, é $9\sqrt{3}$.
- A equação da mediatriz do segmento AF é $2\sqrt{3}x - 2y = 0$.
- A equação da circunferência circunscrita ao hexágono da figura é $x^2 + y^2 - 12x - 6\sqrt{3}y + 27 = 0$.
- O apótema do hexágono da figura mede $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ unidades de comprimento.

Figura 5 – exemplo de atividade didática com a temática Cultura

Fonte: retirado de Iezzi et al., 2011, p. 111.

Como exemplo da temática *Meio Ambiente* propõe-se uma atividade didática apresentada pelos autores Meneghetti e Botta (2007), apresentado no IX Encontro Nacional de Educação Matemática, conforme Figura 6. Nessa atividade, percebem-se o critério riqueza, realidade e ressignificação (DOLL JR., 1997; SILVA, 2009), pois permite trabalhar com o assunto poluição dos lagos envolvendo os conteúdos matemáticos, através da simulação de um problema que busca mostrar a importância da Matemática na resolução de questões ambientais provocados pela interferência do homem no mundo natural.

Para cada n -ésimo período de tempo de 24 horas, a quantidade de poluente no lago no início daquele período, $a(n)$, será chamado a **quantidade de entrada**, e a quantidade ao final daquele período, $a(n+1)$, será chamada de **quantidade de saída**. Por exemplo, para o primeiro período de 24 horas, $a(1)=16$ é a entrada e $a(2)=12$ é a saída.

A relação entre a entrada e a saída para n períodos de 24 horas é representada pela **equação recursiva** $a(n+1) = 0,75 a(n)$, para $n \geq 1$ (observação $\frac{1}{4} = 0,75$)

Porquê esta é a equação que representa o processo?

Considere $a(1) = 16$ (a quantidade inicial de poluente no lago).

Suponha agora, que um certo teste possa detectar 1 ml de poluente no lago (1 ml de água colorida no recipiente). Após a dose inicial de 16 ml, até quando o teste de poluição será eficiente?

Para responder a esta questão, complete a tabela a seguir utilizando a equação recursiva acima.

Período de 24 horas (n)	Poluente (ml) a(n)	Poluente (ml) a(n+1)
----------------------------	-----------------------	-------------------------

n = 1	16	
n = 2		
n = 3		
...		
n = 10		

Após efetuar os cálculos, para quantos períodos de tempo o teste mostrou ser eficiente?
 Suponha agora que o teste pudesse detectar até 0,0001 ml de poluição. Como o método recursivo demandaria muito tempo e vários cálculos, complete os dados abaixo a fim de obter um método mais rápido para determinar o valor de a(n) sabendo-se apenas o valor da quantidade inicial de poluente a(1). Desta forma teremos um método mais rápido para determinar a eficiência do teste.

Sabe-se inicialmente que:
 a(1) = 16
 a(2) = _____
 a(3) = _____
 ...

Repetindo sucessivamente estes cálculos, este raciocínio nos sugere uma equação mais geral. Esta nova equação é chamada de Progressão Geométrica. Tente escrevê-la.

Figura 6 - exemplo com a temática Meio Ambiente

Fonte: retirado de Meneghetti e Botta (2007).

Percebe-se o critério riqueza e ressignificação, pois conforme Alves (2006) o GPS permite contextualizar o conteúdo de geometria analítica (posição relativa de duas ou mais esferas e coordenadas cartesianas) que é necessário para compreensão do funcionamento dos atuais sistemas de navegação. Esses sistemas de localização são importantes, pois auxiliam os roteiristas de viagens, o monitoramento de abalos sísmicos, a meteorologia, na localização para resgate, nas aplicações industriais, no uso militar e de segurança. Um exemplo de atividade didática utilizando o GPS é apresentado por Alves (2006), conforme a Figura 7.

O exemplo retrata uma situação real em que um usuário do GPS é detectado por quatro satélites. A tabela indica as efemérides (em metros) de cada satélite tomadas em relação ao nosso fixado sistema ortogonal de coordenadas cartesianas.

	X	Y	Z
Satélite 1	$1,877191188 \times 10^6$	$-1,064608026 \times 10^7$	$2,428036099 \times 10^7$
Satélite 2	$1,098145713 \times 10^7$	$-1,308719098 \times 10^7$	$2,036005484 \times 10^7$
Satélite 3	$2,459587359 \times 10^7$	$-4,336916128 \times 10^6$	$9,090267461 \times 10^6$
Satélite 4	$3,855818937 \times 10^6$	$7,251740720 \times 10^6$	$2,527733606 \times 10^7$

O receptor GPS registra os seguintes lapsos de tempo (em segundos) entre a transmissão e a recepção do sinal de cada satélite.

Satélite 1	Satélite 2	Satélite 3	Satélite 4
0,08251731391	0,07718558331	0,06890629029	0,07815826940

Note que as informações transmitidas no sistema GPS envolvem, por uma questão de precisão, dez ou mais dígitos. Se este exemplo for uma atividade em sala de aula, torna-se imprescindível a utilização de calculadoras ou softwares com capacidade de resolver sistemas lineares com coeficientes dessa ordem. Outra alternativa, abrindo mão da precisão, e trabalhar com um número

menor de dígitos e utilizar a notação científica, criando um bom momento para o professor discutir as vantagens e desvantagens de trabalhar com aplicações em sala de aula.

Multiplicando-se cada lapso de tempo pela velocidade da luz ($2,99792458 \times 10^8$ m/s), obtemos a distância entre o receptor e cada satélite. Isso permite escrever as equações reduzidas das imaginárias superfícies esféricas centradas em cada satélite e raios iguais as distâncias calculadas.

$$S_1: (x - 1,8 \times 10^6)^2 + (y + 10,6 \times 10^6)^2 + (z - 24,2 \times 10^6)^2 = 611,9 \times 10^{12}$$

$$S_2: (x - 10,9 \times 10^6)^2 + (y + 13,0 \times 10^6)^2 + (z - 20,3 \times 10^6)^2 = 535,4 \times 10^{12}$$

$$S_3: (x - 24,5 \times 10^6)^2 + (y + 4,3 \times 10^6)^2 + (z - 9,0 \times 10^6)^2 = 426,7 \times 10^{12}$$

$$S_4: (x - 3,8 \times 10^6)^2 + (y - 7,2 \times 10^6)^2 + (z - 25,2 \times 10^6)^2 = 549,0 \times 10^{12}$$

Desenvolvendo os quadrados, obtemos as respectivas equações gerais, e o Sistema Linear 1 e dado por:

$$18,2x - 4,88y - 7,84z - 76,52 \times 10^6 = 0$$

$$45,43x + 12,61y - 30,38z - 185,23 \times 10^6 = 0$$

$$3,95x + 35,79y + 1,99z - 62,95 \times 10^6 = 0$$

cujas únicas soluções são $x = 0,5660 \times 10^7$, $y = 0,0978 \times 10^7$ e $z = 0,2775 \times 10^7$.

O ponto P com essas coordenadas cartesianas pertence simultaneamente as quatro imaginárias superfícies esféricas e suas coordenadas geográficas, calculadas como no parágrafo anterior (considerando o raio da Terra medindo $6,378164 \times 10^6$ metros), são:

Latitude: $\theta = 26^\circ$ N; Longitude: $\varphi = 10^\circ$ E; Elevação: 919,71 metros.

Consultando um atlas geográfico ou um globo terrestre, identificamos a posição desse usuário do GPS como sendo a cidade de Djanet, localizada nos Montes Tássili, na fronteira entre Argélia e Líbia.

Figura 7 – exemplo de atividade envolvendo o assunto GPS

Fonte: retirado de Alves (2006).

Um exemplo de atividade didática com a temática *Saúde*, abordando os assuntos Obesidade e doenças causadas pelo excesso de massa corporal, é desenvolvido no Livro *Matemática: contexto e aplicações*, do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática, editado no ano de 2011. Esse assunto apresenta o critério riqueza e ressignificação, pois relaciona os conteúdos matemáticos a um assunto importante que é a saúde. Ainda, o professor de Matemática pode realizar discussões referentes à questão da obesidade infantil e os encaminhamentos de políticas públicas para amenizar a situação, o que oportunizaria o desenvolvimento dos critérios realidade, recursão e Educação Crítica.

Na Figura 8 apresenta-se um texto sobre a temática e questões que relacionam a temática aos conteúdos matemáticos.

1. A Organização Mundial da Saúde utiliza o índice de massa corporal (IMC), que é dado pela fórmula $IMC = \frac{p}{h^2}$, onde p é o peso, em quilos, e h é a altura, em metros, do indivíduo, para avaliar se o seu peso está normal, abaixo ou acima do peso ideal. Isso é feito de acordo com a seguinte tabela:

Homens	Mulheres	Classificação
$20 \leq IMC \leq 25$	$19 \leq IMC \leq 24$	Normal
$25 \leq IMC \leq 30$	$24 \leq IMC \leq 29$	Levemente Obeso
$IMC > 30$	$IMC > 29$	Obeso

- Determine o IMC de uma mulher de 1,60 m de altura e 51,2 kg.
- Classifique-a segundo a tabela acima.
- Qual é a altura mínima para que um homem de massa 108,3 kg seja considerado levemente obeso?

2. Uma mulher obesa, preocupada com a saúde, resolve se submeter a uma dieta a fim de chegar à classificação normal de IMC. Quantos quilogramas, no mínimo, ela deverá perder se tem 1,70 m de altura e 90 kg?

3. Uma fórmula antiga que expressa o peso ideal do corpo humano adulto em função da altura é dada por: $P = (a - 100) - \left(\frac{a-150}{k}\right)$, onde **P** é o peso em quilogramas e **a** é a altura em centímetros, $k = 4$ para homens, e $k = 2$ para mulheres.
Qual o peso ideal de um homem adulto de 1,90 m de altura?

4. Ainda usando a fórmula $P = (a - 100) - \left(\frac{a-150}{k}\right)$ Raquel identificou que está 2 quilogramas acima do seu peso ideal. Sabendo que Raquel pesa atualmente 62 kg, qual é a altura dela?

Ampliando o conteúdo matemático

5. O grupo vencedor da feira de ciências de uma escola de ensino médio identificou uma fórmula que dá aproximadamente a área da superfície do corpo humano dos alunos em função da massa. A fórmula é $S = 0,12\sqrt[3]{m^2}$, onde **S** é a área da superfície do corpo em m^2 e **m** é a massa em kg. De acordo com a fórmula, qual é a área da superfície do corpo de um aluno de 64 kg?
a) 1,17 m^2 b) 1,63 m^2 c) 1,92 m^2 b) 2,00 m^2 d) 2,34 m^2

6. A academia Cia. do Corpo cobra uma taxa de inscrição de R\$ 60,00 e uma mensalidade de R\$ 50,00. A academia Energia e Saúde cobra uma taxa de inscrição de R\$ 70,00 e uma mensalidade de R\$ 40,00. E a academia Oficina do Corpo não cobra taxa de inscrição, mas cobra uma mensalidade de R\$ 60,00. Qual academia oferece o menor custo para um aluno que deseja "malhar" durante um ano? Por quê?

7. Existe uma fórmula que determina em média o tamanho do calçado (T) brasileiro em função do comprimento do pé (c) de uma pessoa. $T = [x]$, onde $x = \frac{5}{4}c + 7$ e $[x]$ é o menor número inteiro maior ou igual a **x**. Por exemplo, se $x = 23,2$, então $[x] = 24$ e, se $x = 26$, então $[x] = 26$. Segundo o Livro dos records, o maior pé do mundo foi o do ator americano Matthew McGrory (17/5/1973--9/8/2005). Seu calçado brasileiro seria de número 67. Utilizando a fórmula acima determine o tamanho aproximado do pé do ator Matthew McGrory.

Pesquisando e discutindo

8. Faça a seguinte experiência: Divida a medida da sua altura pela medida da altura do seu umbigo. Peça aos seus colegas que realizem o mesmo procedimento. Compare os resultados. Você verá que o resultado é um número próximo de 1,6. Como você viu na abertura do capítulo 2, esse número era conhecido pelos gregos como número de ouro. Para muitos, o número de ouro representa a mais agradável proporção entre dois segmentos e tem uma forte presença na natureza e nas artes. Na natureza a razão áurea pode ser encontrada, por exemplo, em girassóis, colmeias e estrelas-do-mar. Nas artes a razão áurea está presente, por exemplo, em pinturas de Leonardo da Vinci e no Parthenon, na Grécia. O número de ouro é irracional e vale aproximadamente 1,618. Pesquise e discuta com seus colegas em quais outros locais é possível encontrar a razão áurea.

Figura 8 – exemplo de atividade didática com o assunto obesidade

Fonte: retirado de Dante (2011, p. 107).

A temática *Saúde* está relacionada ao critério realidade, no qual se podem trazer para o Currículo de Matemática as questões práticas vivenciadas pelos alunos em sua comunidade. Um exemplo de atividade didática é apresentado na Figura 9, com um exemplo aplicado no ENEM de 2009.

(ENEM - questão 16) Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001. O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



Disponível em: <http://www.ntu.org.br>. Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a

- A) 355 milhões. B) 400 milhões. C) 426 milhões. D) 441 milhões. E) 477 milhões.

Figura 9 – Urbanismo na temática Saúde

Fonte: retirado de INEP, 2009.

Segundo Silva (2009) é importante trabalhar no Ensino Médio questões específicas da Matemática, mostrando a necessidade de determinados assuntos para o desenvolvimento dessa área ao longo da história, o que identifica-se como critério ressignificação. O conteúdo de Lógica é pouco explorado no Ensino Médio, mas vem sendo exigido em muitos processos seletivos de Nível Médio, por exemplo, nas questões desenvolvidas nas provas das Olimpíadas Brasileira de Matemática - OBMEP (Figura 10), na qual se percebe o critério recursão ao possibilitar que os alunos construam tabelas com as informações relevantes, analisem e verifiquem as possíveis estratégias para solução do problema.

Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: “De quem são os celulares que tocaram?” Guto disse: “O meu não tocou”, Carlos disse: “O meu tocou” e Bernardo disse: “O de Guto não tocou”. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?

A) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.
 B) Bernardo mentiu.
 C) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.
 D) Carlos mentiu.
 E) Guto falou a verdade.



Figura 10 – exemplo de atividade didática envolvendo lógica.
 Fonte: retirado da OBMEP (2014).

As atividades didáticas investigadas demonstram a necessidade de trabalhar essa disciplina relacionada a conhecimentos diversos, para que os estudantes relacionem a teoria desenvolvida em sala de aula às questões da vida cotidiana. Os critérios elencados podem auxiliar o professor na seleção de temáticas, influenciando na escolha de atividades didáticas que podem compor o Currículo de Matemática do Ensino Médio.

Conclusão

Entende-se que é necessária uma reflexão sobre o Currículo de Matemática do Ensino Médio, para que se busque, ao final da Educação Básica, formar um estudante capaz de atuar efetivamente na sociedade em que vive, sendo crítico, reflexivo e conhecedor das potencialidades da vida moderna. E, uma alternativa para atingir esse objetivo é buscar desenvolver os conteúdos matemáticos aliados às temáticas de interesse para a formação desse estudante, para que os conteúdos desenvolvidos não fiquem dissociados da realidade e das necessidades da vida moderna.

Assim, as pesquisas dos autores referenciados permitem reflexões que possibilitam elencar critérios para selecionar temáticas, que viabilizem a construção de atividades didáticas e que permitam abordar os conteúdos matemáticos do Ensino Médio, não apenas buscando o conhecimento matemático mas compreendendo como estes podem contribuir para a formação de um cidadão conhecedor de assuntos da atualidade e das aplicações do que está estudando.

Referências

ALVES, Sérgio. **A matemática do GPS**. Revista do Professor de Matemática. Revista do Professor de Matemática, Sociedade brasileira de Matemática, v. 59, 2006.

AZCÁRATE, Pilar. **¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual?** Investigación em l Escuela, 32, 77-85, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Médio: ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

CARVALHO, Isabel Cristina de Moura. Educação ambiental: a formação do sujeito ecológico. São Paulo: Cortez, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2011.

DOLL JR, W. E. **Currículo**: uma perspectiva pós-moderna. Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto alegre: Artes Médicas, 1997.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**: ciência e aplicações. IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENZAIN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. Rio de Janeiro: Atual, 2010.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Exame Nacional do Ensino Médio**: Prova de Matemática e suas tecnologias. Ministério da Educação. Brasília, 2009.

MALTA, Gláucia Sarmiento. **Grafos no Ensino Médio**: Uma Inserção Possível. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

MENEGHETTI, Renata C. Geromel; BOTTA, Eliane Saliba. **Matemática e Meio-Ambiente**: poluição de lagos. In IX Encontro Nacional de Educação Matemática. 2007.

MORAES, et al. **Educação matemática e temas político-sociais**. MORAES, Mara Sueli Simão.; SAHM, Élen Patrícia Alonso.; CARDIA. Elizabeth Mattiazzo.; UENO, Renata. São Paulo: Autores Associados, 2008.

OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. 9ª Olimpíada Brasileira de Matemática das escolas públicas. Nível 3. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>> Acesso em: 15 Abr 2014.

SILVA, Marcio Antonio da. **Currículo de Matemática no Ensino Médio**: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos. Tese de doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2006.

Submetido em julho de 2015

Aprovado em setembro de 2015



PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA