PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Revista do Programa de Mestrado em Educação Matemática da UFMS

ISSN 1982-7652

Perspectivas da educação matemática	Campo Grande, MS	v.2	n.3	1-128	jan./jun. 2009

PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Linha Editorial:
A *Revista Perspectiva da Educação Matemática* é uma publicação semestral do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Destina-se à publicação de artigos da Educação Matemática e suas interfaces. Os textos assinados são de responsabilidade de seus autores.

Correspondências para:
Programa de Mestrado em Educação Matemática
Departamento de Matemática DMT/CCET/UFMS
Cidade Universitária
Caixa Postal 549
79070-900 - Campo Grande, MS, Brasil

Contato:
Fone: (0xx67) 3345-7511 - Fax: (0xx67) 3345-7139
http://www.dmt.ufms.br/Mestrado.html
edumat@dmt.ufms.br

Capa: *Conjunto de Julia.*
Fractal obtido por meio do software Nfract
desenvolvido por Francesco Artur Perrotti

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Coordenadoria de Biblioteca Central – UFMS, Campo Grande, MS, Brasil)

Perspectivas da educação matemática : revista do Programa de Mestrado em Educação Matemática da UFMS / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. – v. 1, n. 1 (2008)- . Campo Grande, MS : A Universidade, 2008- .
v. ; 21 cm.

Semestral
ISSN 1982-7652

1. Matemática – Estudo e ensino - Periódicos. I. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

CDD (22) 510.705

Editorial

Este terceiro número da **Revista Perspectiva da Educação Matemática** dá continuidade ao projeto de divulgação de trabalhos inéditos relacionados ao ensino da Matemática, em seus diferentes níveis. A textualização e a publicação dos resultados de uma pesquisa científica são condições inerentes ao campo acadêmico e educacional. Nesse sentido, todos os esforços estão sendo realizados para que a nossa equipe continue ampliando os horizontes lançados com a publicação do primeiro número.

Os artigos que compõem este número da revista são representantes de diferentes tendências atuais da área, de diferentes programas de pesquisa e seus autores atuam em instituições universitárias localizadas em quatro das cinco regiões geográficas do país.

O primeiro artigo que compõe este número da revista, intitulado *O que professores dos anos iniciais ensinam sobre números*, das autoras Maria Cristina Maranhão e Mercedes Carvalho, traz uma pesquisa sobre o trabalho com conteúdos numéricos que uma aluna de um curso de Licenciatura em Pedagogia, que já exerce a função docente, desenvolve com seus alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O objetivo principal é analisar, com base na teoria de Shulman, como alguns dos conteúdos sobre números naturais, tratados no curso de Licenciatura de Pedagogia que ela freqüenta, se apresentam em sua prática em sala de aula.

No segundo trabalho que compõe este número, *Elementos históricos da educação matemática nas províncias do Pará e do Amazonas*, Luiz Carlos Pais e Tarcisio Luiz de Souza Leão analisam elementos históricos do ensino da matemática das províncias do Pará e do Amazonas. Os autores focalizam aspectos específicos da época de criação dos primeiros liceus na região norte do país, indagando as razões pelas quais os mesmos figuram na lista dos primeiros estabelecimentos equiparados ao Colégio Pedro II.

O artigo *Competências, habilidades, atitudes e flexibilidade cognitiva no processo de ensino e aprendizagem de matemática*, de Marlene Alves Dias e Tânia Maria Mendonça Campos, trata da questão da flexibilidade cognitiva concernente à aprendizagem de números racionais. As autoras desenvolvem um estudo epistemológico relativo à complexidade e às dificuldades do desenvolvimento histórico e, por meio de uma análise didática, observam possibilidades de um trabalho flexível com a noção de números racionais. As abordagens das tarefas foram centradas no tratamento e conversão de registros de representação semiótica de Duval e analisadas segundo a classificação em oito pólos proposta por Artigue e a abordagem teórica em termos de níveis de conhecimento de Robert.

Matheus Machado, Claudia Lisete Oliveira Groenwald, Lorenzo Moreno Ruiz, Vanessa Muñoz Cruz apresentam o artigo *Inclusão nas aulas de matemática: uma experiência com um aluno com síndrome de Down,* referente a um estudo de caso de um aluno do 9º ano do ensino fundamental, sobre dificuldades em conhecimentos lógicos matemáticos que ele apresenta. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, com sessões de estudo, durante três meses, sendo utilizado o *software* ITS (Sistema Tutorial Inteligente), que gera uma sequência de atividades nas quais são reforçados os conhecimentos lógicos matemáticos, servindo como base para identificação e análise de dificuldades manifestadas por esse aluno.

Renato Borges Guerra e Francisco Hermes Santos da Silva, no artigo *Reflexões sobre modelagem matemática crítica e o fazer matemático da escola*, propõem uma reflexão entre as práticas de estudo da matemática nas instituições escolares sob um ponto de vista do referencial da modelagem matemática crítica. Os autores destacam a importância de fomentar o tema no espaço da formação de professores para expandir o significado do ensino ministrado em nível da educação básica.

Na publicação do primeiro número da revista, Chateaubriand Nunes Amâncio não mediu esforços para concretizar a idéia e assumiu diferentes tarefas, desde a escolha da capa, formatação geral e organização dos textos. Naquele exemplar de lançamento ele inicia o editorial com a frase: *Abre-se uma nova janela!* De fato, a atuação dele foi decisiva para lançar o projeto da publicação e continuaremos a contribuir para manter esse espaço de reflexão em torno da pesquisas em Educação Matemática, aguardando colaborações no sentido de outras perspectivas da Educação Matemática.

Comissão Editorial

Sumário

O QUE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS ENSINAM SOBRE NÚMEROS

Maria Cristina Maranhão
Mercedes Carvalho

Resumo: No presente trabalho revisitamos a tese de doutoramento de Carvalho, divulgada no presente ano. Interessou-nos retomar que conteúdos numéricos que uma aluna de um curso de Licenciatura em Pedagogia da cidade de São Paulo, exercendo a função docente, desenvolve com seus alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com a finalidade de examinarmos se alguns dos conteúdos sobre números naturais tratados no curso de Licenciatura de Pedagogia que ela frequenta se apresentam em sua prática em sala de aula. Os resultados indicaram falhas de conhecimento no conteúdo matemático, no conhecimento pedagógico do conteúdo e no conhecimento curricular, dessa professora, indicados como muito importantes na teoria de Shulman, em que a pesquisa se baseou. Indicam ainda que a professora se apóia em apenas um livro didático, que utiliza estratégias tradicionais de ensino, além de rejeitar diversas estratégias de ensino e recursos tratados no curso de Licenciatura em Pedagogia, o que nos leva a considerar a necessidade de formação continuada desta professora.

Palavras chave: conhecimento do professor; anos iniciais do ensino fundamental; Licenciatura em Pedagogia

What School teachers teach about numbers

Abstract: This study reviews the Doctoral Thesis of Carvalho, published this current year. We were particularly interested in reexamine which numerical contents a pedagogy student, already performing a teaching function in the city of Sao Paulo, are being applied to her students in the initial grades of Elementary School. Our proposal is to verify if some contents of natural numbers, acquired in the course of Degree in Pedagogy she attends (which gives her the right to teach in the initial grades of Elementary School), have practical application at classroom. The results indicated knowledge failings in her mathematical, pedagogical and curricular contents, considered very significant by Shulman (1986). They also indicate her teachings are based upon only one didactical book, employing traditional strategies, as well as rejecting several teaching methods and resources she learned at the Pedagogy course. The analysis of the results leads us to suppose this teacher needs continuous education.

Key words – teachers' knowledge; initial grades of Elementary School; Degree in Pedagogy

1. Problemática

A Licenciatura em Pedagogia, atualmente, destina-se à formação do professor para atuar na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Quanto aos conteúdos matemáticos que compõem os currículos da Educação Infantil e do Ensino Fundamental que os egressos da Licenciatura em Pedagogia ensinarão aos seus futuros alunos – segundo Batista e Lanner (2007), Curi (2005), Maranhão (2006), Nacarato *et al.* (2004) e Moura (2005) –, é importante ensinar a Matemática para as crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, favorecendo conhecimentos sobre o significado do número natural e do sistema de numeração decimal, formas de exploração de relações e regularidades, tanto em sequências como em operações numéricas. Também é fundamental ensinar os sentidos atribuídos a tais conteúdos matemáticos por crianças, para compreensão de suas produções e erros que venham a cometer ao aprenderem Matemática.

Por isso, é desejável que cursos de Licenciatura tratem de tais assuntos. Além disso, que eles forneçam referenciais teórico-metodológicos sobre o ensino da Matemática, de modo a possibilitar aos futuros professores a reflexão sobre o ensino da disciplina nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Não podemos deixar de mencionar a importância de propiciarem vivências de situações que lhes permitam promover reflexões pautadas em teorias sobre como se dá a aprendizagem não só dos alunos, mas também deles próprios e dos professores com os quais façam contacto em estágios, por exemplo.

No entanto, Curi (2004) constatou em sua pesquisa que alguns cursos de Licenciatura em Pedagogia, no que se refere ao ensino da Matemática, organizaram seus currículos, dando pouca ênfase ao conhecimento matemático e sobre a Matemática.

Diante dessas constatações e considerando que Shulman (1986) destaca que ter somente o conhecimento do conteúdo é tão inútil pedagogicamente como ter apenas habilidades pedagógicas sem saber bem o conteúdo interessou-nos investigar: *que conteúdos numéricos uma aluna de um curso de Pedagogia da cidade de São Paulo, que já exerce a função docente, desenvolve com seus alunos do 4º ano do Ensino Fundamental e que estratégias emprega.* A finalidade é examinarmos *se alguns dos conteúdos sobre números naturais ensinados durante sua formação inicial se apresentam em sua prática em sala de aula*.

Conforme buscas de pesquisas no tema, consideramos que são raras as teses que investigam as relações entre os conteúdos tratados em Licenciatura em Pedagogia e os trabalhados em sala de aula, no Ensino Fundamental, por alunos que já atuem nos anos iniciais desse segmento. Dentre as pesquisas sobre a formação de professores, encontramos publicações em variadas orientações teóricas, das quais selecionamos as constantes das referências do presente estudo. Tais publicações atestam a relevância do tema e iluminam este estudo, que ponderamos estar justificado.

2. Quadro Teórico

Diante do objetivo da presente pesquisa, optamos por Shulman (1986) por defender que na formação do professor devem ser levados em consideração os conteúdos que vai ensinar. O autor distingue as seguintes categorias da base de conhecimentos necessários à docência:

- *Conhecimento do conteúdo das disciplinas* – Refere-se aos conhecimentos específicos das disciplinas, como a Matemática.

O professor deve conhecer conceitos, propriedades e procedimentos aritméticos, bem como suas formas de representação, distinguindo o conceito de suas representações, porque estes são conteúdos que irá ensinar. O conhecimento conceitual e das propriedades propicia compreender os **porquês**, os fundamentos de procedimentos como os algoritmos das operações. A distinção entre as formas de representação numérica e o conceito de número natural é um conhecimento necessário do professor, porque as primeiras permitem acesso ao segundo, mas não se confundem com ele. Confusões sobre isso podem impedir outras aprendizagens. Por sua relevância, ponderamos que esses são conteúdos fundamentais para serem ensinados em cursos de Pedagogia.

• *Conhecimento pedagógico do conteúdo* – É o conhecimento para ensinar, conhecimentos das estratégias que professores utilizam para favorecer a aprendizagem dos seus alunos.

É desejável que os professores tenham várias fontes de informação para o desenvolvimento de práticas docentes que favoreçam o conhecimento do conteúdo por parte de seus alunos. Diante da diversidade da sala de aula, precisam buscar diversas formas de abordar conceitos, propriedades, procedimentos e princípios matemáticos, de forma a favorecer a aprendizagem dos seus alunos.

Entretanto, retomamos que Shulman (1986) destaca que ter apenas habilidades pedagógicas sem saber bem o conteúdo, no nosso caso a Matemática, é tão inútil pedagogicamente como ter somente o conhecimento do conteúdo. Assim sendo, podemos entender que o conhecimento do conteúdo e o pedagógico do conteúdo são indissociáveis. Além disso, importa-nos observar aqui que o autor emprega o termo "saber" como sinônimo de "conhecer".

• *Conhecimento do currículo* – Refere-se aos programas estabelecidos para os diferentes segmentos educacionais, aos materiais de instrução referentes aos programas e às indicações ou contraindicações relativas a temas ou programas específicos do currículo.

Para o autor, os cursos de formação de professores mostram-se ineficientes no que se refere ao desenvolvimento do conhecimento curricular, já que para ele o currículo é a "matéria médica" da Pedagogia, porque constitui o espaço de mobilização dos professores para planejamento e realização de suas aulas.

Não foi o que encontramos em Carvalho (2009), segundo o qual, na prática, diversos cursos de Pedagogia da cidade de São Paulo priorizam os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e

Referenciais Curriculares Nacionais (1998) como fonte de trabalho sobre a Matemática com seus alunos, apesar de bibliografia bem mais extensa constante nas ementas da(s) disciplina(s) que trata(m) de matemática nos cursos. Doravante, designamos esses documentos, respectivamente, de PCN (1997) e RCNEI (1998).

Lee Shulman ampliou o que designou de "conhecimentos de base do professor" em um texto originariamente publicado em 1987 e, posteriormente, traduzido ao espanhol e publicado em 2001. Em Shulman (2001) acrescenta:

- *Conhecimento acerca dos alunos* e suas características.
- *Conhecimento didático geral*, entendido como os princípios e estratégias gerais da dinâmica e organização da classe.
- *Conhecimento dos contextos educativos*, que envolve desde o funcionamento do grupo classe quanto à gestão, o funcionamento, as diretrizes, o caráter da comunidade e sua cultura.
- *Conhecimentos sobre os objetivos, os valores educativos* e seus fundamentos filosóficos e históricos.

Estes últimos são tão importantes como os anteriores, aprofundando aqueles. Porém, conforme Shulman (2001), *o conhecimento pedagógico do conteúdo* é particularmente interessante, porque, quando se junta ao conhecimento do conteúdo matemático, possibilita compreender a organização de determinados temas e problemas e sua adequação à diversidade da classe para a aprendizagem.

É pertinente ressaltar que para Fiorentini, Souza Jr. e Mello (2001), a categorização proposta por Shulman (1986) não contempla todas as dimensões do trabalho docente; os autores apontam "[...] fortes limitações num contexto de prática docente reflexiva" (p. 316), enquanto Manrique e André (2006) argumentam que, no modelo proposto por Shulman "falta uma maior atenção às relações nas quais o sujeito se envolve, assim como os processos de construção e de mudança dos saberes docentes." (p. 139). Porém, dado o recorte desta pesquisa, entendemos que a categorização proposta por Shulman (1986) seja pertinente.

Nesse quadro, importa discorrermos sobre aspectos do ensino e da aprendizagem do número natural presentes em

pesquisas, aliados a orientações para o ensino do número natural presentes em propostas curriculares para Educação Infantil e Ensino Fundamental.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997) trazem orientações para o ensino dos números e operações. Este documento entende que a criança deve compreender que o número natural é um instrumento útil para resolver determinados problemas, pois é uma construção cultural. Por sua história, considera que seu ensino esteja a serviço da formação intelectual e da cidadania.

Para tanto, indica ao professor a criação de situações didáticas que reflitam a cultura matemática como capital humano, construído historicamente e nas quais o aluno possa: "[...] construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos [...] interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas [...] resolver situações-problema e construir a partir delas os significados das operações fundamentais [...]" (PCN, 1997, p. 65).

Nas orientações para o trabalho das operações aritméticas com números naturais, nos PCN (1997), são enfatizadas as situações-problema, buscando a compreensão do aluno acerca dos significados das operações e a percepção de que a mesma operação pode resolver diferentes problemas, além das estratégias de cálculo não reduzidas a algoritmos usuais e da utilização dos sinais convencionais (+ , - , x , : , =). Neste particular, sem diferenciar o termo "situações-problema" de "problemas", o documento orienta a resolução destes como estratégia de aprendizagem, acompanhando a tendência de países como Estados Unidos e França.

Moura (2003) argumenta que a iniciação da aprendizagem dos conceitos matemáticos é um momento importante e estratégico para que a criança desenvolva a "[...] base a qual irá consolidar a compreensão dos conceitos mais complexos." (p. 7). No entanto, o professor acredita que uma base sólida é construída pela quantidade de conteúdos apresentados aos alunos. Para a autora, essa é a razão que tem criado não só indisposição, mas também hostilidade para aprender matemática.

No entender de Maranhão (2006), o número natural está presente em diversos campos da atividade humana. Por isso, é imprescindível que constem dos currículos escolares desde os anos iniciais da escolaridade. Consequentemente é desejável que, na disciplina que trata do ensino da Matemática em cursos de Pedagogia, os futuros professores pelo menos compreendam esse conceito, em sua complexidade, visando o devido preparo para que o desenvolvam com seus futuros alunos.

A noção de número natural desenvolveu-se gradativamente, a partir do cotidiano das civilizações e o seu emprego generalizou-se aos poucos. Milles e Coelho (2003) asseveram que os números naturais são os inteiros positivos, que podem ser ordenados em uma sequência na qual cada número tem uma unidade a mais que o anterior.

Segundo Maranhão (2005), não se deve dissociar a contagem propriamente dita (de objetos e suas representações) da oral (recitar a sequência numérica natural) e a escrita dos números. Para a pesquisadora: "Mostra-se importante fazer propostas de contagem em situações que façam sentido para as crianças, desenvolvendo modos de controle da contagem." (p. 207). Do mesmo modo, não se deve dissociar a aprendizagem do sistema de numeração decimal das operações de adição, dado que estas garantem significado ao número natural.

Para Lerner (1995), as crianças memorizam as regras para trabalharem com o sistema posicional e, consequentemente, realizarem as operações de adição e subtração, mesmo sem entenderem tais regras. Mesmo que elas estejam em permanente contato com o sistema de numeração, é preciso que as compreendam descobrindo os princípios que as regem para que as operações tenham significado.

Pelo exposto, é evidente a relevância de tratarmos organicamente o aspecto cardinal e o ordinal do número natural, bem como os sentidos atribuídos a esses números. Por isso, tem-se de trazer à tona ideias sobre os números, não nos atendo apenas aos naturais, em cursos de Licenciatura em Pedagogia, assim como de Licenciatura em Matemática, pela via histórica da Matemática, da Educação e da Educação Matemática.

3. Metodologia

Este trabalho revisita a tese de doutorado de Carvalho (2009), optando por um estudo de caso, que, de acordo com Triviños (1983), é "[...] uma categoria de pesquisa cujo objeto é uma unidade que se analisa profundamente." (p. 133). O cotidiano pedagógico de uma aluna de um curso de Licenciatura em Pedagogia, que já exerce a função docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, foi reexaminado com a finalidade de desvelar em suas aulas alguns assuntos sobre números naturais tratados na Licenciatura que ela frequenta. O foco no trabalho desta aluna resulta da indicação de seu nome pelo professor da disciplina que trata de Matemática. A escola em que ela leciona está localizada na zona leste da cidade de São Paulo. A essa aluna foi apresentada a proposta do presente estudo e ela a encaminhou à direção da escola onde atua que autorizou a observação. Ela é professora do 4º ano e a escola em que leciona é particular e estruturada para receber alunos da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Foram usados os seguintes procedimentos de pesquisa em Carvalho (2009): exame de documentos sobre o programa do curso de Licenciatura em Pedagogia e da disciplina que trata de matemática no curso, contatos com o professor dessa disciplina, entrevistas semiestruturadas, observação de aulas e material de alunos. Nesta investigação, seguimos os mesmos procedimentos na escola básica em que a aluna selecionada atua. Neste estudo, focalizamos apenas a parte dos dados pertinentes ao objetivo proposto.

As entrevistas, observações em campo e os documentos foram analisados, empregando o referencial teórico com o propósito de identificar aspectos que envolvem o problema delimitado, de forma a mostrar sua relevância e indicar as possibilidades de ação para modificá-lo, seguindo Chizzotti (1998).

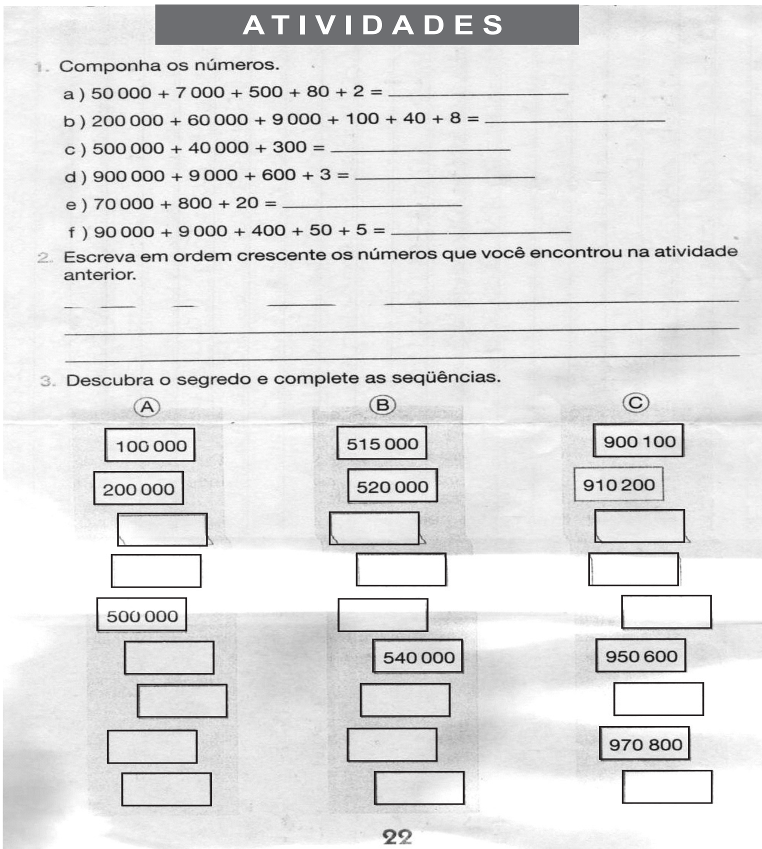
Esta aluna é uma, dentre diversas outras, que exercem função docente, selecionadas por indicação do professor da disciplina que trata de matemática, cujas práticas foram investigadas em Carvalho (2009). Ela frequenta um dos quatro cursos de Licenciatura em Pedagogia da cidade de São Paulo, escolhidos criteriosamente entre os de universidades privadas da cidade, em Carvalho (2009), Por isso, ponderamos que não seja incomum o caso aqui selecionado e, portanto, seus resultados sejam parcialmente generalizáveis. Decorre daí sua relevância.

Daqui em diante, chamamos a aluna selecionada para a investigação por professora, dada à adequação ao referencial teórico e ao periódico em que é publicada. Isso cabe, pois ela já é professora há mais de cinco anos.

Resultados

Essa professora, cujas aulas são aqui examinadas, tem 23 anos. Além da Licenciatura em Pedagogia, que frequenta atualmente, ela cursou o magistério e a educação básica em escola pública.

Em uma de suas aulas, após entregar a folha com “Atividades” a cada um de seus alunos, conforme constam na Figura 1, fez as seguintes intervenções, conforme constam na transcrição 1.



ATIVIDADES

1. Componha os números.

a) 50 000 + 7 000 + 500 + 80 + 2 = ________

b) 200 000 + 60 000 + 9 000 + 100 + 40 + 8 = ________

c) 500 000 + 40 000 + 300 = ________

d) 900 000 + 9 000 + 600 + 3 = ________

e) 70 000 + 800 + 20 = ________

f) 90 000 + 9 000 + 400 + 50 + 5 = ________

2. Escreva em ordem crescente os números que você encontrou na atividade anterior.

3. Descubra o segredo e complete as seqüências.

A	B	C
100 000	515 000	900 100
200 000	520 000	910 200
500 000		
	540 000	950 600
		970 800

22

Figura 1

Antes de os alunos realizarem a atividade “1) Componha o número” constante na folha, a professora lhes explicou:

Transcrição 1: "Os números podem ser **somados**, mas não é necessário fazer a adição, porque basta olhar e já se sabe qual é o número."

Essa frase leva-nos a crer que ela percebe que o exercício encaminha para a adição, o que evidenciaria a decomposição polinomial dos números. Por outro lado, indica aos alunos que não precisam adicionar! Interessa ressaltar que tal comentário indica que ela lhes permite que resolvam por estratégias pessoais, o que pode provocar a escrita de suas hipóteses numéricas. Isso viabiliza a interpretação de que ela possa esperar que seus alunos tenham memorizado o modo de obtenção da soma sem efetuar o algoritmo.

Na sequência da frase, a professora completou o "item a) 50 000 + 7 000 + 500 + 80 + 2 = 57 582" no quadro-negro. Teria ela feito isto para servir de modelo às crianças, levando em conta que bastaria que **olhassem** para saberem completar? Seria a ausência de explicações relacionada a essa última idéia? Estaria ela enfatizando inadequadamente que bastaria olharem e copiarem os algarismos não-nulos da decomposição?

Essa ação pode ser explicada pela observação, aqui designada de observação 1, que mostra que a professora esperava que existissem crianças que fariam a adição. Tal expectativa revela conhecimento acerca desse aspecto trabalhado em sua Licenciatura em Pedagogia, por meio da leitura dos PCN (1997), conforme afirmativas de entrevistas realizadas com seu professor. Este poderá ser entendido como um conhecimento curricular se nos reportarmos a Shulman (1986), mas revela expectativas decorrentes de práticas de memorização talvez provenientes de seus saberes anteriores à Licenciatura.

Observação 1: Foi possível verificar que a maioria das crianças ou reproduziu o modelo da lousa ou fez a adição para compor o número.

Depois de os alunos completarem as atividades, alguns foram chamados à lousa para escreverem as respostas e lerem os números, conforme a Transcrição 2 acrescida de comentários da observadora:

Transcrição 2

Aluno 1 (escreveu no quadro-negro): “c) 5040300”.

Professora: “Classe, o que está errado?”

Ninguém respondeu.

Professora: “Ele acrescentou o zero onde?”

Ninguém respondeu.

A professora pediu, então, para que outra criança assinalasse o erro na produção do quadro-negro e escrevesse o número correto embaixo dela.

Pôde-se ver a produção:

Aluno 2: c) 5<u>0</u>40300

540300

Professora para o aluno 1: “Você apenas acrescentou esse zero a mais” (apontando para o zero grifado).

O trecho demonstra que a professora não parecia considerar a produção do aluno 1 como hipóteses de leitura e escrita nem conhecer suficientemente as orientações didáticas, relativas a tais hipóteses, que são sugeridas nos PCN (1997), como exibe a Transcrição 2. O que interessa ressaltar é que ela desconsidera as diferentes hipóteses acerca da escrita numérica, tratadas na Licenciatura em Pedagogia, consoante exame da ementa e entrevista com sua professora no curso presentes em Carvalho (2009), apesar de autorizar as crianças a formularem-nas, de certa maneira.

O que observamos é que essa professora não procurou refletir sobre aquela produção, tratando-a como contendo um simples erro. Sua última frase impediu o aluno, quiçá a classe toda, de entrar em contato com o problema de colocar um zero a mais na ordem da centena de milhar! Se ela não tratou de hipóteses numéricas nem das adições deixando de evidenciar a decomposição polinomial do número, tampouco tratou de valor posicional nesse momento. Impressiona-nos não ter feito qualquer pergunta ao aluno.

Em seguida, pediu que os alunos fizessem a “Atividade 2) Escreva em ordem crescente os números que você encontrou na atividade anterior”. A Transcrição 3 traz um trecho que interessa analisar seu diálogo com a classe:

Transcrição 3

Aluno: Professora, qual é o menor?Professora (para a classe): Olhem o número que vem depois do pontinho para saberem qual é o maior ou menor para depois olharem o seguinte.

Não houve qualquer referência a agrupamentos de 10 em 10 ou de potências de 10. Há indicações de que o trabalho tenha se pautado apenas em referências sobre a representação numérica dada a frase sobre o “pontinho”. A esse dado alia-se o de entrevista com a professora, segundo trecho constante da Transcrição 4, quando questionada sobre como trabalha número.

Transcrição 4:

Entrevistadora: Como você trabalha número com seus alunos?Professora: Números? Ah! Da ordem crescente, decrescente, maior / menor, numeral. [...] É mais o numeral, por exemplo. A sequência do numeral.Entrevistadora: Você faz atividades para [...] o conceito de número?Professora: Não. É mais numeral, por exemplo, a sequência do numeral, não apresento número para eles.

Aqui nos questionamos, mas que sentido os alunos poderiam atribuir a números e às operações se ela trabalha apenas com numerais? Ela parece desconhecer que não se adicionam numerais, mas números.

Na “Atividade 3) Descubra o segredo e complete a sequência”, novamente ela colocou o modelo na lousa e explicou o que consta da Transcrição 5.

Transcrição 5:

Professora: “Antes do pontinho aumenta quanto? E depois do pontinho?”
Ninguém responde.
(Ela se referia à sequência C)
Professora: Pulo de quanto em quanto do 100 para o 200?
Ninguém responde.

Durante o período de observação, os alunos não usaram material pedagógico empregado em outras aulas pela professora, tal como o ábaco. O trecho de entrevista da Transcrição 6 é elucidativo do que dizemos aqui.

Transcrição 6

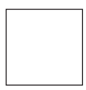
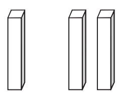
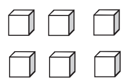
Entrevistadora: Como é que você faz para que os alunos entendam a composição numérica da centena, dezena, unidade?
Professora: Eu trabalho com ábaco e os exercícios do livro.
Entrevistadora: E como trabalha com o ábaco?
Professora: Olha, não trabalhei muito com o ábaco, nós fizemos um curso no Sindicato dos Professores e eles ensinaram a trabalhar com o ábaco. Mas o que mais trabalhamos com eles foi a adição, porque acho que é mais fácil adição e subtração. [...] Só foi mais uma apresentação para eles, o que é o ábaco, como eu coloco a unidade, dezena e centena, só.[...]
Entrevistadora: O material dourado, você trabalhou com ele?
Professora: Não.
Entrevistadora: Por quê?
Professora: Eu acho que dificulta. Como eles vão aprender através do material dourado? Não sei, às vezes acho que explicando na lousa, fazendo desenhos ajuda mais do que trabalhar com material dourado. Eu não gosto do material dourado.

Nesse trecho da entrevista, há indicações que, apesar de considerarmos que tenha algum conhecimento pedagógico do conteúdo, que Shulman (1986) define como a dimensão do conhecimento para ensinar, visto que opina na Transcrição 6 sobre estratégias utilizadas para ensinar, ela não acredita na eficácia dos diversos recursos com os quais entrou em contato em cursos que fez, preponderando o de época anterior à Licenciatura em Pedagogia, conforme dados encontrados em Carvalho (2009) sobre esse curso. Nós ressaltamos que os dados aqui apresentados indicam que essa professora não tem conhecimento suficiente do conteúdo que ensina o sistema de numeração decimal. Portanto, fica a indagação: Como ensinar o que não se sabe?

Faz parte do material dos alunos um caderno e o livro didático, que é indicado pela direção da escola. As atividades extras são coladas no caderno, cujos exercícios são do mesmo tipo daqueles propostos no livro. Algumas das atividades que constam nele e no livro didático sobre o sistema de numeração decimal solicitam às crianças que desenhem o material de contagem no quadro / valor / lugar. A Transcrição 6 aliada ao exame de cadernos e livros de alunos leva-nos a concluir que a professora prefere que os alunos desenhem o material dourado ao invés de manuseá-lo. A atividade seguinte designada por “Observação 2” aparece no livro didático precedida de um modelo.

Observação 2

1) Qual é o número?
1 centena, 3 dezenas, 6 unidades

3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
		

2) Responda:
a) Quantas centenas?
b) Quantas dezenas?
c) Quantas unidades?
d) Qual número representa essa quantidade?

Em entrevista, a professora foi questionada sobre a similitude entre as atividades do livro e do caderno, conforme a Transcrição 7, além da possibilidade de ministrar aulas sem o uso de livro didático.

Transcrição 7

Entrevistadora: Na análise do livro e do caderno, constatei que não há diferença nas atividades, elas são muito iguais. Por quê?

Professora: Só uso como complementação para ver se o aluno aprendeu mesmo. Não é uma forma para ver se decorou.

Entrevistadora: [...] a diretora da escola diz que o ano que vem não vai ter mais livro didático, você dá aula de matemática sem ele?

Professora: Eu utilizaria outro livro e iria trabalhando as atividades.... baseada em algum livro que eu mesma escolheria. [...]. Mesmo se a direção da escola não utilizasse, eu utilizaria. [...] Sem a sequência de um livro eu não saberia como trabalhar com a matemática, nem a sequência dos conteúdos, o que deveria fazer, então eu teria de seguir um livro.

Os dados indicam que o livro didático é uma referência essencial para o trabalho matemático dessa professora em classe. No caderno dos alunos, assim como no livro, há grande quantidade de algoritmos das quatro operações aritméticas.

Com esse tipo de atividade, a professora teve os objetivos relatados na Transcrição 8:

Transcrição 8

Para melhor raciocinar, aprender... mais para decorar... não é decorar, para melhorar o aprendizado. Quanto mais contas eles fizerem será melhor para trabalharem a tabuada, por exemplo; fazendo bastante conta de matemática você vai ter de aprender a tabuada.

A resposta da professora revela uma prática tradicional do ensino da Matemática, como comentada por Pires (2008), quando aborda a preocupação excessiva com a mecanização dos algoritmos e a memorização de regras no ensino tradicional.

Tal preocupação, a professora, cujas aulas foram examinadas, demonstra ter, apesar de os PCN (1997) de Matemática, que ela leu na Licenciatura em Pedagogia, desaconselharem tal excesso.

No caderno das crianças havia a apresentação da técnica operatória seguida de vários exemplos, como no livro; na resolução dada pelos alunos não encontramos estratégias pessoais de cálculo. Diante dessa constatação, a professora foi questionada, conforme a Transcrição 9.

Transcrição 9

Entrevistadora: Há várias contas no caderno das crianças. Como explicou a subtração? Poderia tomar como exemplo 23 – 19 para responder?Professora: Tomando emprestado do vizinho. Quando é menor o de cima eu tenho de tomar emprestado do vizinho ao lado, mais ou menos isso.

A professora não utiliza o vocabulário adequado para explicitar como realizar o algoritmo. Ao dizer “tomando emprestado do vizinho”, deixa de abordar a necessária transformação de uma dezena em dez unidades. Ao dizer “quando é menor o de cima [...]”, entendemos que se referia ao minuendo ter o algarismo da ordem da unidade menor que o algarismo da ordem unidade do subtraendo.

Pela análise do material, ficou evidente que os alunos, após efetuarem as operações aritméticas, resolviam problemas envolvendo o algoritmo trabalhado. Quanto a esse procedimento didático, a professora foi questionada, como mostrado na Transcrição 10:

Transcrição 10

Entrevistadora: Verifiquei no caderno das crianças que você oferece muitas contas para os alunos e depois há problemas envolvendo as operações matemáticas. Por quê? Professora: Não sei. Não tenho um motivo, trabalho a conta depois dou o problema. Eu acho que se eles trabalharem primeiro as contas, vão ter mais facilidade para fazer o problema... Não sei.

Segundo Pires (2008), críticas ao treino de habilidades e à memorização dos algoritmos, contrapondo-se à compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos e ao incentivo à resolução de problemas como eixo norteador do trabalho matemático encontraram resistência, por parte dos professores, na implantação dessa proposta, em função de conhecimentos muito arraigados, como a ideia de que se "[...] aprende matemática pelo treino repetitivo de exercícios a serem copiados de um modelo dado." (PIRES, 2008). Assim, novamente a ação da professora é explicada pelo saber docente ser temporal, como deflagrado por Tardif (2000).

Com relação às leituras feitas pela professora no Curso Superior, ela foi questionada, conforme consta na Transcrição 11:

Transcrição 11

Entrevistadora: O que você lê sobre o ensino da Matemática nas séries iniciais além do que estudou na faculdade?Professora: Não leio nada, só os PCN, que foram trabalhados este ano. Só. Mesmo assim não vejo como aplicar os PCN no dia-a-dia, acho muito difícil. Da minha parte, nunca tive interesse em ler nada sobre Matemática. Eu trabalho com Matemática, mas já comentei com a diretora da minha escola que não gosto de Matemática, por isso deixo a desejar.

O fato de a professora não gostar de Matemática pode contribuir para que seus conhecimentos acerca dessa disciplina estejam comprometidos. Para Tardif (2000), isso é compreensível, pois os saberes dos professores são construídos a partir dos seus modelos e dos conhecimentos que construíram ao longo da sua formação, sendo os experenciais preponderantes para seu desenvolvimento.

A respeito da possibilidade de encontrar modelos no Curso Superior, a professora deixou claro na entrevista porque não empregou na docência o trabalho com números naturais desenvolvido na faculdade, como comprova a Transcrição 12.

Transcrição 12Não apliquei nada. A Matemática da Pedagogia deixa a desejar. Não entendo muito, ela não passa claramente o que quer da gente. [...] Eu tenho medo da professora, acho que ela passa medo e atrapalha. Se é dificuldade dos meus alunos, por que tenho de mostrar para ela? Eu fico com receio de mostrar, falar e ela achar ruim ..., não querer ajudar...

No caso, o relacionamento conflituoso pode ter contribuído para ela não ver a faculdade como um espaço em que pudesse trocar informações sobre as dificuldades que enfrenta na sua prática pedagógica.

Considerações Finais

Foram analisados diversos materiais e estratégias de ensino no trabalho sobre número natural, sistema de numeração decimal, incluindo as operações adição e subtração, de uma professora de escola particular da zona leste da cidade de São Paulo, com seus alunos de uma classe dos anos iniciais. Ele exibe demasiadas memorizações, é realizado a partir de modelos, são priorizadas as técnicas, não possibilitando aos alunos resolverem problemas por estratégias pessoais e, a partir dessas resoluções, atribuírem significados aos números, ao sistema de numeração ou às operações.

Detectamos lacunas importantes no conhecimento do conteúdo matemático dela. Por sua importância é indicada formação continuada dessa professora, de tal forma que possa realizar satisfatoriamente seu oficio. Pesquisa de caráter colaborativo está em planejamento para convite dessa professora a participar, visto que declarou interesse em aprender a ensinar, mas por outros profissionais diferentes de sua professora na Licenciatura de Pedagogia.

Os resultados apontaram necessidade de melhoria nos conhecimentos pedagógicos do conteúdo, como entendidos por Shulman (1986) e os demais conhecimentos considerados por nós essenciais, relatados em Shulman (2001), pois, de acordo com seus depoimentos, ela prefere recursos do ensino tradicional e rejeita os tratados em seu curso de Licenciatura em Pedagogia. Deste curso, aproveitou em sua prática apenas alguns recursos, como o emprego de materiais de contagem, além do uso de materiais voltados para o ensino do sistema decimal de numeração, como o material dourado e o ábaco. Mesmo assim, os resultados mostram que os mesmos foram pouco e mal utilizados para trabalhar o sistema de numeração decimal. Jamais usou a história da matemática, ou recorreu a problemas, ou abordou hipóteses de leitura e escrita numérica, ou de propriedades de operações, nem proporcionou momentos de resolução de problemas por estratégias pessoais das crianças seguidos de apresentação e discussão pelas crianças orientadas pelo professor, como recomendam os PCN (1997) que ela leu durante a disciplina que tratou dos conteúdos matemáticos na Licenciatura em Pedagogia, como estratégias de abordagem aos conteúdos trabalhados e aqui examinados. Apesar de confirmar ler os PCN (1997), não encontramos qualquer traço de emprego das orientações didáticas presentes nesse documento em sua prática.

Em relação ao livro didático, entendemos que ela não o utilizou como um recurso pedagógico a mais, mas sim como um roteiro de trabalho indicando que o currículo de matemática proposto para os seus alunos é o do livro didático adotado pela escola. Ainda declarou em entrevista ter dificuldade de trabalhar os conteúdos matemáticos com seus alunos apesar de seguir o livro didático para desenvolver os conteúdos que deveria ensinar.

Assim, ela apresentou lacunas importantes relativas ao conhecimento sobre o currículo, além dos referentes ao conteúdo matemático e ao pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986). Para este autor, os cursos de formação de professores mostram-se ineficientes no que se refere ao desenvolvimento do conhecimento curricular, o espaço de mobilização dos professores para planejamento das aulas, bem como para sua realização fica prejudicado. Não podemos deixar de considerar a não-utilização de quaisquer recursos tecnológicos ou de mídia por parte da professora, o que reforça as considerações anteriores.

Finalmente, cabe ressalvar que, em sua prática, essa professora parece ter recorrido a modelos construídos ao longo de sua história de escolaridade básica e aos modelos dos livros didáticos, o que, apesar de ser característico da epistemologia profissional do professor, é considerado insuficiente, de acordo com o nosso entendimento, em concordância com Shulman (2005).

Nós insistimos que, sendo a professora e o curso escolhidos criteriosamente dentre quatro das Licenciaturas em Pedagogia de Universidades privadas da cidade, ponderamos que não seja incomum o caso aqui analisado e os resultados parcialmente generalizáveis. Se isso procede, urgem políticas públicas de ação na direção de melhor formar essa professora, ajudando-a efetivamente e aos seus alunos a suplantarem as dificuldades apontadas.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: matemática/ Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/ SEF, 1997.

BARBOSA, Raquel Lazzari Leite. Formação de educadores. *Desafios e perspectivas*. São Paulo: Unesp, 2003.

BRIZUELA, Bárbara M. *Desenvolvimento matemático na criança:* Explorando notações. Porto Alegre: Artmed, 2006.

CARVALHO, Mercedes B.Q.P.S *Ensino da Matemática em cursos de Pedagogia*: a formação do professor polivalente. Tese (Doutorado em Educação Matemática) " Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

CHIZZOTTI, Antônio. *Pesquisa em ciências humanas e sociais.* 3. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

CURI, Edda. *Formação de professores polivalentes:* uma análise do conhecimento para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

FIORENTINI, Dario; CASTRO, Francisca C. de. Tornando-se professor de matemática: o caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. *In:* FIORENTINI, Dario (org.). *Formação de professores de matemática*: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas. Mercado das Letras, 2003. pp. 121–156

______.; SOUZA JR; Arlindo José de; MELO, Gilberto Francisco A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. *In:* GERALDI, Corinta Maria G. *et al.* (Org.) *Cartografias do trabalho docente*: Professor (a)-Pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 2001. pp. 307–335.

______; FIORENTINI, Dario. A formação e desenvolvimento profissional de docentes que formam matematicamente futuros professores. *In:* FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair M. (org.) *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática.* São Paulo: Musa Editora, 2005. pp. 68–88.

LERNER, Delia. *A Matemática na escola: aqui e agora*. Tradução Juan Acuña Liorens. Porto Alegre: Artmed, 1995.

MARANHÃO, Maria Cristina S. de A. Projeto de Integração de Matemática – PIM. *In:* MARANHÃO, Cristina; MERCADANTE, Stella Galli (Org.) *Sala de aula: um espaço de pesquisa em matemática.* São Paulo: Vera Cruz, 2006. pp. 19–32.

______. Visões sobre aulas de numeração na educação infantil. In: ROMANOWSKI, Joana. *et. al.* (Org.). *Conhecimento local e conhecimento universal.* Curitiba: Editora Universitária Champagnat, 2005. pp. 201–214.

MANRIQUE, Ana Lúcia; ANDRÉ, Marli. Relações com saberes na formação de professores. *In:* NACARATO, Adair M.; PAIVA, Maria Auxiliadora (Org.) *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006. pp. 133–147.

MILIES, César Polcino; COELHO, Sônia Pita. *Números*: uma introdução à matemática. 3. ed. 1ª reimpressão. São Paulo: Edusp, 2003.

MOURA, Anna Regina Lanner de. Conhecimento matemático de professores polivalentes. *Revista de Educação PUC – Campinas*, Campinas, n. 18, pp. 17–23, jun. 2005.

NACARATO, Adair M.; PASSOS, Carmem Lúcia B.; CARVALHO, Dione L. Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino. *In: ZETETIKÉ* – Cepem – FE – Unicamp – v.12, n. 21, jan. / jun. 2004.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Currículos de Matemática*: da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

______. Educação matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. *In: e-book.* Disponível em: <http://www3.fe.usp.br/seções/ebook/mat-pol.index.htm> Acesso em 4 nov. 2008.

SADOVSKY, Patrícia. O sistema de numeração: um problema didático. *In:* PARRA. Cecília; SAIZ, Irmã (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.* Tradução: Juan Acuña Liorens Porto Alegre: Artmed, 1996. pp.73–155.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth. *Teaching Educational Researcher,* v.15 n. 2, pp. 4–14, 1986.

______. Conocimento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Revista de currículum y formación Del profesorado*, n.9, 2005. Disponível em: <http://www.urg.es/local/recfpro/rev92art1> Acesso em 8 nov. 2008.

TARDIF, Maurice. Saberes profissionais dos professores universitários. *In: Revista Brasileira de Educação,* São Paulo, n.13, pp. 5–24, Jan/fev/mar/abr. 2000.

______. *Saberes Docentes e Formação Profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002.

TRIVIÑOS, Augusto N. S. *Introdução à pesquisa em ciências sociais*: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

ELEMENTOS HISTÓRICOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NAS PROVÍNCIAS DO PARÁ E DO AMAZONAS

Luiz Carlos Pais (UFMS)
Tarcisio Luiz de Souza Leão

Resumo: Este artigo descreve uma pesquisa cujo objetivo foi analisar elementos históricos do ensino da matemática secundária no contexto das províncias do Pará e do Amazonas, no período de 1840 a 1870. As principais fontes primárias utilizadas foram leis, regulamentos da instrução pública primária e secundária, relatórios dos presidentes das províncias e de outras autoridades responsáveis pela instrução pública. Foram também utilizadas informações descritas na obra de Primitivo Moacyr, publicada em 1939. As fontes de informação foram submetidas a uma análise de discurso e interpretadas por meio de uma abordagem cultural e histórica, na linha proposta por André Chervel. Os fatos históricos foram definidos com base no pressuposto de que as propostas de instrução pública, no período considerado, foram implementadas a partir de estratégias fortemente ligadas ao projeto político. Foi possível constatar que os desafios da educação matemática nas províncias do Pará e do Amazonas se aproximam das dificuldades das demais províncias e, em parte, resultam da política colocada em prática a partir do Ato Adicional de 1834. Apesar das iniciativas de alguns governos, somente uma pequena parcela da sociedade local tinha acesso à educação secundária. A prioridade era preparar os alunos para o ingresso no ensino superior, missão iniciada pelo Liceu Paraense e que norteou também a criação do Liceu Amazonense, em 1869. No período analisado persistem os problemas da falta de professores, escolas e de condições para expandir o processo de formação de professores primários.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Educação Paraense. História da Educação Matemática. Educação Matemática no Amazonas.

HISTORICAL ELEMENTS OF MATHEMATICAL EDUCATION IN THE PROVINCES OF PARÁ AND AMAZONAS

Abtract: This article aimed to analyze historical aspects of mathematics teaching for secondary schools in Amazonas and Pará provinces, from the year of 1840 until 1870. In order to accomplish that, primary sources as regulations and laws for basic and secondary public education were valorized as well as reports of the presidents and other authorities in charge of educational policies of those provinces. Additionally, information described in Primitivo Moacyr work, published in 1939, was also used. Those informational sources were submitted to discourse analysis. The sources were interpreted through cultural and historical approach, following the bias proposed by André Chervel. Historical facts were defined based on the presumption that propositions for public education in the period were implemented from strategies strongly connected to public project. It was possible to find that the challenges of mathematical education on Pará and Amazonas Provinces were close to the difficulties found by other Provinces. Those difficulties resulted by the policy applied from 1834's Additional Act. Despite initiatives made by some governments, only a small part of local society had access to secondary education. The priority was to prepare students to enter on college education. This mission was initiated by the Liceu Paraense that led to Liceu Amazonense creation in 1869. At the analyzed period persisted problems as lack of teachers, schools and conditions to capacitate teachers of basic education.

Keywords: Mathematical education, History of Education of Pará, History of Mathematical Education in Amazonas.

Considerações iniciais

Para analisar aspectos históricos da educação escolar e da função exercida pelo ensino da matemática em um determinado contexto social é necessário criar diferentes caminhos e posições teóricas. Isso faz com que a configuração de um trabalho dedicado ao tema proposto neste artigo dependa, entre outras condições, de certo número de pressupostos adotados no programa ao qual os pesquisadores estão filiados. Quando diferentes programas são usados como referência, compete ainda ao pesquisador o desafio de fazer as articulações possíveis entre as teorias de suporte, mostrando possíveis pontos de convergência e os limites das aproximações. Com base nesse princípio concernente ao campo da pesquisa educacional e diante da diversidade de caminhos existentes, cumpre-nos abordar as opções construídas no contexto do nosso grupo de pesquisa, o qual pretende valorizar estudos históricos da educação matemática escolar sem perder de vista das bases epistemológicas das ciências de referência.

Esta intenção é desafiante porque os referenciais mais usados, na atualidade, para realizar estudos históricos do ensino da Matemática tendem a se deslocaram para duas posições radicais: permanecer no território dos conteúdos específicos, priorizando a história dos saberes matemáticos ou partem para conceitos excessivamente genéricos que supostamente contemplariam a especificidade de todas as disciplinas escolares. A posição na qual nos colocamos para tratar do tema histórico consiste em valorizar a escola como território de produção de saberes, campo de atuação do trabalho docente, sem perder de vista a especificidade das práticas e da ciência de referência. Nossa intenção é valorizar uma abordagem histórico-epistemológica. A história de uma disciplina escolar está impregnada de sua especificidade e de aspectos epistemológicos tal como é a valorização da categoria da argumentação no ensino da Matemática.

As raízes positivistas do ensino tradicional da matemática deixaram profundas marcas na maneira de conceber e conduzir a disciplina ministrada em nível das escolaridades primária e secundária. Os resultados dessa realidade estão presentes nas atuais orientações de formação de professores, onde predomina as bases metodológicas vinculadas ao pensamento típico da sistematização dos saberes matemáticos. Por esse motivo entendemos que especificidade educacional da matemática deve ser analisada em sintonia com as referências mais amplas da educação, sem perder de vista o que existe no conjunto de todas as disciplinas, uma generalidade que pode esconder as ideologias predominantes no projeto político em um dado momento e contexto social.

Analisar vínculos entre a especificidade do ensino da matemática e o projeto político no qual as práticas escolares estão inseridas é um desafio. E no atual cenário diversificado da Educação Matemática, a superação desse desafio passa pelo diálogo entre os programas nos quais as pesquisas estão associadas. A defesa desse diálogo minimiza o prejuízo histórico decorrente da tentativa de isentar as práticas educativas de suas posições políticas e a função exercida pelo ensino da matemática. A objetividade típica do saber matemático não deve servir de argumento para reduzir o diálogo necessário ou inibir a compreensão das suas funções construídas ao longo da história.

Com base nos pressupostos que acabamos de descrever, o objetivo da pesquisa cujos resultados são descritos neste artigo foi analisar elementos históricos do ensino da matemática secundária no contexto das províncias do Pará e do Amazonas, no período de 1840 a 1870, e articular essas informações históricas com o panorama educacional mais amplo do século XIX. O período foi escolhido para envolver eventos relacionados à criação do Liceu Paraense (1841) e à instalação do Liceu Amazonense (1869). As histórias dessas duas instituições escolares estão associadas, nesse período, em função da presença dos paraenses que atuaram na instalação da Província do Amazonas.

Ao fazer esta pesquisa, procuramos compreender as relações existentes entre as realidades locais e os projetos educacionais propostos para o município sede do poder imperial. Esse objetivo pode ser traduzido na seguinte questão: Que pressupostos podem ser identificados nas orientações que aparecem no plano discursivo oficial para conduzir o ensino da matemática secundária nas províncias do Pará e do Amazonas, no período de 1840 a 1870 e quais relações existiam entre os eventos locais dessas províncias e o panorama geral da instrução pública da época?

Referencial teórico-metodológico

A pesquisa em história do ensino da matemática escolar é conduzida por nós a partir de noções oriundas a dois referencias teóricos que se complementam em vista do nosso objeto de estudo. Em primeiro lugar, usamos alguns conceitos do programa proposto por Chervel (1990), tais como as noções de vulgata, cultura e disciplina escolar, as quais servem como instrumento para precisar a natureza dos conhecimentos produzidos na escola. Em seguida, nossa intenção é também complementar a dimensão institucional das práticas culturais vivenciadas em certo contexto e as especificidades inerentes ao ensino da matemática.

Esse pressuposto permite compreender a maneira como ocorre o fenômeno cultural da produção de saberes no contexto de uma instituição e da rede a qual está associada. Ao aplicar os conceitos propostos por André Chervel e compartilhados por outros pesquisadores, pretendemos olhar com mais pontualidade as relações existentes no fenômeno da apropriação e da transformação de objetos culturais. Esse movimento resulta na produção ou na reprodução de práticas e saberes, os quais são transformados em função dos interesses e dos problemas institucionais.

Ao considerar as relações estabelecidas entre as instituições existentes em torno da escola, entendemos que o saber acadêmico não deve ser concebido como uma fonte privilegiada na produção dos saberes que determinariam o funcionamento e a natureza dos saberes escolares. Uma das ciências de referência das práticas docentes escolares é a Matemática estudada na universidade, concebida no contexto do saber acadêmico, mas acreditamos que esta fonte apenas condiciona o funcionamento dos estudos escolares, mas não tem o poder de determinar a sua natureza. As práticas docentes escolares se constituem em um território de produções e por isso não devem ser concebidas apenas como um subproduto das práticas universitárias. Tendo como base esse entendimento, ao estudar a histórica da educação matemática, optamos por destacar aspectos característicos de práticas localizadas no contexto considerado.

A cultura escolar envolve uma diversidade de elementos vinculados a um campo específico de conhecimentos e à generalidade existente no conjunto das disciplinas que constituem o contexto educacional considerado. Entendemos que as práticas *inculcadas*, termo usado por Dominique Julia para caracterizar parte da cultura escolar, trazem uma especificidade vinculada às ciências de referência e à produção efetiva da escola. Os elementos que permeiam as práticas escolares estão, assim, envolvidos em uma espécie de amálgama cultural típico da instituição: conteúdos específicos, objetivos, valores, ideologias, métodos, técnicas, exames, livros didáticos e outros recursos.

A valorização desses elementos flui sob a vigilância dos agentes institucionais, detentores de cargos criados para fazer esse tipo de trabalho sem o qual o território não tem futuro. É uma tarefa desafiadora e por esse motivo existe uma rede de outras instituições que dão suporte ao empreendimento. Mesmo não havendo concordância plena entre os discursos dessas instituições, no transcorrer de período de tempo mais longos, em dado momento, predomina a convergência de um discurso hegemônico. As práticas adotadas para resolver as tarefas matemáticas estão ancoradas e defendidas com base em tecnologias e teorias matemáticas, em sintonia com argumentos didáticos revestidos de bases ideológicas e escolhas políticas.

Os fatos históricos são definidos com base em traços registrados nas fontes primárias, contendo discursos, valores, normas e práticas prescritas por instituições que atuam em um determinado contexto. Ao fazer essa leitura, procuramos contemplar a dimensão política subjacente às propostas educativas, entrelaçando aspectos históricos e didáticos. A intenção é identificar as bases didáticas e matemáticas que sustentam práticas escolares da época e do contexto considerados. Ao persistir com essa intenção, optamos por pesquisar a legislação educacional paraense, através da descrição de Primitivo Moacyr, na obra dedicada à instrução pública nas províncias da região norte.

Pretendemos não perder de vista as relações existentes entre o discurso político local e a rede de instituições na qual circulava o ensino secundário da Matemática no contexto considerado por nós. Dessa maneira, é bom diferenciar as *ações* docentes, concebidas como de cunho pessoal, das *práticas* que ganham aval das instituições. O professor que ensina Matemática pode, até mesmo, sugerir procedimentos pessoais, mas a validade dessa opção cria corpo na medida em que recebe o aval das instituições envolvidas. O risco decorrente do aval dessas práticas é a possibilidade de tornar obscuros os interesses ou as tramas características das relações de poder existentes em suas entranhas. Daí a necessidade de viés crítico na condução das práticas escolares.

Por volta da década de 1830

A instrução elementar nos domínios da imensa capitania do Grão-Pará esteve entregue ao trabalho dos jesuítas até por volta de 1750, quando tem início os primeiros conflitos de interesse entre os agentes das instituições envolvidas: religiosos, militares e políticos vinculados à coroa portuguesa. (REIS, 1998.) De modo geral, a atuação dos padres jesuítas na instrução elementar também predominou nas demais capitanias. Com o episódio da expulsão dos padres inacianos dos domínios portugueses, ocorrido em 1757, e com o consequente fechamento dos seus colégios teve início um período de cerca de oito décadas onde pouco se fez em termos de instrução escolar no Brasil. Estamos nos referindo ao período de 1757 a 1837, sendo este o ano em que foi criado o Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro. Este período de oito décadas pode ser dividido ainda em dois outros, pois com a vinda da Família Real para o Brasil, em 1808 e com a instalação dos primeiros cursos superiores, as *aulas régias* de ensino secundário tiveram uma pequena expansão em termos do número de professores.

Dessa maneira, a situação de quase total abandono da instrução escolar pública persistiu até por volta dos meados da década de 1830, quando algumas das províncias começam a pensar em abrir estabelecimentos para ministrar o ensino secundário. No caso da província do Grão-Pará, base onde situa parte do período focalizado na pesquisa relatada neste artigo, talvez a situação fosse ainda pior do que ocorria nas demais províncias, tendo em vista sua imensa extensão territorial, as dificuldades de transporte e também a falta de pessoas que pudessem assumir as tarefas do magistério. Nos dizeres de Clóvis Moraes Rego, *a ignorância favorecia as ambições dos que dominavam e dos que queriam dominar.* Por esse motivo a instrução pública primária e secundária não estava entre as prioridades políticas locais. Com a proclamação da independência, de imediato, pouca coisa mudou. Assim, em 1835, período quando inicia o conflito da Cabanagem, Belém tinha apenas três Escolas de Primeiras Letras nas quais se praticava o método de ensino mútuo. (REGO, 2002) Mas, essa situação de abandono da instrução pública não ocorreu somente na região norte. De modo geral, a instrução pública foi tratada como uma questão de menor importância ao longo de todo o século XIX.

A ausência de um sistema de instrução pública escolar, ao longo de quase todo o século XIX, provocou profundas consequências no desenvolvimento do país. De forma mais direta, a distribuição de verbas públicas para financiar a instrução escolar ficou em plano secundário em relação às prioridades definidas pelo poder imperial. Somente nas últimas décadas do Segundo Império surgiram pequenas mudanças no quadro da oferta de instrução escolar, em parte, em decorrência da necessidade de expandir a oferta da instrução escolar para um número maior de pessoas.

A partir dos meados da década de 1870 começou a expandir as exportações de café e iniciou um ciclo de desenvolvimento econômico, embora ainda restrito quase somente à região sudeste. Nessa época teve início a construção das primeiras linhas de transporte ferroviário, começou a chegar os primeiros imigrantes italianos para trabalhar nas fazendas paulistas em consequência do início das restrições à mão-de-obra escrava.

Demerval Saviani analisa essa ausência de um sistema de educação, durante o Império, ao fazer um balanço geral do legado educacional do século XIX, destacando o reduzido orçamento destinado à educação pela política imperial. (SAVIANI, 2007) Dados coletados por pesquisadores da área de história da educação brasileira mostram que, nos últimos anos do período imperial, os recursos concedidos à instrução escolar eram extremamente reduzidos em relação aos demais serviços públicos. Por esse motivo, deve-se ter cautela em concordar com as alegações de *falta de verbas* para custear os investimentos no campo da educação. Assim, é preciso colocar essa questão para interpretar o problema da falta de professores e os demais problemas que serão objeto na descrição dos próximos parágrafos.

Falta de professores (1839)

O problema da falta de professores para o ensino primário e secundário foi quase uma constante ao longo de todo o século XIX e isto está extensivamente presente entre os argumentos dos presidentes das províncias para justificar a situação da instrução pública em suas localidades. E quanto a esta questão, as províncias do Amazonas e do Pará não eram exceções. O relatório de 1839 do presidente paraense Bernardo de Souza Franco confirma essa observação, quando descreve o estado *lastimoso* em que se encontrava a instrução pública na sua província. Como reconhecia o presidente, os salários dos professores eram irrisórios e não havia pessoas interessadas em fazer os *exames, como uma peça do aparelho docimológico,* para ocupar as vagas existentes. Diante dessa situação, criar novas cadeiras não resolvia o problema. Foi realizado um concurso para preencher as cadeiras vagas de Primeiras Letras e o resultado foi desolador porque não apareceu sequer um único candidato interessado. O número de cadeiras vagas correspondia a dois terços do total de cadeiras existentes.

Mesmo que o ensino secundário fosse acessível somente por uma pequena parcela da sociedade, existia um reduzido número de cadeiras criadas e essa carência era agravada pela falta de professores. O relatório mencionado acima destaca a existência no Pará de apenas uma cadeira de Filosofia Racional, uma de Retórica, quatro de Latim e uma de Francês e nem todas estavam funcionando devido à falta de professores. Apesar das dificuldades, no que se refere à *escala de prioridade* entre as *disciplinas escolares*, percebemos, portanto, que a formação em ciências humanas se destacava, de modo acentuado, em relação à formação científica. A *cultura escolar* instituída naquele momento estava voltada para as chamadas *humanidades clássicas* e, em particular, para o estudo do Latim, tendo em vista a existência de quatro cadeiras de Latim.

Para contornar o problema da falta de professores, a lei paraense nº 30, de 28 de setembro de 1839, autorizou o governo a contratar professores interinos para as cadeiras de Retórica, Francês e de Primeiras Letras, dispensando a realização dos exames previstos. Em termos teóricos, isso significa dizer que a estratégia oficial adotada foi flexibilizar o *aparelho docimológico*[1] instituído pelo Estado. (CHERVEL, 1998) Como era uma contratação provisória, essa lei previa que, uma vez aparecendo candidato disposto a prestar o devido concurso público, se ele fosse aprovado, o professor interino deveria deixar o cargo. (REGO, 2002).

Demanda por Aulas de Geometria (1840)

Ao iniciar nossa análise de traços históricos do ensino secundário da matemática no contexto das províncias do Pará e do Amazonas, e nos meados do século XIX, encontramos registros textuais de demanda política pela criação de *Aulas* de Geometria. O termo *Aula* era empregado, naquela época, no sentido de uma *instituição,* gerida por um único professor cujo salário seria pago com

[1] Quando estivermos descrevendo a análise teórica, todas as vezes que fizermos referência a um conceito objetivado no campo da história das disciplinas escolares, a expressão ou termo associado será destacado por nós com *letras itálicas* por entender ser importante articular dos traços históricos sintetizados com o quadro teórico utilizado.

os recursos públicos e que geralmente ministrava seus ensinamentos em sua própria residência. Também encontramos nos documentos paraenses a expressão *Escola de Geometria*. Mas, o período de instalação dessas *instituições* isoladas precedeu a fase de criação dos primeiros liceus provinciais. Os relatórios analisados por nós enfatizavam *a necessidade* da criação dessas Aulas de Geometria. Assim, despertamos nosso interesse para tentar compreender, no contexto da época, a origem desse discurso de valorização pelo estudo da Geometria. Por que não defender, naquele momento o estudo da Aritmética, da Álgebra ou da Trigonometria? Quais eram os motivos que justificavam o estudo dessa parte da Matemática?

Na linha proposta por André Chervel, as disciplinas escolares não têm o mesmo grau de importância, em função das finalidades que outras instituições tentam impor à escola. Atualmente, segundo nosso entendimento, o *aparelho docimológico* idealizado pelo poder público brasileiro voltou a priorizar uma avaliação diferenciada dos estudos de Língua Portuguesa e Matemática. Mas, os professores não devem concordar com essa visão porque trata de uma ingerência externa, tentando determinar os rumos das práticas escolares que são produzidas no canteiro de trabalho cotidiano dos professores. O discurso político estava valorizando, no contexto paraense, o estudo de uma disciplina em função do momento histórico e das finalidades previstas no quadro da *cultura escolar* instalada. André Chervel trata dessa questão, ao mostrar a valorização assumida pelo estudo de certas disciplinas em detrimento de outras. Da mesma forma como existe uma *escala de excelência* no conjunto dos *exercícios* propostos, em dado momento no quadro de uma *disciplina escolar*, as próprias disciplinas também recebem valorização diferenciada por parte das instituições associadas à escola.

Encontramos também essa mesma demanda pela criação de *Aulas* de Geometria em relatórios, da mesma época, dos presidentes das províncias do Maranhão e do Ceará. As anotações de Primitivo Moacyr (1939) também transcrevem exemplos dessa valorização discursiva em favor a abertura de aulas de Geometria. (MOACYR, 1934) O motivo dessa demanda era que os exames de preparatórios para o ingresso nos cursos jurídicos, de Recife e São Paulo, passaram a incluir esse conteúdo matemático. Em outros termos, havia um *aparelho docimológico*, usando a expressão de Chervel (1998). Trata-se de idealizar um sistema articulado de exames por meio dos quais as instituições tentam exercer o controle sobre a escola. No caso analisado por nós, a Geometria passou incluída nos programas de exame para o ingresso nos cursos jurídicos.

Os organizadores dos cursos jurídicos, em sintonia com o poder legislativo, passaram a defender a importância do raciocínio lógico contido nas demonstrações geométricas como uma prática formadora da razão ou como uma *lógica prática*, de acordo com expressão transcrita por Wagner Valente. Entretanto, a inclusão dessa matéria no ensino secundário não significou uma opção em ampliar os aspectos científicos da instrução pública, pois a valorização da visão humanista predominou, de forma quase absoluta, até o final do Segundo Império. Nesse momento o discurso em favor da criação de aulas de geometria justificava-se diante da *necessidade* da instrução pública proporcionar um ensino secundário compatível com as orientações do ensino superior de cunho humanista. (VALENTE, 2007)

No primeiro plano de estudo do Colégio Pedro II o estudo da matemática estava proposto de acordo com a seqüência de Bézout, a qual consistia em começar pela Aritmética, passar para a Geometria e, em seguida, concluir com a Álgebra. Em outros termos, a valorização do estudo da Geometria, tal como constatamos nas províncias do norte do Brasil, por volta da década de 1840, estava inserida numa *cultura escolar*, onde havia ainda uma *sequência* a ser seguida no ensino secundário, tal como a *vulgata* estabelece uma ordem a ser seguida pelo professor. Esse modelo predominou certo tempo em instituições militares, onde a intenção era aplicar os conteúdos aritméticos na solução de problemas práticos. Mas, apenas três anos após iniciar as aulas, foi feita a primeira reformulação nos programas e a seqüência adotada foi aquela idealizada por Lacroix, antecipando o estudo da Álgebra em relação à Geometria.

Reforma paraense da instrução pública (1841)

O discurso político em favor da criação de aulas avulsas de Geometria tomou maior materialidade, no contexto paraense, com a Lei provincial nº 97, de 28 de junho de 1841, sancionada pelo presidente Bernardo de Souza Franco, instituindo uma ampla reforma na instrução primária e secundária nos domínios da província e criando o Liceu Paraense. Como aconteceu em outras províncias, o objetivo dessa reforma era criar um estabelecimento para reunir aulas avulsas e servir de referência para toda a instrução pública da província. Essa foi uma *estratégia* adotada não somente no Pará e, de certa forma, tentava reproduzir a estratégia da criação do Colégio Pedro II, concebido para servir de modelo para todas as outras instituições de ensino secundário.

A reforma paraense de 1841 determinou que o ensino secundário fosse ministrado em dois *Liceus.* Mas, no contexto da redação do documento, entendemos que o termo *Liceu* foi usado no sentido de *curso*, pois, esclarece que um deles seria destinado aos estudos das humanidades clássicas e o outro para o comércio. Além do mais, o artigo 11 da referida lei confirma esse nosso entendimento – o termo *Liceu* estava sendo usado no sentido de *curso* – ao esclarecer que **haveria somente um estabelecimento com o nome de Lyceu Paraense**. [grifo nosso]. Entretanto, a criação de um estabelecimento de ensino traz consigo outro elemento fundamental que são os *programas de ensino* ou *planos de estudo*. Esta última expressão sendo empregada com uma conotação bem mais ampla, instituindo o conjunto das matérias ou das disciplinas que o estabelecimento deve ministrar, enquanto que a primeira expressão tem um sentido mais preciso e lista os conteúdos a serem ministrados no contexto de uma disciplina. (CHERVEL, 1998)

Dessa maneira, fomos levados a identificar os ***planos de estudo*** previstos para os dois cursos iniciais do Liceu Paraense. O conjunto das matérias previstas para os dois cursos eram as seguintes: Língua Latina; Língua Francesa**;** Aritmética, Álgebra e Geometria; Filosofia Racional e Moral; História Universal; Geografia Antiga e Moderna; História do Brasil; Retórica, Crítica, Gramática e Poética; Escrituração Mercantil e Contabilidade Língua Inglesa. Portanto, com exceção das matérias da área contábil e das matemáticas, todas as outras estavam voltadas para a formação clássico-humanista. O curso de ensino secundário de cunho humanista foi estruturado para ter cinco anos de duração, enquanto o correspondente curso do Colégio Pedro II, do Rio de Janeiro, era composto por sete anos de estudo. Em termos gerais, predomina nesse momento uma *cultura escolar* voltada, quase exclusivamente, para a formação clássica e humanista. Desse modo, somos levados a refletir qual era a *finalidade* das matérias matemáticas no contexto desse quadro cultural no qual o Liceu Paraense foi instalado.

As matérias de Matemática eram as mesmas da instituição de referência localizada no Rio de Janeiro, bem como a ordem prevista: Aritmética; Álgebra e Geometria. Mas, passados sete anos da instalação do Liceu Paraense, apenas o Curso de Humanidades estava funcionando com as matérias: Latim, Francês, Inglês, Filosofia racional e moral, Retórica, Geografia, Escrituração mercantil. Nesse momento, não havia pessoas em condições de ministrar as aulas de Matemática e o governo lança a estratégia de oferecer bolsas de estudo para jovens paraenses que quisessem realizar estudos de Matemática na Europa (MOACYR, 1939, p. 80). Dessa maneira, mesmo que a visão predominante fosse a formação humanista, surge a intenção de aplicar recursos públicos da formação de jovens que pudessem se qualificar na Europa e retornar para ensinar Matemática.

Ao pesquisar traços históricos do ensino secundário da Matemática no contexto de criação do Liceu Paraense, é preciso indagar a propósito das condições existentes naquele momento para o ensino primário. A reforma de 1841 previu *instrução primária gratuita* para todos os cidadãos. Por outro lado, foi criada a estratégia de dividir as escolas em duas classes. As escolas de *Primeira Classe,* aquelas que teriam um plano de estudo bem mais completo, e as de *Segunda Classe* teriam um plano de estudo bem mais reduzido. Nesse aspecto, é preciso perceber que o termo *classe* estava sendo utilizado para qualificar a instrução ministrada. Quanto a esse aspecto, Chervel chama-nos a atenção para o fato do início da expansão das escolas populares na França ter exatamente essa mesma diferenciação das escolas primárias em função das suas *finalidades*, ou seja, nesse momento, não podemos pensar em uma cultura escolar geral para todas as classes sociais. (CHERVEL, 1998)

Para compreender essa diferença no contexto paraense de 1841, fomos levados a indagar a propósito da diferença do estudo da matemática previsto para esses dois tipos de escola. O plano de estudo das *escolas de primeira classe previa*: leitura, escrita ou caligrafia, *princípios de aritmética com o perfeito conhecimento das quatro operações aritméticas, mais o estudo dos números inteiros, fracionados* *e complexos e proporções*; gramática da língua nacional e elementos de ortografia. Novamente, no que se refere ao estudo da matemática, esse plano de estudo era uma proposta arrojada para época, pois estava em sintonia com o sumário da obra história de Lacroix. Para as *escolas primárias de segunda classe* estavam previstas apenas as seguintes matérias: *princípios da moral cristã e da religião do Estado, noções de civilidade, elementos gerais de geografia, leitura da constituição e história do Brasil*. Em outros termos, para as classes populares a instrução matemática não existe no plano oficial de estudos.

Aritmética de André Curcino Benjamim (1851)

A lei provincial paraense nº 193, de outubro de 1851, determinou que fosse adotada nas escolas públicas da província a *Aritmética Prática,* um livro didático escrito por André Curcino Benjamin. Mas, a própria legislação previu que o autor deveria atender a uma exigência para contribuir com os professores que fossem utilizar o livro. Ele deveria, no período de um ano, fornecer explicações sobre as regras contidas no seu livro a todos os professores primários que o procurassem. O poder provincial determina a obrigação do autor fornecer explicações sobre as regras matemáticas contidas em seu texto didático. Nesse ponto, a existência de uma *rede de instituições* aparece com clareza, envolvendo escola, professor, autor de livro didático e o poder público. Trata-se de um quadro de relações de poder, interligando poder público, autor, escolas e os professores. Nesse sentido, o poder público estava dotado de uma estratégia de controle não somente sobre o autor, mas também em relação aos professores que deveriam se dispor em tirar suas dúvidas diretamente com quem escreveu o livro. Esse controle se constitui em uma parte localizada do *aparelho docimológico*, conceito proposto por Chervel para caracterizar parte da cultura escolar, a legislação previa que o livro somente poderia ser admitido definitivamente nas escolas paraenses depois que o autor procedesse às alterações sugeridas pelos avaliadores. Dessa maneira, após proceder às correções, o livro seria novamente avaliado e depois da aprovação por um conselho e pelos deputados. Esse fato ilustra um mecanismo de controle das relações entre as instituições, mostrando as linhas de articulação entre as praxeologias específicas das organizações matemáticas e o aval da obra fornecido pelo poder público.

Escolas Primárias de 1º e 2º graus (1851)

Uma década após a instalação do Liceu Paraense, o estudo da Matemática ainda continua com problemas devido à falta quase constante de professores e de alunos em condições de receber as lições. A solução criada para ampliar as bases desse estudo no contexto paraense segue a mesma orientação do que aconteceu em outras províncias: a manutenção e reforço da política de diferenciar o ensino primário, visando propiciar um nível adequado em que os alunos pudessem ser preparados para continuarem seus estudos no nível secundário. Nesse sentido, a lei paraense nº 203, de outubro de 1851, instituiu uma reforma de ensino, mantendo a classificação das escolas primárias em dois graus. As escolas do ***primeiro grau*** tinham o objetivo de ensinar o aluno a ler, escrever e estudar arithmetica até proporções. Para as escolas de ***segundo grau*** estava prevista a continuidade do estudo da matemática elementar através das aplicações da aritmética ao comércio, bem como o estudo de geometria prática. A existência de um comércio arrojado no Pará, nessa época, influencia a definição de uma *cultura escolar* que contemplasse a aplicação da matemática em problemas do comércio. Tratava-se da articulação do currículo humanista e tentar atender exigências locais em contemplar o estudo de questões do comercio. Nesse momento, verificamos que o plano de estudo de matemática das escolas de 2º grau era uma continuidade dos estudos feitos no 1º grau, direcionando para uma preparação para o trabalho e com um enfoque essencialmente prático. O critério previsto para classificar as escolas deveria ser o número de alunos.

Aritmética Álgebra e Geometria (1859)

O ensino secundário estava, em 1859, concentrado no Liceu Paraense e as matérias ministradas eram as seguintes: latim; francês; inglês; aritmética e álgebra, geometria retilínea, contabilidade e escrituração mercantil, geografia e história universal e do Brasil, retórica e poética, filosofia racional e moral, musica. (Moacyr, 1939) Portanto, na parte referente ao ensino da matemática estava sendo aplicado o modelo proposto por Lacroix, no bojo das inovações decorrentes das reformas patrocinadas pela Revolução Francesa. Esse modelo era inovador consistia em defender uma antecipação do estudo da Álgebra, sob o argumento de que não faria sentido separar esta disciplina do estudo da Aritmética. Nesse momento prevalecia a concepção de que a Álgebra era uma *Aritmética Universal,* no sentido de ser uma generalização das idéias estudadas na Aritmética Elementar. (VALENTE, 2007). A adoção desse currículo inovador para o estudo da matemática secundário mostrava, por um lado, certa *atualidade* em relação ao discurso educacional de alguns dos responsáveis pela instrução pública. Entretanto, não havia estabilidade nessa linha dos discursos oficiais, pois, ao mesmo tempo ecoavam discursos contrários à valorização do ensino da matemática. Nessa direção estava o discurso do presidente Vasconcelos que se posiciona contra o estudo da matemática, ao dizer: *O que ganhará o aluno ao estudar proporções aritméticas, da aritmética aplicada ao comércio, dos decimais, das frações ordinárias e dos complexos recomendados nas instruções de 16 de março de 1853.* (MOACYR, 1939, p. 97). A expressão desse tipo de opinião oscila entre a formação humanista e a científica, em função das instituições cujas relações predominam em determinado contexto.

Primário Inferior e Superior (1870)

A Lei provincial paraense nº 664, de 12 de outubro de 1870, estabeleceu um novo regulamento para a instrução pública. O ensino elementar ficou dividido em primário inferior e primário superior. O regulamento previa que os estudos do primário inferior eram aqueles que todo cidadão deveria saber, ao passo que o objetivo do primário superior era preparar o aluno para o ingresso no ensino secundário, o qual, por sua vez, visava preparar o aluno para o ingresso nos cursos superiores. Dessa maneira, tivemos interesse em analisar a função exercida pela matemática nesse processo de seleção social. Assim, constatamos que no primário inferior estava previsto somente o estudo das quatro operações fundamentais da aritmética e noções práticas do sistema métrico de pesos e medidas. Por outro lado, o plano de estudo do primário superior previa o estudo completo dos elementos de aritmética até proporções e a complementação pelo estudo das noções elementares de geometria. Ao comparar os conteúdos matemáticos propostos para diferenciar o primário inferior do superior, o estudo da geometria aparece com um caráter de preparatório, uma vez que os alunos do primário superior tinham por meta ingressar no ensino secundário. Por outro lado, o pragmatismo predominava nesse currículo do primário inferior, pois a parte da aritmética estava reduzida às quatro operações fundamentais. O estudo do sistema métrico decimal era uma decorrência da época, pois o mesmo havia sido decretado em 1862 e ainda persistiam, por volta de 1870, polêmicas em torno de sua implementação definitiva. (MOACYR, 1939, p. 118)

Presidente e Professor de Matemática (1852)

O primeiro presidente da Província do Amazonas foi o professor e deputado paraense João Baptista de Figueiredo Tenreiro Aranha. Uma década antes de assumir a administração da nova província ele tinha exercido o cargo de professor de Aritmética do Liceu Paraense. Apesar de sua boa intenção educacional, como mostra o primeiro regulamento da instrução pública por ele elaborado, suas idéias não foram implementadas, pois ele permaneceu no cargo poucos meses. A instalação da Província do Amazonas ocorreu no dia 1º de janeiro de 1852, quando Tenreiro Aranha foi empossado no cargo de presidente, após exercer o mandato de deputado provincial paraense, por várias legislaturas, entre 1840 e 1849.

A atuação política de Tenreiro Aranha na Corte, quando representou o Pará na Assembléia Geral, foi decisiva para finalizar os acordos de instalação da nova Província. Ao analisar seus dados biográficos, cumpre-nos destacar que, no início de sua carreira política, ele foi professor da cadeira de Aritmética e Escritura Mercantil no Liceu Paraense, nomeado em 11 de fevereiro de 1841. Por esse motivo, somos levados a indagar a propósito das orientações do presidente Tenreiro Aranha para conduzir o ensino da matemática na recém instalada província amazonense.

Ao levantar elementos de resposta a essa questão, concluímos que o primeiro presidente tinha, de fato, uma *intencionalidade educacional*, pois, transcorridos 68 dias da sua posse, mandou publicar o primeiro regulamento da instrução pública. (BITTENCOURT, 1981) Entretanto, em vista das dificuldades as intenções do presidente permaneceram no plano das divagações. Na prática, o texto do primeiro regulamento foi letra morta. Por esse motivo justifica-se a nossa intenção de falar apenas da transposição de discurso entre as instituições ligadas ao ensino escolar. O presidente idealizou, com base em sua experiência como professor, um ensino de matemática secundaria arrojado para a época, mas suas idéias não foram postas em prática, assim sendo não podemos falar que houve transposição de práticas entre o Lyceu Paraense e o Poder Público Educacional Amazonense.

Cadeira de Francês, Aritmética, Álgebra e Geometria (1850)

A situação do ensino secundário amazonense era precária no início da década de 1850. Conforme observa Pinheiro (2004, p. 53), sequer havia sido criada uma cadeira para o ensino da língua portuguesa e *a única cadeira destinada ao ensino secundário em 1852 era a língua francesa*. E a existência dessa cadeira ilustra o que estamos chamando de *transposição do discurso*, no sentido negativo veiculado na educação, através das reformas instituídas, e as efetivas medidas para implementá-las. Mas, não deu certa a tentativa de idealizar uma instrução secundária nos moldes europeus. A referida cadeira não foi provida com facilidade. Essa informação consta no relatório do presidente paraense, Augusto Aguiar, de 9 de dezembro de 1851, ao prestar contas da situação da região. Esse episódio, interligando o ideário educacional dos legisladores da época e a intenção de priorizar o ensino da língua francesa e das matemáticas, é um dos primeiros registros referentes ao ensino secundário nos domínios do Amazonas. As observações descritas por Miranda Leão confirmam esse entendimento por meio do seguinte destaque: “durante o período longo que esta cidade foi sede da Comarca do Alto Amazonas, pertencente à Província do Pará, nada há com relação ao ensino secundário oficial”. (MIRANDA LEÃO, 1925, p. 28)

Primeira cadeira do ensino secundário no Amazonas (1853)

A instalação da primeira cadeira do ensino secundário amazonense, prevendo o ensino de Francês, Aritmética, Álgebra e Geometria por um mesmo professor, ocorreu somente no dia 7 de janeiro de 1853, isto é, cerca de dois anos após sua aprovação. Mesmo assim, para contornar o problema da falta de professores, foi adotada uma solução provisória conforme relatório, do dia 1º de outubro de 1853, elaborado pelo presidente Herculano Ferreira Pena:

> A Cadeira de Francês, Arithmetica, Álgebra e Geometria, criada nesta cidade, pela lei provincial do Pará de 29 de novembro de 1850, era regida quando aqui cheguei, por um professor interino, o qual ensinava só aquela língua, não percebendo, todavia o ordenado, por não estar incluído no orçamento. Tendo ele pedido demissão, nomeei para substituí-lo, também interinamente, um Bacharel em Letras e em Ciências pela Universidade de França, Eugène Japiot, cuja vinda da Corte para a Província foi auxiliada, a pedido meu, pelo Sr Ministro do Império. (FERREIRA PENA, 1853)

Conforme explicações do presidente Ferreira Pena, o professor de francês não dominava a língua portuguesa e esse seria o motivo pelo qual o mesmo não estava ensinando, como deveria os conteúdos matemáticos. Para contornar essa situação, a solução encontrada foi nomear outro professor para, *em comissão* com o responsável pela cadeira, ensinasse a parte referente aos domínios da Matemática. Apesar desta ter sido a explicação fornecida pelo presidente, resta-nos uma dúvida se o verdadeiro motivo para o professor francês ter sido *dispensado* das aulas de Matemática, seria, de fato, o domínio da língua, pois de acordo com a lei nº 21, de 28 de novembro de 1853, o referido professor francês passou a ser obrigado a ensinar história e geografia. Esta lei diz o seguinte: *Impõe-se ao professor público de francês a obrigação de ensinar também geografia e história e exonera-o do ensino de aritmética, álgebra e geometria e marca-lhe o ordenado de 600.000 réis*. (Conforme os Anais da Assembléia Legislativa Amazonense, vol I, 1852 e 1853, p. X).

Ao comparar os dados do relatório presidencial com a determinação do poder legislativo, resta-nos a dúvida se o verdadeiro problema para exonerar o professor da obrigação do ensino da matemática seria a falta de domínio da língua portuguesa ou sua não familiaridade com matemática. Finalmente, pela lei nº 29 de 1853, foi criada a cadeira de Filosofia racional e moral. Por esta legislação, *todas as aulas* do secundário deveriam funcionar nas dependências do Seminário São José. Era este o embrião de uma instituição que seria a criação do Liceu Amazonense. (MIRANDA LEÃO, 1925)

Primeiro professor de matemática no Amazonas (1853)

Ao liberar o professor da cadeira de francês do ensino da matemática, conforme descrevemos no parágrafo anterior, foi necessário criar uma cadeira específica para o ensino de Aritmética, Álgebra e Geometria. Assim, o primeiro professor a ocupar a primeira cadeira de matemática no Amazonas foi o Bacharel em Ciências Físicas e Matemática, formado pela Escola Militar, Capitão Hilário Maximiano Antunes Gurjão, um paraense cujo nome está inscrito entre os heróis da Guerra do Paraguai. Esse é um traço identificado por nós, mostrando que o ensino de matemática secundária no Amazonas iniciou pelas técnicas e métodos desse militar. As aulas ministradas por esse professor de Aritmética, Álgebra e Geometria iniciaram no dia 10 de maio de 1853, com 17 alunos inscritos, embora no próximo ano restassem apenas três. A cadeira assumida pelo professor Gurjão foi instituída pela Resolução nº 22, de 28 de novembro de 1853.

Regulamento da Instrução Pública (1859)

De acordo com informações de Miranda Leão (1925) o primeiro regulamento da instrução pública posto em prática no Amazonas foi o de número 9, aprovado em 1859, o qual previa a existência das cadeiras de: latim, francês, retórica, geografia e história, música e *aritmética, álgebra e geometria*. Dessa maneira, no final da primeira década de existência da Província do Amazonas, o ensino secundário dava seus primeiros passos, no sentido de institucionalizar um plano de ensino secundário. Talvez a única exceção possa estar ligada à cadeira de matemática onde, certamente, a visão implementada também não escapava à regra geral. Embora as fontes que tivemos acesso não nos permitem fazer afirmações categóricas, o quadro que acabamos de descrever sinaliza para a existência de mais um elemento interpretado por nós como sendo uma transposição de discursos de valorização do ensino da matemática, porém, faltando ainda a devida implementação no campo das práticas escolares cultivadas na sala de aula. O saber matemático tinha ainda a finalidade exclusiva de formar o intelecto ou de servir de ginástica espiritual.

Criação do Liceu Amazonense (1869)

Pela Lei provincial nº 29, de 4 de março de 1869, Francisco de Paula Belo passou a ocupar a cadeira de Gramática e Retórica do *Liceu*, conforme termo adotado pelo professor amazonense Agnello Bittencourt (1981), quando registra traços históricos da educação local. Porém, nesse momento a instituição existente, denominada de *Liceu,* não havia sido criada oficialmente, funcionava no Seminário São José, onde estavam reunidas as cadeiras do secundário. Logo em seguida, entra em vigor o Regulamento nº 18, de 14 de março de 1869, por ato do presidente João Wilkens de Mattos, criando o Lyceu Provincial. Esse regulamento é aprovado pela Lei nº 184, de 19 de maio de 1869. A administração desse estabelecimento estava a cargo do diretor da instrução pública e o seu primeiro plano de ensino compreendia: Francês, Aritmética, álgebra e geometria, Filosofia racional e moral, Gramática universal, Retórica, Geografia antiga e moderna e Latim. Portanto, a proposta do primeiro plano de estudo da matemática no Liceu Amazonense estava inserida, como no caso paraense, na linha clássica e humanista.

O presidente João Wilkens de Mattos fez um relatório, em 1869, no qual considerava *satisfatório* o número de alunos matriculados no primário. A intenção era justificar a criação do Liceu e tentar mostrar que a situação local não deixava a desejar em relação à França. Mas, tais afirmações nada mais eram do que estratégias baseadas em artifícios numéricos. (PINHEIRO, 2004) Esse discurso merece uma análise crítica, pois não reconhecia o estado de atraso da instrução, sobretudo, quanto ao problema da formação de professores primários, pois o mesmo presidente Wilkens de Mattos nada faz para criar a Escola Normal, o que aconteceria somente uma década após.

José de Miranda da Silva Reis assumiu a presidência da Província do Amazonas em 8 de junho de 1870 e poucos meses depois, no relatório de 25 de março de 1871, solicitou autorização da Assembléia Provincial para fazer outra reforma do ensino. Nessa ocasião, Gustavo Adolfo Ramos Ferreira, no cargo de diretor da instrução publica, apresentou projeto de reforma prevendo a criação de uma Escola Normal. Mas, essa proposta não foi aceita e mais uma vez foi postergada a criação da primeira instituição amazonense para formação de professores primários.

19. Elementos de Síntese

A evolução da educação matemática no contexto amazonense, no período das duas primeiras décadas que sucederam à instalação da província, não difere essencialmente das dificuldades enfrentadas pelas demais províncias, quer seja em termos da falta de professores quanto da existência de efetivas medidas políticas para a expansão da instrução para as camadas populares. Conforme foi possível constatar, a dificuldade maior caracteriza-se pela falta de professores e de recursos específicos para implementar uma abrangência maior da educação local, não somente no que diz respeito ao ensino secundário como também no ensino primário. Foi possível constatar que o início do ensino da matemática secundária no contexto amazonense do período analisado ocorreu pela atuação de práticas características da formação militar tendo em vista a atuação do Brigadeiro Hilário Gurjão como o primeiro professor de matemática oficial do ensino secundário no referido contexto.

A evolução do ensino da matemática na Província do Pará, nos meados do século XIX, não é muito diferente das dificuldades verificadas nas demais províncias. Essas dificuldades dizem respeito aos baixos salários pagos aos professores. Por outro lado, as políticas locais implementaram nas províncias uma enorme distância entre a educação primária prevista para as classes populares e aquela destinada a preparação para o ingresso no ensino secundário e uma possível continuidade no ensino superior. Ao que tudo indica a dificuldade maior caracteriza-se pela falta de professores e de recursos específicos para implementar uma abrangência maior da educação local. A existência de publicações locais de textos didáticos de Aritmética, tal como o de André Curcino Benjamin mostra a criação de estratégias locais para tentar minimizar o problema da falta de materiais adequados para a expansão da educação escolar.

Referências

AMAZONAS, Assembléia Legislativa do Estado. *Anais da Assembléia Legislativa Provincial do Amazonas 1852-1853*. Manaus: 1997.

BLAKE. Augusto Victorio Alves Sacramento. Dicionário Bibliográfico Brasileiro, 7º Volume. Imprensa Nacional. Rio de Janeiro: 1902

BITTENCOURT, Agnello. *Pródromos Educacionais do Amazonas.* (obra póstuma) Edição do Instituto Geográfico e Histórico do Amazonas. Imprensa Oficial do Estado do Amazonas. Manaus: 1981.

BOLEA, Pilar. *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares.* Tese de doutorado. Universidade de Zaragosa: 2002.

CHERVEL, André. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa*. Porto Alegre: *Teoria e Educação, n. 2*, p. 177-229, 1990.

CHERVEL, André. *La Culture Scolaire*. Paris, Editora Belin, 1990.

CORRÊA, Carlos Humberto Alves. Circuito do livro escolar: elementos para compreensão do seu funcionamento no contexto educacional amazonense (1852 – 1910). Tese de doutorado defendida na UNICAMP. Campinas: 2006.

FERREIRA PENA, Herculano. Fala dirigida Assembléia Legislativa Provincial do Amazonas, no dia 1º de outubro de 1853, na abertura da 2ª sessão ordinária. Typographia de M.S. Ramos, Manaus: 1853.

LOURENÇO FILHO, Manoel Bergstroem. *A formação de professores da Escola Normal Escola de Educação.* INEP-MEC, Brasília: 2001.

MIRANDA LEÃO, Manoel de. Antiga Província do Amazonas. In *Annuario do Gymnasio Amazonense Pedro II*. Manaus: 1925.

MOACYR, Primitivo. *A instrução e as províncias. Subsdios para a história da educação no Brasil (1834 – 1889). Das Amazonas as Alagoas.* Cia. Editora Nacional. São Paulo: 1939.

PARA. *Relatório do presidente do Par Domingos Jos da Cunha Junior, presidente da províncial em 1º de julho de 1873.* Tip. do Diário do Grão-Par. Belém: 1873.

PINHEIRO, Maria Luíza. *Apontamentos a acerca da instrução pblica no Amazonas Provincial (1850 – 1870)*. In Amazônia Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFAM. Ano 9, número 2. Manaus: 2004

REGO, Clóvis Moraes. Subsídios para a História do Colégio Estadual Paes de Carvalho. Editora da UFPA e L&A Ediotra. Belém: 2002.

REIS, Arthur Cezar Ferreira. Ferreira. *História do Amazonas*. Itatiaia, 3ª ed. Belo Horizonte: 1998.

SAVIANI, Demerval e outros. *O legado Educacional do século XIX*. Editores Associados. Campinas: 2007.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Uma história da matemática escolar no Brasil*: 1730-1930. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2007.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Livro didático e educação matemática: uma história inseparável*. Revista Zetetiké, v. 16, UNICAMP, Campinas: 2008.

COMPETÊNCIAS, HABILIDADES, ATITUDES E FLEXIBILIDADE COGNITIVA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Marlene Alves Dias (UNIBAN)
Tânia Maria Mendonça Campos (UNIBAN)

Resumo: Apresentamos uma breve exposição sobre o ponto de vista que consideramos a questão da flexibilidade cognitiva em matemática. Essa exposição está centrada no estudo realizado por Dias (1998) em sua tese. Em seguida, associamos essa questão à classificação proposta por Artigue (2004) e a abordagem teórica em termos de níveis de conhecimento esperados dos estudantes de Robert (1997). Na sequência, a partir do referencial teórico escolhido e do nosso questionamento sobre as possibilidades de um trabalho flexível com a noção de números racionais delineamos nossa metodologia que permitiu, por meio de um estudo epistemológico, observar a complexidade e as dificuldades do desenvolvimento histórico dessa noção e por meio de uma análise didática, que existe um espaço para tarefas, em geral, centradas no tratamento e conversão de registros de representação semiótica, conforme Duval (1995), que podem ser introduzidas em diferentes níveis possibilitando a articulação dos conhecimentos matemáticos institucionalmente trabalhados nas diferentes etapas da escolaridade e que permitem o desenvolvimento das competências, habilidades e atitudes necessárias para o desenvolvimento de atividades matemáticas.

Palavras-chave: flexibilidade cognitiva, níveis de conhecimento, números racionais.

Abstract: We present a short exhibition on the point of view that we found the question of the cognitive flexibility in Mathematics. This exhibition is centered in the study carried out by Dias (1998) in her thesis. Next, we associate this question to the classification proposed by Artigue (2004) and to the theoretical approach in terms of levels of knowledge expected of the students of Robert (1997). In the sequence, from the theoretical framework chosen and our questioning of the possibilities for a flexible job with the notion of rational numbers we outline our methodology that allowed, from the epistemological point of view, to observe the complexity and the difficulties of the historical development of this notion and, from the educational point of view, there is a space for tasks, in general centered in the treatment and conversion of records of semiotic representation, according to Duval (1995), which can be introduced in different levels enabling the articulation of mathematical knowledges in different institutional worked stages of schooling and which allow the development of the competences, skills and necessary attitudes for the development of mathematical activities.

Key-words: cognitive flexibility, levels of knowledge, rational numbers.

Introdução

Observamos que, nas pesquisas em educação e, em particular, em educação matemática, conforme nosso ponto de vista, a flexibilidade entre formas de conhecimento e representações simbólicas tende a ser reconhecidas como uma componente essencial da conceituação e da compreensão matemática. A articulação de uma noção matemática com outros conceitos, seja na sua utilização como ferramenta implícita ou explícita ou como um objeto matemático do saber, possibilita revisitar esse conceito em função do nível de conhecimento esperado dos estudantes no decorrer de sua trajetória escolar, ou seja, ele pode ser trabalhado sob diferentes pontos de vista em um mesmo quadro ou em diferentes quadros conduzindo a identificação dos registros de representação mais adequados nos diferentes momentos.

Para esse estudo escolhemos a noção de número racional, que é trabalhada desde os primeiros anos da educação básica até o ensino superior, onde ela é tratada por meio da noção de estrutura algébrica que permite um tratamento rigoroso que lhe confere o status de número. Mas, é importante observar que o conceito de número racional tem sido muito pesquisado por apresentar grandes dificuldades para os estudantes desde sua introdução nos primeiros anos da educação básica.

Consideramos, ainda, que a noção de número racional pode ser trabalhada em diferentes conteúdos e de diferentes formas em função dos diferentes níveis de abstração que se propõe desenvolvê-la. Além disso, como já observamos acima, ela permite levar em conta as conexões entre os diferentes campos de experiência dos estudantes, os pontos de vista que possibilitam o trabalho com a noção, os quadros para o seu desenvolvimento e as representações que permitem sua manipulação. Trata-se de uma noção que exige uma abordagem articulada dos conhecimentos desenvolvidos pelos estudantes desde os primeiros anos de sua vida escolar e que está associada a várias aplicações do cotidiano.

Dessa forma, sendo o objetivo de nossa pesquisa compreender quais as possibilidades de tratamento da noção de número racional em função do nível de conhecimento esperado dos estudantes, para que se possa desenvolver uma abordagem que se leve em conta a articulação dessa noção com as outras noções em jogo, dependendo do contexto escolar, e das competências, habilidades e atitudes que desejamos desenvolver, fundamentamos esse estudo no trabalho de Dias (1998), que coloca em evidência a evolução e certas características da flexibilidade entre diferentes formas de conhecimento, para o caso específico da álgebra linear, apoiando-se prioritariamente em trabalhos que concernem o ensino superior.

Apesar de seu trabalho focar o ensino superior, o referencial teórico por ela escolhido coloca em evidência a evolução e as características do que ela denomina flexibilidade cognitiva. Para isso, Dias distingue duas grandes categorias de abordagens do conhecimento matemático:

As abordagens que se estruturam no domínio global dos modelos "cognitivos" **hierárquicos**, onde certa flexibilidade aparece através das relações dialéticas existentes entre essas hierarquias. A autora destaca os trabalhos de:

- Piaget e Garcia (1983) cujo objetivo central é estudar os instrumentos e os mecanismos comuns à construção dos conteúdos de determinados sistemas de noções de física, geometria e álgebra.

- Hillel e Sierpinska (1994) que se inspiram no trabalho de Piaget e Garcia para se interrogar sobre qual dos três níveis intra, inter e trans é necessário em um curso de introdução à álgebra linear.

- Dubinsky (1991) que parte da noção de abstração refletida definida por Piaget para mostrar como essa noção pode ser utilizada para descrever a epistemologia de vários conceitos matemáticos, sugerir explicitações para as dificuldades dos estudantes na construção desses conceitos e influenciar um projeto de ensino que permite uma melhora significativa da forma como os estudantes se apropriam dos conceitos.

- Sfard (1991) que parte da questão “Como a abstração matemática pode diferir de outros tipos de abstrações na sua natureza, no seu desenvolvimento, nas suas funções e aplicações?” Que a conduz a distinguir para os conceitos matemáticos duas dimensões fundamentais: uma dimensão estrutural, estática, instantânea e integrativa e uma concepção operacional, dinâmica, sequencial e detalhada. Para Sfard, essas duas dimensões são duais e complementares; um mesmo conceito matemático pode ser considerado como um processo e um objeto ao mesmo tempo e a possibilidade de conceber um conceito sobre essas duas dimensões é indispensável para uma profunda compreensão da matemática.

- Tall (1994) que introduz a noção de “procept” e “versatile thinking” inspirado nas teorias anteriores fundamentadas na distinção entre processos e objetos e com a intenção de considerar teoricamente a flexibilidade do simbolismo matemático que, muitas vezes, pode ser interpretada ao mesmo tempo como processo e objeto, favorecendo o jogo entre os dois níveis necessários do trabalho matemático.

As abordagens onde a flexibilidade ocupa um papel central, mesmo se a dimensão hierárquica continua presente. Neste caso, Dias (1998) escolhe centrar sua atenção sobre as abordagens que acentuam uma flexibilidade entre diferentes quadros de funcionamento de um conceito, entre os diferentes registros de representação semiótica nos quais os conceitos são expressos ou trabalhados matematicamente e, finalmente, sobre os diferentes pontos de vista que lhe podem ser associados. Ela se refere, mais particularmente, aos trabalhos de:

- Douady (1984) que propõe uma teorização didática baseada em uma análise epistemológica que coloca em evidência a dualidade dos conceitos matemáticos, que, em geral, funcionam primeiro como ferramentas implícitas, depois explícitas antes de ter o status de objeto e ser trabalhado como tal. Essa análise epistemológica a conduz a transpor essas características do funcionamento do matemático para o domínio da didática via as noções de dialética ferramenta/objeto e jogo de quadros.

- Duval (1995) introduz a noção de registro de representação semiótica partindo do fato que a atividade matemática constitui um campo privilegiado para análise das atividades cognitivas fundamentais como a conceituação, o raciocínio, a resolução de problemas e a compreensão de textos. Ele observa que essas atividades cognitivas demandam a utilização de sistemas de expressão e de representações distintas da língua materna e das imagens, sendo essenciais para a aprendizagem matemática. Observamos que enquanto a noção de quadro refere-se, globalmente, ao funcionamento de um conceito matemático, a noção de registro concerne, mais especificamente, aos registros semióticos que permitem representá-los.

- Pavlopoulou (1994, 1997) se situa na perspectiva de Duval para desenvolver sua pesquisa sobre a aprendizagem das noções de vetor, combinação linear e dependência e independência linear em IR^2 e IR^3.

- Rogalsky (1995) que observa que dois pontos de vista sobre um mesmo objeto matemático são diferentes maneiras de observá-los, de fazê-los funcionar, eventualmente defini-los. Nesse sentido, observar um objeto em diferentes quadros é considerar diferentes pontos de vista. Mas, podem-se considerar vários pontos de vista em um mesmo quadro.

- Robert e Tenaud (1989) que se interessam pelo ensino da geometria no final do correspondente ao ensino médio na França e que partem da hipótese que a interação dialética de um ensino de métodos e de um trabalho regular em pequenos grupos sobre exercícios adaptados é benéfica para a aprendizagem, pois a utilização de métodos supõe uma determinada classificação dos problemas e uma identificação das estratégias e técnicas disponíveis. Nesse caso, os métodos gerais estão associados à noção de ponto de vista.

Em função de sua escolha de trabalhar com as abordagens em que a flexibilidade entre formas de conhecimento e representações simbólicas ocupa um papel central, podemos traduzi-la pela capacidade do estudante de articular os diferentes quadros em que um determinado conceito pode ser trabalhado, efetuar as atividades de tratamento e conversão de registros de representação semiótica, mudar de pontos de vista quando necessário sem que seja necessário um apelo explícito, isto é, pode-se dizer que quando o estudante é capaz de efetuar estes diferentes tipos de atividade ele se encontra preparado para trabalhar as noções matemáticas em um nível disponível, sendo capaz de reconhecer as noções em jogo nas tarefas que lhe são propostas, as representações mais adequadas para desenvolver o trabalho matemático em jogo nesta tarefa, os diferentes métodos que possibilitam sua solução, ou seja, o caminho mais econômico para desenvolver o que lhe é proposto.

Certamente, em relação a uma nova noção que está sendo introduzida poderão existir, ainda, conhecimentos que não foram desenvolvidos, mas sua flexibilidade de trabalho em relação a conhecimentos anteriores é um elemento essencial para encontrar o significado e poder utilizá-lo posteriormente de forma disponível em outras questões onde este conhecimento se mostrar necessário, sendo capaz de dar contra-exemplos, mudar de quadro, aplicar métodos não previstos, pois está familiarizado com a nova noção e suas representações, isto é, ele possui situações de referência que podem auxiliá-lo a interpretar e encontrar as ferramentas adequadas para o novo trabalho matemático que está sendo proposto.

Não é somente em relação ao estudante que se espera essa flexibilidade com o trabalho matemático, mas ela é ainda mais necessária para os professores, que em sua prática diária são chamados a preparar seus planos de aula, considerando as capacidades, competências, habilidades e atitudes que precisam ser desenvolvidas e associá-las às noções matemáticas que fazem parte das propostas para os anos das diferentes etapas escolares em que irão ministrar suas aulas.

Além disso, esses mesmos professores devem estar atentos em relação à distância que, muitas vezes, pode existir entre o nível de conhecimento por eles esperados das turmas com que trabalham e o nível real de conhecimento dos seus estudantes. Isso conduz a importância de reconhecimento do suporte institucional que permite identificar os possíveis conhecimentos prévios dos estudantes. A falta desse trabalho pode representar um obstáculo para o processo de ensino-aprendizagem, pois os professores ao preparar suas aulas precisam elaborar tarefas que permitam desenvolver determinadas capacidades, competências e habilidades que só podem ser desenvolvidas se os estudantes dispõem dos conhecimentos necessários para esse trabalho.

Isso conduz a escolha de associarmos à noção de flexibilidade cognitiva o conceito de competências, por meio da classificação em torno dos oito pólos abaixo descritos, conforme proposta de Artigue (2004). Os oito pólos, abaixo relacionados, nos parecem essenciais para que o estudante seja capaz de trabalhar de forma flexível em matemática.

Pensar matematicamente.

Colocar e resolver problemas.

Analisar e construir modelos matemáticos.

Raciocinar matematicamente.

Representar entidades matemáticas.

Manipular símbolos e formalizações matemáticas.

Comunicar em, com e a propósito da matemática.

Saber utilizar ajudas e instrumentos, portanto, as TIC (tecnologias da informação e comunicação).

Para compreender melhor como relacionar competências, habilidades e atitudes e a articulação dos conhecimentos matemáticos em jogo na etapa escolar que se está trabalhando, é preciso estabelecer quais conhecimentos podem ser levados em conta e de que forma. Para isto, escolhe-se como referencial teórico central à noção de níveis de conhecimentos esperados dos estudantes conforme definição de Robert (1997). Essa noção permite reconhecer como é trabalhada a matemática do ponto de vista institucional, ou seja, qual a relação institucional esperada e existente para o desenvolvimento de uma determinada noção matemática, conforme definição de Chevallard (1996). Além disso, é possível determinar quais as relações pessoais que se espera que os estudantes possam desenvolver em função das relações institucionais existentes, ou seja, segundo nosso ponto de vista o nível escolhido para trabalhar determinada noção matemática em uma determinada etapa da escolaridade auxilia na escolha das competências, habilidades e atitudes que desejamos desenvolver.

Para isso, analisamos aqui, via livro didático, os níveis de conhecimento esperados dos estudantes de 6º ao 9º ano do ensino fundamental, quando se introduz a noção de números racionais.

Para melhor compreender quais as escolhas feitas para trabalhar a noção de número racional na educação básica, mais especificamente, do 6º ao 9º ano, inicia-se o trabalho com uma análise epistemológica conforme o ponto de vista de Dorier (1997), que consiste em dispor de uma análise histórica da gênese do saber que será transmitido ou adquirido, esta análise histórica constitui um banco de dados, que já subentende uma reflexão epistemológica. Esse estudo está fundamentado no texto de Besnard (2000) sobre o conceito de número.

A partir dos estudos acima, elaboramos um conjunto de tarefas e práticas que nos parecem essenciais para que os estudantes possam trabalhar de forma autônoma em qualquer um dos três níveis definidos por Robert (1997), podendo, assim, desenvolver as competências, habilidades e atitudes necessárias para o trabalho em matemática.

Referencial teórico da pesquisa e questionamento

Escolhem-se como referencial teórico central os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes segundo definição de Robert (1997), a saber:

O **nível técnico** corresponde a um trabalho isolado, local e concreto. Está relacionado, principalmente, às ferramentas e definições utilizadas em uma determinada tarefa. Por exemplo, para a noção escolhida, isto é, a noção de número racional, podemos considerar a tarefa, "Conversão de uma fração dada no registro de representação geométrico (figura geométrica dividida em partes iguais) para o registro de representação algébrico explícito (2/3 para um retângulo dividido em três partes iguais com duas pintadas, determinar a razão parte-todo).

O **nível mobilizável** corresponde a um início de justaposição de saberes de certo domínio, podendo até corresponder a uma organização. Vários métodos podem ser mobilizados. O que se questiona é explicitamente pedido no enunciado da tarefa e o saber, ao ser identificado, é considerado mobilizável se ele é acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Por exemplo: Representar uma fração dada por meio do registro de representação algébrico explícito (5/3) no registro de representação geométrico (as figuras são dadas já divididas em partes iguais).

O **nível disponível** corresponde, a saber, responder corretamente o que é proposto sem indicações de ser capaz, por exemplo, de encontrar contra-exemplos, mudar de domínios, de fazer relações e de aplicar métodos não previstos. Esse nível de conhecimento está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas que o estudante sabe que as conhece e que servem de terreno de experimentação. Por exemplo: numa caixa com 4 bolas vermelhas e 5 bolas azuis. Se retirarmos, sem olhar, uma bola dessa caixa, qual a possibilidade de sair vermelha?

Após a escolha da noção matemática a ser pesquisada e do referencial teórico central, nos colocamos as seguintes questões:

- Quais os conhecimentos matemáticos necessários para introduzir a noção de número racional e como essa noção se desenvolve historicamente?
- Sobre quais níveis de conhecimento podemos fundamentar estas necessidades: técnicos, mobilizáveis e disponíveis?
- Em que sistema de tarefas e práticas é possível desenvolver estes três níveis de desenvolvimento?
- Como estão sendo trabalhados institucionalmente estes diferentes níveis de conhecimento?

Objetivos

O objetivo da pesquisa é compreender as possibilidades de tratamento da noção de número racional em função do nível de conhecimento esperado dos estudantes, para que se possa desenvolver uma abordagem que se leve em conta a articulação dessa noção com as outras noções em jogo, dependendo do contexto escolar e das competências, habilidades e atitudes que desejamos desenvolver.

Sendo assim, os objetivos específicos são:

- esclarecer qual é o papel desempenhado pelos três níveis de conhecimento (técnico, mobilizável e disponível) na aprendizagem do conceito de número racional e como esta questão é tratada nos livros didáticos, o que corresponde à identificação das relações institucionais existentes para o desenvolvimento da noção de número racional;

- compreender quais dos três níveis de conhecimento são privilegiados pelo ensino atual e os problemas didáticos associados a esta escolha;

- identificar um conjunto de tarefas e práticas que permitem ao aluno trabalhar de forma autônoma em qualquer um dos três níveis.

Metodologia

A metodologia foi dividida em três etapas:

- Análise epistemológica baseada no estudo histórico por meio do texto de Besnard (2000) sobre o conceito de número.

- Análise das diferentes tarefas que intervêm no ensino da noção de número racional e os diferentes níveis de conhecimento por elas exigidos. Com base nesta análise, estuda-se o funcionamento institucional em relação aos três níveis de conhecimento (técnico, mobilizável e disponível).

- Construção de um sistema de tarefas que permita ao aluno trabalhar de forma autônoma os principais conceitos de fração que necessitam ser desenvolvidos durante o ensino fundamental I.

Resultados

Da **análise epistemológica**, obtêm-se estes resultados:

Uma organização complexa quando trabalhamos com a introdução da noção de número racional, que são utilizados devido às necessidades de cálculos para a agricultura, arquitetura, comércio, mas que, ao serem estudados como objetos matemáticos, apresentam um alto grau de complexidade que só o desenvolvimento das estruturas algébricas permitirá considerá-los como números como é possível verificar no texto abaixo de Besnard.

> As necessidades do cálculo, principalmente para a agricultura, arquitetura, conduziram os egípcios, os babilônios e outros, a utilizar as frações. Apesar disso, essas demoraram muito tempo para serem consideradas como verdadeiros números. Euclides, por exemplo, repugnava utilizá-las. No lugar das frações, ele construiu uma teoria sutil, a teoria dos números

"comensuráveis". Duas grandezas A e B **de mesma espécie** (por exemplo, 2 comprimentos, 2 áreas, etc...), são ditas comensuráveis se existe outra grandeza C, de mesma espécie, e 2 naturais p e q, tais que:

$$A = pC$$
$$B = qC$$

É somente na idade moderna (após a Renascença), que podemos escrever alguma coisa como:

$$\frac{A}{B} = \frac{p}{q}$$

O cálculo sobre as frações, cada vez mais, consideradas como verdadeiros números, foram muito bem aceitos, principalmente após Diophante, mas por muito tempo permaneceu a idéia que A e B deveriam ser grandezas de mesma natureza. Em particular, Galileu nunca esteve em condições de escrever a formula $v = \frac{d}{t}$. [...] Para encontrar uma fração $\frac{a}{b}$, devemos naturalmente considerar um par de naturais (a, b) $\in$ **Z x Z*** com b $\neq$ 0. Mas, se ad = bc, as frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são iguais, vamos, portanto identificar os pares correspondentes, introduzindo a noção de **relação de equivalência**:

$(a, b) \approx (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$

(observar que, no caso, é a mesma fórmula da equivalência definida para a adição, nesse caso trocamos a adição pela multiplicação).

Inspirando-se nessas fórmulas, encontramos:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \ \frac{a}{b}\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Definimos assim uma adição e uma multiplicação para os pares:

$$(a, b) + (c, d) = (ad + bc, bd)$$
$$(a,b)(c, d) = (ac, bd)$$

> Verificamos que essas duas leis são compatíveis com a relação de equivalência (isto é, elas não mudam se trocamos um par por outro par equivalente), e chamamos "fração $\frac{a}{b}$" a **classe de equivalência** do par $\frac{a}{b}$. Indicamos **Q** o **conjunto das frações**. Identificamos **Z** como **subconjunto** das frações do tipo $\frac{a}{1}$ e escrevemos $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$**.** (BESNARD, 2000)

Da **análise didática**, observa-se que:

Em geral, quando se trabalha com os números racionais na educação básica utiliza-se apenas o seu caráter ferramenta implícita e explícita, como o que encontramos no seu desenvolvimento histórico, isto é, os números racionais do 6º ao 9º ano são trabalhados apenas por meio de suas representações que, em geral, estão associadas às grandezas de mesma espécie. Mas, também no caso dos anos iniciais são levadas em conta, apenas, as diferentes representações para esses números, fazendo a passagem de uma representação à outra através de situações de divisão de pizzas, bolos em partes iguais ou de um conjunto de objetos com uma determinada quantidade, por exemplo, balas, bolas ou bombons, que devem ser divididos em partes iguais que são bem ilustradas e bastante trabalhadas deixando a impressão que as maiores dificuldades não estão associadas a essas novas representações, mas à compreensão do conceito em si, pois não é feita uma real articulação entre as situações concretas e o conceito de número racional, ou seja, o trabalho aqui desenvolvido é centrado na conversão dos diferentes registros de representação sem levarem em conta as dificuldades associadas a outros conceitos em jogo nessas representações como é o caso das representações geométricas que podem não ser disponíveis para determinados estudantes.

Além disso, no caso das operações com esses números, que poderiam auxiliar nessa articulação entre representação e conceito, não existe um trabalho de conversão entre essas representações, pois a ênfase é dada para a representação algébrica intrínseca e explícita para a qual parece mais simples trabalhar as técnicas. O trabalho desenvolvido para representar frações por meio da representação geométrica, em geral, não é utilizado para desenvolver as operações.

Observamos ainda, que em relação à classificação em oito pólos de competências a serem consideradas para um trabalho flexível com a noção de número racional, verifica-se que se pode considerar que existe uma introdução ao pensamento matemático que permite que os estudantes possam ser capazes de resolver problemas e alguns até mesmo de propor problemas que relacionem grandezas de mesma espécie, sendo ainda capazes de representar os números racionais em pelo menos dois registros, isto é, o registro algébrico intrínseco e explícito, onde a fração é representada na forma a/b e o registro de representação geométrico, onde a fração é representada por uma figura geométrica dividida em partes iguais.

Mas, as competências trabalhadas que podem ter sido desenvolvidas pelos estudantes precisam ser complementadas e, não se deve estranhar que os estudantes tenham muitas dificuldades em utilizar de forma disponível a noção de número racional em outros momentos e por meio de novas representações e conceitos a ela associados. É preciso estar consciente da necessidade de revisitar essa noção em outras etapas da escolaridade, considerando os registros de representação semiótica já introduzidos, os novos registros e suas conversões de forma que os estudantes possam desenvolver as competências classificadas em oito pólos por Artigue (2004), que lhes auxiliarão a construir uma nova relação com a matemática, em que a aprendizagem de novos conceitos articulados com seus conhecimentos prévios permitirá resolver problemas cada vez mais complexos de forma autônoma.

Análise das **tarefas** existentes para o desenvolvimento da noção de número racional na educação básica:

Para a noção de número racional, quando se consideram as diferentes representações introduzidas na definição do conceito de fração e as operações com frações, verifica-se que não é feito um trabalho explícito de conversão entre os diferentes registros de representação semiótica introduzidos e que todo o trabalho permanece em um nível técnico de gravar as regras que regem a adição e a multiplicação destes números, isto é, mesmo sendo capazes de representar algumas entidades matemáticas associadas à noção de número racional, os estudantes não trabalham com as possíveis conversões entre elas e muitas vezes não são capazes de utilizar as mais adequadas no momento de resolver os problemas que lhes são propostos. Em geral, passa-se diretamente dos cortes de bolos, pizzas ou figuras geométricas, das divisões de balas ou chocolates para as representações fracionárias e destas para as técnicas operatórias sem que haja uma articulação entre a noção de número racional com as representações já trabalhadas e suas operações.

Em relação ao conjunto de tarefas que permitem ao estudante trabalhar de forma autônoma escolheu-se classificá-las em função do nível de conhecimento esperado dos estudantes em relação à noção de número racional na sua solução.

Verificou-se assim que é possível dividir as tarefas em três grandes grupos associados aos níveis de conhecimento esperados dos estudantes em sua solução:

O primeiro grupo de tarefas corresponde ao conjunto de atividades para as quais a ênfase é dada ao **nível técnico,** que é representado pelas atividades que envolvem a divisão de figuras geométricas, balas, bolos e pizzas, pois estas permitem um trabalho de tratamento e conversão dos registros de representação algébricos intrínsecos e explícitos, do registro da língua natural, do registro de representação geométrico (caso contínuo) e do registro de representação figural (caso discreto), sendo que este trabalho pode se estender às operações que também podem ser representadas nos quatro registros e que auxiliariam a desenvolver competências de representação de entidades matemáticas e manipulação de símbolos, podendo possibilitar a formalização do trabalho matemático.

O segundo grupo corresponde ao conjunto de atividades onde a ênfase é dada ao **nível mobilizável,** que corresponde às atividades em que ainda se trabalha com os registros de representação algébrico intrínseco e explícito, como registro da língua natural, como o registro de representação geométrico (caso contínuo) e com o registro de representação figural (caso discreto), mas não se trata apenas de trabalhar uma conversão de registros de representação, pois neste grupo de atividades os estudantes devem associar a representação a uma situação de forma a encontrar sua solução, isto é, inicia-se um trabalho onde os estudantes necessitam pensar matematicamente para resolver problemas por meio da utilização de modelos matemáticos, mesmo que bastante simples.

O terceiro grupo corresponde aquele em que a ênfase é dada ao **nível disponível,** onde o estudante deve reconhecer na atividade que lhe é proposta a noção matemática em jogo para que seja capaz de utilizar o modelo matemático adequado para resolvê-la, isto é, para os estudantes da educação básica pode-se dizer que estes começam a desenvolver competências associadas ao raciocínio matemático e as possibilidades de comunicação em matemática, pois neste grupo supõe-se que os estudantes são capazes de resolver situações de diferentes contextos utilizando como ferramenta matemática para sua solução a noção de número racional por meio de suas representações.

Discussão e conclusão.

A análise epistemológica nos mostra a alta complexidade existente na construção da noção de número e que esta construção só pode ser percebida quando fundamentada nos conhecimentos de lógica, teoria dos conjuntos e álgebra. Certamente, não podemos introduzir o conceito de número com toda esta fundamentação teórica na educação básica e mesmo em determinados cursos do ensino superior, mas nos parece importante que os professores discutam este desenvolvimento histórico para que possam compreender melhor as dificuldades de seus alunos, pois é na história que encontramos os obstáculos epistemológicos[2], que segundo Brousseau (1987) devem ser integrados explicitamente ao saber transmitido aos estudantes, lembrando aqui que ao falar de saber estamos nos referindo ao saber escolar[3].

---

[2] **obstáculos epistemológicos**: (ponto de partida histórico) Trata-se dos obstáculos que tiveram um papel importante no desenvolvimento histórico dos conhecimentos e que a rejeição deve ser integrada ao saber transmitido. Identificar os obstáculos epistemológicos é fazer a triagem entre as dificuldades encontradas daquelas que são verdadeiramente incontornáveis. (BROUSSEAU, 1983)

[3] **saber escolar**: é aquele cujo estudo está no coração da didática da matemática e das outras disciplinas. Ele é constituído por certo número de saberes e de saber-fazer que são socialmente identificados como objetos de ensino. Ele é elaborado pelo Sistema Ministerial, isto é, fora do Sistema Escolar estrito. Os livros didáticos que escapam parcialmente do Sistema Ministerial desempenham um papel importante sobre os saberes escolares, e poderão assim transformar substancialmente os objetos elaborados pelo Sistema Ministerial. (CHEVALLARD, 1991)

A análise didática em termos de níveis de conhecimento esperado dos estudantes nos permitiu observar que os diferentes níveis devem ser tratados do ponto de vista da representação das noções a serem introduzidas. Sendo assim, nos parece interessante que os alunos trabalhem continuamente as conversões das diferentes representações para que sejam capazes de escolher as mais adequadas sem que seja feito um apelo explícito. Foi possível verificar também que mesmo com um trabalho mais centrado nas representações e suas conversões, sem desenvolver a noção propriamente dita de números racionais, é possível propor uma abordagem que leve em conta a possibilidade de desenvolvimento das diferentes competências para um trabalho flexível e autônomo em matemática conforme a classificação nos oito pólos proposta por Artigue (2004).

Além disso, sabemos que um dos registros de representação semiótica é a linguagem natural, portanto, nos parece interessante trabalhar a conversão entre este registro e os diferentes registros matemáticos de uma determinada noção em todas as etapas da escolaridade, pois este trabalho é que poderá auxiliar no desenvolvimento do pólo comunicar em, com e a propósito da matemática. Este pólo quando atingido pelo estudante lhe dará condições de desenvolver um trabalho científico, uma vez que ele não se limita apenas a aplicar seu conhecimento matemático, em particular, em atividades do contexto escolar, mas se torna capaz de planejar, justificar e controlar o trabalho matemático que desenvolve nas diferentes tarefas que lhe são propostas, tanto no âmbito escolar como em sua trajetória profissional.

Referências

ARTIGUE, M., *Compétences, Habilités et Attitudes*, 2004 Disponível em: <http://64.233.187.104/search?q=cache:0tyNFqLq3N8J :www.ac-grenoble.fr/maths/perso/OKJPT/APMEPgrenoble2004 %2520(relu%2520JPT).pps+%22Michele+Artigue%22&hl=pt-BR&ie=UTF-8 >, acesso em: 05 out. 2009.

BESNARD, F., *Autour du concept de nombre*, 2000. Disponível em: <http://www.math.jussieu.fr/~besnard/nombres/nombres/node3.html>, acesso em: 02 nov. 2009.

BROUSSEAU, G., *Études en didactique des mathématiques*, IREM, Université de Bordeaux I, 1987.

____________, G., Les obstacles épistémologiques et les problèmes em mathématiques, *Recherche em didactique des mathématiques,* volume 4.2., La Pense Sauvage, Grenoble, França, 1983.

CHEVALLARD, Y., *La transposition didactique*, La Pensée Sauvage, Grenoble, França, 1991.

_____________, Y., Les outils sémiotiques du travail mathématique, *Petit-x, n° 42*, 33-57, 1996.

DIAS M. A., *Les problèmes d'articulation entre points de vue «cartésien» et «paramétrique» dans l'enseignement de l'algèbre linéaire*. Thèse de doctorat de l'Université Denis Diderot – Paris 7. Editor: IREM, Paris, 1998.

DOUADY, R., *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématique.* Thèse de doctorat d'état de la Université Paris VII, Editor IREM, Paris, 1984.

DORIER, J.L. *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question.* La Penseé Sauvage, Grenoble, 1997.

DUBINSKY, E., Reflective abstraction in advanced mathematical thinking, in *Advanced Mathematical Thinking,* D. Tall (ed.), Dordrecht: Kluwer, 95-123, 1991.

DUVAL, R., *Sémiosis et pensée humaine.* Peter Lang, Paris, 1995.

HILLEL, J., SIERPINSKA, A., On one persistent mistake in linear algebra. In: *Proceedings of the XVIII International Conference of PME*, Portugal, vol 2, 65 – 72, 1994.

PAVLOPOULOU, K., *Propédeutique de l'algèbre linéaire : la coordination de représentation sémiotique*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur (Strasbourg 1)prépublication de l'Institut de Recherche Mathématique Avancée, 1994.

PAVLOPOULOU, K., Coordination des registres de représentations sémiotiques, en *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question.* La pensée sauvage, editions, 1997.

PIAGET, J., GARCIA.R. *Psychogenèse et histoire des sciences*, Flammarion, Paris, 1983.

ROBERT A., Quelques qutils d'analyse éoistémologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université**.** *Actes de la IXième école d'été de Didactique des Mathématiques.* Éditeur: Association pour la Recherches en Didactique des Mathématiques, 192 – 211, 1997.

ROBERT, A., TENAUD, I., Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* volume 9.1., La Pensée Sauvage, 31-70, 1989.

ROGALSKI, M., Manuscrits du séminaire à São Paulo, Brasil, 1995.

SFARD, A., On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on process and objets as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics,* K22(1), 1-36, 1991.

TALL, D., A versatile theory of visualisation and symbolisation in mathematics, *Innvited plenary lecture at the CIAEM Conference*, Tome I, Toulouse, France, 15-26, 1994.

INCLUSÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM UM ALUNO COM SÍNDROME DE DOWN

Matheus Machado (ULBRA)
Claudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA)
Lorenzo Moreno Ruiz (Universidade de La Laguna)
Vanessa Muñoz Cruz (Universidade de La Laguna)

Resumo: Este artigo apresenta os resultados de um estudo de caso com um aluno com Síndrome de Down do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola do município de São Leopoldo, Rio Grande do Sul, com o objetivo de investigar quais as dificuldades em conhecimentos lógicos matemáticos que ele apresenta. Foi realizada uma pesquisa qualitativa, com sessões de estudo, durante três meses, sendo utilizado o *software* ITS (Sistema Tutorial Inteligente), que gera uma seqüência de atividades nas quais são reforçados os conhecimentos lógicos matemáticos. Por fim, são apresentados os resultados desta pesquisa, onde se pode concluir que o aluno investigado apresenta dificuldades em conceitos lógicos matemáticos e que deveria ter um acompanhamento individualizado, fora da sala de aula, para lidar melhor com situações do cotidiano que exigem Matemática.

Palavras-chave: Síndrome de Down; Inclusão; Educação Matemática; Sistema Tutorial Inteligente.

Abstract: This article presents the results of a study of case with a pupil with Syndrome of Down of nineth year of Basic Education, of a school of the São Leopoldo city in Rio Grande do Sul state, with the objective to investigate which the difficulties in mathematical logical knowledge that it presents. A qualitative research was carried through, with study sessions, during three months, being used software ITS (Intelligent Tutorial System), that it generates a sequence of activities in which the mathematical logical knowledge are strengthened. Finally, the results of this research are presented, where if he can conclude that the investigated pupil presents difficulties in mathematical logical concepts and that it must have a individual accompaniment, it are of the classroom, to deal better with situations of the daily one that they demand Mathematics.

Word-key: Syndrome of Down; Inclusion; Mathematical Education; Intelligent Tutorial System.

Introdução

A inclusão, apesar de estar sendo muito discutida, nos últimos anos, por teóricos, professores, pais e comunidade em geral, apresenta uma situação conflituosa e não há um suporte adequado aos profissionais que atuam em escolas com pessoas que têm Necessidades Educacionais Especiais (NEE). Conforme o Artigo 5º, da Resolução Nº2, de 2001:

> Consideram-se educandos com necessidades educacionais especiais os que, durante o processo educacional, apresentarem:
>
> I – dificuldades acentuadas de aprendizagem ou limitações no processo de desenvolvimento que dificultem o acompanhamento das atividades curriculares, compreendidas em dois grupos:
>
> a) aquelas não vinculadas a uma causa orgânica específica;
>
> b) aquelas relacionadas a condições, disfunções, limitações ou deficiências;
>
> II – dificuldades de comunicação e sinalização diferenciadas dos demais alunos, demandando a utilização de linguagens e códigos aplicáveis;
>
> III – altas habilidades/superdotação, grande facilidade de aprendizagem que os leve a dominar rapidamente conceitos, procedimentos e atitudes.

Então, com o objetivo de investigar alternativas às inquietações dos profissionais da educação, este artigo apresenta um estudo de caso que foi realizado com um aluno com Necessidade Educacional Especial, Síndrome de Down (NEE-SD), tendo em vista que alunos com essa síndrome estão incluídos nas escolas regulares e que são escassos os conhecimentos dos professores frente à Síndrome de Down (SD), o que, em muitos casos, dificulta a aprendizagem dos mesmos.

Durante essa pesquisa, o aluno com SD utilizou o *software* ITS (Sistema Tutorial Inteligente) que aborda o ensino e o reforço dos conceitos lógicos matemáticos relativos às séries iniciais do Ensino Fundamental, tais como: classificação, relação de ordem, correspondência termo a termo, quantificadores, contagem, reconhecimento do número, cardinalidade, ordem, ordinalidade, problemas e algoritmo de adição e subtração de números naturais com 1 dígito. Também foi investigada como acontece a inclusão desse aluno, nas aulas de Matemática, na escola regular onde está matriculado.

Inclusão na Sociedade

O movimento da inclusão, segundo Godoy et al. (2000), proveniente da evolução da sociedade moderna, de um mundo democrático, tem o objetivo de respeitar tanto os direitos, quanto os deveres dos indivíduos que apresentam alguma limitação, pois tal limitação não diminui seus direitos, muito menos seus deveres, já que são cidadãos e fazem parte da sociedade como quaisquer outros.

A sociedade, como um todo precisa oferecer oportunidades iguais, para que as pessoas tenham autonomia, sem precisar ser dependentes de pais, familiares e amigos para estudar, se locomover etc.

Apesar de muitos grupos sociais estarem realizando campanhas, refletindo sobre o tema e buscando alternativas para a inclusão, a sociedade ainda não pode ser denominada “sociedade inclusiva”, pois muitos fatores precisam ser melhorados para tal denominação ser posta em prática, como, por exemplo, a situação em que se encontram a maioria das escolas do Brasil, em termos de ofertas de ensino para pessoas com NEE.

Educação Inclusiva

O objetivo da educação inclusiva é proporcionar aos alunos com NEE uma educação de boa qualidade para todos, conforme Carvalho (2008).

Há uma grande confusão entre os termos “escola inclusiva” e “escola de inclusão”, o que leva a maioria das pessoas a acharem que ambas têm o mesmo sentido, tratando-se de escolas regulares que permitem a matrícula de pessoas com NEE.

Essa confusão, de certo modo, é normal, uma vez que a “escola de inclusão” surgiu com o objetivo de integrar os alunos que estudavam em escolas especiais, fazendo com que as mesmas se integrassem aos demais alunos. Mas,

> as escolas são espaços de relação com o saber e de apropriação de conhecimentos e bens culturais que a humanidade acumulou. Trata-se de um equívoco pensar em escolas como espaços de socialização ou de exercício de sentimentos de solidariedade, apenas. A educação escolar consiste na apropriação da cultura humana traduzida sob a forma de conhecimentos, artes, ciências, tecnologias, crenças e valores que podem contribuir para a autoprodução do homem como ser histórico (CARVALHO, 2008, p. 48-49).

Por esse motivo, a escola inclusiva vem ao encontro do que se espera em termos de educação e de sociedade, como um todo, pois é, segundo Carvalho, “uma escola para todos, com todos, mas uma escola que, além da presença física, assegure e garanta aprendizagem e participação” (2008).

Para oportunizar aos alunos com NEE uma educação de boa qualidade, Carvalho (2008) sugere às instituições de ensino e aos professores algumas metodologias de ensino, como:

- ajustar o currículo trabalhado, flexibilizando os objetivos, conteúdos, metodologias de ensino, temporalidade e avaliações;
- reexaminar os conteúdos, adiando ou até mesmo eliminando alguns, se considerados dispensáveis para o cotidiano desses alunos;
- oferecer trabalho pedagógico especializado em salas de recursos, sendo um suporte, tanto ao aluno, quanto ao professor, a fim de remover barreiras para a aprendizagem;
- avaliar a aprendizagem desses alunos através de seu percurso, valorizando sua evolução frente aos objetivos e não em comparação com os demais educandos.

Síndrome de Down

Conforme Schwartzman (2007), a SD decorre de um erro genético presente já no momento da concepção ou imediatamente após, o qual ocorre de modo bastante regular na espécie humana, afetando um em cada 700/900 nascidos vivos (Steele e Stratfort, 1995). Essas cifras são mais ou menos constantes em todas as partes do mundo e não são conseqüência da classe social, raça, credo ou clima.

Embora o Down seja um indivíduo que apresente algumas alterações genéticas, Schwartzman afirma que "têm possibilidade de evoluírem. Com o devido acompanhamento, poderão tornar-se cidadãos úteis à comunidade, embora seu progresso não atinja os patamares das crianças normais" (2007).

Em 1866, o Dr. John Langdon Down foi a primeira pessoa que catalogou "todos os portadores dessa síndrome numa espécie de sub-raça humana, a raça *mongolóide*" (BISSOTO, 2005). Após muitos anos, em 1959, o geneticista francês Jérôme Lejeune identificou a síndrome e dedicou sua vida à pesquisa com o objetivo de melhorar a qualidade de vida desses indivíduos. Em homenagem ao doutor Down, o Dr. Lejeune rebatizou a síndrome com seu nome.

O Dr. Lejeune identificou que

> O número de cromossomos presentes nas células de uma pessoa é de 46 (23 do pai e 23 da mãe), e estes se dispõem em pares, formando 23 pares. No caso da Síndrome de Down, ocorre um erro na distribuição e, em vez de 46, as células recebem 47 cromossomos. O elemento extra fica unido ao par número 21. Daí também, o nome de trissomia do 21 (AQUINO, 2006, p. 19).

A trissomia do 21 é detectada por um exame denominado cariótipo e o resultado pode ser identificado em 3 tipos de trissomia, segundo Aquino (2006):

- trissomia do 21 simples (ou padrão): a pessoa possui 47 cromossomos em todas as células (ocorre em 95% dos casos de Síndrome de Down);
- mosaico: a alteração genética compromete apenas parte das células, ou seja, algumas células têm 47 e outras 46, cromossomos (2% dos casos de Síndrome de Down);
- translocação: o cromossomo extra do par 21 fica "grudado" em outro cromossomo. Nesse caso, embora o indivíduo tenha 46 cromossomos, ele é portador da Síndrome de Down (cerca de 3% dos casos de Síndrome de Down).

A causa desse acidente genético ainda não é clara para os especialistas, mas um dos principais fatores de risco, segundo Schwartzman (2007), é a idade avançada da mãe, pois aumenta a ocorrência dessa anomalia.

As alterações genéticas que caracterizam a SD alteram todo o desenvolvimento do organismo do indivíduo e, inclusive, sua cognição. Para Bissoto (2005), embora as diferentes formas de manifestação da trissomia possam provocar variações físicas, clínicas e nas capacidades cognitivas, existem poucos estudos comparativos que possam atestar as reais diferenciações existentes entre os três grupos de pessoas com Síndrome de Down.

Além de alterações orgânicas, as pessoas com SD apresentam, conforme Schwartzman (2007), inúmeras alterações do sistema nervoso, dentre elas o próprio peso do encéfalo, que vai de 1200g a 1500g em adultos normais, contra 700g a 1100g em indivíduos com SD; o perímetro encefálico, que varia entre 50cm-60cm em adultos não-Down, em pessoas com SD, varia entre 46cm-52cm; a densidade sináptica de 10%-29% é reduzida em relação a quem não tem SD; há redução do número de neurônios, entre outros fatores também significativos.

É importante assinalar, segundo Schwartzman (2007), que não há um padrão estereotipado e previsível em todas as crianças afetadas, uma vez que tanto o comportamento quanto o desenvolvimento da inteligência não dependem exclusivamente da alteração cromossômica, mas também do restante do potencial genético, bem como das importantíssimas influências derivadas do meio.

Mas não é apenas o sistema nervoso que apresenta alterações. Pessoas com SD apresentam alterações clínicas quanto a: crescimento e alterações endocrinológicas, alterações cardiovasculares, oftalmológicas, auditivas, gastrointestinais, imunológicas, esqueléticas, respiratórias e pulmonares, problemas na cavidade oral, na pele, distúrbios no sono e envelhecimento precoce. Porém, é sempre importante lembrar que não necessariamente todas as pessoas com SD desenvolverão esses distúrbios ou problemas, apenas servem como indicadores de uma chance muito maior de ocorrência nesses indivíduos do que em pessoas não-Down.

Dificuldades de Aprendizagem de Pessoas com Síndrome de Down

Pessoas com SD apresentam desajustes funcionais do sistema nervoso, que, conseqüentemente, prejudicam a sua aprendizagem. Tais fatores acarretam uma diferença entre a idade cronológica e a idade funcional das mesmas, pois

> no que se refere ao desenvolvimento da inteligência, [...] tem se considerado a deficiência mental como uma das características mais constantes da SD, aceitando-se que seja inevitável um atraso em todas as áreas do desenvolvimento que levarão a um estado de permanente deficiência mental (SCHWARTZMAN, 2007, p. 58).

Schwartzman (2007) acrescenta, ainda, que a deficiência que as crianças apresentam as impedirá de absorver todos os estímulos oferecidos pelo meio. Evidentemente, conseguirão superar, embora tardiamente, partes das dificuldades nas diferentes etapas correspondentes às suas idades.

Para um bom desempenho da aprendizagem, qualquer pessoa tem que estar com todos os processos neurológicos bem integrados, tais como: a linguagem, a percepção, o esquema corporal, a orientação têmporo-espacial e a lateralidade. Porém, Schwartzman (2007) afirma que pessoas com SD apresentam déficits em todas essas funções, além de terem deficiência em:

- tomar decisões e iniciar ações;
- elaborar pensamentos abstratos;
- calcular;
- selecionar e eliminar fontes informativas;
- bloqueio das funções receptivas (atenção e percepção);
- limitação na capacidade de organizar atos cognitivos e condutas que exigem a perspectiva de tempo;
- dificuldades motoras;
- alterações na emoção e no afeto.

Para Schwartzman (2007), as crianças com SD que apresentam necessidade do uso de óculos e de aparelho auditivo devem fazer uso dos mesmos, pois assim terão uma significativa melhora em todos os aspectos de seu desenvolvimento. Muitos dos seus insucessos escolares são creditados à falta dos mesmos, uma vez que a audição, tendo um comprometimento, acarreta na não-realização de tarefas que foram instruídas oralmente pelo (a) professor (a). Do mesmo modo, a falta de óculos acarreta na falta de leitura, ou até mesmo uma leitura errada de algum texto.

É de suma importância destacar que, para Schwartzman (2007), a aprendizagem da criança com SD não se consolida; embora se mostre entusiasmada para aprender tarefas novas, ela não utiliza o que aprendeu, dificultando a fixação. Posteriormente, ao repetir as mesmas atividades, é como se nunca as tivesse aprendido: [...] o conteúdo a ser ensinado deve estar um nível acima do desenvolvimento da criança, apresentando dificuldades passíveis de ser superadas.

Moreno et al. (2006) destacam a capacidade de pessoas com SD aprenderem Matemática, através dos resultados obtidos por Buckley e Sacks, em 1987, que

> [...] hicieron un estudio a 90 adolescentes con Síndrome de Down y observaron que sólo un 18% podía recitar más de 20 números, un 50% podía efectuar alguna soma simple, pocos podían realizar uns multiplicación o una división, y un 6% fue capaz de usar dinero en forma independiente (p. 213).

Bissoto (2005) apresenta alguns resultados de pesquisas realizadas quanto às dificuldades no raciocínio lógico-matemático presentes em pessoas com síndrome de Down, conforme os autores a seguir.

Caycho et al. (1991) investigaram a habilidade para contar de pessoas Down, concluindo que são capazes de desenvolver princípios cognitivos de contagem, estando o nível de complexidade dessa habilidade relacionado mais a comportamentos envolvendo esses princípios, do que a limitações impostas pela base genética da síndrome (BISSOTO, 2005, p. 83).

Segundo Nye et al. (1995), a performance quanto ao raciocínio lógico-matemático mostra-se mais aprimorada, nos dias de hoje, entre as pessoas com SD, tomando por base o desempenho de portadores da síndrome de décadas atrás, apontando, como uma possível justificativa, a inclusão de um maior número de alunos com SD no sistema regular de ensino (britânico), ampliando, assim, a exposição desses à "alfabetização" matemática (*numeracy*) (BISSOTO, 2005, p. 84).

Porter (1999) também fez indagações em relação às dificuldades lógico-matemáticas apresentadas por indivíduos com SD, que se destinam, a saber, se essas dificuldades podem ter, como pano de fundo, um não-investimento, por parte de pais e professores, em ensinar os fundamentos matemáticos às pessoas com SD, resultante da visão estereotipada de que esses não desenvolverão – ou desenvolverão pouco – habilidades numéricas, ou, ainda, quanto à propriedade das metodologias instrucionais utilizadas (BISSOTO, 2005, p. 84).

Novamente, os investigadores Nye et al. (2001) apontam resultados de pesquisas que relacionam dificuldades no raciocínio lógico-matemático, principalmente quanto à habilidade de aprender a contar. Há uma defasagem na linguagem receptiva, na qual estão envolvidas a memória e o processamento auditivo de informações. Nessa perspectiva, essas dificuldades, embora ainda relacionadas a especificidades referentes à síndrome, estão, também, ligadas a fatores culturais, principalmente quanto ao modo como o conhecimento/raciocínio lógico-matemático é apresentado ao aluno com SD, podendo, portanto, serem minimizadas (BISSOTO, 2005, p. 84).

Considerando que muitas pessoas com SD apresentam problemas visuais, Bissoto (2005) apresenta que Buchley e colaboradores (1993) observaram que alguns cuidados cotidianos na interação com o Down podem beneficiar o seu processo de aprendizagem.

> Entre esses cuidados está o apoiar em sinais e símbolos gráficos a fala e as instruções/informações dadas, falar clara e descritivamente – evitando o excesso de palavras, mas narrando ações/situações e usando adjetivos e advérbios que ajudem à composição de um todo compreensivo mais amplo, proporcionando adicionalmente "pistas" para facilitar a percepção dos códigos e padrões lingüísticos cotidianamente usados na linguagem falada – e com a face voltada para a pessoa portadora e, sobretudo, para que se dê tempo e oportunidades para que essa processe as informações e comunique-se satisfatoriamente (BISSOTO, 2005, p. 86).

Bissoto (2005, p. 86) também apresenta os resultados de Buckley e Bird (1994) quanto ao ensino/aprendizagem de Matemática, nos quais

> discutem várias formas de impulsionar o aprendizado matemático do portador de Síndrome de Down, considerando principalmente relevantes a utilização/ensino interdisciplinar (tanto em relação aos professores e pais, quanto em relação aos terapeutas) de vocabulário matemático, como por exemplo, aquele relacionado a medidas, volume, comparações, quantidade, ações – ponha mais um, quantas vezes você jogou... – e o uso de suportes para manter presente e recuperar a informação, tais como ábaco, quadros numerados, cartões com quantidade/numeral em relevo, números de borracha/plástico, objetos de contagem, computador, entre outros.

Compete, então, aos professores, pais e terapeutas a função de discernir "que há necessidades educacionais próprias de aprendizagem relacionadas a especificidades resultantes da síndrome", conforme Bissoto (2005), e

> que devem ser investigadas, reconhecidas e trabalhadas através de técnicas apropriadas, sendo importante a adoção de uma diversidade de recursos instrucionais – e de outras compreensões do tempo/espaço escolar e pedagógico – de maneira a propiciar que as informações sejam mais efetivamente compreendidas/interpretadas. Por outro lado, as ações educacionais e terapêuticas devem também levar em conta o entendimento de que cada portador de Síndrome de Down possui um processo de desenvolvimento particular, fruto de condições genéticas *e* sócio-históricas próprias (p. 86-87).

O *software* ITS

O Sistema Tutorial Inteligente (ITS) é um *software* matemático que atua como um tutorial, pois dirige o ensino do usuário, sendo denominado inteligente, porque utiliza a técnica de Inteligência Artificial. Conforme Moreno et al. (2007), "é capaz de adaptar-se, tanto ao conteúdo propriamente dito, quanto à estratégia de ensino, conforme as características, necessidades e expectativas de cada estudante", ou seja, "o programa gera uma seqüência de ações individualizadas".

O *software* é destinado a pessoas com SD e, conforme Moreno et al. (2007), é "necessário que se respeitem as características cognitivas, próprias da idade e partindo dos conhecimentos prévios" que elas possuem. "Por isso, contém atividades motivadoras relacionadas com o entorno do aluno" (MORENO et al., 2007).

Para iniciar qualquer atividade onde se deseja que seja realizada uma avaliação posterior do desempenho do usuário, é fundamental que o mesmo seja inserido no programa através do "Ingresso de Alunos", onde é necessário preencher os campos: nome, idade, nível educativo (série, Ensino Fundamental, Educação Infantil, ou outros) e tipo de aluno, que pode ser classificado como:

- aluno tipo 1: apresenta rendimento menor do que o esperado e demonstra medo frente ao fracasso. Para Muñoz (2007), o objetivo do programa, para esse tipo de aluno, é ser mais atraente, mudando seus passos e valorizando suas vitórias. Assim, o êxito na tarefa lhe dá segurança e aumenta sua motivação, proporcionando uma melhor disposição para abordar tarefas mais complicadas;
- aluno tipo 2: demonstra características de hiperatividade ou déficit de atenção;
- aluno tipo 3: apresenta rendimento dentro do esperado, não teme o erro e resolve as atividades sem demonstrar preocupação em avançar.

Após o ingresso no banco de dados do ITS, o aluno pode, então, começar a executar as atividades, sempre clicando em seu nome. Cada vez que o *software* executar uma série de seis atividades ele possibilitará que o usuário feche o programa sem se preocupar em salvar as informações, pois isso o programa faz automaticamente e as guarda em seu banco de dados. Para iniciar outra seção de atividades, é necessário executar o *software* novamente.

> Na medida em que vão realizando as atividades, o tutorial se encarrega de ir ajustando o nível de dificuldade das atividades mostradas ao aluno. O tutorial está estruturado em fases de forma que se pode avançar ou retroceder nas mesmas em função dos resultados alcançados pelos alunos. Cada uma dessas fases conta com objetivos que trabalham, de forma paralela, diferentes conceitos. Quando o aluno realiza as atividades

> correspondentes a um objetivo com um percentual adequado de acertos, pode passar para a fase seguinte, caracterizada por outra série de objetivos. Uma vez superados, o aluno passa para a seguinte fase, e assim, sucessivamente (MORENO et al., 2007, p. 14).

As fases, os níveis de dificuldade e os objetivos que compõem o ITS estão apresentados na figura 1.

FASE	1		2
NÍVEIS DE DIFICULDADE	Pouco (Baixo) Alto	PROGRESSO	Pouco (Baixo) Médio Alto
OBJETIVOS	Classificação Relação de Ordem Correspondência Termo a Termo Quantificadores	REGRESSO	Contagem Reconhecimendo do Número Cardinalidade Ordem Ordinalidade Problemas Algoritmo

Figura 1: quadro da estrutura lógica do *software* ITS

Cada conjunto de seis atividades que o tutorial apresenta ao usuário contempla três conteúdos diferentes, como, por exemplo, 2 de seriação, 2 de ordem e 2 de contagem.

Durante a execução das tarefas, as mesmas são apresentadas por dois “Agentes Pedagógicos”, que, segundo Muñoz (2007), “se encarregam de interagir com os alunos e explicar-lhes a atividade que têm que realizar, assim interagem e cooperam com o aluno de maneira natural”. Dessa forma, se encarregam de apresentar o problema, guiar a execução da atividade e apresentar estímulos positivos e/ou negativos, chamados *feedbacks*. Esses agentes pedagógicos, dependendo da atividade, podem se apresentar na forma de um papagaio ou de um gênio, conforme as figuras 2 e 3. Muñoz (2007) acrescenta que esses agentes pedagógicos estão programados para comportar-se conforme as ações cometidas pelos

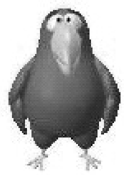


Figura 2: agente pedagógico Pedi

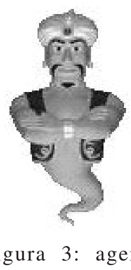


Figura 3: agente pedagógico Gênio

usuários. Por exemplo, se o aluno se equivoca, o agente se comporta com tristeza e realiza uma nova interação. Em caso contrário (resposta correta), os agentes demonstram alegria saltando, aplaudindo e dando prêmios. Moreno et al. (2007) afirmam que "graças à utilização desses agentes a motivação do aluno é maior".

Após o aluno ter ouvido a instrução do agente pedagógico, ele deverá, então, agir com o *software* de duas formas, para poder responder/completar a atividade: clicar em um objeto ou clicar e mover um objeto.

É importante salientar que o ITS não dispõe da opção "clicar e arrastar um objeto", pois essa é considerada uma interação difícil para alguns usuários que não apresentam muita destreza com o mouse. Logo, as atividades que requerem esse tipo de ação devem ser realizadas de forma que o usuário clique sobre o objeto desejado, mova o mouse (conseqüentemente o objeto estará sendo movido junto) até o lugar escolhido e então clique novamente, para poder "largar" o objeto.

Tipos de atividades do ITS

Segundo o que foi mencionado anteriormente, o ITS apresenta os conceitos lógicos matemáticos relativos aos anos iniciais do Ensino Fundamental e, neste momento, eles serão detalhados, conforme a maneira que o usuário deve interagir com o *software*.

Veja, a seguir, as atividades de clicar em um objeto.

Classificação: tem como objetivo reconhecer as características de um conjunto e separar elementos que não pertencem a ele (figura 4);

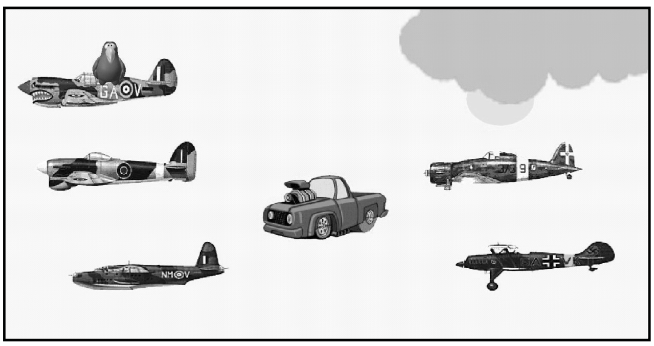


Fig.a 4: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase1\Clasificaciones\Poco\clasificacion1_8.html
"Pinte os elementos que não pertencem ao conjunto."

Relação de Ordem: atividades de seriações, com alternância de dois elementos e uma incógnita, na qual o usuário deve assinalar o objeto que será o próximo da série (figura 5);

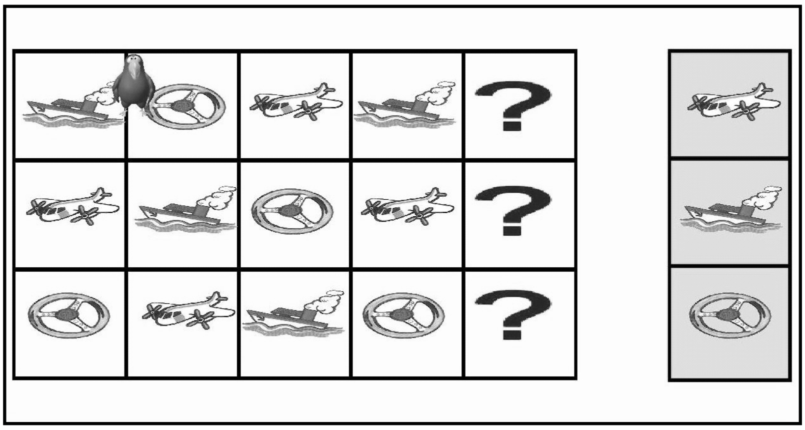


Figura 5: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase1\Rorden\Alto\rorden3_5.html
"Busque o elemento que segue em cada série. Marque primeiro a interrogação e logo o elemento."

Correspondência Termo a Termo: consistem em ligar objetos que tenham uma relação de igualdade, porém estão em conjuntos distintos (figura 6);

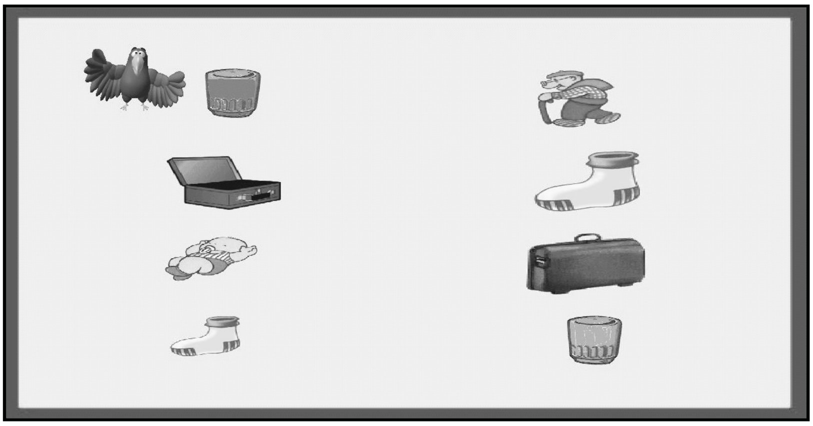


Figura 6: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase1\Correspondencia\Alto\correspondencia3_1.html - "Una cada objeto com o seu correspondente."

Contagem: tem por objetivo unir coleções de objetos, de tal modo que essa união seja feita de forma seqüencial (figura 7);

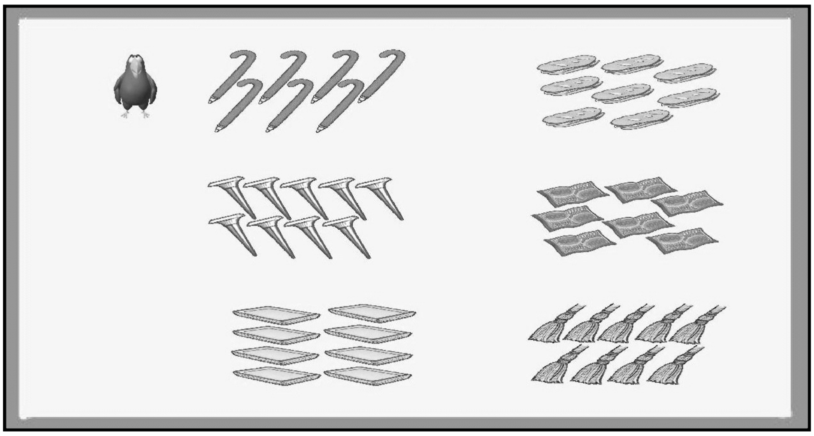


Figura 7: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase2\Contar\Alto\contar1alto_1.html
"Una cada objeto com o seu correspondente."

Cardinalidade: essas atividades têm como objetivo reconhecer o número cardinal de uma determinada coleção de objetos (figura 8);

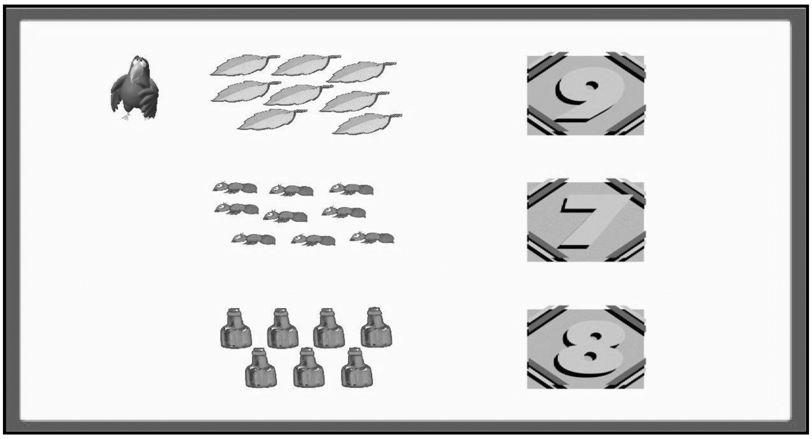


Figura 8: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase2\Cardinalidad\Alto\cardinalidad6alto_2.html
"Una cada coleção de objetos com o número que lhe corresponde."

Veja, a seguir, atividades de clicar e mover objetos.

Quantificadores: estas atividades têm como objetivo retirar ou colocar elementos de um conjunto (figura 9);

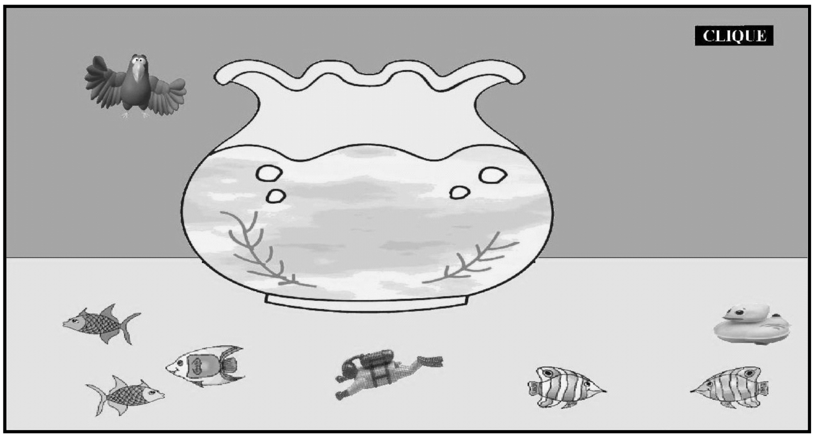


Figura 9: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase1\Cuantificadores\Poco\cuantificadores4poco_3.html - "Coloque os peixes no aquário."

Ordinalidade: dada uma coleção de objetos, o objetivo é ordená-los, conforme as indicações que aparecem escritas na tela (figura 10);

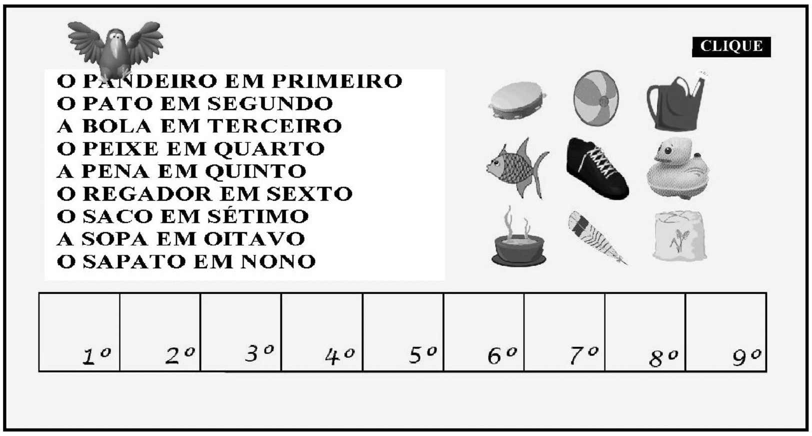


Figura 10: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase2\Ordinalidad\Alto\Ordinalidad4alto_1.html "Coloque cada objeto no lugar indicado."

Algoritmo: estas atividades têm o objetivo de fazer com que o usuário realize cálculos simples de adição ou subtração de apenas um algarismo, sem transporte (figura 11).

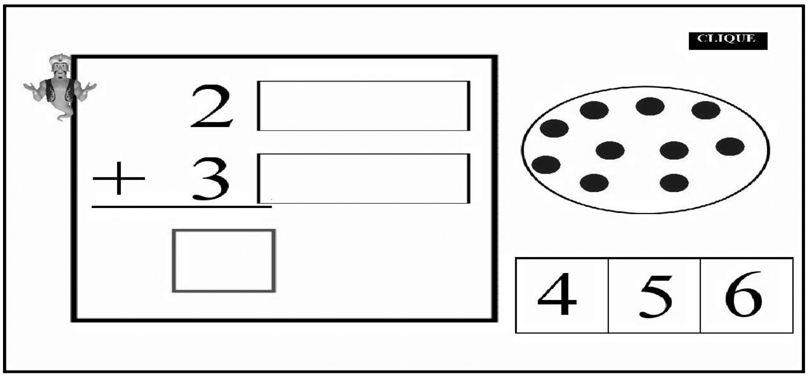


Figura 11: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase2\Algoritmo\Medio\algoritmo3 medioerrores_1.html - "Realize a seguinte operação."

As atividades com "Problemas" apresentam ao usuário diferentes formas de interação, podendo ser realizadas, tanto com o clicar e mover, quanto, simplesmente, com o clicar. Apresentam ao aluno uma situação-problema que é retratada na tela e, em algumas situações, o aluno apenas tem que clicar na resposta certa. Mas, em outras atividades, ele tem que completar um algoritmo de adição ou de subtração que dê o resultado do problema em questão. Apresentam-se, nas figuras 12 e 13, exemplos de problemas.

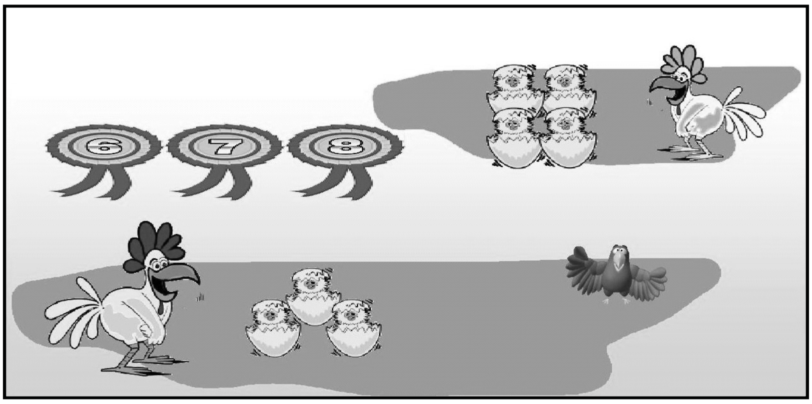


Figura 12: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase2\Problemas\Alto\problemas1alto_1.html "Uma galinha tem três pintinhos e a outra galinha tem quatro pintinhos. Quantos pintinhos tem ao todo?"

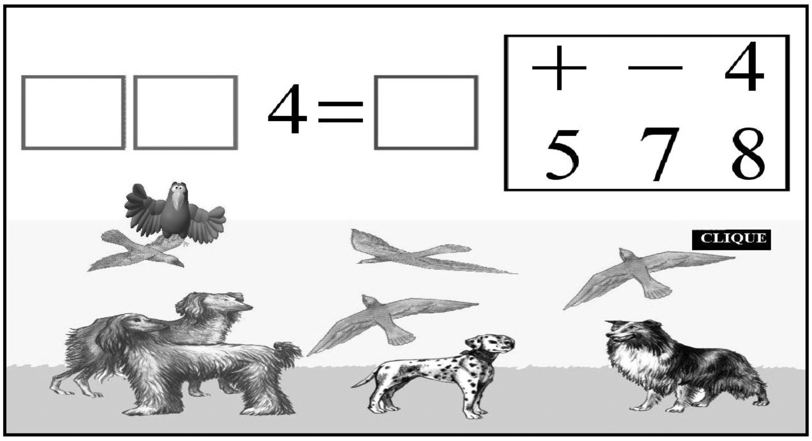


Figura 13: C:\Tutorial\Ejercicios_Revisados\Fase2\Problemas\Alto\problemas2alto_1.html
"No jardim, temos quatro pássaros e quatro cachorros. Quantos animais tem no jardim?"

Metodologia da investigação

Foi realizada uma pesquisa qualitativa, com uma abordagem de estudo de caso, através da implementação de uma experiência com a utilização do *software* ITS com um aluno com NEE-SD.

O aluno investigado tem 21 anos, apresenta NEE-SD e encontra-se no 9º ano de uma escola Municipal do Ensino Fundamental do Município de São Leopoldo, no estado do Rio Grande do Sul.

Foram analisadas as formas de interação do *software* com o aluno (se ele compreendeu, ou não, as instruções do programa) e quais as metodologias que ele aplicou, para solucionar os problemas apresentados, sua motricidade e a análise do banco de dados do ITS com o registro da realização das atividades.

Foram realizadas 8 sessões de estudo, que se distribuíram ao longo dos meses de abril, maio e junho de 2008, uma vez por semana, no último período das sextas-feiras, com 1 hora de duração, no laboratório de informática, durante o período de aula de Inglês ou Educação Física do aluno, uma vez que a direção da escola liberou a presença do mesmo da sala de aula. O objetivo foi investigar os conhecimentos matemáticos de um aluno com NEE-SD, através do software ITS (Sistema Tutorial Inteligente), que aborda questões de classificação, seriação, ordinalidade, cardinalidade, adição e subtração de números naturais com 1 algarismo, sem transporte, além de problemas envolvendo adição e subtração simples.

Enquanto o aluno realizava as atividades do ITS, suas atitudes, comportamentos e reações frente às mesmas eram observadas pelo pesquisador, que se sentava ao seu lado e realizava os registros em uma ficha de observação. As dúvidas que o aluno apresentava, juntamente com suas respectivas respostas, foram devidamente registradas para posterior análise.

Muitos foram os momentos em que o pesquisador teve que intervir na realização das atividades, pois o aluno em questão, quando não entendia o que deveria fazer, agia de qualquer forma ou até mesmo ficava em silêncio, esperando a intervenção do pesquisador. Essas intervenções eram de duas formas: ou questionava o aluno quanto ao entendimento da atividade, ou seja, se precisava ouvi-la novamente ou, até mesmo, para explicá-las com outras palavras em relação às já utilizadas e mostrando na tela do computador o que deveria ser feito.

A experiência com o *software* ITS

O aluno investigado, nas aulas de Matemática com os demais colegas, não participa, pois não entende o conteúdo que está sendo desenvolvido. Sua atividade é não fazer nada, ou seja, ficar sentado em seu lugar esperando que o(a) professor(a) diga o que fazer (realizar uma atividade diferenciada), ou então desenhar, pintar, ou até mesmo escrever cartas para os colegas de aula e professores da escola.

Já nos encontros que foram realizados, nos quais somente ele é o agente da realização das atividades, demonstrou-se mais ativo e, em vários momentos, tomava atitudes sem precisar que o pesquisador as explicasse, como, por exemplo, abrir o programa e clicar em seu nome.

Durante a realização das atividades que o ITS apresentava, observaram-se diversas reações e sentimentos dele frente ao *software*. Sua postura era quase sempre a mesma: calmo, sem demonstrar felicidade, ou sinal de cansaço. Porém, nas atividades que demonstravam maior grau de dificuldade para ele, como aquelas em que já havia errado anteriormente, era normal um sentimento de chateação, pois como já havia errado antes, achava que erraria novamente.

Quando ele demonstrava tal atitude, o pesquisador sempre explicava novamente a instrução feita pelo agente pedagógico, porém, com outras palavras e sempre questionando se havia entendido a atividade, com o objetivo de auxiliá-lo nas dificuldades que ele mesmo identificava.

Em contrapartida, nas atividades que ele considerava muito fáceis e acertava, além do pesquisador não intervir em nenhum momento, o aluno sempre reforçava sua satisfação em ter acertado, afirmando que era tudo muito fácil.

O *software* ITS apresenta essa vantagem que é a de fazer com que o usuário se sinta confiante em realizar as atividades. Esse aluno, provavelmente, não teria tal atitude na sala de aula, uma vez que o conteúdo de Matemática que é abordado está completamente fora de seu alcance de entendimento.

Dentre as atividades que o aluno investigado realizou, é importante destacar as que apresentaram maior grau de dificuldade, que são: classificação, relação de ordem, correspondência termo a termo e problemas. Verifica-se na tabela 1 a relação de ações incorretas realizadas pelo aluno nas atividades do ITS, a porcentagem de erros e a média de tempo de resolução das mesmas.

Tabela 1
Atividades que apresentaram maior grau de dificuldade

ATIVIDADES	ERRO (%)	TEMPO MÉDIO (s)
Classificação	33	43
Correspondência Termo a Termo	43	45
Problemas	33	71

As atividades de Relação de Ordem, conforme se observa na figura 5, apresentam um conjunto de três sequências, onde cada uma deve ser completada. Todas as vezes que o ITS apresentou essa tarefa ao aluno, ele não sabia como realizá-la. O pesquisador, então, o auxiliava na primeira e segunda seqüência, visto que na terceira ele conseguia sozinho. Logo, o banco de dados do ITS apresentou 100% de acerto para esse tipo de atividade, que não condiz com os conhecimentos prévios do aluno. A média de tempo para a execução das mesmas foi de 67 segundos.

Nas atividades com problemas, o banco de dados do ITS apresentou duas atividades que foram realizadas, mas que ultrapassaram o tempo de execução e, por esse motivo, não se tem como concluir se elas foram realizadas corretamente ou não. Portanto 33% representa a quantidade de ações incorretas e mais 8% de ações que passaram do tempo.

Nas demais atividades, que são quantificadores, contagem, reconhecimento do número, cardinalidade[4], ordem, ordinalidade e algoritmo da adição e subtração, apresentou um bom desempenho, conforme pode ser observado na tabela 2.

Tabela 2
Atividades que apresentaram menor grau de dificuldade

ATIVIDADES	ERRO (%)	TEMPO MÉDIO (s)
Quantificadores	13	38
Contagem	13	60
Reconhecimento do Número	0	21
Cardinalidade	11	71
Ordem	10	56
Ordinalidade	17	52
Algoritmo	5	31

É importante destacar, na tabela 2, o baixo índice de erros nas atividades de algoritmo (5%). Esse número demonstra que o aluno investigado entendeu os algoritmos da adição e da subtração com um dígito, mas, ao mesmo tempo, leva a reflexão que o ensino desse conteúdo é bastante enfatizado pelos professores, porém apenas a utilização dos mesmos, em sala de aula, faltando ênfase na aplicação destes em situações problemas do cotidiano.

[4] A variação do erro, para esta atividade, refere-se ao mesmo argumento utilizado para as atividades de problemas, pois foram realizadas 4 atividades que ultrapassaram o tempo estabelecido pelo ITS e que mais uma vez não temos como concluir se elas foram realizadas corretamente ou não. Portanto, 11% representa a quantidade de ações incorretas e 21% de ações que passaram do tempo.

Considerações finais

Além de ter investigado quais as dificuldades em Matemática que o aluno com NEE-SD apresenta, através do *software* ITS, esta pesquisa visou, também, contribuir para um melhor entendimento de como os professores podem agir, para que pessoas com SD reforcem os conceitos matemáticos, pois elas necessitam constantemente de reforço do que já foi ensinado.

Deve-se, regularmente, fazer uma retomada do conteúdo já estudado, pois é através do reforço que pessoas com essa síndrome conseguem acumular conhecimentos. Conforme Schwartzman (2007), eles apresentam um atraso mental e, por isso, o reforço do que já foi dito, estudado, trabalhado, vem ao encontro do que se deseja, que é um entendimento dos conteúdos explorados.

Durante esta pesquisa, pôde-se, também, verificar que a escola em que o aluno investigado está inserido não está inclusiva, para esse aluno, conforme o que Carvalho (2008) define, pois ele não está recebendo uma formação adequada e de acordo com suas dificuldades (na disciplina de Matemática) Isso porque, além de estar incluído socialmente, ele precisa, e muito, de um acompanhamento especializado para as disciplinas em que apresenta maior dificuldade, caso da Matemática, disciplina que acarreta um grau de dificuldade muito grande para ele.

É aceitável que ele não acompanhe as aulas de 9º ano com seus colegas de sala de aula, pois, conforme a análise que foi realizada no banco de dados do *software* ITS, ele apresenta, ainda, dificuldades em conteúdos que são considerados básicos na Matemática. Por esse motivo, a utilização do ITS foi válida, porque as atividades que foram geradas auxiliaram o pesquisador a diagnosticar as dificuldades em Matemática que esse aluno ainda apresenta, referentes aos conceitos iniciais de construção de número.

Assim, constatou-se que o referido aluno com NEE-SD deveria receber um auxílio individualizado em Matemática. Ele não deveria assistir às aulas dessa disciplina junto com os demais alunos, pois não é produtivo para o mesmo ficar cinco períodos de cada semana, sem nenhuma atividade em termos de aprendizagem Matemática. O ideal seria que, nesses períodos, ele tivesse um atendimento individualizado, fora da sala de aula, com um acompanhamento de reforço, principalmente para aprender a lidar com questões, como situações de fazer compras, pagá-las e receber troco, além de ocasiões do cotidiano que exigem Matemática.

O *software* ITS contribuiu com este trabalho para que pudesse ser verificado, em um aluno com NEE-SD, quais as dificuldades que apresenta nas questões iniciais de Matemática, pois sem uma boa compreensão delas os conteúdos seguintes tornar-se-ão mais difíceis, ou praticamente impossíveis de serem assimilados/entendidos.

O ITS, além de ser um programa computacional, que é um grande atrativo para qualquer criança aprender, valida-se de recursos didáticos que são importantes para a aprendizagem de crianças com SD, conforme Schwartzman descreve:

> Fatores inerentes à SD afetam diretamente a aprendizagem. A memória visual favorece a situação de aprendizagem, já que a memória auditiva tem mostrado ser um dos aspectos mais frágeis da síndrome. Dessa forma, situações de aprendizagem devem privilegiar informações visuais, que terão maior possibilidade de ser processadas pela criança com SD (2007, p. 279).

Assim como "o cuidado necessário ao atendimento é com a quantidade de material lúdico utilizado, pois se houver excesso, a criança não consegue elaborar, devido ao déficit cognitivo" (SCHWARTZMAN, 2007, p. 282).

Por fim, este trabalho cumpriu com seus objetivos propostos e possibilitou compreender o processo de inclusão a que pessoas com necessidades especiais têm direito. Contribuiu, também, para um melhor entendimento do que a SD acarreta em pessoas, demonstrando para pais e professores que há formas de auxiliá-las a terem uma vida melhor.

Referências

AQUINO, Ruth de. Normal é ser Diferente: O desafio de inclusão das crianças com síndrome de Down. *Época na Escola*, São Paulo, n. 05, p.08-16, out. 2006.

BISSOTO, Maria L. Desenvolvimento cognitivo e o processo de aprendizagem do portador de síndrome de Down: revendo concepções e perspectivas educacionais. In: *Ciência & Cognição*, v. 04, p.80-88, mar. 2005. Disponível em: <http://www.cienciasecognicao.org/pdf/v04/m11526.pdf> Acesso em: 02 abr. 2008.

BRASIL. Resolução n. 2, de 11 de fevereiro de 2001. Institui Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/txt/res2.txt> Acesso em: 07 jul. 2008.

CARVALHO, Rosita E. *Escola Inclusiva: a reorganização do trabalho pedagógico*. Porto alegre: Mediação, 2008. 152p.

GODOY, Andréa. et al. *Cartilha de Inclusão - Direitos das Pessoas Portadoras de Deficiência*. Disponível em: <http://www.sociedadeinclusiva.pucminas.br/cartilhas/

cartilha_direitos_deficiente.doc#indicie> Acesso em: 21 jul. 2008.

MORENO, Lorenzo R. et al. *Análisis de um tutorial inteligente sobre conceptos lógico-matemáticos em alumnos com Síndrome de Down.* Relime, Espanha, v. 9, n. 2, p. 211-226, jul. 2006.

MORENO, Lorenzo R. et al. *Sistema Tutorial Inteligente para o Ensino e Reforço dos Conceitos de Número, Adição e Subtração*. Manual de Uso. Universidade de La Laguna, Espanha. Traduzido por Claudia L. O. Groenwald, Tania E. Seibert e Elisete A. J. Luiz. ULBRA/Canoas, 2007.

MUÑOZ, Vanessa C. *Diseño e Implementación de Planificadores Instruccionales em Sistemas Tutoriales Inteligentes Mediante el Uso Combinado de Metodologias Borrosa y Multiagente*. La Laguna: ULL, 2007. Dissertação (Doutorado em Informática), Departamento de Engenharia de Sistemas e Automação e Arquitetura e Tecnologia de Computadores, Universidad de La Laguna, 2007.

SCHWARTZMAN, José S. et al. *Síndrome de Down*. São Paulo: Memnon, 2007. 324p.

REFLEXÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA E O FAZER MATEMÁTICO DA ESCOLA

Renato Borges Guerra (UFPA)
Francisco Hermes Santos da Silva (UFPA)

Resumo: Considerando a necessária tomada de consciência da matematização das ações sociais desejada pela educação matemática crítica e sobre as dificuldades de professores e estudantes em modelagem matemática de situações reais apontadas por diferentes autores, refletimos sobre o fazer de modelagem matemática nas práticas sociais e o fazer matemático formal de modo a contextualizar esses afazeres no ambiente de ação escolar sob a ótica da teoria antropológica do didático. A partir de objetos matemáticos do ensino básico, exploramos exemplos escolares e a análises de situações de ações sociais buscando evidenciar que é possível construir sequências didáticas, ou transposições didáticas, que podem contornar dificuldades na construção de modelos de situações reais e revelem o fazer de modelagem crítica como um fazer matemático da escola.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; Modelagem Sócio-Crítica; Teoria Antropológico do Didático (TAD)

REFLECTIONS UPON CRITICAL MATHEMATICAL MODELING AND SCHOOL MATH TEACHING

Abstract: Authors reflect upon mathematical modeling application in social practices and math formal teaching in school environment under the perspective of Anthropological Theory of the Didactic (TAD). This is a necessary exercise given the essential awareness in the *mathematisation* of social actions as required for a critical math education, especially considering teachers and students difficulties as reported by a variety of authors. By using basic education math objects research explores school examples and analyses social situations in search for evidence which shows that it is possible to build teaching sequences or teaching transpositions to bypass difficulties in the construction of real life models and reveal critical mathematical modeling as a legitimate school math teaching approach.

Keywords: mathematical modeling; sócio-critical modeling; Anthropological Theory of the Didactic (TAD).

1- Introdução

Nas atividades humanas, mesmos nas cotidianas, há necessidades de tomadas de decisões que exigem relacionar, comparar, simular e quantificar grandezas ou objetos. Por essas e outras razões, é notório afirmar que os desenvolvimentos das capacidades de utilizar à matemática no enfrentamento de situações e de interpretar informações estatísticas do mundo real são indispensáveis para formação do cidadão da sociedade moderna (PONTE, 2002).

Skovsmose (1994, 1995, 1998, 2001, 2004), Skovsmose e Yasukawa (2004), buscam evidenciar a matemática como parte integrante da realidade, presente em diferentes contextos e situações, não somente como uma linguagem viva a expressar e justificar os fazeres dos sistemas econômicos, tecnológicos e sociais, mas também como produtora de tecnologias e de legitimação de ações sociais. Os autores apontam intencionalidades no fazer matemático que atendem interesses e intenções na produção desses sistemas que, além de poder nos submeter a riscos às vezes catastróficos e não-controláveis por quaisquer outras tecnologias que possam ser criadas, controlam decisões e nessas imbricadas relações políticas, tecnológicas e econômicas se evidenciaria a idéia de que a matemática pode gerar, influenciar e limitar ações sociais**.** Configurar-se-ia, assim, um misto de conhecimento e poder e, no núcleo desse misto, encontrar-se-ia a matemática em ação**.** Nesse sentido, parece se justificar a alfabetização matemática para a formação do sujeito partícipe da sociedade, consciente da importância do papel desempenhado pela matemática no mundo, como orientadora de decisões e reflexões críticas, como deseja a Organisation for Economic Co-operation and Development Programme for International Student Assessment.

A grande questão com que nos defrontamos parece ser a de saber o que devemos entender por alfabetização matemática, às vezes referida como mathemacy, numeracia ou ainda literacia. As opiniões variam consideravelmente e podem ser vistas como num *continuum* em que um extremo a alfabetização matemática é "considerada como a entrada à matemática e no outro extremo, como meio de interagir com os aparatos matemáticos na sociedade" (JULIE, 2006, p-62). Juilie (2006) destaca a alfabetização matemática crítica como uma região da alfabetização matemática fundamentada no paradigma da educação matemática crítica (SKVOSMOSE, 1994) em que é anunciado que o essencial para esta é "se é ou não possível desenvolver uma competência, mathemacy, que tenha um potencial semelhante ao da alfabetização e que possa ajudar os estudantes a reinterpretar sua realidade e de propor uma realidade diferente?". (SKOVSMOSE, NIELSEN e COLIN POWELL, 1995; JULIE, 2006).

Em que pese a complexidade das questões anunciadas, os entendimentos nos encaminham ao ensino que privilegie a análise de situações em contextos reais, no sentido da alfabetização matemática crítica que "tem foco sobre a cidadania e interesses nos modelos matemáticos que estruturam a vida social" (JULIE, 2006, p.63). No entanto, o ensino envolvendo modelagem de situações reais revela dificuldades, mesmo na presença de um bom repertório matemático como apontam os questionamentos do tipo "Why do students who score well on traditional standardized tests often perform poorly in more complex "real life" situations where mathematical thinking is needed?"[5] (LESH & SRIRAMAN, 2005a, p. 7), ou ainda, "What are the connections between students' abilities in standardized tests and their abilities working with messy "real life situations" involving mathematics[6] (i.e. situations where mathematical modeling is

---

[5] Por que razão alunos bem sucedidos em testes padronizados tradicionais frequentemente apresentam mal desempenho em situações mais complexas de "vida real" onde é necessário pensamento matemático?

[6] Quais são as conexões entre as habilidades dos alunos em testes padronizados e suas capacidades trabalhando no confuso mundo das "situações de vida real" envolvendo matemática?

emphasized?) (IVERSEN & LARSON, 2006, p.281), que, de certo modo, confirmam a posição de Ponte (2002) de que estudar matemática abstrata, nomeadamente álgebra e geometria, não levaria necessariamente ao desenvolvimento da numeracia. Isso se evidencia mais ainda quando nos damos conta dos trabalhos de Grandsard (2005) e Julie (2006).

Grandsard observa que embora os estudantes sejam excelentes em memorizar fatos, fórmulas e provas, não respondem bem em aplicações da matemática, ou mesmo em reconhecê-la, em contextos incomuns para eles e, então, levanta questões sobre a eficiência do ensino da matemática para alertar que tais dificuldades dos estudantes são também dos professores já que "alguns dos nossos futuros professores mestre em matemática não puderam traduzir ao nível do liceu. Como será possível que ensinem modelagem para seus alunos?" (GRANDSARD, 2005, p.7). Julie (2006), por sua vez, analisando a alfabetização matemática na África do Sul, também aponta manifestações de docentes experientes e hábeis sobre a dificuldade de ensinar a alfabetização matemática e imputa, entre outros fatores possíveis, às deficiências de análise didática e, entre elas, cita a pouca experiência em desenvolvimento experimental do ensino e a dependência epistêmica de especialistas ao esperarem uma transposição didática (CHEVALLARD, 1999) de especialistas da alfabetização matemática para um fazer elementar escolar.

Sob as dificuldades do tipo apontadas e buscando o desejado para a alfabetização matemática crítica, Ponte (2002) entende que a alfabetização matemática deve ser assumida como uma competência interdisciplinar que deve ser trabalhada em todas as disciplinas escolares que usam informação de natureza numérica e outros conceitos matemáticos que nos levam ao entendimento sobre Modelagem Matemática (MM) como um dos veículos da alfabetização matemática. Por outro lado, Barbosa (2006) propõe a MM sócio-crítica que assume a modelagem de situações reais do entorno social do aluno por meio de uma articulação discursiva entre o domínio da matemática pura, da técnica de modelagem e da reflexão sobre a situação que busca, de certo modo, atender o desejado pela educação matemática crítica.

Ambas as abordagens poderiam evitar, de certo modo, em nossa opinião, dificuldades dos tipos apontadas por Grandsard, mas as propostas desses autores correm riscos de restringir-se a uma reflexão sobre a situação particular analisada, embaçando o fazer reflexivo matemático na situação e alijá-lo como parte integrante das complexidades sociais e humanas envolvidas no processo de análise, além de não assegurar o fazer da generalização e da universalidade indispensáveis, entre outros aspectos, para a tomada de consciência do fazer matemático no contexto da situação e o consequente valor dos modelos matemáticos para as sociedades.

Desse modo, torna-se imperioso refletirmos sobre as complexidades envolvidas no processo de MM na escola que evidencie, mesmo que parcial, o desejado pela educação matemática crítica considerando, sobretudo, as dificuldades aqui apontadas e a modelagem sócio-crítica de Barbosa, mas sem perder de vista o que diz Yasukawa e Colaboradores (1995; p. 816) sobre a numeracia; como "mais do que matemática, como a capacidade de situar, interpretar, criticar e, talvez até mesmo criar, a matemática em um contexto, tendo em conta nisso tudo a matemática e as complexidades sociais e humanas envolvidas nesse processo", ou seja, o contexto da situação e o fazer matemático, como um fazer humano e social, estão incrustados um no outro como parte única e singular do processo de modelagem e, desse modo, os sujeitos que modelam são também partes integrantes do contexto da situação analisada.

Esse pensar nos conduz ao entendimento da atividade de MM na escola como uma atividade matemática do modo postulado por Chevallard, Bosch e Gascon (2001) e da transposição didática no sentido de "extrair um elemento de um contexto (universitário, social, etc.) para (re)contextualizá-lo no ambiente sempre singular e único da sala de aula" (D'AMORE, 2007, p.226). Tal entendimento da MM de situações reais nos permite vê-la como uma atividade humana pertinente a diferentes práticas sociais, inclusive de matemáticos no sentido de promover e ser promovida pelo formalismo matemático, por tecnologias dele decorrente como o computador e que pode levar a uma iniciação de uma consciência crítica de que os modelos matemáticos são construtos de sujeitos culturais, formados no seio de grupos com quem compartilham atividades, e, portanto, que tais modelos matemáticos, como saberes matemáticos, "são bens culturais que são produtos da atividade humana em sua prática de modificar e construir sua realidade, tanto natural como social" (SIERRA, 2005, p.197).

2-O fazer matemático e modelagem matemática

Como destacamos, estudar matemática abstrata, embora necessária, não garante sucesso em MM na escola e sobre isso postulamos que um dos aspectos, que levam às dificuldades docentes em MM, decorre da crença desta como uma estratégia ou metodologia de ensino fundamentada no fazer do matemático aplicado. Acreditariam que esse fazer consiste em "fotografar" parte de uma realidade para em seguida a "revelar" em equações matemáticas com precisão inumana, neutra, fiel a realidade objetiva e que, para isso, são requeridos saberes específicos da "revelação" não estudados na formação docente. Nesse sentido, revelar-se-ia a subordinação dos professores e de estudantes, a epistemologia de especialistas, no sentido descrito por Julie (2006), ou seja, esperariam uma transposição didática (CHEVALLARD, 1999) por especialistas da educação matemática de modo a tornar possível o fazer da MM escolar.

Acreditamos que essa crença docente se constrói na baixa ênfase no enfrentamento de situações de modelagem no ensino escolar, com mais vigor na sua formação inicial docente, e eclode na concepção de que análises de situações reais exigem "adequar" métodos, algoritmos e fórmulas e que, isso, ainda pode demandar o uso de computadores ou máquinas específicas para por a matemática em ação - como as máquinas ditas financeiras que foram construídas para atender a interesses de grupos sociais específicos. Em que pese esta meia verdade, é preciso ter em conta que o ensino não tem se mostrado suficiente para dar conta do fazer, "do adequar" e para evidenciar a necessidade do fazer de métodos, fórmulas e algoritmos que constituem a matemática automatizável. De outro modo, a matemática escolar poderia até ser suficiente para o entendimento da ação como automação, mas não seria suficiente para o entendimento de que estas não se confundem como mostram resultados previstos pela automação que não são verificáveis em ação, e fazer, com isso, o emergir das necessidades para o desenvolvimento de novos métodos e algoritmos para um mesmo modelo matemático.

Assim, entender o porquê de tantos métodos para um mesmo modelo, como evidencia o estudo escolar da resolução de sistemas de equações algébricas lineares do ensino fundamental que adentra o ensino médio e depois o superior, poderia evitar quando da busca desse entendimento, por exemplo, de serem encaminhados à concepção de que tal preocupação não é da matemática, mas da matemática aplicada. Mais precisamente de serem encaminhados para a concepção binária, pura e aplicada, da matemática e de que a segunda não é objeto da matemática básica, mas de estudos científicos e tecnológicos que são evidenciados por meio das disciplinas científicas escolares e ratificados no do ensino de graduação nessas áreas.

Para entendermos esse fazer matemático que ignora as situações reais na construção do conhecimento matemático, mais precisamente, o fazer formal destituído de significados no sentido referenciado amiúde pelos estudantes de que, na matemática vis ambem tema mostrou-se inconsistente como indicou Russel em 1902 com seu paradoxo de Russel. "existem regras através das quais se obtém fórmulas a partir de outras, mas as fórmulas não são acerca de nada, são apenas cadeias de símbolos" (DAVIS e HERSH, 1995, p. 300), é preciso levar em conta que, em muito, é herdado de grande parte da comunidade matemática acadêmica que não associa o fazer matemático com a modelagem de situações em contexto real acreditando, como posto por Russel (1965, p. 50), que não se está fazendo matemática quando se encontra um resultado a partir de hipóteses particulares como ocorre nessas situações.

Esse pensar tem suas raízes na escola logicista de pensamento matemático de redução da matemática à lógica que visava criar uma linguagem universal, uma espécie de cálculo universal para o raciocínio de modo a assegurar as certezas do pensamento humano. Nesse sentido, de mecanização do raciocínio primando pela consistência de modo a assegurar as certezas do pensamento é também o desejado pela escola formalista de pensamento matemático que por meio de seu principal precursor, Hilbert, desejava saber se uma prova de toda assertiva poderia ser realizada por um procedimento mecânico, ou seja,

> (...) Hilbert estava pedindo nada menos do que a subordinação de toda a matemática, com seus conceitos abstratos e sutis, uma rotina mecânica – mecânica em suas regras de formação e regras de inferência, mecânica na verificação de suas provas, mecânica em sua capacidade de decidir questões matemáticas sem pensamento, intuição, significado, ou deliberação. Mecânica como em uma máquina. E mecânica, deixe-me acrescentar imediatamente, de um modo que parece quase inumano. (BERLINSKI, 2002, p.152).

Como podemos notar a concepção do fazer matemtico como um fazer quase inumano, destituído de significados, sem relações com a realidade, com ênfase nos métodos, algoritmos e fórmulas acerca de nada, privilegiando a mecanização do raciocínio consistente de modo a assegurar a certeza do pensamento, h muito tem sido cuidado para assegurar o fazer dos matemáticos, e, como tal, subjaz o fazer matemático acadêmico.

Assim, a busca de um fazer matemático escolar mais próximo do fazer acadêmico formal, despista as construções de modelos para anlise de situações reais e contribui para tornar invisíveis as articulações entre objetos matemticos no fazer de diferentes tipos das atividades humanas. Tal atitude, em contraste com a óbvia ação da matemática na ciência e tecnologia, fomenta a concepção binária da matemática, pura e aplicada, e com isso a crena do fazer de MM como fazer especialista de matemáticos aplicados.

No entanto, torna-se necessário observar dois aspectos sobre MM. Primeiro que modelar uma situação real ou hipotética uma atividade matemática e como tal um fazer que se constrói com o formal matemático. Segundo, e não menos importante, que modelar uma situação real não uma atividade restrita do matemático, em particular do matemático aplicado.

No primeiro aspecto, importante ter em conta que a matemática se desenvolve e evolui por foras internas concernentes s questões da matemática e por forças externas, decorrentes das necessidades sociais para o enfrentamento de situaões reais de interesses. Examples are societal needs, money, and, not least, war to mention a few. For example, the U.S. funding of research after World War 2 and during the Cold War was a major (outer) driving force for several scientific and technological disciplines at the time[7]. (JANKVIST, 2009, p.75). Nesse sentido, a MM revelada como uma prática reflexiva que busca atender intencionalidades e interesses sociais e que, para tal, articula e integra fórmulas, métodos, e algoritmos j bem

[7] Exemplos são necessidades sociais, dinheiro e, não menos importante, a guerra, para mencionar algumas. Por exemplo, o financiamento de pesquisa pelos EEUU, após a 2ª guerra mundial e durante a Guerra Fria foi um grande (exterior) motor para várias disciplinas científicas e tecnológicas no momento.

estabelecidos ou que são desenvolvidos no processo, mas que se justificam nas regras de inferência e sintaxe do fazer formal matemático. Portanto, o fazer de modelagem, de fórmulas, mtodos, e algoritmos constituem partes do pensamento matemático e seus usos são indispensáveis para pensar, para "fazer matemática, pois, grosso modo, são snteses de elaborações de pensamentos que quando evocados, não necessitam mais ser (re) elaborados.

Adicionalmente, as articulações e integrações de fórmulas, métodos e algoritmos promovem um pensar matemático-computacional para atender práticas sociais que exigem modelos com métodos, algoritmos e fórmulas com universalidade e automação para cada tipo de situação de interesse, levando em conta o ganho simultneo de tempo e esforço intelectual, de modo a tornar o fazer matemático-computacional menos árduo nas construções de outras fórmulas, mtodos, e algoritmos em novas situações. E que, por isso, se constituem no somente objetos matemáticos, mas também ferramentas do aparato matemático da sociedade que precisam ser tornados simples e acessíveis a todos que deles necessitem em suas práticas sociais, inclusive na escola.

Quanto ao segundo aspecto, preciso destacar que as construções de modelos matemticos nas práticas sociais, por exemplo, das economias, ciências e tecnologias, são realizadas por equipes de especialistas, em conjunto ou isolados por área de conhecimento, que podem contar ou não com a colaboração de matemáticos aplicados, pois modelar não uma tradução do real para a linguagem matemática. Exige uma compreensão objetiva do que se deseja do contexto da situação, e, portanto, de uma descrição nas linguagens de conhecimentos específicos do contexto da situação a ser enfrentada ou desejada.

Como uma descrição, um modelo matemático não descreve necessariamente a situaão descrita, mas o produto da relação do sujeito com a descrição, subordinada as limitações das linguagens matemáticas, e não raro dos recursos computacionais. Pois tal limitação pode, durante o processo de MM, exigir novas descrições da situação nas linguagens específicas ou, at mesmo, se mostrar incapaz para a construção de um modelo matemático, por exemplo,

> pode haver um local sagrado para a população indígena que conhecida tambm por ser rico em minerais. Pode muito bem ser possível analisar os custos e benefícios econômicos da

> exploração mineral do stio por meio de uma detalhada descrição matemática, entretanto tanto inadequado e impossível "matematizar" o significado cultural do sítio. (CHRISTENSEN, SKOVSMOSE, YASUKAWA, 2008. p.78).

Além disso, o desejado de uma situação, que participa do contexto da situação pode não se revelar, necessariamente, na descrição. É possível, por exemplo, que ao escolher a definição geométrica de parábola se construa uma antena parabólica sem se dar conta das propriedades físicas da reflexão e refração que permitem a compreensão objetiva da situação, ou seja, de captar sinais e potencializá-los em um ponto, pois tais saberes não estão explícitos nos modelos matemáticos de construção de uma parábola.

De outro modo, o domínio exclusivo de saberes matemáticos pelo sujeito pode não ser suficiente para permitir a ele vislumbrar, necessariamente, a complexidade de tessituras entre os interesses, intenções e outros saberes que envolvem um modelo matemático do qual ele não tenha participado de sua construção. Nesse sentido, modelar uma situação ou identificar um modelo matemático que governa uma situação, exemplificado na construção da parábola, pode se revelar uma tarefa complexa, senão, impossível de ser realizada no estrito domínio matemático. Isso pode contrariar a concepção de MM desejada pela alfabetização matemática, como uma competência revelada pela capacidade do sujeito de identificar aspectos relevantes, variáveis, relações ou hipóteses de uma situação e traduzir isto num problema matemático (NISS, BLUM & GALBRAITH, 2007), pois tais habilidades não, necessariamente, se revelariam em situações reais inusitadas para o sujeito ou que não tenham significados outros não-matemáticos e de interesses para ele, mesmo que o sujeito seja um habilidoso matemático, o que nos leva a compreender, de certo modo, as dificuldades do processo de MM na escola, por estudantes e professores, citadas por Grandsard.

Para pensar o processo de modelagem de uma situação real é preciso observar que a construção de um modelo matemático de uma situação real, como todo construto humano e social, é um produto de experiências dos sujeitos e como tal envolve intenções, interesse, saberes, crenças e emoções que não se mostrarão visíveis em um modelo matemático de uma situação real, como alerta Barbosa (2006, p. 296) de que em Busse & Kaiser (2003) e Busse (2005) "there is evidence that the problem context may be reconstructed in different ways by students, having diverse effects on them, since each has his/her own experiences and beliefs".[8]

Contextualizando esse pensar no ensino básico, podemos evidenciá-lo, por exemplo, pelos problemas ditos de "regra de três" que são objetos de estudo no ensino fundamental. Esse tema que julgamos ser de extrema relevância para o estudo de MM por tratar de um tipo de relação entre grandezas presente em inúmeros modelos matemáticos de diferentes áreas do conhecimento.

O ensino de regra de três, em geral, está vinculado a um tipo de situação já realizada em que são conhecidos os valores de diferentes grandezas de interesses e deseja-se encontrar para essa situação, implicitamente sob as mesmas condições, o valor de uma dessas grandezas para novos valores das demais e associada a isso um tipo de técnica como a do tipo descrita por Trajano (1927). Assim, mais tarde, situações assim descritas quando enfrentadas pelo sujeito em outras etapas da vida como estudante ou profissional, inclusive no ensino, são rapidamente interpretadas como uma situação do tipo 'regra de três' e trazem consigo a técnica para enfrentá-la.

No entanto, quando as situações que não apresentam explicitamente as características acima descritas, as dificuldades de professores se revelam como a por nós vivenciada com um grupo de professores em um curso de educação continuada. A situação exigia obter de uma expressão algébrica para cálculo da área de um jardim em forma de um setor circular conhecido o seu perímetro. As dificuldades se manifestaram em primeiro momento por não se lembrarem de argumentos geométricos que poderiam levá-los à expressão procurada. Quando vislumbradas as grandezas envolvidas como a medida do raio, o comprimento de arco e a relação de proporcionalidade entre essas

---

[8] Há evidências de que o contexto do problema pode ser reconstruído de maneiras diferentes pelos alunos, com diversos efeitos sobre eles, pois cada um tem suas próprias experiências e crenças.

medidas e a medida de área, não sabiam como expressar isso algebricamente. O problema escrito como uma situação de regra de três foi determinante para produzir o modelo para a situação.

Como podemos destacar a situação descrita, ou seja, interpretada na forma de um problema de regra de três evocou a técnica como a citada por Trajano, que por sua vez remeteu para o modelo. A situação interpretada, segundo um tipo de situação com uma técnica de resolução já presente no repertório de experiências matemáticas dos sujeitos, acabou por determinar o modelo, evidenciando que situações distintas interpretadas de modo similar podiam ter um mesmo tipo de formulação e então concluírem que uma expressão algébrica do tipo $y = ax$ não é um amontoado de letras, mas uma relação entre grandezas que ganha significados em situações descritas algebricamente, como por exemplo, $e = vt$ ou $f = ma$ estudadas no ensino médio, ou seja, é um tipo de modelo matemático que dá conta de diferentes situações.

Oportunamente, a riqueza de situações que podem ser exploradas com a regra de três podem também nos ajudar a desvendar parte da complexidade de "adequação" de fórmulas no processo de modelagem, pois evidencia que as relações entre as grandezas são em geral estabelecidas pela relação do sujeito com o contexto da situação frente ao repertório de experiências do sujeito. Ou seja, não é uma relação pré-existente à espera de ser descoberta como podem nos fazer acreditar. Lima (1986), por exemplo, sobre os problemas de regra de três, destaca que é preciso identificar por um critério prático e simples da proporcionalidade (direta - para algumas grandezas, inversa - para outras), e comprovar a relação de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas.

O fazer cultural matemático, mesmo o escolar, evidencia o fazer da regra de três sem verificações de proporcionalidade que se mantém vivo em inúmeros exemplos de modelos matemáticos, encontrados na escola e na academia, envolvendo grandezas relativamente fáceis de serem observadas não-proporcionais, mas que são assumidas como tal, como nos mostram vários modelos matemáticos da física, os problemas de regra de três que envolvem grandezas como metros quadrados de muro, número de homens e de dias, os modelos ecológicos/demográficos que relacionam a taxa de crescimento populacional com a população presente, e muitos outros, da química, da biologia estudados e/ou aplicados na escola, na academia e em outras instituições.

Para ilustrar que as grandezas e as relações entre elas são escolhas do sujeito que atendem intencionalidades que não se mostram na situação, recorremos ao modelo empregado pelo IBGE (2008) para estimar populações $P_i(t)$; i = 1, 2, 3,... , n, de municípios de uma região com população estimada *P(t)* em um momento *t,* com $P(t)=\sum_{i=1}^{n}P_i(t)$. Os modeladores assumem que o crescimento da população de cada município *i,* , depende do crescimento da população da região *P(t)* numa relação "linear" da forma em que o coeficiente é *coeficiente de proporcionalidade* do incremento da população do município *i* em relação ao incremento da população da região, e é o coeficiente linear de correção. Desse modo, conhecido as populações de um município *i,* , e de sua região, *P(t),* em dois momentos t_0 = 2000 e t_1 = 2007, por exemplo, determinamos os coeficientes e para aquele município resolvendo o sistema de equações, o que nos permite fazer estimativa da população em outro momento, *t* = 2008, por exemplo.

Mas, por outro lado, podemos pensar que a população de uma região, o Brasil, por exemplo, como uma função do tempo expressa pelo polinômio . Assim, conhecidas as populações do Brasil em 1950, 1960 e 1970 podemos estimar por esse modelo a população do Brasil em 1980. Consultando os arquivos do IBGE, encontramos que as populações do Brasil 1950, 1960 e 1970, são respectivamente em milhões da ordem de 51,944 , 70,07 e 93,138 e assumindo que *P(0)* = 51,944, *P(10)* = 70,070 e *P(20)* = 93,138 isso nos leva ao seguinte sistema de equações lineares.

$$\begin{cases} a.0^2+b.0+c=P(0) \\ a.10^2+b.10+c=P(10) \\ a.20^2+b.20+c=P(20) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0a+0b+c=51,944 \\ 100a+10b+c=70,070 \\ 400a+20b+c=93,138 \end{cases}$$

De onde encontramos os valores de *a* = 0,02471, *b* = 1,5655 e *c* = 51,944 que determinam

$$P(t) = 0,02471t^2 + 1,5655t + 51,944$$

e $P(30) = 0{,}02471(30)^2 + 1{,}5655(30) + 51{,}944 = 121{,}148$ que correspondente à população no ano de 1980. A população do Brasil em 1980, conforme o arquivo do IBGE é da ordem de 119,002 milhões de habitantes e se encontra numa faixa de dois por cento do valor estimado, que o torna um valor relativamente aceitável, pois outras propostas de relações da população com o tempo podem ser estabelecidas e podem gerar resultados melhores que o encontrado.

Não há um critério matemático que permita por simples observação, distinguir um arco de parábola, como assumido no exemplo acima, do arco de exponencial/logaritmo, ou mesmo do arco de uma cúbica, para citar uns poucos exemplos, e assim "Many models can be imagined for one situation, and many different situations may be represented by the same model. A difficult task is to choose, if possible, the best model"[9] (REVUZ,1971, p.49). Nesse sentido, não há um modelo certo e outros errados para uma situação, mas um modelo que pode ser legitimado socialmente para a situação por produzir soluções aceitáveis socialmente para diferentes situações do mesmo tipo.

No entanto, a concepção binária da matemática no ensino básico não permite a tomada de consciência do fazer de modelagem. Essa concepção evidenciada no trabalho de Barbosa (2006) quando distingue claramente os domínios da matemática pura e das técnicas, acreditamos que se consolida pela não tomada de consciência do fazer paramatemático dos matemáticos ao longo do desenvolvimento e evolução da matemática que é tão bem representado pelos "números complexos que foram utilizados como ferramentas para resolver equações algébricas em 1500, mas que se tornaram objetos estudos próprios mais tarde." (JANKVIST, 2009, p.74). Nesse sentido, não há uma matemática binária no fazer escolar, mas um fazer que frequentemente use noções matemáticas unicamente "como ferramentas transparentes, não questionadas ou até mesmo inquestionáveis, e que são consideradas somente úteis para descrever outros objetos" (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001, p. 75).

---

[9] Muitos modelos podem ser imaginados para uma situação, e muitas situações diferentes podem ser representadas pelo mesmo modelo. É uma tarefa difícil escolher, se é que é possível, o melhor modelo.

Por isso, de modo distinto de Barbosa, entendemos que a matemática básica escolar não binária, pura ou aplicada, mas que o formal e o técnico são ou precisam ser faces indistinguíveis do mesmo fazer, como mostra o fazer dos matemticos ao longo do desenvolvimento e evolução do conhecimento matemático que se nutriu e se nutre, não somente das questes que emergem no interior da matemática, mas também das que emergem no enfrentamento de situações reais. Defendemos a MM de situações reais no ensino bsico como produtora e produto do fazer formal matemático que destaca, entre outras coisas, o fazer de previsão – a mecanização do raciocínio com a segurança da certeza do pensamento preconizada pelas escolas de pensamento matemático citadas - que permite gerar e controlar realidades por meio de modelos com a garantia dos resultados obtidos dedutivamente por esse fazer formal.

A intenção de previsibilidade que permite transformar os modelos matemáticos em molas propulsoras da matemtica em ação nas sociedades, nas economias e nas ciências e tecnologias em geral, como alerta a educação matemática crtica, revela o sujeito como parte integrante e inseparável do contexto da situação que modela medida que esse fazer de previsibilidade atende a desejos dos sujeitos integrantes do contexto da situação.

4- A situação, o modelo e o método

Lembrando que a MM de situações reais pode depender de um bom repertório teórico matemático, mas que depender, sobretudo, de um bom repertório de experiências legitimadas e dominadas pelo sujeito em modelagem de situações do seu entorno social que se revela, por exemplo, nas práticas humanas sociais da economia, das ciências e tecnologias, cujos afazeres são marcados pela recorrência a modelos e métodos matemáticos j socialmente significados e legitimados no fazer regular de suas atividades, ou pela criação de novos modelos e novos métodos por meio de articulação e integração de métodos e modelos j significados e legitimados.

E assumindo esses afazeres como um fazer matemtico que permite ao homem a previsibilidade de e para situações reais de interesse sociais, reivindicamos o olhar para esse fazer como uma atividade humana em busca de atender interesses e intencionalidades de grupos sociais, que realizadas regularmente são modeladas em praxeologias que se organizam em tarefas que exigem tcnicas fundamentadas em tecnologias de teoria matemáticas j criadas, ou que se desenvolvem no seio dessas praxeologias, mais precisamente, como postula a teoria antropolgico do didático (TAD), de que atividade matemática uma atividade humana e "pode ser identificada como uma atividade de MM" (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001, p. 50) ou ainda que atividade matemática , essencialmente, uma atividade de modelagem em si (GARCIA et al, 2006, p.232) e, como j evidenciamos, inclusive modelagem de situações reais. Tal entendimento nos permite pensar que o mesmo tipo de atividade pode ser transposto, no sentido da transposição didática, para o ambiente singular da sala de aula.

Nesse pensar, a modelagem não se restringe a formulação do modelo M e a interpretação de uma solução para a situação S, mas também da adequação ou criação de um mtodo P, pois, um modelo sem método não útil por não prover uma solução para a situação e, por outro lado, o método pode não ser útil frente a um modelo j validado para um tipo de situação S por não produzir soluções coerentes para o contexto específico da situação. Assim, uma situação do tipo S demandar um par (M, P), mesmo que P = M, evidenciando que o método não somente para o modelo M, mas também para a situação S. As limitações que impeçam encontrar, ou criar, um par para a análise da situaão S, poderão levar a uma adequação do contexto da situação a um contexto que j possui um par legitimado. Assim, o modelo M e o método P podem ser produtos ou produtores da situação S e quando provêem uma solução interpretada como coerente e aceita socialmente, a tríade (S, M, P) legitimada. A recorrncia de enfrentamento de situações interpretadas como do tipo de situação S evocar o modelo do tipo M com o método P.

Assumimos, assim, a MM escolar como um trabalho regular de análise de situações do entorno social do sujeito, a a se inclui o fazer escolar, por meio de identificação, geraão, ou de criação, de tríades (S, M, P) que permitam o desejado pelos sujeitos do contexto da situação. Parafraseando Chevallard, Bosch e Gascón (2001), destacamos nesse trabalho três aspectos: "a utilização rotineira de tríades j conhecidas; a aprendizagem (e o eventual ensino) de tríades e da maneira de utiliz-los; e a criação de conhecimentos matemáticos, isto , de novas tríades para os sistemas estudados (p.56). Esses aspectos, não são sequenciais e associados a níveis cognitivos ou a níveis de ensino e nem sobre situações particulares, podendo ocorrer simultaneamente em uma única situação em qualquer nível de ensino.

Seguindo nesse pensar**,** o enfrentamento de uma situação real pode inicialmente parecer simples e mecânico no sentido dela poder ser enfrentada por uma pessoa que não domine saberes específicos matemáticos e que pode se limitar a cálculos de valores numéricos de expressões algébricas por meio de uma máquina, mas por outro lado pode exigir, de modo indispensável, pôr em ação um fazer justificado, para atender interesses e intencionalidades de grupos sociais ou individuais, estratégias de articulações e integrações de modelos, métodos, algoritmos e fórmulas já desenvolvidas, ou desenvolvê-los, no processo de modelagem da situação. Ilustraremos o que afirmamos por meio de análise de situações reais, algumas, por nós, vivenciadas em curso de formação de professores.

Inicialmente, consideremos a situação identificada em um anúncio de jornal por dois professores em formação motivados por uma matéria do Caderno Classificados Veículos da Folha de São Paulo de 04/11/2007 que denunciava no-conformidades no financiamento de veículos. Eles intencionavam torn-las de fácil compreensão para alunos do ensino básico. É uma situação de progressiva complexidade que revela aspectos supracitados com as integrações de modelos e oportunamente as conexões de saberes matemáticos de diferentes níveis de ensino por meio da MM como sugerido por Garcia e colaboradores (2006).

O anúncio da revendedora de veículos propõe a venda de um carro no valor de R$ 32.000,00 com entrada de 10% do valor anunciado e taxa de 1,53% a.m. em 60 parcelas iguais e fixas de R$ 767,34. Desejamos saber *"se os valores anunciados da prestação e da taxa estão coerentes com as condições anunciadas?"* Para respondermos a essa questão, recorremos à atividade rotineira do cálculo do desconto como segue.

Entrada de 10% nos conduz a = R$ 28.800,00.

Em seguida, assumimos o modelo rotineiro usado pelas financeiras que relaciona o valor de prestações iguais e fixas p, com a taxa de financiamento i, o valor a ser financiado D e o número de períodos n, e substituindo os valores, n = 60, i = 0,0153 e D = 28.800, obtemos o valor de p como segue.

$$p = \frac{D[i(1+i)]^n}{(1+i)^n - 1} \quad \text{de onde segue que} \quad p = \frac{28.800(0,03805)}{1,4869} = R\$\ 736,98$$

O valor da prestação de R$ 736,98 e contraria o anunciado pela financeira. Isso mostra que algo não est correto no anncio e nos encaminha para nova questão *"Se as parcelas e a taxa estão corretas, então qual o valor que est sendo financiado?*. Usando o mesmo modelo, mas relacionando D com p, i e n, e substituindo os valores respectivos anunciados, encontramos D como segue.

$$D = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} p \Rightarrow D = \frac{(1+0,0153 1)^{60} -}{0,0153\,(1+0,0153)^{60}} \times 767,34 = R\$\ 29.986,32$$

Assim, concluímos que *se os valores de p e i* estão corretos, então o valor financiado verdadeiro *de* R$ 29.986,32 e isso acarreta um adicional praticado de R$1.186,32, como denunciado pelo Caderno Classificados Veículos da Folha de São Paulo de 04/11/2007.

Por outro lado, se não h cobrança de adicionais, ento a taxa praticada pode ser diferente do anunciado, ou seja, se pratique outro valor para a taxa. Disso resultou o novo questionamento *Se as parcelas e o valor financiado estão corretos, qual taxa de financiamento est sendo praticada pela financeira?*. Para encontrar a taxa usada, recorremos novamente ao mesmo modelo, substituindo 1+i por x e com os valores de p = *R*\$767,34, D = *R*\$28.800,00 e *n* = 60meses.

$$p = \frac{D[i(i+1)^n]}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow 767,34 = \frac{28800[(x-1)x^{60}]}{x^{60} - 1}$$

Ou ainda, para $x \neq 1$, $28800x^{60} - 767,34x^{59} - ... - 767,34x - 1 = 0$

Para encontrar uma raiz para essa equação polinomial, tornou-se necessrio pesquisarmos na literatura especializada da matemática numérica um método para encontrar raízes de polinômios, acessível, pelo menos intuitivamente, aos estudantes do ensino básico. Nesse aspecto intuitivo, o método da bissecção permite ser usado sem maiores elaborações matemáticas assumindo a noção paramatemática de continuidade para uma função *f(x)* que muda de sinal em um intervalo [*a, b*]. Ele consiste em subdividir este intervalo em suas duas metades, ou seja, em dois subintervalos de menor amplitude $\left[a, \frac{a+b}{2}\right]$ e $\left[\frac{a+b}{2}, b\right]$ e verificar se a raiz está contida na primeira ou na segunda metade do intervalo inicial. Se a função *f(x)* mudar de sinal em $\left[a, \frac{a+b}{2}\right]$ indicará que a raiz está nessa primeira metade do intervalo [*a*,*b*]. Caso contrário à função *f(x)* ter mudado de sinal na segunda metade do intervalo $\left[\frac{a+b}{2}, b\right]$ e nesse intervalo estará localizada a raiz. Repetimos esse processo assumindo sempre que a melhor estimativa da raiz em cada etapa ser o ponto médio do intervalo que contém a raiz. O processo repetido at que a amplitude do intervalo ou o valor do polinmio seja, suficientemente, pequeno, de modo a podermos assumir, a estimativa, como raiz do polinômio.

Como se observa, o conhecimento matemático para aplicação do método da bissecão próprio do ensino médio, onde os objetos matemáticos manipulados, entre outros, o método, a continuidade de uma função e a sequncia convergente, serão somente objetos de estudo no nível superior, mas que aqui se destacam como ferramentas para a consecução de suas intencionalidades. O mesmo exige o esforço do fazer repetitivo dos cálculos para a obtenção das aproximações sucessivas da raiz, pois necessário recorrer ajuda de ferramentas como um computador com um programa para o processo iterativo e para o cálculo do valor do polinômio por meio do processo de Briot-Ruffini.

A automação do processo produziu o valor para taxa i= 1,6873% a.m mostrando que existe uma a diferença entre esta e a taxa anunciada e que corresponde um acréscimo da ordem de 10% . Além, disso mostra que o enfrentamento da situação foi realizado, inicialmente, pela simples identificação da tríade, revelada pelos primeiros questionamentos, o modelo e método pela fórmula da financeira, seguida de geração de nova tríade, revelada pelo ltimo questionamento, modelo da equação polinomial e o método da bissecção.

Mostra também que o par (M,P) pode acabar determinando a situação, como alerta a educação matemática crítica, ao recorrermos a uma fórmula da matemática financeira legitimada por instituições sociais (associações comerciais, bancos, financeiras e etc.) que orientam a política de financiamento de bens de consumo. Como se observa, o fazer matemático parte integrante do contexto da situação.

Destacamos que os modelos matemáticos tomados como interpretações fiéis de situações do mundo real, por se mostrarem exatos para situações como o exemplo tratado e outros, como o de redimensionar uma receita de bolo, o cálculo do custo do consumo de energia elétrica, do cálculo do rendimento de uma aplicação financeira, da simulação do custo de jogar um dado número de dezenas na mega sena, ou da simulação de custo para a construção de um piso considerando o tipo de revestimento, são geralmente produtos do fazer matemático institucionalizado e construídos para governar essas situações, no sentido da matemática em ação posto por Skovsmose (1988), Valero & Skovsmose (2002) e se constituem em excelentes oportunidades para análises no sentido da modelagem critica significada matematicamente pela TAD.

Nessas situações, a MM pode tornar-se uma decodificação do modelo que governa a situação. Muitos estão instituídos em nossa sociedade explicitamente e/ou decodificveis pela matemática básica. A vantagem nesses casos a objetividade do que se quer e das grandezas ou variáveis envolvidas, como j destacamos. No entanto, intenções outras dos sujeitos que vivem a situação podem no fazer parte de forma objetiva das formulações e constituem importantes exemplos para revelar essas intenções não-explicitadas pelos sujeitos que modelaram a situação. Um exemplo nos foi revelado por estudantes de graduação e professores de matemática quando em situações do mercado financeiro, que são governadas pela matemática financeira, não conseguem entender quando o regime de juros simples ou composto. Nesses casos, claramente se mostra que os modelos financeiros são construídos com intenções de assegurar vantagens financeiras a quem possui o dinheiro ou o bem desejado pelo outro.

Nessa ótica não difícil entender o porqu do regime de juros ser composto nos financiamentos de bens e ser simples nos descontos de duplicatas. E mais ainda, entender o porqu das alíquotas de ICMS incidentes sobre as aquisições de bens e serviços, inclusive sobre serviços públicos como de energia e comunicações, serem calculados sobre os valores faturados e não sobre os valores dos serviços ou do consumo. A intenção nesse caso pode ser uma arrecadação maior e mascarar o real valor dos impostos pagos pelo cidadão, que não questiona por, não raro, acreditar na certeza matemática e da no se dar conta que, neste caso, a situação determinada pelo modelo que produz o desejado pelo governo por meio da matemática como alerta a educação matemática crítica.

4-Considerações finais

Por meio dos modelos aqui tratados, com simplicidade de formulações e economia de cálculos necessários para aplicação no ensino básico, ilustramos o afirmado pela educação matemática crtica de que a matemática pode orientar e legitimar políticas públicas e governar ações sociais.

Com isso, buscamos revelar que o modelo matemático construído de e para uma situação levando em conta o repertório de modelos, métodos, algoritmos e fórmulas, e que a escolha das variáveis e da relação de funcionalidade entre elas determinada pela relação dos sujeitos com a situação contemplando seus interesses e intenções, nem sempre explícitos, em busca de uma solução aceitável para a situação. E que, inicialmente, uma solução provida pelo modelo para o modelo e não para a situação que est sendo tratada. A pertinência das soluções propostas para o modelo que atendam os interesses e intenções em jogo na situação que legitima essas propostas de soluções do modelo matemático como também soluções para a situação.

As situações inusitadas ou que exijam saberes de outras disciplinas não-matemáticas podem revelar dificuldades de serem interpretadas por meio de um modelo matemático numa atividade restrita dessa disciplina. Assim, analisar situações do entorno social do aluno, como as que governam políticas e ações sociais, nos parecem viáveis para permitir interpretações que revelem o fazer de negociações entre os interesses e intenções dos sujeitos e o contexto da situação, e, com isso, destaque a não-neutralidade no processo de modelagem como recomenda Barbosa (2006).

Além disso, a modelagem de e para situações reais por meio de tríades (S, M, P) j dominadas e instituídas socialmente, numa articulação e integração, frmulas e algoritmos no sentido proposto pela TAD, pode revelar o fazer de pesquisa envolvido no enfrentamento de uma situação real, pois nesse fazer assumido descrever a estratégia para enfrentar o tipo de situação, destacando a estrutura do modelo matemático que se confunde com o fazer de um novo modelo, fórmula, método ou algoritmo, ou ainda, com o fazer desejvel de demonstrar um teorema e, em tudo, muito contribui para evidenciar o desejado caráter universalizante da natureza da matemática. Revela que a experiência no enfrentamento de situações reais pela matemática fator importante na construção de modelos matemáticos, mas que se desenvolve, paulatinamente, no seio das experiências matemáticas em situações reais vivenciadas pelos sujeitos. E mais, que um fazer coletivo e colaborativo, como os das práticas sociais de modelagem da economia, engenharia, por exemplo, pode ser pensado na escola de modo a movimentar um conjunto de experincias mais rico para propor e legitimar modelos no enfrentamento de situações de entorno social dos estudantes, inclusive as situações matemáticas escolares.

Acreditamos, assim, que possível pensar esse fazer de modelagem por meio de transposições didáticas de práticas sociais com a matemática do ensino básico, que evidencie o fazer matemático escolar de modelos, algoritmos e fórmulas matemticas como indispensáveis, não somente para desenvolvimento e a evolução do conhecimento matemático, mas também para a tomada de consciência de que ações e decisões tecnológicas, econômicas, polticas e sociais no mundo podem estar subordinadas a modelos matemáticos e, como tais, podem conter pontos cegos que deixam de fora, segundo as intenções em jogo ou por limitação da linguagem matemtica, outras facetas da realidade ou do fenômeno vivido como assim deseja mostrar a educação matemática crítica.

e

Referências

BARBOSA, J.C. *Mathematical Modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective*, ZDM, v.38, n.3, p.293-301, June. 2006.

BERLINSKI, David. *O Advento do Algoritmo: a idéia que governa o mundo*. São Paulo: Globo, 2002.

BLUM, W.; GALBRAITH, P.L.; HENN, H-W; NISS, M. (Eds). *Modelling and applications in mathematics education*: The 14th ICMI study, ZDM, v.40, n.2, p.337-340, May. 2008.

BUSSE, A. *Individual ways of dealing with the context of realistic tasks: first steps towards a psychology*, ZDM, Hamburg, v.37, n.5, 354-360, Oct. 2005.

BUSSE, A.; KAISER, G. *Context in application and modelling: an empirical approach*. In: Q.-X,Ye; BLUM, W.; HOUSTON, S. K.; JIANG, Q.-Y. Mathematical modelling in education and culture: ICTMA10. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-15.

CHEVALLARD, Y. *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique, 1996.

____. L'*Analyse des pratiques enseignantes en thorie anthropologique du didactique*. Recherches en Didactique des Mathematiques, Grenoble, v.19, n.2, p. 221-266,1999.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH. M.; GASCÓN, J. *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHRISTENSEN, O. R.; SKOVSMOSE, O.; YASUKAWA, K. *The Mathematical State of the World: explorations into the characteristics of mathematical descriptions*. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.1, n.1, p. 77-90, Mar. 2008.

D'AMORE, B. *Elementos de didática de matemática*. São Paulo: Livraria de Física, 2007.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Ruben. *O sonho de Descartes*. Rio de Janeiro: F. Alves, 1998.

GARCÍA, Javier; GASCÓN, Josep; RUIZ HIGUERAS, Luisa; BOSCH, Marianna. *Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics*, ZDM, v. 38, n. 3, p.226-246, June. 2006.

GRANDSARD, Francine. *Mathematical modelling and the efficiency of our mathematics*. 2005. Disponível em: http://math.ecnu.edu.cn/earcome3/sym4/Earcome3_Francine%20Grandsard_sym4.doc. Acesso em: 02.06.2009.

IBGE. Metodologia das estimativas das populações residentes nos municípios brasileiros para 1 de julho de 2008: uma abordagem demográfica para estimar o padrão histórico e os níveis de subenumeração de pessoas nos censos demográficos e contagens da população. Rio de Janeiro: IBGE, 2008. 30p.

IVERSEN, Steffen M.; LARSON, Christine J. *Simple Thinking using Complex Math vs. Complex Thinking using Simple Math: a study using Model Eliciting Activities to compare students' abilities in standardized tests to their modelling abilities*, ZDM, v. 38, n.3, 281-292, June. 2006.

JANKVIST, U. T. *On empirical research in the field of using history in mathematics education*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, v. 12, n. 1, p. 67-101, Feb. 2009.

JULIE, C. *Mathematical Literacy: Myths, further inclusions and exclusions*. Pythagoras, v. 64, p.62-69, dez. 2006.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*, ZDM, v.38, n.3, p.302-310, June. 2006.

LIMA, E.L. *Que são grandezas proporcionais?* Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n. 9, p. 21-29, jul/dez. 1986.

PONTE, João Pedro da. *Literacia matemática*. In: CONGRESSO LITERACIA E CIDADANIA, CONVERGÊNCIAS E INTERFACE, 2002, Évora, Actas eletrónicas... Évora: Centro de Investigação em Educação Paulo Freire, 2002, 1 cd-rom.

REVUZ, A. *The position of geometry in mathematical education*. Educational Studies in Mathematics, v. 4, n. 1, p. 48-52, June. 1971.

RUSSEL, B. The Study of Mathematics. In: SHAPLEY, H.; RAPPORT, S.; WRIGHT, H. *The New Treasury of Science*. New York: Harper & Row Publishers, 1965. p. 48-50.

SKOVSMOSE, O. *Toward a Critical Philosophy of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

____. *Critical Mathematics Education*. In: CLAUDI, A.; ALVAREZ, J. M.; NISS, M.; PÉREZ, A.; RICO, L.; SFARD, A. (Eds). Proccedings of the 8th International Congress on Mathematics Education, Seville: [s.n.], 1998, p. 413-425.

____. *Cenários para Investigação*, Bolema, Rio Claro, SP, v. 13, n.14, p. 66-91, 2000.

____. *Mathematics as part of technology.* Educational Studies in Mathematics, v.19, n.1, p. 23-41, Feb. 1988.

____. *Mathematics in action: a challenge for social theorizing?. Philosophy of Mathematics Education Journal, n.18, Oct. 2004.*

SKOVSMOSE, O.; NIELSEN, L.; POWELL, A. *Critical Mathematics Education*. Research Report R-95-*2023*, Aalborg University: Department of Mathematics and Computer Science, 1995.

SKOVSMOSE, O., YASUKAWA, K. *Formatting power of mathematics: a case study and questions for mathematics education*. In: *MATHEMATICS EDUCATION AND SOCIETY – INTERNATIONAL CONFERENCE., 2nd,* 2000, Montechoro, Algarve, Portugal. Proceedings … Montechoro, Algarve, Portugal, 2000.

SIERRA, G. M. *Los procesos de convención matemática como generadores de conocimento*. Relime, v.8, n.2, p.195-218, jul. 2005.

TRAJANO, Antonio. *Arithmetica progressiva: Curso completo theorico e pratico de arithemetica superior*. 62.ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 1927.

VALERO, P. SKOVSMOSE, O. (Eds.). *Proceedings of the 3rd International Mathematics Education and Society Conference*. Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics, 2002, p. 1-13.

YASUKAWA, K.; JOHNSTON, B.; YATES, W. *Numeracy as a critical constructivist awareness of maths: Case studies from engineering and adult basic education*, Regional Collaboration in Mathematics Education: An ICMI regional conference, Monash University, Melbourne, Bowater Reding,. 1995. p. 815 – 825.

NORMAS PARA PUBLICAÇÃO

A ***Revista Perspectiva da Educação Matemática*** é uma publicação semestral e considera para publicação trabalhos originais que sejam classificados em uma das seguintes modalidades: resultados de pesquisas sob a forma de artigos; ensaios; resumos de teses; estudos de caso.

A aceitação para publicação de qualquer trabalho está subordinada à prévia aprovação do Conselho Editorial, ao Comitê Científico e ao atendimento das condições especificadas abaixo.

Ser entregues em três vias impressas e em disquete ou Cd em WinWord 7.0 ou superior (contendo o texto completo, tabelas etc.).

Estar de acordo com a NBR 6022/2003, norma referente a artigo em publicação periódica científica impressa.

Ter entre 15 e 20 páginas e obedecer o seguinte formato: papel tamanho A4; espaçamento de 1,5 linhas; margens 2,5cm; fonte Times New Roman 12 e parágrafo justificado.

Indicar, na etiqueta do disquete ou cd, o título do trabalho, o nome do autor, a instituição a que está vinculado, e-mail e telefone de contato.

Apresentar, na página de rosto, os dados sobre o autor (nome completo, endereço postal, telefone, e-mail, titulação acadêmica, cargo, função e vinculação institucional), o título completo do artigo e o resumo seguido de três palavras-chave. Limite de 1400 caracteres (com espaços) para resumo / palavras-chave.

Conter, na primeira página do texto, o título completo do artigo, omitindo o nome do autor.

Apresentar as citações e notas de acordo com a NBR 10520/2002.

- Citações curtas (até três linhas) serão integradas ao texto, entre aspas, seguidas de parênteses com o sobrenome do autor, ano da publicação e indicação da página.

- Citações longas serão separadas do texto (parágrafo único), corpo um número menor que o do texto, espaço simples, com indicação do autor, ano e página.

As menções a autores, no decorrer do texto, devem seguir o sistema de citação Autor/Data (Ver NBR 10520/2003).

Apresentar figuras, grficos, tabelas, mapas etc. em folhas separadas do texto (com a devida indicação dos locais onde serão inseridos); todos numerados, titulados e com indicações sobre as suas fontes.

Conter siglas e abreviações por extenso, quando mencionadas pela primeira vez no texto.

NORMS FOR PUBLICATION

The ***Revista Perspectiva da Educação Matemática*** is an published quarterly and considers for publication original works that are classified in one of the following areas: results of research; essays; summaries of MA or Ph.D; case studies.

The acceptance for publication of any work is subject to the approval of the Editorial Committee and to meeting any specified conditions. In order to be considered, submissions should be:

Delivered in one of three ways printed and floppy or compact disc in 7,0 WinWord or superior (containing the complete text, tables etc.).

To be in accordance with NBR 6022/2003, the norm specified for articles published in scientific journals.

Between 15 and 20 pages in the following format: paper sized A4; spacing of 1,5 lines; edges 2,5cm; font Times New Roman 12 with justified paragraphs.

Indicate, on the label of the floppy or compact disc, the title of the work, the name of the author, the institution the author is affiliated with, email and telephone number.

To present, in the face page, the data on the author (full name, postal address, telephone, email, academic titulação, position, function and institucional entailing), the complete title of the article and the summary followed of three word-key. Limit of 1400 characters (with spaces) for summary/word-key.

The first page of the text should contain the complete title of the article, omitting the name of the author.

To present citations and notes in accordance with NBR 10520/2002.

- Short citations will be integrated to the text, between quotations marks, followed of parentheses with the last name of the author, year of the publication and the page number.

- Long citations will be separated within the text as a paragraph, a smaller size font than the text, single space, indicating the author, year and page.

Citations of authors must follow the system Author/Data (see NBR 10520/2003).

Figures, graphs, tables, maps etc. should be on separate pages of the text (with indication of the places where they are to be inserted); all should be numbered, titled and with sources specified.

To contain acronyms and abbreviations specified, when mentioned for the first time in the text.

Prezado Editor,

Por meio da presente, manifesto meu interesse em receber os exemplares da revista, os quais poderão ser enviados de acordo com os dados especificados abaixo.

Nome

Logradouro (Avenida, Rua, Travessa, etc.) e número

Complemento (Apartamento, Bloco, Condomínio, etc.)

Bairro

Cidade

CEP

Telefone

e-mail

Estado

País

Assinatura

Local e data

Errata: A composição do número dois da revista Perspectivas da Educação Matemática apresentou um erro referente à autoria do artigo *Entre o olhar, o esquema e a intervenção psicopedagógica na produção matemática da criança*, pois os autores são Cristiano Alberto Muniz, Ana Maria Porto Nascimento e Regina da Silva Pina Neves, e não apenas o primeiro nome como foi indevidamente registrado.