PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Revista do Programa de Mestrado em Educação Matemática da UFMS

ISSN 1982-7652

Perspectivas da educação matemática	Campo Grande, MS	v. 1	n. 1	1 - 72	jan./jun. 2008

PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Reitor: Manoel Catarino Paes Peró
Vice-Reitor: Amaury de Souza

Linha Editorial:
A *Revista Perspectivas da Educação Matemática* é uma publicação semestral do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Destina-se à publicação de artigos da Educação Matemática e suas interfaces.
Os textos assinados são de responsabilidade de seus autores.

Correspondências para:
Programa de Mestrado em Educação Matemática
Departamento de Matemática DMT/CCET/UFMS
Cidade Universitária
Caixa Postal 549
79070-900 - Campo Grande, MS, Brasil

Contato:
Fone: (0xx67) 3345-7511 - Fax: (0xx67) 3345-7513
http://www.dmt.ufms.br/Mestrado.html
edumat@dmt.ufms.br

Capa: *Conjunto de Julia.*
Fractal obtido por meio do software Nfract
desenvolvido por Francesco Artur Perrotti

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Coordenadoria de Biblioteca Central – UFMS, Campo Grande, MS, Brasil)

Perspectivas da educação matemática : revista do Programa de Mestrado em Educação Matemática da UFMS / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. – v. 1, n. 1 (2008)- . Campo Grande, MS : A Universidade, 2008- .
v. ; 21 cm.

Semestral
ISSN 1982-7652

1. Matemática – Estudo e ensino - Periódicos. I. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

CDD (22) 510.705

Editorial

Abre-se uma nova janela! E através dela a possibilidade de vislumbrarmos novos horizontes. De que modo retrataremos este ou aquele objeto visto por essa janela? Que aparência assumirão? Ora, dependerá do ponto de vista de quem estará propondo a sua representação.

A proposta editoral da *Perspectivas da Educação Matemática* é oferecer aos seus leitores os diversos pontos de vista adotados pelos autores envolvidos com os assuntos tratados na área da Educação Matemática. Reconhecemos a diversidade de pontos de vista e as múltiplas aparências que os temas assumem diante dos diferentes quadros teóricos elaborados pelos pesquisadores dessa área espalhados pelo mundo, concentrados em diferentes grupos de pesquisas, formando as variadas redes de trabalho.

Nessa primeira edição, nós temos uma valiosa contribuição sobre a História da Educação Matemática no Estado do Mato Grosso do Sul mostrando estar em compasso com as discussões realizadas no panorama nacional, e culmina com a criação do Programa de Mestrado em Educação na Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - UFMS.

Outra oportunidade que nós trazemos é a de acompanhar uma discussão em torno de registro semiótico, evidenciando a especificidade da Matemática associada às representações semióticas. Traz uma análise do papel dos registros de representação semiótica, bem como a questão da congruência semântica entre diferentes registros semióticos no contexto interdisciplinar de sala de aula de Matemática e de Física.

A generalização de padrões realizada por professores do Ensino Fundamental, a partir do olhar de duas pesquisadoras vinculadas a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP que evidenciam um cuidado metodológico adotado a sustentar uma refinada conclusão.

Por fim, nós temos um estudo realizado por duas pesquisadoras, sobre a produção escrita de alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL. As pesquisadoras dedicaram-se a verificar como esses alunos lidam com uma questão aberta de uma prova de Matemática, no que diz respeito à escolha da estratégia para a resolução, à interpretação e ao uso das informações contidas no enunciado da questão, bem como aos erros cometidos e ao conteúdo matemático que utilizaram. A análise apresentada pelas autoras traz apontamentos surpreendentes.

Nós continuaremos com a nossa janela aberta e aguardamos colaborações no sentido de outras perspectivas que possam mostrar os diversos cenários que compõem a Educação Matemática.

O Editor

Sumário

PARTICIPAÇÃO DO ESTADO DE MATO GROSSO DO SUL NA HISTÓRIA RECENTE DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Luiz Carlos Pais
José Luiz Magalhães de Freitas
Marilena Bittar[*]

Resumo: O objetivo deste texto é descrever alguns momentos da participação do Estado de Mato Grosso do Sul na história recente da Educação Matemática brasileira e mais particularmente a implantação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Para descrever essa trajetória, são destacados fatos relevantes da evolução do ensino da Matemática no Brasil, de forma entremeada com acontecimentos mais pontuais dessa evolução no contexto das instituições mais diretamente envolvidas com o referido programa. Por meio de uma abordagem qualitativa de natureza crítica, são destacados alguns pressupostos implícitos nas bases científicas, epistemológicas e didáticas que sustentam a configuração geral da proposta defendida para a formação de educadores matemáticos pesquisadores, em nível de pós-graduação. Os fundamentos defendidos nessa vertente da Educação Matemática consistem em defender uma formação profissional na qual os aspectos matemáticos, históricos, culturais, tecnológicos e didáticos sejam concebidos e praticados como fundamentais e indissociáveis do fenômeno educacional.

Palavras-chave:
História da Educação; Educação Matemática;
Licenciatura em Matemática; Formação de Professores.

Abstract: *The objective of this text is going to describe some moments of the participation of State Mato Grosso do Sul in the recent history in the recent history of Brazilian Mathematics Education and more in particular the implementation of the Program of Post graduation in Mathematics Education in Federal University of Mato Grosso do Sul. For it describe that trajectory, healthy noticeable prominent facts of the evolution of Mathematics teaching in Brazil, of form interspersed with more punctual events of that evolution in the context of institutions more straightly involved with him referred program. By means of a qualitative approach of critical nature some noticeable healthy, implicit budgets in the scientific bases, epistemological and educational that maintains the general configuration of the proposal defended for the formation of mathematical educators researchers, in level of post graduation. The foundations defended in that slope of the Mathematics Education consist of defend a professional formation in the which the educational, technological, cultural, historical, and mathematical aspects are conceived and practiced as fundamental and associated of the educational phenomenon.*

Keywords:
History of Education; Mathematics Education;
Undergraduate Math Course; Teachers Formation.

[*] Docentes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A realização de todo projeto sempre exige disponibilidade das pessoas e das instituições envolvidas para superar os desafios que surgem emfunção das ações realizadas e dos caminhos escolhidos. Exige também certa liberdade de espírito para submeter a produção alcançada aos eternos ciclos de avaliação, nos diferentes níveis institucionais, no contexto cotidiano do próprio coletivo de trabalho e também no reduto mais íntimo da nossa consciência. Devemos estar cientes da importância dessa dinâmica de avaliação, bem como dos interesses institucionais nelas existentes.

Em se tratando da criação de um programa de pós-graduação em Educação Matemática, os desafios de consolidar esse projeto são mais específicos porque a sua produção será necessariamente avaliada em função dos paradigmas emergentes do campo científico-educacional envolvido e também pelas discussões existentes em torno da evolução recente da área. Além dessa dimensão enraizada na área a qual o programa está vinculado, temos ainda o desafio de contribuir na expansão da pesquisa educacional para além das regiões sudeste e sul do país, como mostram as estatísticas do setor.

A criação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS) resultou da convergência de esforços de um grupo pioneiro de professores que participou do processo implantação dessa instituição, criada em 1979 por meio da federalização da então Universidade Estadual do Mato Grosso. A federalização dessa universidade estadual foi decorrência da criação do Estado, em 1977. Muitos professores pioneiros dessa época contribuíram para a construção das condições para abertura dos primeiros cursos da área de exatas.

A criação do PPGEM nasce, portanto, cerca de três décadas após a chegada dos primeiros professores que ingressaram ainda na Universidade Estadual do Mato Grosso. Foi a partir desse início que se tornou possível a formação de um grupo de educadores matemáticos, o qual vem recebendo o apoio institucional e a indispensável liderança na atual condução dos trabalhos. Mas, essas condições não seriam legítimas sem a existência de uma efetiva produção científica construída nos últimos anos.

Para tornar realidade a implantação do programa foi preciso convergir muitos esforços, desde a gestação das primeiras idéias até a sua materialização. Como essas ações nem sempre são perceptíveis na pontualidade de um documento isolado, para o exercício de uma atitude crítica, é preciso estar atento à dimensão histórica na qual os fatos vão sendo sintetizados, por meio de eternos ciclos de construções, cortes e recortes. Dessa maneira, o objetivo desse texto é valorizar essa dimensão histórica e política existente no projeto educacional no qual os autores estão envolvidos, de corpo e alma, juntamente com todos os outros colegas do corpo docente.

Existe uma grande diferença entre a história vivenciada pelos sujeitos e os registros preservados no transcorrer do tempo. Mas, não há como fugir do desafio que consiste em procurar colar as peças de um grande quebra-cabeça. Nesse sentido, ao falar da Educação Matemática no Estado do Mato Grosso do Sul, não podemos deixar de lembrar dos professores da Educação Básica, que vieram para região, muitas vezes, no rastro econômico dos primeiros criadores de gado, da conquista violenta da terra e da presença militar. Não há como desvincular a História da Educação desse contexto econômico e político da região.

No que se refere aos professores pioneiros da Educação Básica, ao procurar relacionar fatos ocorridos no contexto regional ao panorama nacional na História da Educação Matemática, destacamos, a título de exemplo, o caso do professor André Rocha, do Ginásio Municipal de Corumbá que, no início da década de 1930, tomou posição a favor de Jacomo Stávale na querela criada entre esse autor de livros didáticos de matemática e o professor Júlio César Mello de Souza, o Malba Tahan, conforme Valente (2003). Ao que tudo indica, o motivo dessa querela foi uma disputa pelo mercado livreiro, camuflado por acusações mútuas de falta de rigor matemático. Ao citar esse evento, nosso interesse é destacar a presença na região sul do então Estado de Mato Grosso, da utilização dos livros de Stávale, que foi um defensor fervoroso de uma visão conservadora e formalista do ensino da Matemática.

Cerca de meio século separa esse episódio pontual da abertura do primeiro curso de Matemática no Estado, em Campo Grande, no final da década de 1970. Este curso foi oferecido pela Faculdade Dom Aquino de Filosofia, Ciências e Letras, instituição que precedeu a criação das Faculdades Integradas Dom Bosco, as quais precederam, por sua vez, a criação da Universidade Católica Dom Bosco, em 1993.

Este curso estava estruturado pela chamada Resolução 30/74, do Conselho Federal de Educação, pela qual o estudante que completasse o Curso de Licenciatura em Ciências para o 1º Grau, poderia complementar sua formação em nível de Licenciatura Plena em Matemática. De modo geral, de acordo com a legislação da época, a parte correspondente à formação para o ensino de ciências era feita em dois anos e meio, restando apenas um ano e meio para a formação em Matemática, Biologia, Química ou Física.

2. LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA UFMS

Com a abertura do curso de Engenharia Civil em Campo Grande, em 1970, na então Universidade Estadual do Mato Grosso, por força de uma resolução do Conselho de Educação do Estado, os primeiros professores da área de ciências exatas começaram a ser contratados para compor o quadro docente da instituição. Mas foi o processo de federalização que permitiu as condições locais para a abertura simultânea dos cursos de Licenciatura em Matemática, Química e Física, em 1980. A abertura desses cursos exigiu a ampliação do Departamento de Matemática e a partir dessa época, os concursos para a contratação de novos professores passaram a exigir, no mínimo, uma formação em nível de Mestrado. Por outro lado, os professores contratados sem o título de Mestre, ainda no final da década de 1970, foram liberados para realizar tal formação por força de uma política de capacitação da instituição e também do ambiente científico criado no contexto do próprio departamento. É importante relatar que essa política de capacitação docente contribuiu diretamente para implementar um tom diferenciado de valorização da dimensão matemática na formação de professores para a Educação Básica.

Essas informações mostram que a abertura dos primeiros cursos de Licenciatura na área das Ciências Exatas ocorreu exatamente uma década após a criação do primeiro curso de Engenharia Civil. Dessa maneira, a ordem de prioridade na abertura de cursos superiores na área de exatas, ao comparar mais particularmente os cursos de Engenharia e de Matemática, reproduz o que aconteceu no contexto mais amplo da história da Educação Superior, no Brasil. Como sabemos, desde o início do século XIX, com as primeiras instituições criadas em decorrência da vinda da Família Real para o Brasil, sempre houve uma prioridade na abertura de cursos superiores para a formação de militares, médicos, advogados e engenheiros. Não existia ainda, nessa época, nem mesmo a idéia e a "necessidade" de abrir cursos para a formação de professores porque, de maneira geral, não havia escolas secundárias para as camadas populares.

Na prioridade atribuída à abertura dos cursos de engenharia em relação aos cursos de formação de professores não há nenhuma relação de dependência, envolvendo a natureza dos cursos, mas, sobretudo, uma decisão política de atender as elites em primeiro lugar. Esse processo se repete, com clareza no Estado de Mato Grosso do Sul, na única instituição pública de ensino superior da época. Por meio dessa linha de raciocínio podemos entender melhor as palavras de Bruno Belhoste, ao comentar a trajetória de expansão da matemática escolar em nosso país, ao dizer que: "O Brasil aparece como parte integrante do movimento de promoção das matemáticas na formação das elites", conforme prefácio do livro de Wagner Valente (1999).

Após a abertura do primeiro curso de Licenciatura em Matemática na UFMS, outros três foram abertos nos campi de Dourados, Corumbá e Três Lagoas, nos meados da década de 1980. Em 1996, foi implantado o Curso de Licenciatura em Matemática no campus de Aquidauana e em 2001, outro curso foi aberto no campus de Paranaíba. Atualmente, com a expansão da Educação à Distância está iniciando na UFMS, mais um curso de Licenciatura em Matemática que será oferecido sob essa modalidade de ensino. Com a implantação da Universidade Federal da Grande Dourados, em 2006, o curso oferecido pelo campus de Dourados passou a pertencer a essa instituição.

Com a criação da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, em 1993, foram abertos mais três cursos de Licenciatura em Matemática, nas cidades de Nova Andradina, Cassilândia e Dourados. Atualmente, outras três instituições particulares de Ensino Superior mantêm Licenciatura em Matemática, perfazendo a existência de um total de quatorze cursos no Estado.

3. PRIMEIROS ANOS DA LICENCIATURA NA UFMS

As aulas da primeira turma do Curso de Licenciatura em Matemática da UFMS iniciaram em 1981. Como dissemos acima, desde os primeiros anos de existência do curso, sempre houve uma convergência de esforços no sentido de zelar pela formação matemática dos futuros professores. Um dos resultados imediatos desse esforço foi que vários acadêmicos egressos das primeiras turmas continuaram seus estudos, em nível de pós-graduação, em outras instituições e ingressaram na carreira docente na UFMS, bem como em outras instituições de ensino superior do Estado de Mato Grosso do Sul e em outros estados da federação. No contexto das atividades oferecidas pelo curso de licenciatura, professores do Departamento de Matemática iniciaram uma série de ações voltadas para ampliar a dimensão didática da formação oferecida aos acadêmicos, pois a parte da formação matemática já vinha sendo cuidada com toda atenção.

Em paralelo com esse compromisso de oferecer uma boa formação aos futuros professores da Educação Básica, professores do Departamento de Matemática deram início ao oferecimento de cursos de formação continuada para professores da rede pública. A princípio, esses projetos foram realizados somente em Campo Grande, mas nos anos seguintes, foram oferecidos, em cerca de vinte cidades do interior. Essa foi uma experiência desafiadora porque exigiu o confronto de nossas primeiras concepções com a realidade educacional com a qual criamos profundas raízes. Foi um desafio e ao mesmo tempo um estímulo para ampliar as bases da nossa própria formação. Para que pudéssemos expandir o nosso compromisso de formação de professores, fomos levados desenvolver estratégias próprias para conduzir os cursos oferecidos, procurando entremear aspectos metodológicos e conceituais da Matemática.

Professores do Ensino Fundamental e Médio que participaram desses cursos de capacitação, em certos casos, com vários anos de experiência, tinham dificuldades relativas ao nível da formação inicial. Essas experiências permitiram-nos identificar casos de professores dominados por um profundo sentimento de baixa-estima e também de desesperança nas possibilidades de melhoria do ensino da Matemática. Os primeiros cursos oferecidos por nós estavam ainda centralizados essencialmente nos conteúdos matemáticos. Essa centralidade aparecia de forma explícita na condução dos trabalhos. Mas logo percebemos que essa estratégia poderia também levar à situações conflitantes e desestimulantes para muitos dos participantes. Refletindo sobre essa realidade, cresceu a nossa convicção quanto à necessidade de contemplar a multiplicidade de dimensões contidas no fenômeno educacional da Matemática. Em outros termos, o trabalho com a formação continuada foi uma experiência muito importante no sentido de nos levar a refletir sobre questões bem mais amplas da Educação Matemática.

As reflexões conduzidas em torno dessas experiências contribuíram para a ampliar nossa formação como participantes do coletivo responsável para formação de professores. Por esse caminho, foi possível desenvolver uma atenção maior quanto à especificidade dos fenômenos educacionais da Matemática. Esse trabalho resultou na nossa participação em um grande projeto nacional financiado pelo chamado Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (PADCT), vinculado ao sub-programa para o ensino de ciências, cujo objetivo era contribuir na melhoria do ensino de Ciências e Matemática, a partir do envolvimento direto de professores que atuavam em nível da Educação Básica.

A participação no projeto acima mencionado motivou um grupo de professores e acadêmicos do curso de Licenciatura a criar um Laboratório de Ensino de Matemática (LEMA), nas dependências do Departamento de Matemática da UFMS. Assim, foram empreendidos esforços para a construção de uma ampla coleção de recursos didáticos, acompanhados de sugestões de problemas e materiais bibliográficos e a ser explorados em consonância com a utilização desses dispositivos pedagógicos. Embora a idéia de valorizar a dimensão experimental do conhecimento matemático não fosse, naquele momento, nenhuma novidade no plano histórico mais amplo, é importante reconhecer o resultado positivo dessa iniciativa para romper com o predomínio da visão formalista no ensino tradicional da Matemática. Lorenzato (2006) aborda a necessidade de contemplar a dimensão experimental do saber matemático e o papel que um Laboratório de Ensino pode desempenhar na formação de professores. A necessidade de reconhecer a função cognitiva das atividades experimentais nos estudos escolares já havia sido identificada desde as primeiras décadas do século XX, por vários educadores do movimento *Escola Nova* e também por matemáticos de renome, como é o caso de Henri Poincaré, Félix Klein, entre outros.

Inserida no contexto pedagógico mais amplo, a idéia de contemplar a dimensão experimental do saber envolve todas as disciplinas escolares, mas sua valorização no ensino da Matemática está sendo discutida desde o início do século XX, tendo sofrido um longo atraso em vista da predominância da visão formalista. Por esse motivo, na concepção dos defensores da vertente tradicional a criação de um laboratório de ensino de Matemática nem sempre foi uma idéia muito bem aceita e, por vezes, motivo de certo questionamento em vista de uma ideologia conduzida pela tentativa de impor uma formalização precoce do conhecimento matemático.

Mesmo que a importância desse tipo de atividade ainda não seja reconhecida pelos setores mais conservadores da prática educativa, cumpre-nos destacar que tal espaço foi concebido, no contexto da UFMS, em sintonia com a defesa do princípio de que o uso de qualquer recurso didático deve ser conduzido de maneira indissociável da valorização dos aspectos conceituais da Matemática. Em outros termos, não se trata de pensar em reduzir o estudo da Matemática ao plano da materialidade ou minimizar a importância da sua dimensão conceitual. Essa questão já foi objeto da redação de um artigo publicado na 23ª Reunião anual da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação (Pais, 2000).

Na abordagem antropológica proposta por Chevallard (2002), o uso desses ambientes artificiais de estudo tende a ser ampliado por uma exploração mais complexa de modelos praxeológicos com os quais os estudantes estejam envolvidos ou possam se envolver. Interpretamos que a valorização exagerada desses Laboratórios de Ensino de Matemática pode levar a situações artificiais no Ensino da Matemática, tal como menciona Bruno D'Amore (2001), um dos autores que compartilha da visão pragmática da Educação Matemática. Assim, segundo nossa visão, o uso desse espaço educacional para o ensino da Matemática, caracteriza-se como um avanço significativo em vista das práticas clássicas e formalistas, porém ainda dominada pelo recorte realista e, por esse motivo, passível de ser redimensionado pela necessidade de um recorte mais pragmático das práticas educativas escolares.

Um dos resultados diretos dos trabalhos realizados no Laboratório de Ensino de Matemática foi a criação da Revista do Lema, em 1987, fruto do entusiasmo do grupo envolvido na reflexão em torno das questões da Educação Matemática Escolar. As ações realizadas no LEMA e também a demanda de professores por materiais didáticos motivaram a criação dessa duplicação. Apesar de ter sido possível publicar somente quatro números, a criação dessa publicação muito contribuiu para revelar a intenção e o engajamento dos professores e acadêmicos que participaram do movimento da Educação Matemática no Mato Grosso do Sul, culminando, no ano seguinte, com a implantação da Diretoria Regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Um dos objetivos da Revista do Lema era servir de instrumento de integração entre professores da Educação Básica, acadêmicos do curso de Licenciatura e professores universitários envolvidos na formação de professores. Procurando acompanhar temas, que despertavam o interesse de professores naquele momento, foram criadas algumas seções especiais da revista, tais como: *Questões em Sala de Aula*, *Materiais Didáticos*, *História da Matemática* e *Resoluções de Problemas.* A idéia principal da revista era articular aspectos conceituais da Matemática com as demais dimensões que estruturam o fenômeno educacional. Ainda nesse período, iniciou-se na UFMS a realização de vários encontros de Educação Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul, ocasião em que conferências, debates e mini-cursos contribuíram para ampliar a visão dos professores envolvidos, buscando multiplicar os projetos já existentes e estender contatos com o embrionário movimento nacional de Educação Matemática.

4. SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

No ano em que a Revista do Lema foi lançada na UFMS, estavam em curso, no plano nacional, os preparativos para a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), o que ocorreria em 1988, em Maringá (PR), por ocasião do II Encontro Nacional de Educação Matemática. Como uma etapa preparativa, em fevereiro de 1987, realizou-se nas dependências da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, o Primeiro Encontro Nacional de Educação Matemática, reunindo cerca de 500 professores de vários estados brasileiros, com a apresentação de cerca de 150 trabalhos científicos. Nesse evento, estiveram presentes professores do Departamento de Matemática da UFMS que atuaram no oferecimento de mini-curso sobre o Ensino de Geometria e em discussões sobre a Prática de Ensino. A importância de participação nesse evento, muito mais do que uma visão produtivista imediata, foi o aprofundamento das convicções subjacentes ao movimento emergente da Educação Matemática e o compromisso de organizar no estado do Mato Grosso do Sul o que poderia vir a ser um núcleo inicial para a futura implantação da sonhada sociedade. Atuaram ativamente nesse processo Eronides de Jesus Bíscola, José Luiz Magalhães de Freitas e Luiz Carlos Pais, na época professores do Departamento de Matemática.

Uma das deliberações da plenária desse evento foi a criação de uma comissão central para organizar a criação da SBEM que deveria ocorrer no ano seguinte, na cidade de Maringá, durante a realização do II ENEM. Na tentativa de acompanhar esse movimento nacional, foram realizadas ações imediatas para a criação da regional da SBEM no Estado do Mato Grosso do Sul, cuja primeira diretoria regional foi liderada pelo professor Renato Gomes Nogueira, que atualmente finaliza sua tese de doutorado em Educação, no Programa de Pós-graduação em Educação da UFMS, sob a orientação da professora Dra. Marilena Bittar.

É importante observar que a SBEM foi constituída em 1988, mas a idéia de criação dessa instituição já tinha sido cogitada em 1985 por um grupo de doze brasileiros, que participou da VI Conferência Interamericana de Educação Matemática, realizada em Guadalajara (México). Em sintonia com o que estava acontecendo em outros países, esses educadores produziram a chamada carta de Guadalajara, a qual transcrevemos abaixo:

> Nós, abaixo-assinados, brasileiros reunidos na 6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática, em Guadalajara, Jalisco, México, de 23 a 27 de novembro de 1985, considerando: que o número de brasileiros aqui reunidos e a diversidade de cidades representadas demonstram a existência de uma quantidade significativa de pessoas de diferentes formações acadêmicas ocupadas com a Educação Matemática no Brasil – que uma parte importante dos trabalhos aqui apresentados constitui uma contribuição da comunidade científica e educacional brasileira para a 6a. CIAEM; que muitos dos brasileiros aqui reunidos encontram-se pela primeira vez para uma discussão e análise conjunta de suas idéias, nos dirigirmos aos colegas brasileiros que se ocupam de Educação Matemática para propor a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, com o objetivo de estimular e coordenar o intercâmbio de estudos e atividades realizadas no Brasil na área de Educação Matemática. Motiva-nos a força da experiência aqui vivida caracterizada pela oportunidade de conhecer e refletir sobre muitos trabalhos científicos que se reforçam e se completam no confronto e na discussão. A efetiva organização da Sociedade Brasileira sobre Educação Matemática poderá se fazer no Encontro Nacional que sugerimos para os dias 8, 9 e 10 de agosto de 1986 em local a ser determinado. (*apud* Pereira, 2005)

Conforme posição defendida por Denizalde Jesiél Rodrigues Pereira, em sua tese de doutorado cujo objeto é a história da SBEM, o processo de criação dessa instituição pode ser concebido como sendo democrático no sentido de representar a convergência de esforços e embates realizados em prol de um ideal político e educacional compartilhado por um grupo de educadores.

Ao final dos anos oitenta, como resultado do movimento nacional da Educação Matemática, foram oferecidas melhores condições para realização de pesquisas e pós-graduação, quer seja no contexto da UFMS e também pelos órgãos fomentadores de pesquisa. Assim, na década de 1990 foi possível três professores do Departamento de Matemática realizarem, na França, o curso de doutorado na área de Educação Matemática, possibilitando o início da atuação como orientadores no Programa de Pós-graduação em Educação do Centro de Ciências Humanas e Sociais da UFMS.

A partir do ano 2000, com a intensificação da produção científica, os pesquisadores da área de Educação Matemática da UFMS não têm medido esforços no sentido de participarem de eventos nacionais, realizarem estágio de pós-doutoramento e ampliar suas publicações científicas. O balanço mais recente desse movimento mostra que os pesquisadores da área, participantes do Programa de Pós-graduação em Educação da UFMS, orientaram, nos últimos anos, cerca de vinte dissertações, cujos temas estão associados à Didática da Matemática, ao uso de tecnologias e à formação de professores. Tendo em vista a recente expansão do número de instituições de Ensino Superior no Estado de Mato Grosso do Sul, grande parte dos mestres formados por este programa atua como professores de cursos superiores, criando uma expectativa de oportunidade da realização de estudos em nível de doutorado. A partir da implantação do curso de doutorado no Programa de Educação na UFMS, em 2007, está em curso a orientação de seis teses de doutorado na área de Educação Matemática, nesse programa.

5. MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A criação do curso de Mestrado em Educação Matemática na UFMS resultou de um processo que se consolidou no transcorrer das duas últimas décadas. Os integrantes da área de Educação Matemática têm promovido cursos, seminários, colóquios e já organizaram oito encontros estaduais de Educação Matemática, do qual participaram professores de quase todas as cidades do Estado. Nesses eventos foi possível observar a intensa participação dos profissionais que atuam nessa área, bem como a expectativa existente para continuar estudos em nível de mestrado, fazendo com que a implantação do Programa de Pós-Graduação de Educação Matemática tivesse o desafio de atender também essa reivindicação justa e necessária do ponto de vista educacional e regional. Além disso, a demanda por vagas na linha de pesquisa Ensino de Ciências e Matemática do Mestrado em Educação da UFMS, tem crescido ao longo dos anos e a possibilidade de acolher mestrandos na linha é muito restrita. Essa procura evidenciou a necessidade de criação de um Mestrado específico em Educação Matemática, cujo processo de criação foi liderado pela professora Dra. Marilena Bittar, atual coordenadora do programa. Por outro lado, foi a existência de um grupo pesquisadores em Educação Matemática na UFMS, nos campi de Campos Grande, Três Lagoas e Paranaíba, bem como na recém criada Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD) que possibilitou as condições iniciais para a abertura do programa.

Cumpre-nos destacar que alguns alunos egressos do Mestrado em Educação e professores interessados em fazer pesquisa em Educação Matemática desenvolvem a prática de participação regular em grupos de pesquisa na UFMS e também na UFGD. O Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEMA), criado em 1999 na UFMS e cadastrado no CNPq, é um desses grupos. Por meio de reuniões semanais têm-se procurado desenvolver uma cultura universitária de participação coletiva na discussão de temas, palestras e conferências de interesse do grupo.

O curso de Mestrado em Educação Matemática da UFMS destina-se a profissionais da Educação Básica e do Ensino Superior, tendo como objetivo principal aprofundar a formação científica e profissional adquirida na graduação, com a perspectiva de contribuir para elevar os padrões de qualidade da educação no País. Dessa forma, o curso visa formar pesquisadores-docentes para atuar na área de Educação Matemática, nos diversos níveis de escolaridade, com o propósito de abordar questões relativas às formas e processos de ensinar e aprender matemática.

Além de atender a uma demanda de profissionais da região, o curso visa contribuir para o fortalecimento da pesquisa em Educação Matemática por meio do envolvimento progressivo de doutores em Educação Matemática e doutores em Matemática, na perspectiva de consolidação e ampliação de grupos de pesquisadores que atuam nos diversos campi da UFMS e em outras instituições de Ensino Superior de Mato Grosso do Sul.

O profissional a ser formado pelo Curso de Mestrado em Educação Matemática deve ser capaz de investigar, transformar e produzir novos conhecimentos referentes às questões relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática, ao uso de tecnologias da informação e a formação inicial e continuada de professores que atuam nessa área. Os egressos do curso poderão elaborar e desenvolver projetos e pesquisas relacionados aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática; ao uso de ambientes informatizados na aprendizagem matemática, bem como às questões relativas à prática pedagógica e à formação de professores que ensinam Matemática.

Nos anos que antecederam à abertura desse programa, a UFMS estabeleceu parceria com a UFPe e a Universidade Joseph Fourier (França), por meio de um projeto de cooperação internacional CAPES-COFECUB desde 2004, cuja temática é a "Integração das novas tecnologias no ensino de Matemática e modelização de conhecimentos dos alunos"[1]. A principal finalidade desse projeto de pesquisa é investigar condições de aprendizagem por alunos da Educação Básica, na faixa etária de 11 a 18 anos com a ajuda de recursos informatizados, construindo estratégias de ensino a partir do uso desses ambientes. Para atingir esse objetivo, trabalhamos com o campo conceitual da Álgebra, que é uma área fundamental para a formação científica e também porque esse conteúdo ocupa um lugar importante nos currículos escolares na França e no Brasil. Essa pesquisa é desenvolvida em torno de três eixos. O primeiro deles envolve o conhecimento do aluno, visando construir uma modelagem didática e informática desses conhecimentos. A modelagem informática desses conhecimentos permitirá um tratamento automático das con-

[1] Esse projeto é coordenado na UFMS pela professora Doutora Marilena Bittar, e no Brasil a coordenação geral é de responsabilidade do professor Doutor Marcelo Câmara dos Santos da UFP.

cepções dos alunos a serem consideradas na elaboração de estratégias de ensino. O segundo visa a integração das novas tecnologias no ensino de Matemática. Trata-se de estudar as condições de utilização de ambientes informatizados em sala de aula, o que corresponde à elaboração, realização e análise de engenharias didáticas e o estudo dos fenômenos didáticos associados a esta utilização. Finalmente, visa também realizar estudo comparativo entre o ensino no Brasil e na França. A primeira vista o ensino brasileiro parece privilegiar mais o ensino de álgebra do que o ensino francês, porém nenhum estudo sistemático foi realizado a esse propósito. Além disso, como se tratam de dois sistemas de ensino que têm tradições diferentes pode-se formular a hipótese de que os objetos de ensino e sua organização são diferentes. Um estudo comparativo permitirá compreender as escolhas realizadas em relação ao ensino da álgebra nesses dois sistemas, bem como das concepções dos alunos nesse campo da Matemática.

Além das produções já realizadas, o projeto de pesquisa em desenvolvimento deu maior visibilidade ao trabalho realizado na UFMS pelos pesquisadores em Educação Matemática, tanto local quanto nacionalmente. Dessa forma, esse projeto ampliou as perspectivas de intercâmbios, conforme era o objetivo, e tem contribuído com a consolidação do Mestrado em Educação Matemática. De fato, durante o ano de 2007, o programa contou com a visita de pesquisadores da Universidade Joseph Fourier, oportunidade em que os mestrandos tiveram a oportunidade de assistir conferências diretamente ligadas com seus projetos de pesquisa além de participar de seminários internos de discussão sobre as pesquisas que estão desenvolvendo.

O programa é atualmente composto por três linhas de pesquisa. Na primeira delas, denominada *Ensino e Aprendizagem da Matemática***,** estão inseridas temáticas relativas ao processo de ensino e aprendizagem nos diferentes níveis de ensino, envolvendo questões pertinentes à sala de aula bem como possíveis interferências de outros fatores. O enfoque priorizado nessa linha são aspectos epistemológicos e didáticos do saber matemático, visando uma melhor compreensão dos fenômenos ligados ao ensino e a aprendizagem e às relações entre saberes científicos e escolares. As pesquisas dessa linha são caracterizadas por respeitar um dos aspectos essenciais da área que é a especificidade do saber matemático. Esses trabalhos visam compreender desafios do ensino e da aprendizagem dos campos de conteúdos da Matemática.

A segunda linha de pesquisa do programa que é denominada *Formação de Professores*, envolve temáticas relativas à formação inicial e continuada de profissionais de Educação Matemática, tanto em nível teórico como nas práticas pedagógicas, nos diferentes níveis do sistema educacional, priorizando temáticas que valorizam a formação de docentes reflexivos e pesquisadores sobre ensino e aprendizagem da Matemática. Essa linha visa realizar pesquisas sobre formação de professores relativamente às formas de conhecer e favorecer a evolução das idéias dos alunos e sobre a interação dessas idéias com a formulação e a implementação de metodologias investigativas em sala de aula e de perspectivas colaborativas entre os professores.

A terceira linha, *Tecnologia e Educação Matemática*, caracteriza-se por estudos mediados pelo uso de ambientes informatizados e de tecnologias de informação. Essa linha visa o desenvolvimento de pesquisas sobre o uso de softwares como ferramenta de ensino e aprendizagem, e sobre dificuldades e concepções discentes. Essa linha tem também o objetivo de desenvolver estudos sobre materiais didáticos que possam ajudar o processo de inclusão digital e sobre a formação de professores para o uso da informática, incluindo a educação à distância.

A estrutura curricular do curso de Mestrado é constituída por cinco disciplinas obrigatórias e três optativas. As disciplinas obrigatórias são: Pesquisas em Educação Matemática, Didática da Matemática, Aspectos Epistemológicos e Históricos da Matemática, Seminário de Pesquisa I e Seminário de Pesquisa II. As três disciplinas optativas podem ser escolhidas entre as seguintes: O uso de softwares educacionais na aprendizagem da Matemática, Formação de professores de Matemática, Aprendizagem em Matemática, Educação e Tecnologia, Aspectos históricos e culturais da disciplina escolar de Matemática, Educação Matemática e Fenomenologia, Tópicos especiais em Educação Matemática, Idéias Fundamentais de Matemática Elementar, Conceitos Fundamentais da Matemática, Tópicos Fundamentais de Cálculo e Análise Real, Tópicos Fundamentais de Teoria dos Números e Álgebra, Tópicos de Geometria, Álgebra Linear, Análise Complexa, Alfabetização Matemática e Conceitos Fundamentais de Geometria no Ensino Fundamental[2].

6. ALGUMAS CONCEPÇÕES COMO SÍNTESE

A área de Educação Matemática caracteriza-se pela realização articulada de projetos voltados para a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática nos diferentes níveis de escolaridade, tendo como princípio unificador a indissociabilidade entre as características do saber matemático, a especificidade do seu ensino e de sua aprendizagem no contexto escolar e a utilização dos recursos tecnológicos necessários para expandir as condições do trabalho docente. A concepção de Educação Matemática implícita nos pressupostos básicos do PPGEM considera imprescindível tanto as questões específicas do saber matemático como também os avanços obtidos, nas últimas décadas, pelas pesquisas na área de Educação. Este projeto está inserido em uma ampla problemática educacional que é a construção de conhecimentos envolvendo as áreas de Matemática, Educação e Educação Matemática.

Essa construção de conhecimento é um desafio à capacidade coletiva dos pesquisadores envolvidos, que buscam o entendimento teórico e as convergências necessárias à defesa de um referencial metodológico, que possibilite uma produção científica consistente. A superação desses desafios significa transpor a distância equivocadamente colocada entre as áreas de Educação e de Conhecimentos Específicos de Matemática. Distância essa que, solidificada na prática pedagógica tradicional, além de não contribuir com a formação de professores impede a realização plena dos objetivos educacionais. Essa tentativa de separar o específico do educacional é uma prática equivocada, pois a finalidade da educação escolar é a utilização dos diversos saberes, escolares e científicos, como instrumentos para a promoção da cidadania.

Os objetivos principais, que devem conduzir os trabalhos do programa, consistem em investigar aspectos didáticos e epistemológicos

---

[2] Maiores informações sobre o Mestrado em Educação Matemática podem ser encontradas no site http://www.dmt.ufms.br/Mestrado.html

com referenciais que contemplem aspectos matemáticos, educacionais e de uso de tecnologias da informação. De forma análoga, todos os esforços devem ser feitos para que as pesquisas procurem explicitar relações entre o processo de construção de conceitos matemáticos e a formação de professores, considerando os novos parâmetros da educação contemporânea. Em paralelo, temos o desafio ainda de realizar pesquisas relativas à inserção das tecnologias da informática e da comunicação na educação escolar, quer seja quanto suas implicações metodológicas, como também na ampliação de acesso às informações para redefinição do saber escolar. Finalmente, as pesquisas empreendidas devem valorizar ações e reflexões relativas às pesquisas sobre a inserção de tecnologias da informática, noções valorizadas no currículo escolar e conceitos didáticos voltados para atender a especificidade dessa área.

Esta proposta resulta de uma trajetória de envolvimento coletivo de um grupo de pesquisadores da UFMS que, ao longo das duas últimas décadas, vêm trabalhando para a edificação de um projeto educacional voltado para a área de Educação Matemática. Ao final desse primeiro ano de funcionamento do Mestrado, conscientes dos desafios que devem ser superados, podemos destacar alguns pontos que exemplificam o sentimento de recompensa pelos esforços realizados até então. As aulas da primeira turma tiveram início em março de 2007 com a realização do I SESEMAT - Seminário Sul-mato-grossense de Educação Matemática. Esse evento contou com a participação da Professora Maria Tereza Carneiro Soares, da UFPR, que ministrou na oportunidade uma palestra sobre o desenvolvimento da área de Educação Matemática no Brasil. As atividades do mês de julho foram abrilhantadas pela presença do professor Hamid Chaachoua, da Universidade Joseph Fourier (França), pesquisador francês participante do projeto Capes-Cofecub citado anteriormente, que ministrou conferências e participou de vários seminários de discussão dos trabalhos de pesquisa em andamento. Durante o mês de agosto todos os alunos do programa participaram de um seminário de história da Educação Matemática, realizado na UFGD, em Dourados, evento que contou com a participação do Professor Gert Schubring, da Universidade de Bielefeld (Alemanha). Durante o mês de setembro, cinco dos atuais dez alunos do programa já apresentaram trabalhos no XI EBRAPEM, realizado em Curitiba. No mês de outubro, o programa recebeu a visita da pesquisadora Jana Trgalova, pesquisadora francesa do Laboratório LIG, Grenoble (França) também integrante do projeto Capes-Cofecub.

Finalmente, o lançamento da revista *Perspectivas da Educação Matemática* sinaliza mais um gesto do compromisso coletivo de não medir esforços para que, em 2008, a defesa das primeiras dissertações coincida com uma data profundamente significativa na história da Educação Matemática mundial, que é o primeiro centenário de criação da I Comissão Internacional para Ensino da Matemática, na Itália, em 1908.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHEVALLARD, Y. *Organiser l'étude Ecologia et Regulation*. Grenobe: Atas da 11ª Escola de Verão de Didática da Matemática. Editora La Pensée Sauvage, 2002.

D'AMORE, Bruno. Epistemologia e Didática da Matemática. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

LORENZATO, Sérgio. (org.) *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas: Autores Associados, 2006.

PAIS, Luiz Carlos. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria*. Caxambu: Anais da 23ª Reunião da Anped, 2000.

PEREIRA, Denizalde Rodrigues. *História do movimento democrático que criou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. Tese de Doutorado. Campinas: Unicamp. 2005.

STÁVALE, Jacomo. *Coisas da ... Mathematica: Resposta ao professor Julio Cessar Mello e Souza*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1933.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Uma história da Matemática Escolar no Brasil: 1730 – 1930. São Paulo: Editora Annablume, 1999.

————. *Controvérsias sobre Educação Matemática no Brasil: Malba Tahan versus Jacomo Stávale*. Cadernos de Pesquisa nº 120, pp 151-167. São Paulo: 2003.

A ARTICULAÇÃO DE REGISTROS SEMIÓTICOS PARA A APRENDIZAGEM: ANALISANDO A NOÇÃO DE CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA NA MATEMÁTICA E NA FÍSICA*

*Cláudia Regina Flores***
*Méricles Thadeu Moretti****

Resumo: A partir dos estudos em torno de "registro semiótico", desenvolvidos por Duval, considera-se que a especificidade da matemática é estar associada às representações semióticas. Propõe-se, aqui, analisar o papel dos registros de representação semiótica, bem como a questão da congruência semântica entre diferentes registros semióticos em exemplos tradicionalmente utilizados na sala de aula, para a aprendizagem da matemática e da física. Tal análise pretende funcionar como um ensaio da aplicabilidade da noção de "registro semiótico" de Duval para além da área da educação matemática, considerando-se a reflexão num campo interdisciplinar.

Palavras-chave:
representação semiótica; congruência semântica;
aprendizagem matemática; didática das ciências.

Abstract: *Starting from the studies around "semiotic register", developed by Duval, we consider that the specificity of mathematics is to be associated to semiotic representations. It is proposed here to perform an analysis of the role of registers of semiotic representation, as well as of the question of semantic congruency among different semiotic registers in instances traditionally used in classrooms for the learning of mathematics and physics. It is intended that such analysis can function as a test for the application of Duval's notion of "semiotic register" beyond the area of mathematics education, considering the reflection in an interdisciplinary field.*

Keywords:
semiotic representation; semantic congruency;
mathematics learning; didactics of science

---

* O presente trabalho teve o apoio do CNPq.

** Professora do Departamento de Metodologia/CED/UFSC e do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica/PPGECT/CED/CFM/CCB/CTC/UFSC - claudiar@ced.ufsc.br

*** Professor do Departamento de Matemática/CFM/UFSC e do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica/PPGECT/CED/CFM/CCB/CTC/UFSC - mericles@mtm.ufsc.br

INTRODUÇÃO

A noção de representação para a análise da produção do conhecimento científico é, de um lado, bastante requisitada na pesquisa científica e,por outro lado, na pesquisa educacional. Do ponto de vista cognitivo, a produção das representações e sua utilização, ou seja, seu papel para a produção de conhecimentos, assim como para a atividade cognitiva, tornou-se uma questão central.

A didática das ciências, considerando os resultados de pesquisas de domínios tais como a psicologia genética, a epistemologia ou ainda as ciências cognitivas, impulsionou a pesquisa na educação fornecendo novas noções para analisar o processo de conceitualização e produção de conhecimentos.

Em especial, a didática da matemática se destaca, consideravelmente, na pesquisa introduzindo novas noções como a de "Jogo de Quadros" de Douady (1986), de "Registro Semiótico" de Duval (1993), ou de "Campo Conceitual" de Vergnaud (1990). Todas estas noções tomam, de um jeito ou de outro, a noção de representação como fundamental para a produção e aquisição de conhecimentos.

Da noção de registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática, desenvolvida por Duval, muitas pesquisas se ancoraram, uma vez que a questão dos registros semióticos é imprescindível para o pensamento matemática. Notemos, no entanto, que para além da especificidade do pensamento em matemática, tal noção parece atingir outros campos de conhecimento como, por exemplo, o da física.

Por registro de representação semiótica entende-se como sendo um sistema semiótico que permite preencher as funções cognitivas fundamentais para o funcionamento cognitivo (Duval, 1993). As funções cognitivas são, essencialmente, a de comunicação, objetivação e tratamento[1]. E, sistema semiótico entende-se como sendo um sistema particular de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica, gráficos cartesianos, figuras ... que representa um objeto conceitual.

Então, considerando essa especificidade do pensamento em matemática, ou seja, de que o pensamento em matemática é imprescindí-

---

[1] Uma análise destas funções pode ser vista em FLORES, C. R. e MORETTI, M. T. *O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas*: ponto de análise para a aprendizagem matemática. In: Anais da 28ª Reunião da ANPEd, 2005.

vel dos registros semióticos, Duval (op. cit.), destacou a importância de se considerar na aprendizagem mais de um modo de representação para o mesmo objeto matemático. Além disso, Duval demonstrou a necessidade de se considerar as atividades cognitivas de tratamento e conversão. Neste caso, o tratamento depende da forma representacional e não do conteúdo. E, converter uma representação é mudar a forma pela qual um conhecimento é representado, ou seja, mudar de registro semiótico.

Contudo, a atividade de conversão não é tão simples, o que leva Duval a tratar da noção de congruência. Assim, a conversão entre registros implica ser analisada em termos de "congruência", ou seja, sobre a correspondência semântica entre as unidades significantes de cada uma das representações (DUVAL, 1995, p. 45-52). Se há congruência entre duas representações, a passagem de uma à outra será mais evidente. Se for o contrário, o processo será extremamente difícil e delicado.

Ora, se tal noção se aplica à matemática, a aprendizagem matemática assim como a epistemologia da matemática, esta poderia ser estendida às outras áreas de conhecimento. Isso é cogitado aqui uma vez que a noção de representação é, hoje, analisada não mais como sendo estritamente mental. O processo do pensamento, visto antes com um processo puramente mental, passa a ter uma natureza semiótica das representações. Significa que o pensamento é inseparável dos sistemas semióticos, podendo um mesmo objeto conceitual possuir diversas representações semióticas.

Assim, a análise que aqui se propõe se dá a partir de alguns exemplos oriundos do campo de conhecimento não só da matemática, como também da física. Para iniciar, e tratando sobre a problemática da conversão de registros do objeto matemática função, analisamos o fenômeno de congruência semântica na determinação de funções inversíveis. Em seguida, a partir de definições equivalentes de módulo de um número real verifica-se a questão da congruência semântica quando usa-se uma ou outra definição na atividade matemática. Por fim, analisaremos uma questão bastante típica de representação gráfica da velocidade em que esta é dada pela inclinação da reta e não pelo comprimento no eixo em que mede a posição do móvel. Discute-se este fato em termos de congruência semântica em que, não havendo reciprocidade entre o que é dito no enunciado do problema e aquilo que é visto no gráfico gera dificuldades de interpretação por parte dos alunos. Ainda, nesta mesma situação analisa-se o caso de que se houver congruência semântica a situação permite novos desmembramentos do conhecimento, como é o caso de Nicole Oresme que estuda um movimento retilíneo representando-o graficamente permitindo, mais tarde, a criação da lei do movimento usualmente atribuída a Galileu Galilei, no século XVII. Em seguida, discuti-se exemplos tipicamente didáticos, oriundos de livros didáticos de física, que tratam de situações problemas de leitura de temperatura. Neste caso, termos tais como "tem a mais" no enunciado do problema pode gerar dificuldades na interpretação da representação algébrica.

Refletir sobre o uso das representações semióticas e da noção de congruência semântica tem o propósito, aqui, de funcionar como um ensaio da aplicabilidade da noção de "registro semiótico" de Duval para a pesquisa voltada aos processos de ensino e de aprendizagem em matemática mas, também, como uma incursão em outros campos de conhecimento. Tal iniciativa implica na ampliação dos estudos de tal noção o gera metodologias de pesquisa para ampliar o debate na educação.

SOBRE OS REGISTROS DEREPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

Há um consenso no que diz respeito à produção e a aquisição de conhecimentos no âmbito das ciências e das matemáticas que para estudar os processos da epistemologia e do ensino e aprendizagem se faz importante analisar o papel da noção de representação. Isso porque não existe conhecimento que possa ser mobilizado por uma pessoa sem que se recorra à atividade de representação.

Neste sentido, e a partir do estudo das crenças, explicações e concepções de alunos concernentes aos fenômenos físicos e naturais, os interesses pelas representações mentais se tornaram o objeto de investigação na educação científica e tecnológica desde o início da década de 20, impulsionados pelos estudos de Piaget. Porém, muito mais recentemente, a contribuição de Raymond Duval[2] sobre o papel dos

[2] Leia-se DUVAL (1988a, 1988b, 1993, 1995, 2003).

registros de representação semiótica no domínio do ensino e da aprendizagem em Matemática tornou-se base teórica para muitas pesquisas na área da Educação, particularmente da Educação Matemática.

No que diz respeito às representações mentais, considera-se que estas são um suporte para as representações internas e que as representações semióticas serviriam somente para comunicar as representações mentais. Para Duval (1993), este ponto de vista é limitado, uma vez que não nos permite avaliar os problemas tanto de aprendizagem como da epistemologia.

Segundo Duval (op cit), o pensamento é ligado às operações semióticas e, consequentemente, não haverá compreensão possível sem o recurso às representações semióticas. Particularmente, para a matemática, as representações semióticas são consideráveis já que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem sê-lo por sua representação.

A título de esclarecimento, as representações semióticas são relativas a um sistema particular de sinais, linguagem natural, linguagem formal, escrita algébrica ou gráficos cartesianos, figuras... Daí a diversidade de representações para um mesmo objeto matemático, ou a dualidade nas representações: a forma (ou representante) e o conteúdo (ou representado).

Vejamos, como exemplo, o caso do objeto matemático, a função. Esta pode ter um registro de representação lingüística (função linear), um registro de representação simbólica ($y = x$ ou $f(x) = x$), ou ainda, um registro de representação gráfica (o desenho do gráfico da função real $f(x) = x$).

Então, a contribuição fundamental de Duval para a pesquisa em Educação está em afirmar que não se deve confundir o objeto e o conteúdo de sua representação. Segundo o autor, é necessário dispor de, ao menos, duas representações, de modo que estas duas devam ser percebidas como representando o mesmo objeto. Esta restrição é pertinente para a aprendizagem matemática, para a compreensão em matemática, mas também para o processo de criação de conhecimentos matemáticos. A diversidade de registros de representação semiótica permite a invenção e a elaboração de novos conceitos.

Na aprendizagem matemática, em particular, considerar mais de um registro de representação semiótica para o mesmo objeto é importante, porém é preciso ainda que o aluno seja capaz de converter, de transitar entre uma e outra representação, o que implica numa congruência semântica para que o processo seja efetivado com êxito.

A noção de congruência semântica surgiu após experiências realizadas com alunos, quando Duval (1988b) observou que estes encontram dificuldades quando se trata de mudar de registro, quer dizer, passar de um registro de representação a outro. Isso foi analisado num estudo, sobre o ensino e a aprendizagem de funções, onde observou que a passagem do registro de representação gráfica para o registro de representação simbólica é tarefa difícil para grande maioria dos alunos. O que acontece, na verdade, é que a compreensão do aluno fica limitada à forma de representação que eles conhecem e que sabem operar.

Então, a atividade de conversão entre registros pode apresentar dificuldades importantes para os alunos por causa da ausência de congruência semântica (Duval, 1988a) entre as representações de um mesmo objeto conceitual em registros semióticos diferentes. Assim para recuperar estas ausências de congruência é preciso analisar os elementos semióticos em termos de unidades significativas bem como as eventuais falhas de correspondências entre estas unidades.

Ao considerar o papel dos registros de representação semiótica na aquisição e compreensão de conhecimentos matemáticos, Duval (2003) definiu elementos para um método de pesquisa. Segundo o autor,

> ... em toda análise de tarefa como em toda resolução de problemas, é necessário *distinguir cuidadosamente o que sobressalta no tratamento em um registro e aquilo que sobressalta em uma conversão,* esta consistindo em uma simples mudança de registros ou em uma mobilização em paralelo de dois registros diferentes.Essa distinção raramente é feita na análise das produções dos alunos, mesmo em problemas de geometria. (p.24).

A proposição que se indaga aqui é, portanto, de saber em que medida a análise de Duval é pertinente em didática das ciências. Porém, considerando que tal proposição é bastante ampla, devemos delimitar-nos a questionar se a noção de representação semiótica e congruência semântica se aplicam em outras áreas da atividade científica que não sejam somente a matemática. Vejamos, no entanto, como a noção de congruência semântica age em atividades matemáticas bastante comuns. Em seguida, aplicaremos a noção de representação semiótica e congruência semântica na atividade científica, discutindo um exemplo na física.

A CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA NA ATIVIDADE MATEMÁTICA

Ancorados no que prega Duval (2003) a respeito da importância de se analisar, distinguindo o que sobressalta na atividade de conversão entre registros semióticos, as produções dos alunos, bem como as possibilidades de resoluções de problemas matemáticos, é que discutiremos a seguir alguns exemplos na atividade matemática.

1º exemplo: Para determinar as funções inversíveis considera-se que uma das condições é que a função seja injetora. Neste caso, considerando uma função f real e x_1, x_2 dois valores quaisquer do seu domínio, para que f seja injetora, podemos completar a sua definição de dois modos:

$$\text{(a)} \quad x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

ou

$$\text{(b)} \quad f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

Notemos que a definição (a) é equivalente a definição (b), já que uma é a contra-positiva da outra. Logo elas são referencialmente congruentes, porém não possuem o mesmo significado.

Para provar que a função real $f(x) = x^2$, por exemplo, não é injetora, a forma (a) é semanticamente congruente com o tipo de tratamento a ser implementado. Podemos utilizar, por exemplo, dois pontos distintos $x_1 = 2$ e $x_2 = -2$, aplicar na função e obter $f(2) = f(-2) = 4$, e concluir que f não é injetora.

Se tomarmos, por exemplo, a função real $f(x) = 2x + 5$, e verificarmos que é injetora, notemos que a definição (b) é a forma com maior congruência com o tipo de tratamento a ser utilizado.

2º exemplo: Sobre as definições equivalentes de módulo de um número real, consideramos:

$$\text{(a)} \ |x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

ou

$$\text{(b)} \ |x| = \sqrt{x^2}$$

Podemos afirmar que a definição (a) é mais congruente do que a definição (b), considerando-se a idéia de valor absoluto. Além disso, a passagem entre elas não é tão evidente assim. Notemos que para determinar, por exemplo, $|-5|$ pela forma (a), teríamos $|-5| = -(-5) = 5$, que é uma solução bastante congruente com a definição (a), assim como com a idéia de módulo de um número. No entanto, na forma (b) teríamos a solução $|-5| = \sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$, que necessita de outras propriedades "estranhas" à idéia de valor absoluto.

Por outro lado, para calcular, por exemplo,

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + \sqrt{1-x}}}{x+5}$$

poderíamos iniciar a solução dividindo tanto o numerador, quanto o denominador da fração por

$$-|x| = -\sqrt{x^2}$$

uma vez que x→ -∞, inspirados na definição (b) de módulo.

Deste modo, teríamos: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + \sqrt{1-x}}}{x+5} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\dfrac{\sqrt{x^2 + \sqrt{1-x}}}{-\sqrt{x^2}}}{\dfrac{x+5}{x}}$

$$= \lim_{x \to -\infty} -\frac{\sqrt{\dfrac{x^2 + \sqrt{1-x}}{x^2}}}{1 + \dfrac{5}{x}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} -\frac{\sqrt{1 + \sqrt{\dfrac{1-x}{x^4}}}}{1 + \dfrac{5}{x}}$$

$$= -1$$

Notemos, enfim, que a substituição de $\lim\limits_{x \to -\infty} x$ por $\lim\limits_{x \to -\infty} -\sqrt{x^2}$, usando a definição (b) de módulo foi providencial para a resolução deste exercício do cálculo diferencial e integral. A definição de módulo no modo (a) muito pouco serviria para este caso.

Tudo isso nos faz destacar o papel que desempenha as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Cada forma de registro é plausível de um tratamento, podendo ser mais ou menos congruente com o registro de partida. Lidar com esta diversidade é possibilitar a aprendizagem matemática, na medida em que se aumenta a capacidade de escolha por parte dos alunos na resolução de problemas, bem como a desenvoltura no raciocínio.

A ATIVIDADE CIENTÍFICA A PARTIR DA NOÇÃO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E DA CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

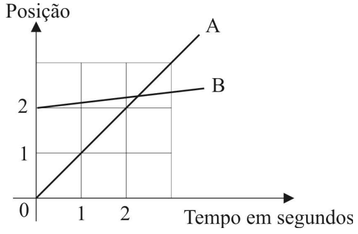
A noção de congruência semântica é trabalhada por Duval (1988b, 2003), principalmente, para discutir dificuldades na aprendizagem de disciplinas científicas, particularmente para a matemática. No entanto, percebe-se que tal fenômeno, o da congruência semântica, ocorre em outras áreas científicas.

Apenas para reiterar o que se entende por congruência semântica podemos dizer que é um fenômeno que ocorre quando é preciso transitar entre representações semióticas distintas para um mesmo objeto conceitual. Neste caso, a relação entre, pelo menos duas das representações semióticas pode implicar numa apreensão facilitada ou não. Avaliar, portanto, o grau de dificuldade no trânsito entre as representações significa verificar os fenômenos de congruência.

Para discutirmos esta noção no campo da atividade científica, tomemos os exemplos a seguir.

1º Exemplo

No instante t = 2s, a velocidade do objeto A é maior, menor ou igual do que a velocidade do objeto B ?



A velocidade é dada pela inclinação da reta e não pelo comprimento no eixo vertical que mede a posição do móvel. É bastante comum os alunos tomarem a altura no lugar da inclinação (Clement[3] *apud* Duval 1988b, p. 250).

Esta dificuldade é explicada pela pouca congruência semântica entre o discurso e o gráfico do problema. Poderíamos torná-lo um problema com maior congruência semântica se, por exemplo, no eixo vertical a velocidade do objeto é que estivesse sendo medida. Neste caso, a resposta do problema seria dada pela leitura direta e congruente no gráfico e não através da comparação das inclinações dos segmentos de retas de cada objeto.

Uma vez sendo proporcionado de maneira congruente semanticamente, o interessante neste exemplo é observarmos sua condição no âmbito da história e da epistemologia. Vejamos o caso de Nicole de Oresme (1320-1382), considerado o matemático mais importante deste período (Eves, 1997, p.295) que, em seu *Tratado sobre a configuração das qualidades e do movimento*, utilizou um método de representação gráfica considerando uma grandeza denominada por ele de qualidade em função de outra grandeza. No caso em que procura estudar um movimento retilíneo, Oresme teve a idéia de representar graficamente a velocidade instantânea em função do tempo. Ao longo de uma reta horizontal ele marcou pontos representando instantes de tempo que ele chamou de *longitudes*. E para cada longitude, ergueu uma perpendicular denominada *latitude*, cujo comprimento representava a velocidade naquele instante. O que interessava a Oresme, nesta construção, era que a superfície varrida por estas perpendiculares assim construídas, é proporcional à distância percorrida (Costé, 1997).

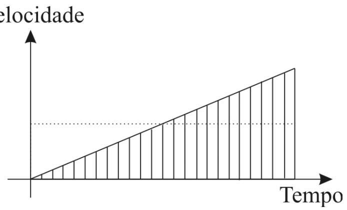
Os trabalhos de Oresme permitiram a um grupo de pesquisadores do Merton College, uma verificação geométrica da Regra de Merton que pode ser enunciada em linguagem moderna da seguinte forma:

O espaço percorrido por um corpo animado de velocidade uniformemente variada desde o tempo t = 0 até um instante t, é igual ao espaço percorrido no mesmo instante por um móvel com velocidade instantânea igual à velocidade média do primeiro (Baptista e Ferracioli, 1999, p.187).

---

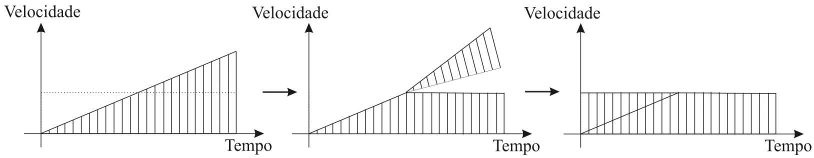
[3] CLEMENT, J. Misconceptions in Graphing. In P.M.E. 85, p. 369-375, 1985.

O desenho a seguir ilustra esta verificação.



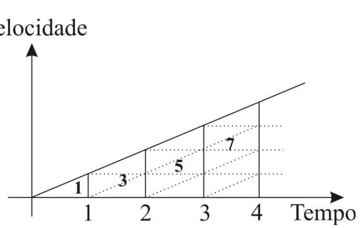
Como a área desse triângulo representa a distância percorrida, Oresme forneceu assim a verificação geométrica da Regra de Merton, pois a velocidade no ponto médio do intervalo de tempo é a metade da velocidade final. (Boyer, 1974, p.193)

Por reconfiguração[4] percebe-se facilmente que a área do triângulo é igual a área do retângulo limitado pela base superior pontilhada.



Assim, segundo esta regra, o cálculo do espaço percorrido reduz-se ao cálculo da área do retângulo de base numericamente igual ao tempo transcorrido e altura numericamente igual à velocidade média.

Além dessa constatação, esta representação geométrica leva à lei do movimento usualmente atribuída a Galileu Galilei no século XVII. Para perceber isto, observemos o diagrama a seguir:



[4] Reconfiguração é uma operação figural que pode ser realizada dentro do registro semiótico figural.

Para o tempo subdividido em n intervalos iguais, temos:

n = 1	1	= 1	= 12
n = 2	1 + 3	= 4	= 22
n = 3	1 + 3 + 5	= 9	= 32
n = 4	1 + 3 + 5 + 7	= 16	= 42
n = 5	1 + 3 + 5 + 7 + 9	= 25	= 52
...	...	...	...

Com o diagrama de Oresme é possível estabelecer as seguintes conclusões:

- os espaços percorridos em tempos iguais estão entre si, assim como a seqüência dos números positivos inteiros ímpares consecutivos;
- o espaço percorrido pelo móvel é proporcional ao quadrado do tempo.

Contudo, segundo Boyer (1974, p. 239) e Costé (1997) é bem provável que Galileu conhecia a obra de Oresme sobre a latitude das formas e que teria utilizado várias vezes o diagrama de velocidades, semelhante ao gráfico triangular de Oresme. Notemos que as conclusões que podem ser tiradas do diagrama de Oresme, em que: *as distâncias estão entre si como os números ímpares consecutivos; a soma dos n primeiros números é o quadrado de n e; a distância total percorrida varia com o quadrado do tempo* e que, por sua vez, compõem a conhecida lei de Galileu para "queda dos corpos", mencionada pela primeira vez em uma carta enviada a Paolo Sarpi em 16 de outubro de 1604 (Koyré,1986, p.83), levanta a dúvida de que Galileu precisou, ou não, realizar experiências relativas ao plano inclinado (Thuillier, 1994; Koyré,1986).

Para além desta discussão epistemológica, o importante aqui é notarmos que a possibilidade da congruência entre os registros semióticos contribui tanto para uma aprendizagem com menos custo cognitivo, assim como para a criação de novos conhecimentos.

2º exemplo

Trata-se dos exemplos a seguir:

- A diferença entre a indicação de um termômetro Fahrenheit e a de um termômetro Celsius para um mesmo estado térmico é de 40. Qual é a leitura nos dois termômetros?

- A indicação em um termômetro Fahrenheit tem 40 a mais do que a indicação em um outro termômetro Celsius para um mesmo estado térmico. Qual é a leitura nos dois termômetros?

Observemos que são dois exemplares de situações problemas tratando da idéia de temperatura e que são, tradicionalmente, encontrados em livros didáticos de física. Observemos que estes problemas mobilizam os mesmo procedimentos de resolução, ou seja, montar e resolver o sistema de equações seguinte:

$$\begin{cases} T_f - T_c = 40 \\ \dfrac{T_c}{5} = \dfrac{T_f - 32}{9} \end{cases}$$

No entanto, no segundo problema, a expressão “tem 40 a mais” leva uma boa quantidade de alunos a escrever a primeira equação do sistema como $T_f + 40 = T_c$. Isso implica num índice maior de insucesso de resolução do que no primeiro problema, simplesmente por causa dessa expressão que lembra a operação direta de adição.

A conversão do enunciado do problema ao registro algébrico nem sempre é tarefa fácil. Em geral, a dificuldade nesta conversão é causada pela falta de congruência semântica entre a representação em língua natural e a representação algébrica, ou gráfica. Assim, o fato de que no enunciado do problema aparece a expressão “a mais” leva a uma não correspondência com a representação algébrica que usa o sinal de “–” no lugar do sinal de “+” .

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A transposição da noção de registro semiótico para a didática da física nos pareceu bastante pertinente para uma análise, uma vez que a atividade da física em sala de aula leva em conta diversos registros semióticos, entre eles, o registro da língua natural, o registro gráfico e o registro numérico e ainda, um registro analítico que pode ser confundido com o registro algébrico, para a matemática, denominado por Duval.

Cada um desses registros constitui um sistema semiótico regido por regras específicas. O registro numérico é regido pelas regras da aritmética e da álgebra. Ele permite tratar dados numéricos tais como os de medida de tensão, intensidade, temperatura, velocidade. Os gráficos constituem como sendo tanto a possibilidade de apresentação dos dados como a de representação de uma situação, como é o caso da velocidade. Os registros algébricos constituem-se como registro da escritura das relações algébricas, que possibilitam o desenvolvimento das capacidades analíticas de resolução.

Desta forma, vê-se que no campo da física o uso das representações semióticas e da noção de congruência semântica é bastante rico. Assim, este artigo teve o propósito de funcionar como um ensaio da aplicabilidade da noção de "registro semiótico" de Duval para além da área da educação matemática, ampliando os estudos de tal noção aplicada ao ensino e à pesquisa.

Por outro lado, a atividade matemática é pautada pela diversidade de representações semióticas, podendo um mesmo objeto matemático contar com diferentes registros, o que implica na possibilidade de se aplicar tratamentos diversos. Analisar, então, aquilo que é mais ou menos congruente entre estes registros e tratamentos, significa possibilitar uma maior visão da atividade matemática, permitindo a escolha de registros e de tratamentos que são mais convenientes frente à resolução de problemas.

Levar em conta, então, um trabalho que considere os tipos de registros semióticos requisitados na aprendizagem da matemática e da física, o trânsito entre estes registros constitui-se como um campo interessante para a investigação em didática das ciências. Considerar, enfim, os fios que unem uma outra disciplina é adentrar num campo interdisciplinar.

REFERÊNCIAS

BAPTISTA, J. P., FERRACIOLI, L. A evolução do pensamento sobre o conceito de movimento. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. v. 21, n.1, 1999.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora E. Blücher Ltda e Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

COSTÉ, A. *L´ouvre scientifique de Nicole Oresme*. Bullletin de la Société historique de Lisieux. Université de Caen, n.37, 1997. Disponível em www.math.unicaen.fr/lmno/Oresme/Oresme.html. Acesso em 12/01/2005.

DOUADY, R. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet.* In: Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 2, p. 5-31, 1986.

DUVAL, R. *Écarts sémantiques et cohérence mathématique.* In: Annales de didactique et de Sciences Cognitives, vol. 1, p. 7-25. Irem de Strasbourg, 1988a.

__________.*Graphiques et équations: L'articulation de deux registres.* In: Annales de Didatique et de Sciences Cognitives, v.1, p. 235-253. Irem de Strasbourg, 1988b.

__________.*Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.* In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, vol. 5, p. 37-65. Irem de Strasbourg, 1993.

__________.*Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Berna: Peter Lang, 1995.

__________.*Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.* In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Silvia Dias Alcântara Machado (org.), p. 11-33. Campinas: Editora Papirus, 2003.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 1997.

FLORES, C. R. e MORETTI, M. T. *O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática.* In: Anais da 28ª Reunião da ANPEd, 2005.

KOYRÉ, A. *Études galiléennes*. 4a. edição. Paris: Hermann, 1986.

THUILLIER, P. *De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica.* Trad. de Maria Inês Duque-Estrada. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994.

VERGNAUD G. *La théorie des champs conceptuels.* In: Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 10, p. 133-170, 1990.

A GENERALIZAÇÃO DE PADRÃO SOB O PONTO DE VISTA DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

Silvia D.Alcântara Machado[*]

Maria Margarida Massignan de Almeida[**]

[...] a matemática é a ciência dos padrões, que podem surgir a partir do mundo a nossa volta, das profundezas do espaço, ou das atividades mais ocultas da mente humana. (DEVLIN,2002, p. 9)

Resumo: Este artigo é parte de um estudo mais amplo, que visou investigar se e como professores do Ensino Fundamental trabalham com a generalização de padrões. Foram entrevistados cinco professores da rede pública de uma cidade do interior de São Paulo, e aqui destacamos os dados obtidos da entrevista com uma professora. A análise dos dados foi feita à luz principalmente das idéias de John Mason. Concluiu-se, que embora a professora trabalhe com atividades que propiciam a generalização de padrões, ela não intenta em seu trabalho chegar à generalização verbal e muito menos à generalização simbólica.

Palavras-chave:
professor; Ensino Fundamental; generalização de padrões.

Abstract: *This paper is part of a wider study concerning middle school (11- to 15-year old students) teachers from public schools of a small town in São Paulo state. It aims to check if and how those teachers work with activities involving pattern generalization. Five teachers were interviewed and we dealt with data from one of the five interviews in this particular study. Data analyses were carried out mainly using John Mason's approach. We concluded that even though the teacher worked with activities concerning the theme, she didn't mean either to reach the verbal generalization nor even the symbolic, formal generalization.*

Key words:
Teachers; Middle School; pattern generalization.

---

[*] Professora pesquisadora da PUC SP, silviaam@pucsp.br

[**] Mestre pela PUC SP, mariamargarida@interall.com.br

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa que visou investigar se e como o professor do Ensino Fundamental trabalha atividades que envolvem a observação e generalização de padrões.

Dario Fiorentini, Maria Ângela Miorim e Antonio Miguel em artigo de 1993, ao abordar a educação algébrica, destacam a importância da percepção da regularidade em diferentes tipos de situações-problema, como um dos elementos que contribuem para a construção de uma linguagem simbólica, que seja significativa para o estudante. John Mason et al, em artigo de 1985 são mais específicos, quando indicam o uso de padrões como assunto capaz de levar o aluno a conceber a Álgebra, como uma linguagem adequada para expressar regularidades, onde a generalização de padrão tem um papel importante.

Mais recentemente, em 2005, Isabel Vale e Teresa Pimentel confirmam, que o tema permanece candente, ao afirmarem que:

> *É nossa convicção que a matemática perspectivada como ciência dos padrões, pode contribuir para uma nova visão desta disciplina por parte dos professores e proporcionar contextos de aprendizagem bastante ricos e motivantes para os estudantes, onde o seu poder matemático possa ser explorado. (Vale e Pimentel, 2005, p.14).*

Os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental, PCN, de 1998, apresentam concordância com a opinião dos autores citados, ao explicitarem que:

> *[...] o estudo da álgebra constitui uma oportunidade bastante significativa para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e de generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (PCN, 1998, p.115).*

Esses PCN apresentam a sugestão de trabalhar se com padrões desde a 6ª série do Ensino Fundamental. Nisso eles são tímidos, pois em outros paises como nos E.U.A., os Principles & Standards (2000) sugerem iniciar esse trabalho desde o Pre-K-2, equivalente a nossa 1ª série do ensino fundamental.

Talvez seja por influência dessas sugestões, sejam elas dos PCN ou das pesquisas em Educação Matemática, que as atividades de generalização de padrões têm sido incluídas, tanto em concursos públicos, como em Olimpíadas da Matemática e vestibulares. A prova do concurso de provimento de cargos de professores de Educação Básica II do Estado de São Paulo, realizada em 2003, por exemplo, apresentou questões que envolviam o tema da generalização de padrões.

Diante desses fatos e concordando com vários educadores matemáticos, que o trabalho com o processo de generalização de padrões dá oportunidade ao aluno de pensar por si mesmo e construir estratégias de resolução e de argumentação, além de relacionar diferentes conhecimentos, nos questionamos, como esse assunto tem sido trabalhado por professores do Ensino Básico.

Fizemos primeiramente uma pesquisa, com professores do Ensino Fundamental Público de uma cidade próxima a Campinas, no intuito de verificar se eles estavam sensibilizados pela importância do trabalho com observação e generalização de padrões e como estavam abordando o tema com seus alunos.

Neste artigo apresentamos os resultados dessa pesquisa com um dos professores dessa localidade.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os professores selecionados partilhavam na época da característica particular de pertencerem à Rede Pública Estadual de uma mesma cidade do interior de São Paulo. Como esses professores não formavam um grupo, na acepção de Lüdke e André (2001), segundo Bogdan e Biklen(1994) a entrevista representaria:

> *[...] neste caso, uma melhor forma de abordagem do que a observação participante. Aquilo que partilham entre si revelar-se-á mais claramente quando solicitar, individualmente, as suas perspectivas e não enquanto observa as suas atividades BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 92).*

Seguindo esse conselho, optamos por coletar os dados requeridos por meio de entrevistas semi-estruturadas, que de acordo com Lüdke e André (2001), são realizadas de acordo com um roteiro “guia”, flexível, para poder ser adaptado durante o transcorrer da entrevista ou em entrevistas subseqüentes.

Elaboramos o roteiro da entrevista semi-estruturada, balizando-o por meio de uma análise “a priori”, que levou em conta as variáveis inerentes ao assunto “padrões matemáticos”.

As entrevistas foram feitas pela primeira autora que as gravou sempre e quando os entrevistados permitiram. Após cada entrevista fez-se a transcrição das fitas gravadas, seguida da textualização da transcrição, onde foram acrescentadas as notas registradas pela entrevistadora durante as mesmas.

Na análise dos dados levamos em conta o "ciclo da generalização", da conversão do específico para o geral, e do geral para o particular, na matemática escolar, descrito por Mason et al (1985) e interpretado por nós da seguinte forma:

Do específico para o geral:

- Percepção da generalidade (reconhecendo um padrão, por exemplo, em seqüências numéricas).
- Expressão da generalidade (elucidando uma regra geral, verbal ou numérica, para gerar uma seqüência)
- Expressão simbólica da generalidade (obtendo uma fórmula correspondente a uma regra geral).

Do geral para o específico:

- Manipulação da generalidade (resolvendo problemas relacionados à seqüência).

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A entrevista ocorreu em abril de 2006 em uma sala de aula da escola na qual a professora trabalha, onde estavam somente a entrevistadora e a entrevistada que chamaremos de Rita, para preservar seu anonimato. A professora Rita de início concordou com a gravação.

<u>Caracterização da professora</u>

Ao comentar sua escolha profissional, a entrevistada falou que:

> [...] *eu queria ser veterinária, mas as circunstâncias não me davam condições, porque é muito caro, então [...] comecei* (a licenciatura em matemática)[1], *mas não dava para conciliar* (o trabalho na) *papelaria e a faculdade, então parei o trabalho. [...] achei que a Faculdade em si não puxou tanto os alunos, deixou muito a desejar, mas é aquele negocio, a escola quem faz é você.*

Contou que era professora há 5 anos e que no ano da entrevista, lecionava Física no ensino médio, e Matemática em todas as séries

[1] O que aparece entre parênteses nas falas da professora, foi acrescentado para facilitar a compreensão.

do 2º ciclo do ensino fundamental. da cidade focalizada por esta pesquisa. Esta professora leciona a disciplina experiências matemáticas, que exige que o professor prepare aulas dinâmicas, com atividades em grupo, jogos, isto é, o professor não pode dar aulas somente expositivas. Isso faz com que os professores procurem cursos e leituras que tratem dessas atividades.

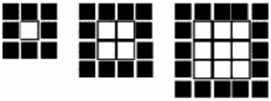
> *Eu participei em um (*curso de formação continuada*) da UNICAMP, acho que o nome era "Letra e Vida"; o curso era destinado a professores da rede pública, foi de duas semanas, excelente! Fizeram a gente aprender muitas coisas, (*conhecer*) materiais que davam para trabalhar com alunos em sala de aula.[...] (*como por exemplo*) resolução de problemas, jogos e informática, que hoje a informática está entrando muito na escola não é? Tinha muito tipo (*de problema*) de contagem.*

A entrevistada afirmou que durante o curso feito na Unicamp haviam trabalhado as questões das olimpíadas de 2005, e comentou que trabalharam "todas".

Sobre As Questões De Generalização

Apresentamos a atividade 1 a professora dizendo que essa questão havia sido feita tanto para alunos de nível 1 quanto de nível 2 em uma das últimas olimpíadas brasileiras de matemática.

***1**.Uma seqüência de mosaicos quadrados é construída com azulejos quadrados pretos e brancos, todos do mesmo tamanho, como se segue: o primeiro é formado por um azulejo branco cercado por azulejos pretos, o segundo de quatro azulejos brancos cercados por azulejos pretos, e assim sucessivamente, como indica a figura. Nos dois primeiros elementos da seqüência apresentam 20 azulejos pretos e 5 azulejos brancos. Se numa seqüência de mosaicos formada de acordo com esta regra forem usados 80 azulejos pretos, quantos serão os azulejos brancos utilizados?a)55; b) 65; c) 75; d) 85; e)100.*



A entrevistada disse que trabalhava com seus alunos com esse tipo de atividade. Antes de responder como imaginava que seu aluno resolveria esse problema a professora pediu: "Você quer parar o gravador?".

Dessa forma a entrevistada mostrou seu desconforto com a gravação quando a pergunta se relacionava à matemática propriamente dita.

Após termos desligado o gravador a professora explicou:

> *No caso eu já dei esse para a 6ª série, alguns alunos contaram os quadrados e outros foram por potência. Daí eles fizeram 9, 16, só que daí tem que tirar os brancos.*

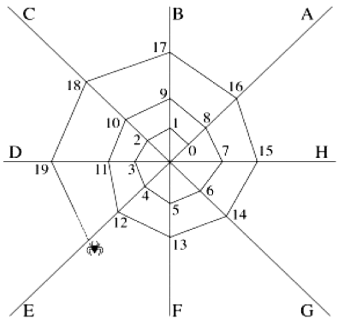
[enquanto falava, a entrevistada escrevia: pretos $3^2+4^2+5^2+6^2$ e brancos $1^0+2^2+3^2$]

Ao responder qual foi o resultado da turma em relação a esse problema, a professora disse que: "Alguns não conseguiram entender o conceito [...] No caso a potenciação". Desta forma expressou que seu principal objetivo ao trabalhar com essa atividade foi o de contextualizar a potenciação. Consequentemente a entrevistada adotou a estratégia de resolução compatível com seu objetivo de explicitar a seqüência de ladrilhos brancos e pretos, por meio de seqüências de potências $3^2, 4^2, 5^2,...$ e $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2,...$

Dessa forma, embora a entrevistada tivesse apontado que trabalhara a percepção da generalidade ao reconhecer um padrão na seqüência de figuras, parece que seu intuito de contextualizar a potenciação levou-a a trabalhar com uma generalização, digamos "limitada" a mais dois termos, plenamente justificada, porque o problema não exigia que se chegasse à expressão simbólica da generalidade para que a manipulação da "fórmula" permitisse o resultado particular solicitado.

A segunda atividade apresentada à entrevistada juntamente com a informação de que fôra destinada ao nível 2 de uma das últimas olimpíadas brasileira de matemática foi a seguinte:

2. *A,B,C,D,E,F,G e H são os fios de apoio que uma aranha usa para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho. Sobre qual fio de apoio estará o número 118?*



I)B; II) D; III) E; IV) G; V) H; VI) A; VII) C; (VIII) F.

Ao observar a atividade a professora comentou que um aluno da 7ª série lhe mostrara esse mesmo problema dizendo:

> *[...] que tinha uma seqüência. [...] Ele apontou a linha que mostrava 0, 8, 16,... Mas daí ele disse: Agora, não estou entendendo porque é: 7, 15,...? (*mostrando a linha H*).*

A professora ainda refletiu:

> *Mas, daí aquele aluno parou porque ele não encontrou o mesmo modelo de seqüência como a de 0, 8, 16,... [...] É que esta seqüência é dos múltiplos de oito, e a que ele encontrava não seguia este modelo.*

Perguntada se esse aluno tinha sido o único a tentar resolver a questão, a professora Rita respondeu que nenhum outro tinha conseguido resolver: “Nem fazendo um por um, acho que pensaram que ia dar muito trabalho”.

Ao explicar como ela própria resolveria a atividade, disse:

> *[...] está indo de 8 em 8, tudo de 8, exemplo: Eu estaria olhando, como ele termina com par, excluo os fios impares e analiso os pares. No A não está porque (118) não é múltiplo de 8, no E não está porque tem que ser múltiplo de 4 (que não é múltiplo de 8). Sobra a C e G que daí tem que ver [...].*

A estratégia acima exemplifica todo um processo de descobrimento, que foi: primeiro observar que em cada fio da teia os nós contem uma seqüência de números que evoluem de 8 em 8, após o que, a percepção de que os fios A, C, E e G são de números pares e os B, D, F e H são de números ímpares. Com isso sobraram apenas quatro fios para serem analisados. Verificando que 118 não é múltiplo de oito nem de quatro, sobraram apenas os fios C e G para examinar.

Embora não tenha concluído sua estratégia de resolução, o processo de raciocínio explicitado confirma o que Radford (1996) considerou, quando explicou que os fatos observados são interpretados de acordo com certo modo de pensamento, dependendo do conhecimento e propósito do observador, o que implica numa variedade de estratégias dependentes dos modos de pensamento de cada um.

No caso, entendemos que a procura da solução específica requerida desviou a atenção da professora, não a levando a expressar a generalidade antes de chegar ao resultado. Isto é, a atenção estava posta na busca do geral para o específico, sem passar pela generalização, que permitiria encontrar o fio em que estaria todo e qualquer número.

Quando da apresentação à professora da 3ª atividade lhe explicamos que esta foi destinada a alunos do nível 1 em uma das últimas olimpíadas brasileira de matemática.

Ao observar a terceira atividade:

> **3**. Joana escreve a seqüência de números naturais 1, 6, 11, ... onde cada número, com exceção do primeiro, é igual ao anterior mais cinco. Joana pára quando encontra o primeiro número de três algarismos. Esse número é: a -100 ; b - 104; c - 101; d - 103; e - 102

a entrevistada afirmou que trabalhava com atividades deste tipo com seus alunos, sugerindo que eles resolveriam da seguinte forma:

> *Primeiro como todo aluno resolve, sempre somando o valor 5. Caso ele conheça (a noção de) variável, ele pode pensar que é o anterior mais 5. Mas quando vou parar e dar o valor (para o primeiro número)de 3 algarismos? É, acho que iriam jogar somando 5.*

Ao mesmo tempo escrevia:

1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36

Após observar o que escrevera a professora Rita exclamou: “AH! mas neste caso eles veriam que o resultado é 101.” Em seguida a professora disse que trabalharia com seus alunos da seguinte maneira:

> *Se fosse colegial poderia ser uma PA.* $a^n = a^1 + (n-1).r$ *. O* a^n *não tenho, não tenho o número de termos,a razão é 5 e o 1º termo é 1, faltam dados. Resolveria da forma que falei acima.*

A entrevistada sugeriu num primeiro momento, que seus alunos utilizariam a estratégia de escrever a continuação da seqüência até chegar ao primeiro número de 3 algarismos. Após o que, considerou que seus alunos poderiam também observar que os números da seqüência só terminam com os algarismos 1 e 6 e assim concluir que o primeiro número, que termina em 1 com três algarismos é o 101. Acrescentou que se fossem alunos do ensino médio poderiam aplicar seus conhecimentos sobre progressões aritméticas.

Nesta atividade, também como na segunda, a professora se fixou na procura do específico e embora tenha percebido se tratar de uma progressão aritmética, apresentando sua representação simbólica da generalidade: $a_n=1+(n-1)\ 5$, alegando falta de dados, não a utilizou, preferindo uma estratégia mais “imediata”. Neste caso fica uma questão: a professora afirmou que se fossem alunos do ensino médio poderiam resolver, utilizando seus conhecimentos de progressões aritméticas, o que parece indicar que a entrevistada não acredita que se possa chegar a uma generalização verbal ou numérica sem conhecer a “fórmula”.

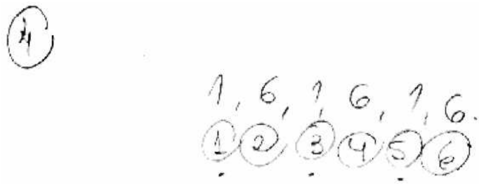
Ao apresentar as duas últimas atividades explicamos que foram os mesmos dados a alunos do ensino médio de escola pública da região, em pesquisa realizada por uma colega do grupo: Educação Algébrica (Perez, 2006). Esses problemas embora apresentem menor grau de dificuldade, exigem que se expresse a generalização para daí manipular e encontrar o resultado específico requerido.

A entrevistada leu a atividade seguinte:

4. *Um aluno diz que encontrou o próximo termo e que também foi capaz de encontrar o 127º termo. E você encontraria? Qual seria sua resposta?*

1, 6, 1, 6, 1, 6, 1, 6,...

Ela, então, começou a rabiscar:



explicando que os alunos responderiam que o 127º termo é 1 porque os termos impares são 1 e os pares são 6. Acrescentando que trabalharia com seus alunos desse mesmo jeito.

A estratégia apontada pela professora entrevistada sugere uma generalização sem a formalização algébrica, correspondendo a uma variação da 1ª etapa com condições de chegar a 2ª etapa descrita por Mason. Desta forma, podemos deduzir que a professora, ao menos explicitamente não espera chegar à generalização simbólica com seus alunos do EF.

Comentando a última atividade

> **5.** *Um aluno diz que encontrou o próximo termo e que também foi capaz de encontrar o 127º termo. Como você responderia essas questões?*
>
> 

a professora Rita disse que essa tinha o mesmo grau de dificuldade que a atividade 3 , argumentando que:

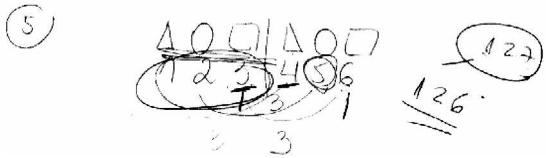
> *Aquela é mais fácil, é uma seqüência mais visível. Vendo como aluno, o número, a visualização é mais fácil, ou melhor, [...], pois poucos professores trabalham geometria em sala de aula. Aqui ele continuaria a seqüência até chegar no 127º.*

Nesta fala a entrevistada dá conta da dificuldade dos alunos com a Geometria, devida ao pouco trabalho dos professores com assuntos dessa área, fazendo com que uma seqüência de figuras, que no caso representam apenas formas geométricas das mais simples, cause a perturbação prevista pela professora. Aqui parodiando frase de

Lesley Lee[2] relativa à álgebra e trocando a palavra álgebra por geometria podemos dizer que:

> *Reconhecemos que os significados que o sujeito constrói depende em grande parte do ambiente geométrico para o qual foi direcionado, dos aspectos da cultura geométrica para os quais foi chamada sua atenção, assim como de suas primeiras experiências nela.*

Ao refletir sobre o problema cinco a entrevistada desenhou no papel:



> *É que aqui, veja, tem 3, 6, o próximo seria 9, o próximo o 12, estaria indo de 3 em três. Mas aqui também, 1, 4 o próximo seria 7 daí 10, não daria a mesma seqüência que estaria indo o quadrado. Aqui seria 2, 5 o próximo seria 8. Se fosse de três em três poderia pensar que ele fosse... Como faz?*

Aparentando cansaço a professora Rita disse a entrevistadora que iria pensar mais tarde sobre essa atividade.

É interessante notar que a entrevistada ao relacionar a atividade 5 que trata de uma seqüência repetitiva, de 3 em 3, com a atividade 3, que é uma seqüência crescente, portanto de outra natureza, criou um obstáculo que a impediu de chegar à generalização. Além disso, é importante destacar a observação da professora Rita, quanto a maior dificuldade apresentada pela seqüência de figuras geométricas, sugerindo que quando se trata de uma atividade que envolve (aparentemente) a geometria o aluno imediatamente se retrai, ou seja, imagina que é um problema mais difícil de resolver. Este parece ser o caso citado por Lee de que às vezes o maior problema apresentado não é o de ver o padrão, mas sim, o de perceber um padrão útil algebricamente, o qual leve a uma solução geral. Lee ressalta também que quando uma pessoa se fixa em uma percepção inicial de padrão, fica muito difícil abandoná-la.

---

[2] Penso que todos reconhecemos que os significados que os alunos constroem dependem em grande parte do ambiente algébrico para o qual os direcionamos, dos aspectos da cultura algébrica para os quais chamamos a atenção, assim como de suas primeiras experiências nela (na álgebra). (Lee, 1996, p. 104).

Observando o problema acima se verifica que trata de uma seqüência, a qual exige da pessoa que irá resolver, tanto a visualização das figuras, quanto a contagem de elementos.

Ao darmos por terminada a entrevista a professora Rita perguntou sobre a resolução da última atividade, dando oportunidade de discutirmos a importância da generalização de padrões.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A entrevista realizada permitiu verificar que a professora entrevistada trabalha com seus alunos atividades que permitem a observação e generalização de padrões, tendo mesmo desenvolvido com seus alunos a primeira atividade apresentada durante a entrevista. O fato de ter feito curso de formação continuada parece tê-la sensibilizado para o assunto.

É de se notar que, embora a gravação da entrevista, aparentemente, no início não tenha afetado o desenrolar da conversa, ao se deparar com as atividades matemáticas a professora Rita sugeriu o desligamento do gravador.

Quanto à questão do como a professora trabalha as atividades relativas ao tema da generalização de padrões, verificou-se, que em nenhum momento a professora mostrou a intenção explícita de chegar à generalização simbólica, sugerindo que aparentemente não percebia a oportunidade e até mesmo a necessidade de chegar à generalização. No entanto não se pode negar que para cada atividade a professora Rita sugeriu uma estratégia diferente, o que confirma considerações de Vale e Pimentel (2005) e de Lee (1996) de que a resolução desse tipo de atividade depende do olhar do observador.

Durante a entrevista, em geral, a entrevistada sugeriu apenas uma forma de resolução para cada atividade, não tendo validado nenhuma das resoluções sugeridas. Radford (1996) considera que a validação necessita de mais de uma forma de resolução, concluindo que a generalização, como um modelo didático, não pode evitar o problema da validação, pois é a existência dessa variedade de estratégias que permite a validação dos resultados.

Como "efeito colateral" da entrevista, ressaltamos o fato de que uma mesma atividade pode ser abordada, visando enfatizar um ou mais conhecimentos matemáticos envolvidos. Por exemplo, a professora Rita “via” a atividade 1 como oportunidade de verificar se o aluno apelava para seus conhecimentos de potenciação, enquanto outro professor poderia enfatizar a generalização, sem se preocupar com isso. Da mesma forma o problema da aranha pode ser visto como uma oportunidade para se trabalhar classe de restos e a própria professora encaminhou-o de outra maneira.

Outro destaque a ser feito é quanto à suposta crença delineada pela professora, de que somente um aluno do Ensino Médio, que já conhecesse a fórmula do enésino elemento da progressão aritmética, poderia resolver o problema 3. Isto nos leva a concluir que para essa professora a formalização algébrica está longe de ser trabalhada em atividades deste tipo no ensino fundamental.

Concluímos que embora a professora trabalhe com atividades que propiciem a generalização de padrões, ela não intenta em seu trabalho chegar à generalização seja ela verbal ou literal e muito menos a generalização simbólica.

Embora, de nenhum modo tenhamos a pretensão de generalizar essa conclusão, julgamos que ela indica que na formação continuada de professores o trabalho com esse tema necessita a discussão sobre a oportunidade propiciada pelo processo de generalização de padrões para que o aluno pense por si mesmo e construa estratégias de resolução e de argumentação, além de relacionar diferentes conhecimentos. O estudo do tema também oportuniza destacar a importância de se chegar à generalização utilizando mais de uma estratégia que possibilite a validação dos resultados obtidos, possibilitando assim a autonomia do aluno. Além disso, quando da análise do tema deve-se enfatizar que o assunto é capaz de levar o aluno a conceber a Álgebra como uma linguagem adequada para expressar regularidades, onde a generalização de padrão tem um papel importante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, EnsinoFundamental: terceiro e quarto ciclos.* Brasília: MEC/SEF, 1998.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação.* Porto: Porto Editora. 1994.

DEVLIN. K. Matemática: *A ciência dos padrões.* Porto: Porto Editora. 2002.

FIORENTINI, D., MIORIN, M.A , MIGUEL, A. A Contribuição par um repensar ... a Educação Algébrica Elementar, In: *Pro-Posições,* Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação- Unicamp. Vol.4, nº1[10]. Campinas: Cortez Editora, 1993, p 78-91.

LEE, L. An initiation into algebraic culture through generalization activities. In: NADINE, Bednarz, KIERAN, Carolyn, LEE, Lesley (eds.). *Approaches to algebra – perpectives for research and teaching.* Dordrecht: Kluwer, pp. 87-106, 1996.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. Coleção Temas Básicos de Educação e Ensino. São Paulo: EPU Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 2001.

MASON, J. GRAHAN, A. PIMM, D & GOWAR, N. *Routes to roots of álgebra.* .Milton Keynes, UK: The Open University, 1985.

MASON, J. Expressing Generality and Roots of Algebra. In: *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*. Netherlands : Kluwer Academic Publishers, p. 65-86, 1996.

NCTM . *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston : NCTM .(2000)

RADFORD, L. *Reflections on Teaching Álgebra Through Generalization*. Approaches to algebra – perpectives for research and teaching. Dordrecht: Kluwer, pp. 107-111, 1996.

VALE, I.; PIMENTEL, T. *Padrões: um tema transversal do currículo: Revista da Associação de Professores de Matemática,* Novembro/ dezembro, nº 85, 2005.

UM ESTUDO DE REGISTROS ESCRITOS EM MATEMÁTICA*

*Sibéle Cristina Perego***
*Regina Luzia Corio de Buriasco****

Resumo: Este trabalho apresenta o estudo da produção escrita de alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina-UEL numa questão aberta (que não contém as alternativas de resposta) de uma prova de matemática. Verifica como esses alunos lidam com a questão no que diz respeito à escolha da estratégia para a resolução, a interpretação e uso das informações contidas no enunciado, aos erros cometidos, ao conteúdo matemático que utilizaram. Faz um levantamento das estratégias mais utilizadas e dos erros mais freqüentes. Para a coleta dos registros escritos dos vinte e quatro (24) alunos envolvidos na pesquisa utiliza uma prova escrita contendo seis questões abertas de Matemática e para auxilio da interpretação dos registros utiliza entrevistas. Aponta como pontos mais relevantes que: a) a maioria dos alunos utiliza-se de estratégias tipo escolar nas resoluções das questões; b) os alunos lidam bem com os algoritmos envolvidos nas estratégias escolhidas; c) os erros encontrados nos algoritmos estão relacionados à interpretação dos enunciados; d) é possível detectar muito das estratégias e do conteúdo matemático utilizado quando se analisa a produção escrita dos alunos e que isso pode ser implementado nas salas de aula.

Palavras-chave:
Educação Matemática; Avaliação da aprendizagem em Matemática;
Registros escritos; Resolução de problemas.

Abstract: *The main intention of this work is to interpret the written/dissertative production given by students of a Math Teachers Preparation Course (University of Londrina – Parana – Brazil) when they're answering an open-question test (i.e. a test in which there are no pre-given set of possible answers to solvers indicate the correct one). In order to get this goal we've focused two major points: which strategies and resources were employed by twenty-four undergraduate students and how these students deal with such strategies when trying to interpret the given data to solve one problem. Our research allows us to understand that: (a) school-based solving strategies were employed by the most part of those twenty-four students (implying that they seem to uncritically repeat the classical approach – school-based form – teachers use in classrooms, trying no other ways to solve problems); (b) the development of algorithms seems to be well done by all of them (errors found in algorithmical treatment were related only to a lack of attention); (c) the main problem detected was students difficult in dealing with data interpretation; and (d) we can detect – and do some important remarks on – a lot of mathematical contents, approaches and strategies when analyzing students written/dissertative registers (which allow us to perceive many possible teaching strategies can to effectively implement in real classrooms).*

Keywords:
Mathematics Education; assessment process,
written registers, problem solving.

* Este artigo é uma adaptação de parte da dissertação de mestrado de PEREGO (2005).

** Docente da Educação Básica na Rede Privada de Ensino – PR - sibelecris@netceu.com.br.

*** Docente do Programa do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – reginaburiasco@terra.com.br.

INTRODUÇÃO

Para este trabalho, apresentamos o estudo da produção escrita de alunos de Licenciatura em Matemática, contida em uma de seis questões abertas[1] com a intenção de verificar como esses alunos lidam com essa questão aberta de matemática básica e avançar no entendimento do que sabem quando resolvem esse tipo de questão e de que forma mostram o que sabem por meio de registros escritos. Discutimos também, qual pode ser o papel do erro e a função da avaliação escolar como parte dos processos de ensinar e aprender.

DA AVALIAÇÃO ESCOLAR

A avaliação, tomada como capaz de ajudar o professor na regulação do processo de ensino com base em informações reais (acertos e erros), permite-lhe interferir na aprendizagem de seus alunos de maneira significativa, pois fornece subsídios para o planejamento das atividades em sala de aula. Segundo Buriasco,

> [...] Ao ter uma noção o mais precisa possível do que seus alunos sabem e são capazes de fazer, o professor pode, além de tomar decisões adequadas sobre sua prática escolar, contar com seus alunos como interlocutores na compreensão dos caminhos por eles percorridos na busca da resolução da situação. Isso contribui para melhorar a aprendizagem, na medida em que favorece a continuidade da aprendizagem e a progressiva autonomia do aluno (BURIASCO, 2002, p. 259).

Praticada como parte dos processos de ensinar e aprender, a avaliação, denominada formativa, trata de *"levantar informações úteis à regulação do processo ensino/aprendizagem"* (HADJI, 2001, p. 19), informando assim o professor sobre o andamento desses processos.

Para a recolha de informações, o professor pode e deve dispor de vários instrumentos para melhor desenvolver uma avaliação. Os diferentes instrumentos utilizados pelo professor, sejam eles provas escritas ou orais, trabalhos, observações em sala, entre outros, devem-lhe permitir conhecer o que sabem seus alunos, *"examinar as-*

---

[1] Questões abertas ou discursivas, de conteúdo matemático, enunciadas em um contexto de informação verbal, predominantemente linguística, nas quais não são apresentadas alternativas de resposta. Esta, quando encontrada, pode indicar os caminhos percorridos para se chegar a ela.

pectos tais como conhecimentos e utilização dos conteúdos, estratégias utilizadas, hipóteses levantadas, recursos escolhidos pelos alunos" (BURIASCO, 2002, p. 261). Por conseguinte, esses instrumentos devem permitir ao professor um 'diálogo' com a produção dos alunos de modo a obter o maior número possível de informações sobre o que os alunos mostram saber e o que mostram não dominar totalmente.

Dessa forma, torna-se importante a exploração tanto dos erros quanto dos acertos, pois a *"informação útil é aquela que permitirá compreender o percurso do aluno, e determinar a significação da resposta produzida, quer seja ela verdadeira ou falsa"* (HADJI, 1994, p. 123), já que, na avaliação, é relevante o conhecimento utilizado pelo aluno para resolver as questões propostas.

A avaliação assume, assim, outro papel: deixa de ser instrumento de exclusão, que possibilita a classificação dos alunos pela falta, pelas respostas incompletas ou resoluções não terminadas, e, passa a ser um instrumento de inclusão, que oportuniza a valorização do saber em construção dos alunos num processo de investigação e regulação da aprendizagem (PEREGO, 2005).

Como afirma Esteban (2002), *"a avaliação não deve ser reduzida a um instrumento de classificação e exclusão dos alunos e alunas, mas deve constituir-se como uma ferramenta para a tomada de decisões em todo o processo ensino/aprendizagem"* (p. 121).

Nessa perspectiva, torna-se fundamental ao professor o papel de investigador na recolha de informações que possam guiar sua ação em sala de aula, visto ser papel do professor *"o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos..."* (D'AMBROSIO, 1998, p. 80).

O erro tomado como uma fonte de informações sobre a situação real da aprendizagem do aluno auxilia, professores e alunos, na decisão das estratégias a serem utilizadas na superação dessa etapa de 'ainda não saber' (ESTEBAN, 2002).

Como possível reguladora dos processos de ensinar e aprender, a avaliação deve fornecer, também, aos alunos, informações sobre sua aprendizagem. Informações que lhes sejam compreensíveis e úteis e não reduzidas à nota, freqüentemente atrelada a dois significados: sucesso (se for considerada por ele uma ‘boa nota’) ou fracasso (se for considerada uma ‘nota ruim’). Como afirma D’Ambrosio (1998), do *“ponto de vista dos efeitos da avaliação para o aluno, o mais importante é que ele tome consciência do seu progresso...”* (p. 77). Portanto, mais do que somente informar sobre o certo e o errado, a avaliação deve fornecer informações que permitam o diálogo a partir do fazer dos alunos, dando-lhes *“informações sobre aspectos da sua produção, dignas de confiança, importantes e significativas em relação à aprendizagem que se ajuda a desenvolver e às competências que se ajuda a construir”* (BURIASCO, 2000, p. 172).

Os apontamentos avaliativos que o professor faz são, segundo Lacueva (1997), o primeiro passo para a prática de uma ‘avaliação da ajuda’, que pode contribuir para que os alunos detectem seus pontos fortes e fracos e desta forma possam ser também reguladores do processo de aprendizagem.

DOS PROCEDIMENTOS DA INVESTIGAÇÃO

Como o objeto de estudo dessa investigação foi a produção escrita de alunos, para a análise dos instrumentos optou-se pela orientação presente na análise de conteúdo, que consiste em um conjunto de técnicas que pretende analisar as formas de comunicação verbal e não verbal. Para Freitas e Janissek (2000) esse conjunto de técnicas pode ser considerado como um método de observação indireto, pois, das várias formas de comunicação, é apenas a expressão verbal ou escrita que será observada. Por conseguinte, este é um estudo de cunho interpretativo, uma vez que, para a realização de inferências, foi necessário descrever e compreender a produção escrita dos alunos, de modo que se pudesse conhecer, por meio da análise da sua produção escrita, o conhecimento matemático que mostraram possuir, bem como a maneira como este conhecimento foi mobilizado na resolução de problemas.

De todos os alunos das quatro séries do curso de Licenciatura em Matemática da UEL no ano de 2004, vinte e quatro (24) aceitaram o convite para resolver a prova de matemática . Utilizamos então, para a coleta de informações, essas provas escritas, entrevistas semi-estruturadas (conduzidas individualmente com o objetivo de obter explicações dos alunos cuja produção escrita que não pudemos entender), um *Questionário Sobre as Impressões Sobre a Prova*, que continha perguntas relativas ao nível de facilidade da prova, e, uma *Folha de Identificação*, contendo informações sobre os alunos.

O primeiro instrumento utilizado para a coleta de informações foi uma prova escrita, contendo todas as questões que compuseram as Provas de Questões Abertas de Matemática da Avaliação Estadual do Rendimento Escolar do Paraná – AVA/2002, da 4ª. e 8ª. séries do Ensino Fundamental e 3ª. série do Ensino Médio, na edição de 2002. Escolhemos trabalhar com essas questões, porque são questões já validadas quando da sua utilização para a AVA/2002; foram elaboradas com diferentes níveis de complexidade; são questões que podem gerar uma produção avaliável num teste escrito, com tempo limitado e que permitem observar as estratégias utilizadas pelos alunos (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2004, p.4-5).

A prova teve a duração máxima de duas horas, e além da prova, os alunos responderam um *Questionário Sobre as Impressões Sobre a Prova* e uma F*olha de Identificação.* Julgamos necessário entrevistar apenas três alunos (A1, A8, A9) e as entrevistas foram gravadas em áudio e transcritas tal como aconteceram.

NOSSA LEITURA DAS INFORMAÇÕES

No nosso primeiro contato propriamente dito com as provas resolvidas, descrevemos os procedimentos utilizados pelos alunos em cada questão, tentando traduzir o que eles registraram em suas provas. Em seguida, tentamos agrupar as resoluções semelhantes.

Nesta fase foram muitas ‘idas e vindas’, das provas às leituras e vice-versa. Houve até momentos de ‘ida para lugar nenhum’, ou seja, momentos em que a distância do processo se fez necessária para que nossos olhos perdessem um certo vício de olhar as resoluções sempre do mesmo jeito.

Optamos por fazer primeiro uma análise ‘vertical’ das provas, ou seja, questão por questão de todos os alunos, para em seguida, analisar cada prova horizontalmente, ou seja, todas as questões de cada um dos alunos, de modo a não perder de vista o todo de cada prova. Dessa forma, ao analisar uma questão, procuramos também nas outras do mesmo aluno indícios da possível razão que o levou a responder algo ou mesmo cometer algum tipo de erro.

'Dialogando', assim, com os registros dos alunos, com as informações colhidas nas entrevistas e com nossas referências, fomos tecendo observações e considerações a respeito da produção escrita dos alunos participantes do estudo.

Na questão escolhida para este artigo, apresentamos, nesta seqüência:

• uma forma de resolução tipo escolar esperada para cada série avaliada na AVA/2002, mesmo sabendo que nem sempre o aluno resolverá utilizando 'conteúdos próprios' do seu nível de escolaridade. Chamamos tipo escolar a resolução usualmente utilizada pelo professor para resolver questões em sala de aula;

• a classificação da questão segundo o que entendemos da divisão que faz Butts (1997). Este autor divide os enunciados dos problemas matemáticos em cinco subconjuntos: a) exercício de reconhecimento aquele que, usualmente, pede ao resolvedor para reconhecer ou relembrar um fato, uma definição ou enunciado de um teorema; b) exercício algorítmico - aquele que pode ser resolvido com um procedimento passo-a-passo, freqüentemente um algoritmo; c) problema de aplicação - o que exige uma mudança da linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática de modo que se possa utilizar os algoritmos apropriados; d) problema de pesquisa aberta - aquele em cujo enunciado não há pistas da estratégia que pode ser utilizada para resolvê-los; e) situação-problema - na qual uma das etapas decisivas é identificar o(s) problema(s) inerente(s) à situação, cuja solução vai ajudar a 'manejar' a própria situação;

• o número de alunos que acertou a questão por completo, no item *acertos* e o número de alunos que errou parcial, totalmente ou que não resolveu e/ou não respondeu a questão no item *erros*;

• o número de alunos que utilizou um procedimento tipo escolar para resolver a questão;

• a leitura que fizemos a respeito das resoluções e das informações coletadas nas entrevistas com os olhos do referencial que estudamos.

Para finalizar apresentamos um quadro resumo das resoluções encontradas da questão.

A QUESTÃO

Esta questão é parte integrante da Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA/2002 para 3ª. série do Ensino Médio.

Pedro e Carla saem do cinema e resolvem pegar juntos um táxi para ficar mais barato, já que Carla mora no caminho da casa de Pedro. Carla mora à 8km do cinema e Pedro à 15km. Sabendo-se que o preço P (em reais) cobrado pelo táxi varia com a distância percorrida x (em quilômetros), de acordo com a função P(x) = 2x + 5, quanto cada um deve pagar de modo que seja vantajoso para ambos?

Resolução tipo escolar:

Resolução 1: O preço total a ser pago pela corrida é de $P(15) = 2 \cdot 15 + 5 = 35$.

Até a casa de Carla, ambos podem dividir a despesa da corrida, ou seja, cada um deve pagar por 4km. Como Pedro tem que percorrer mais 7km para chegar à sua casa, deve pagar por 11km. Assim o preço y que Carla deve pagar é de

$$\frac{35}{15} = \frac{y}{4} \rightarrow y \cong 9,33$$

- o preço *z* que Pedro deve pagar é de

$$\frac{35}{15} = \frac{z}{11} \rightarrow z \cong 25,66$$

Resolução 2: Outra possibilidade é dividir 5 por 2, pois como o valor é fixo e corresponde a bandeirada cobrada pelo taxista, ou seja, independe dos quilômetros rodados , cada um dos dois, Pedro e Carla pagaria a metade, ou seja, 2,50 cada um. Subtrair $15 - 8 = 7$, para calcular a distância que Pedro percorrerá sozinho de táxi. Substituir corretamente x por 8 e depois por 7 em $Q(x) = 2x$, obtendo $Q(8) = 16$ e $Q(7) = 14$ que são os valores correspondentes às distâncias de 8 e 7 quilômetros rodados pelo táxi. Dividir o valor dos 8 quilômetros por 2 ($16 : 2 = 8$), indicando que esse valor deve ser pago por Pedro e Carla, pois os dois farão juntos esse percurso. Finalmente, a soma: 8 + 2,50 = 10,50 representa o valor a ser pago por Carla e a soma: 14 + 8 + 2,50 = 24,50 indica o valor a ser pago por Pedro, no qual, o 14 representa o valor que Pedro pagará por percorrer sozinho 7 quilômetros. Responder que Carla deve pagar 10,50 e Pedro 24,50.

Observação: Se Pedro e Carla fossem sozinhos para casa, Pedro pagaria R$35,00 e Carla R$21,00. Qualquer resposta que garanta que Carla e Pedro paguem menos que esses valores e que a soma dos valores a serem pagos pelos dois não ultrapasse R$ 35,00 (que corresponde ao valor máximo cobrado pelo táxi para o percurso todo) é aceitável, desde que a resolução sustente as respostas encontradas.

Classificação do problema	**Acertos**		**Erros**		**Uso de resolução tipo escolar**	
	N	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**
Problema de Aplicação	17	70,8	7	29,2	23	95,8

OBSERVAÇÕES SOBRE AS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS

De acordo com o *Questionário Sobre as Impressões Sobre a Prova*, essa questão foi considerada a mais difícil por doze alunos, ou seja por 50% deles e considerada a mais fácil por um aluno o que representa 4% deles. As justificativas apresentadas pelos alunos que consideraram a questão difícil foram de que ela exigiu 'muito raciocínio', que foi difícil trabalhar com o raciocínio lógico e o fato de ter mais de uma possibilidade de resposta. Enquanto que o aluno que considerou essa a questão mais fácil justificou-se dizendo que a questão envolve "*uma função simples*".

Vale a pena ressaltar que, independente da resposta ou da forma como foi conduzida a resolução, todos os alunos que responderam a questão iniciaram por calcular alguns valores da função $f(x) = 2x + 5$, como, por exemplo, para 7, 8 e 15 quilômetros. Independente da resposta porque alguns alunos escreveram respostas que de certa forma não foram geradas diretamente pelos cálculos desta função. Por exemplo, quando o aluno calcula $f(8) = 21$ e $f(15) = 35$ e responde que cada um deve pagar a metade, parece estar mais de acordo com uma 'política da boa vizinhança' do que com as operações que fez, pois nos seus cálculos não aparece a proposta de cada um pagar a metade.

Na questão em tela, as resoluções foram agrupadas em seis grupos, cujas estratégias comentaremos a seguir.

Dos vinte e quatro alunos que resolveram esta questão, cinco (5) resolveram e responderam corretamente utilizando a idéia da *resolução 2* descrita anteriormente. Destes cinco, dois calcularam a função $f(x) = 2x + 5$ para os valores 8 e 15. Dividiram 21 por 2, obtendo R$10,50 e diminuíram este valor de 35, respondendo que Carla deve pagar R$10,50 e Pedro R$24,50.

Um desses alunos mostrou apenas a operação: $35{,}00 - 10{,}50 = 24{,}50$ e respondeu como os anteriores. Outro apenas responde que Carla deve pagar R$10,50 e Pedro R$24,50.

O quinto aluno escreveu as funções:

$$C = x_1 + \frac{5}{2}$$

$$P = \left(x_1 + \frac{5}{2} \right) + 2x_2$$

Calculou a primeira para $x_1 = 8$ e a segunda para $x_1 = 8$ e $x_2 = 7$. Respondeu que Carla deve pagar R$10,50 e Pedro 24,50.

Outros cinco (5) alunos responderam que cada um deveria pagar a metade da distância total, ou seja R$17,50.

Dois (2) alunos calcularam o valor pago por quilômetro rodado dividindo 35 por 15. Percebemos que eles dividiram desta maneira o valor fixo de R$5,00, mas a idéia que utilizam é convincente. Um deles, $\mathbf{A}_7$, dividiu corretamente, obtendo 2,33. Em seguida, multiplicou esse valor por 8 e diminuiu o resultado de 35 corretamente. Respondeu que Pedro pagaria R$18,64 e Carla R$16,36.

O outro aluno, $\mathbf{A}_6$, dividiu incorretamente 35 por 15, obtendo 2,44. Efetuou ainda vários cálculos a fim de chegar ao valor que Pedro e Carla deveriam pagar. Obteve alguns valores como *R$ 26,84 e R$ 9,76* (Figura 1). Por fim ele 'arredondou' os valores ao dar a resposta e escreveu que Carla deve pagar *R$ 10,00 e Pedro R$ 25,00*. As duas respostas dadas por estes alunos são consideradas corretas por satisfazerem as duas condições impostas pelo problema, somam R$ 35,00 e é vantajoso para Pedro e Carla.

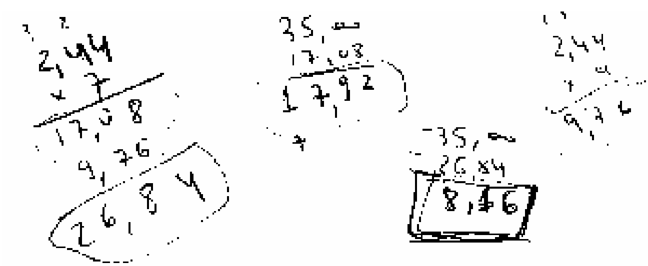


Figura 1 - Resolução do aluno $\mathbf{A}_6$ na questão 6.

Seis (6) alunos procuraram estabelecer relações entre as informações do problema. Parece que eles tentaram encontrar a forma mais justa de dividir o valor da viagem sem que Pedro e Carla saíssem prejudicados. $\mathbf{A}_{14}$, por exemplo, escreveu: $\frac{23}{8} \times \frac{35}{x}$ e $\frac{23}{15} \times \frac{35}{x}$. Resolvendo essas multiplicações obteve R$ 12,20 para Carla e R$22,80 para Pedro. Acreditamos que o '23' é a soma de 15 com 8, porém o aluno parece não ter percebido que os 8 quilômetros já estavam sendo contados nos 15 e que esse valor sim custa R$35,00. O aluno tentou estabelecer uma relação entre o maior valor a ser pago, que seria de R$35,00 pelos 15 quilômetros até a casa de Pedro, e a maior distância a ser percorrida pelo táxi caso fosse levar um de cada vez pra casa. A resposta do aluno satisfaz as condições postas pelo problema, ou seja, o valor a ser pago por Carla e Pedro é vantajoso para ambos e a soma desses valores não ultrapassa R$ 35, 00, porém o uso do '23' não está correto.

Outro aluno também utilizou o '23'. Escreveu que Carla deveria pagar $\frac{8}{23} \times 35 \cong R\$12{,}16$ e Pedro $\frac{15}{23} \times 35 \cong R\$22{,}84$. Resposta que também satisfaz as exigências do problema.

Outro aluno buscou na porcentagem a resposta. Resolvendo a equação $\frac{15}{8} \times \frac{100}{x}$ encontrou o valor de x igual a 54%. Calculou o valor em reais correspondente a essa porcentagem. Com esse valor fez duas operações: 1) dividiu por dois $(18{,}90 : 2 = 9{,}45)$ e 2) diminuiu de 35 $(35 - 18{,}90 = 16{,}10)$. Respondeu que Carla vai pagar R$9,45 e Pedro R$ 25,55 $(16{,}10 + 9{,}45)$. Também neste caso as exigências do problema são satisfeitas e a resolução segue uma posição que convence.

Na sua resolução, $\mathbf{A}_2$ calculou quanto Pedro e Carla pagariam, se cada um fosse sozinho para casa, mas não conta a bandeirada. Chega em 16 e 30 reais. Propõe que Carla pague 8 reais (16:2) e Pedro 22 (30-16=14+8). Numa tabela vai anotando esses valores, como mostra a Figura 9.

O aluno fez um cálculo que parece ser a tentativa de dividir o valor da bandeirada proporcionalmente aos quilômetros percorridos por Pedro e Carla. Ele escreveu: $\frac{5}{x}\ \frac{15}{8}$. Dividiu incorretamente 40 por 15, obteve 2,333... Mais abaixo escreveu

$$x = \frac{8}{3}$$

$$x = \frac{4}{3} = 1{,}333$$

O que parece é que, ao resolver a regra de três, o aluno encontrou o valor referente aos 8 primeiros quilômetros percorridos, nos quais Pedro e Carla estavam juntos. Sabendo disso, o aluno dividiu entre os dois essa diferença. E neste momento ele acertou o valor que anteriormente havia errado. Colocou na tabela mais R$1,33 para cada um.

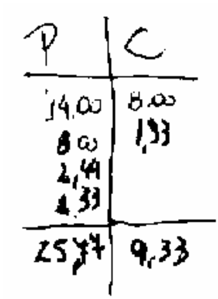


Figura 2 - Anotações feitas pelo aluno $\mathbf{A}_2$ na resolução da questão 6.

Na seqüência, $\mathbf{A}_2$ calculou $1{,}33 + 1{,}33 = 2{,}66$. Sendo assim, falta ainda R$2,44 para completar os R$5,00 da bandeirada. E ele colocou na sua planilha esse valor para que Pedro pague. Respondeu de acordo com sua planilha que Pedro deve pagar R$25,77 e Carla R$9,33.

Dessa forma, o aluno tratou o valor fixo como se fosse dependente dos quilômetros percorridos. Mas é interessante perceber que ele não contou o valor duas vezes, como foi o caso de outros alunos, e a regra que criou de dividir por dois tudo que fosse referente aos 8 quilômetros até a casa de Carla foi respeitada até o fim dos cálculos.

A relação: $\begin{matrix} 15 \rightarrow 35 \\ 8 \;\; \rightarrow x \end{matrix}$ foi proposta por $\mathbf{A}_5$. Ele respondeu que Carla deveria pagar R$18,70 e Pedro o restante. Escreve ainda que se dividirmos R$35,00 por 2, R$17,50 para cada um já seria vantajoso.

O aluno $\mathbf{A}_3$ escreveu que Carla pagaria ***a*** reais e Pedro ***b*** reais, sendo $a + b = 35$ e $\frac{a}{b} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$. E explicou: "Se dividirmos R$35,00 em 8 partes, o valor de ***a*** representa 3 partes e o valor de ***b*** representa 5 partes. Assim:

$$a = \frac{3}{8} \times 35 = 13{,}125$$

$$b = \frac{5}{8} \times 35 = 21{,}875 \quad "$$

Concluiu que Carla pagaria aproximadamente R$13,00 e Pedro pagaria aproximadamente R$22,00.

Esses seis alunos parecem ter buscado estabelecer relações que envolvessem alguma proporção. Todos eles chegam a respostas satisfatórias do ponto de vista das duas exigências postas pelo problema: o fato de ser vantajoso para ambos e a soma das quantidades a serem pagas pelos dois não ultrapassar R$35,00. Como nos interessa discutir o todo, vimos que nem sempre as relações estabelecidas obedeceram as informações postas pelo enunciado. Tão importante quanto chegar à resposta satisfatória é compreender o problema e seguir caminhos que estejam dentro das possibilidades abertas pelas informações dadas no enunciado.

Pudemos perceber nessas resoluções que os alunos têm idéia de proporção, porcentagem, regra de três e que reconhecem situações nas quais é possível fazer uso dessas ferramentas.

Os cinco (5) alunos restantes apresentaram resoluções e respostas que não vimos como agrupar.

Um deles, $\mathbf{A}_{13}$, calculou corretamente $P(8)=21$ e $P(15)=35$. Sem mais nenhum registro de cálculo, respondeu que “Karla deve pagar 25 e Carlos 32”. A nosso ver, esse aluno não entendeu a situação proposta e apenas retirou 3 reais do total que Pedro (e não Carlos como respondeu o aluno) pagaria sozinho e adicionou 4 ao valor de Carla (e não Karla como respondeu o aluno).

$\mathbf{A}_{8}$ calculou *P(8) e P(7)* e respondeu que ambos deveriam pagar a metade R$ 20,00. Isso nos leva a pensar que o aluno somou: $P(8)+P(7)=21+19=40$. Neste caso, o aluno ‘pagou’ duas vezes a taxa fixa de 5 reais.

$\mathbf{A}_{10}$ calculou $P(8)$ e $P(15)$ e escreveu que seria vantajoso para ambos se Pedro pagasse $\frac{2}{3}$ do valor total. Pensamos que o aluno escolheu uma maneira de resolver o problema sem muitas complicações, porque, de fato, essa divisão traz vantagem para Pedro e Carla.

$\mathbf{A}_{15}$ calculou $P(23)=51$, $P(15)=35$ e $P(8)=21$. Somou 35 com 21 e escreveu que são 5 reais a mais. Estava comparando com o 51. Então sem mais nenhum registro respondeu que Pedro pagaria R$32,50 e Carla R$18,50. O aluno parece não ter entendido bem o propósito da situação, não entendeu que os dois pegando juntos o táxi andariam 15 quilômetros no total e não 23. Então propõe valores que sejam vantajosos para ambos, ou seja, para Pedro menor que 35 e para Carla menor que 21, mas que somam 52 reais, valor a ser pago por 23 quilômetros.

O aluno **A**$_1$ declarou em entrevista que pensou em calcular o *x* para ver quanto ele percorria, mas sabe que o que fez está errado. A Figura 3 mostra a resolução do aluno.

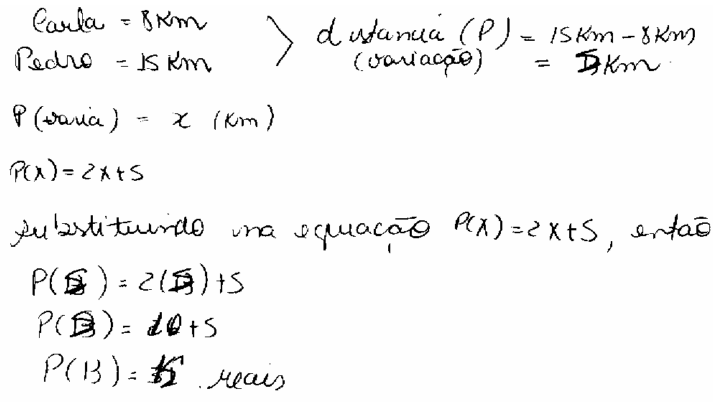


Figura 3 - Resolução do aluno **A**1 na questão 6.

Parece-nos claro pela resposta dada pelo aluno na entrevista, que ele não conseguiu entender o que o problema estava propondo. Reconheceu a função, mas não soube o que fazer com ela para solucionar o problema. Este mesmo aluno foi o que disse se sentir pressionado em situações de avaliação. Porém, não é nosso propósito aqui discutir isso.

A$_{18}$ também parece não ter entendido muito bem o problema, pois calculou a função para 8 e 15 quilômetros e respondeu que Carla pagaria R$21,00, valor de P(8) e Pedro pagaria R$35,00, valor de P(15).

Com exceção desses dois últimos alunos, que parecem não ter conseguido interpretar o enunciado, todos os alunos resolveram a situação preocupando-se em cumprir a exigência de que Pedro e Carla tivessem alguma vantagem em dividir o táxi. Alguns se preocuparam a ponto de querer dividir proporcionalmente até a bandeirada, o que não podemos considerar como errado, pois, apesar de a bandeirada ser um valor fixo, que não varia com o total de quilômetros percorridos, o aluno fez essa divisão tentando ser o mais justo possível com Pedro e Carla.

Por ter sido considerada a questão mais difícil, poderíamos ter esperado mais dificuldades por parte dos alunos com essa questão.

<table>
<tr><td rowspan="5">Escolhe um procedimento que resolve a questão (17)</td><td rowspan="3">Responde corretamente a questão (17)</td><td rowspan="2">Usa resolução tipo escolar</td><td>Corretamente</td><td>17</td></tr>
<tr><td>Incorretamente</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">Não usa resolução tipo escolar</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="4">Responde Incorretamente a questão (0)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Não responde a questão (0)</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Escolhe um procedimento que não resolve a questão (6)</td><td rowspan="4">Responde incorretament e a questão (6)</td><td rowspan="2">Usa resolução tipo escolar</td><td>Corretamente</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Incorretamente</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Não usa resolução tipo escolar</td><td>Corretamente</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Incorretamente</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Não responde a questão (0)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Não apresenta registros do procedimento escolhido (1)</td><td rowspan="2">Responde a questão (1)</td><td colspan="2">Corretamente</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Incorretamente</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Não responde a questão (0)</td><td>0</td></tr>
</table>

Quadro 1 - Resumo das resoluções da Questão

Pensamos que como havia mais de uma possibilidade, os alunos se sentiram inseguros quanto à resposta e optaram por dizer que era a mais difícil, porque, se errassem, o erro já estaria justificado.

CONSIDERAÇÕES

Nosso estudo nos mostrou que as dificuldades mostradas pelos alunos nos registros escritos e nas entrevistas estão diretamente relacionadas com a interpretação dos enunciados. Muitos de nós professores temos trabalhado os enunciados por meio de palavras-chave em listas de ‘problemas’ de determinado conteúdo após sua explicação. Nesse caso os alunos não precisam interpretar, basta procurar a(s) palavra(s)-chave ou ‘jogar’ com os dados, porque a estratégia usada para resolver uma lista inteira de problemas, muitas vezes, é a mesma, o que acaba tornando os alunos dependentes de ‘macetes’ e ‘desabituados’ a pensar sobre cada problema particularmente.

Essa questão das palavras-chave é bastante séria, pois ao contrário do que esperamos, utilizar "macetes", entre eles encontrar a(s) palavra(s)-chave faz com que os alunos não consigam ter sucesso nas resoluções de situações cujo enunciado não contém essas mesmas palavras.

Tão importante quanto interpretar corretamente as situações a serem resolvidas é a utilização correta dos procedimentos. Após a escolha da estratégia adequada é importante que os alunos saibam desenvolver com segurança os procedimentos escolhidos. Isso, porém, não é uma dificuldade para os alunos pesquisados, pois mesmo quando a estratégia escolhida não foi adequada, os algoritmos envolvidos nas resoluções foram efetuados com sucesso. Essa constatação revela que no treinamento da resolução de algoritmos temos feito um bom trabalho em sala de aula, já que os poucos erros na aplicação dos algoritmos relacionam-se especialmente à falta de atenção, como no caso do aluno que, na sua resposta à Questão **6** escreveu Karla no lugar de Carla, e Carlos no lugar de Pedro.

Uma maneira de lidar com a dificuldade de interpretação dos enunciados pode começar com a investigação, junto aos alunos, das razões que os levaram a escolher determinada estratégia, pois essa escolha passa pela leitura/interpretação do enunciado e também pelo leque de conhecimentos matemáticos que o aluno dispõe naquele momento. Dessa forma, qualquer que seja a natureza do erro, o aluno sempre será a melhor fonte de informação do professor e pode ser acessada por meio de observações, diálogos, registros escritos.

Ainda sobre a escolha das estratégias, os alunos mostraram-se bastante decididos quanto à utilização das estratégias escolhidas, os procedimentos utilizados e as respostas dadas. Queremos dizer que não há registros, nas provas, de que algum aluno tenha utilizado uma estratégia e desistido dela para tentar resolver de outra forma, o mesmo aconteceu com os procedimentos e respostas. Observamos que os alunos parecem não ter o hábito de rever cálculos e questionar resultados e respostas encontradas, o que pode gerar uma falta de consciência de que podem estar fazendo uma interpretação incorreta dos enunciados.

A atitude de não questionar respostas parece revelar uma postura frente à Matemática de que esta é uma ciência exata e que por isso, o resultado do cálculo efetuado na resolução é a resposta correta da situação em estudo, sem necessidade de maiores verificações. O que nem sempre é verdade. No caso da Questão aqui estudada por exemplo, aplicar o algoritmo, ou seja, calcular a função $P(x) = 2x + 5$ para os valores dados em quilômetros não é suficiente para chegar a uma resposta para o problema.

Essa Questão pode ser resolvida até mesmo com uma dose de 'bom senso' como responderam alguns alunos ao afirmarem que Carla e Pedro deveriam pagar a metade, cada um do valor da viagem. Ou seja, primeiro deram uma resposta ao problema, e só depois, fizeram os cálculos para saber numericamente a solução. Essa atitude, de não rever os procedimentos e respostas encontradas, pode também estar ligada ao fato de que os professores não incentivam seus alunos a fazerem essa validação e também, ao fato de que os alunos acreditam que os algoritmos são infalíveis, o que pode provocar uma falsa segurança e até certo comodismo.

Questionamentos por parte dos colegas e do professor sobre a leitura e interpretação dos enunciados e sobre a resposta dada, colocando em dúvida o pensamento do aluno, fazem com que o aluno mesmo passe a questionar-se sobre suas decisões, leituras e interpretações de situações diversas, proporcionando maiores chances de sucesso na 'arte de resolver problemas'.

Esse tipo de 'diálogo' com os alunos vai propiciando que os erros tornem-se observáveis por eles e, com isso, contribui para sua superação. Por vezes o aluno sozinho não consegue chegar a sanar sua dificuldade e é preciso a intervenção do professor, por isso é importante que este esteja sempre atento ao processo de aprendizagem de seus alunos.

Dessa forma, o processo de validação da resolução, ou seja, a verificação dos resultados encontrados à luz do enunciado, o que muitas vezes passa por mais uma interpretação por parte do aluno é tão necessário quanto uma eficaz leitura e interpretação do enunciado, uma escolha de estratégias que resolvam o problema e, uma correta utilização dos procedimentos na sua resolução.

Convém ressaltar também a importância da interpretação, que o professor faz dos registros dos alunos nas provas escritas. Mais do que corrigir, o professor precisa tentar entender o que está 'por trás' desses registros: que conhecimentos matemáticos o aluno mostra saber, quais conhecimentos ainda não sabe; que ferramentas matemáticas ele utiliza para resolver situações em sala de aula; como lida com as informações contidas no problema, enfim, o professor precisa fazer uma verdadeira investigação dos registros que servem como base para conversas sobra a Matemática com os alunos.

Como afirma Santos (2000), citado em Garnica e Fernandes (2002), vivemos um momento de incertezas, complexidades e de caos, um momento em que há mais de uma forma de dominação e opressão. Sendo assim, existe também mais de uma forma de resistência e de agentes que as protagonizam.

Acreditamos que este trabalho, em certa medida, pode ser visto como uma espécie de resistência, uma vez que de certa forma se contrapõe ao discurso predominante ainda em nossas escolas, dando atenção especial à avaliação pela valorização daquilo que os alunos mostram saber por meio dos registros escritos, sem a preocupação em criar um 'novo' discurso que vá se tornar a 'verdade' vigente, mas com a intenção de contribuir para a prática docente.

REFERÊNCIAS

BARDIN, Laurence. *Análise de Conteúdo*. Luís Antero Neto e Augusto Pinheiro (trad.) Portugal: Edições 70, 1977.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. *Algumas Considerações Sobre Avaliação Educacional. Estudos em Avaliação Educacional.* Fundação Carlos Chagas, n. 22, p. 155-177, jul-dez. 2000.

————. *Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão*. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, n. 36, 255-264, dez. 2002.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CYRINO, Márcia Cristina da Costa Trindade; SOARES, Maria Tereza Carneiro. *Manual Para Correção Das Provas Com Questões Abertas De Matemática AVA/2002.* Curitiba: SEED/CAADI, 2004. No Prelo.

BUTTS, Thomas. *Formulando Problemas Adequadamente*. In: KRULIK, S; REYS, R.E.A. *Resolução de Problemas na Matemática Escolar.* São Paulo: Atual, 1997. P. 33-48.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática*: Da teoria à prática. 4.ed. Campinas,S.P.: Papirus, 1998.

ESTEBAN, Maria Teresa. *O que sabe quem erra?* Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FREITAS, H.; JANISSEK, R. *Análise Léxica e Análise de Conteúdo:* Técnicas complementares, seqüenciais e recorrentes para exploração de dados qualitativos. Porto Alegre: Sagra Luzatto, 2000.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; FERNANDES, Dea Nunes. *Concepções de Professores Formadores de Professores: exposição e análise de seu sentido doutrinário. QUADRANTE*, APM:Lisboa, Portugal, v. 11, n. 2, pp. 75-98, 2002.

HADJI, Charles. *A Avaliação, Regras do Jogo:* Das Intenções aos Instrumentos. 4. ed. Portugal: Porto,1994.

______. *Avaliação desmistificada.* Patrícia C. Ramos (trad.). Porto Alegre: ARTMED, 2001.

LACUEVA, Aurora. *La evaluacioón em la escuela: una ayuda para seguir aprendiendo. Revista da Faculdade de Educação,* São Paulo, v.23, n1-2, Jan./Dez. 1997. Disponível em http://www.scielo.br. Capturado em 05/04/2002.

PEREGO, Sibéle Cristina. *Questões Abertas de Matemática:* um estudo de registros escritos. 2005. 104 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR.

NORMAS PARA PUBLICAÇÃO

A ***Revista Perspectiva da Educação Matemática*** é uma publicação semestral e considera para publicação trabalhos originais que sejam classificados em uma das seguintes modalidades: resultados de pesquisas sob a forma de artigos; ensaios; resumos de teses; estudos de caso.

A aceitação para publicação de qualquer trabalho está subordinada à prévia aprovação do Conselho Editorial, ao Comitê Científico e ao atendimento das condições especificadas abaixo.

Ser entregues em três vias impressas e em disquete ou Cd em WinWord 7.0 ou superior (contendo o texto completo, tabelas etc.).

Estar de acordo com a NBR 6022/2003, norma referente a artigo em publicação periódica científica impressa.

Ter entre 15 e 20 páginas e obedecer o seguinte formato: papel tamanho A4; espaçamento de 1,5 linhas; margens 2,5cm; fonte Times New Roman 12 e parágrafo justificado.

Indicar, na etiqueta do disquete ou cd, o título do trabalho, o nome do autor, a instituição a que está vinculado, e-mail e telefone de contato.

Apresentar, na página de rosto, os dados sobre o autor (nome completo, endereço postal, telefone, e-mail, titulação acadêmica, cargo, função e vinculação institucional), o título completo do artigo e o resumo seguido de três palavras-chave. Limite de 1400 caracteres (com espaços) para resumo /palavras-chave.

Conter, na primeira página do texto, o título completo do artigo, omitindo o nome do autor.

Apresentar as citações e notas de acordo com a NBR 10520/2002.

- Citações curtas (até três linhas) serão integradas ao texto, entre aspas, seguidas de parênteses com o sobrenome do autor, ano da publicação e indicação da página.

- Citações longas serão separadas do texto (parágrafo único), corpo um número menor que o do texto, espaço simples, com indicação do autor, ano e página.

As menções a autores, no decorrer do texto, devem seguir o sistema de citação Autor/Data (Ver NBR 10520/2003).

Apresentar figuras, gráficos, tabelas, mapas etc. em folhas separadas do texto (com a devida indicação dos locais onde serão inseridos); todos numerados, titulados e com indicações sobre as suas fontes.

Conter siglas e abreviações por extenso, quando mencionadas pela primeira vez no texto.

NORMS FOR PUBLICATION

The ***Revista Perspectiva da Educação Matemática*** is an published quarterly and considers for publication original works that are classified in one of the following areas: results of research; essays; summaries of MA or Ph.D; case studies.

The acceptance for publication of any work is subject to the approval of the Editorial Committee and to meeting any specified conditions. In order to be considered, submissions should be:

Delivered in one of three ways printed and floppy or compact disc in 7,0 WinWord or superior (containing the complete text, tables etc.).

To be in accordance with NBR 6022/2003, the norm specified for articles published in scientific journals.

Between 15 and 20 pages in the following format: paper sized A4; spacing of 1,5 lines; edges 2,5cm; font Times New Roman 12 with justified paragraphs.

Indicate, on the label of the floppy or compact disc, the title of the work, the name of the author, the institution the author is affiliated with, email and telephone number.

To present, in the face page, the data on the author (full name, postal address, telephone, email, academic titulação, position, function and institucional entailing), the complete title of the article and the summary followed of three word-key. Limit of 1400 characters (with spaces) for summary/word-key.

The first page of the text should contain the complete title of the article, omitting the name of the author.

To present citations and notes in accordance with NBR 10520/2002.

- Short citations will be integrated to the text, between quotations marks, followed of parentheses with the last name of the author, year of the publication and the page number.

- Long citations will be separated within the text as a paragraph, a smaller size font than the text, single space, indicating the author, year and page.

Citations of authors must follow the system Author/Data (see NBR 10520/2003).

Figures, graphs, tables, maps etc. should be on separate pages of the text (with indication of the places where they are to be inserted); all should be numbered, titled and with sources specified.

To contain acronyms and abbreviations specified, when mentioned for the first time in the text.

Para assinar a revista Perspectiva
da Educação Matemática,
os interessados devem acessar a página:
http:www.dmt.ufms.br/Mestrado.html,
a qual contém as
orientações necessárias.