ATIVIDADE INTENCIONAL ACERCA DO CONCEITO DE GRUPAMENTO: UMA POSSIBILIDADE PARA POTENCIALIZAR A EDUCAÇÃO COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS

Paulo Jorge Magalhães Teixeira[1]

Resumo

Este artigo objetiva levantar questões e discutir a relevância do raciocínio combinatório (RC) no ensino e na aprendizagem da Educação Combinatória na Escola (ECE), e os elementos necessários para compor uma atividade intencional que privilegie esse raciocínio com vieses sociológico, cultural e atitudinal. Para tal discutimos o lugar atual da memorização e das técnicas no ensino em detrimento às ações precípuas de refletir, questionar e pensar. Ao abordarmos a relevância do exercício do RC na resolução de questões combinatórias já desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, direcionamos nosso olhar para discussões quanto ao processo de elaboração de uma atividade intencional que estimula e potencializa esse raciocínio tomando base pressupostos da metodologia de pesquisa qualitativa. As conclusões indicam os elementos necessários para estimular e potencializar a mobilização do RC: estar em consonância com tendências da ECE; elaborar atividades intencionais com foco na mobilização deste raciocínio; enumerar elementos considerados necessários para compor tais atividades e priorizar situações do cotidiano escolar segundo o aspecto transdisciplinar.

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório; Grupamento Combinatório; Educação Combinatória na Escola.

INTENTIONAL ACTIVITY REGARDING THE CONCEPT OF GROUPING: A POSSIBILITY TO ENHANCE COMBINATORIAL EDUCATION IN THE EARLY YEARS

Abstract

This article aims to raise questions and discuss the relevance of combinatorial reasoning (CR) in the teaching and learning of Combinatorial Education in Schools (CES), and the elements necessary to compose an intentional activity that prioritizes this reasoning with sociological, cultural, and attitudinal biases. To this end, we discuss the current place of memorization and techniques in teaching to the detriment of the primary actions of reflecting, questioning, and thinking. When addressing the relevance of using cross-referenced reasoning (CR) in solving combinatorial problems from the early years of elementary school, we focus on discussions regarding the process of developing an

[1]Doutor em Educação Matemática pela Universidade Bandeirantes de São Paulo (UNIBAN). Professor Associado do Departamento de Análise do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense (UFF). Niterói, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: paulojorge@id.uff.br

intentional activity that stimulates and enhances this reasoning, based on assumptions of qualitative research methodology. The conclusions indicate the necessary elements to stimulate and enhance the mobilization of CR: being in line with trends in elective science; developing intentional activities focused on mobilizing this reasoning; listing elements considered necessary to compose such activities; and prioritizing everyday school situations according to a transdisciplinary aspect.

Keywords: Combinatorial Reasoning; Combinatorial Grouping; Combinatorial Education in Schools.

ACTIVIDAD INTENCIONAL SOBRE EL CONCEPTO DE AGRUPACIÓN: UNA POSIBILIDAD PARA POTENCIAR LA EDUCACIÓN COMBINATORIA EN LOS PRIMEROS AÑOS

Resumen

Este artículo busca cuestionar y discutir la relevancia del razonamiento combinatorio (RC) en la enseñanza y el aprendizaje de la Educación Combinatoria Escolar (ECE), así como los elementos necesarios para componer una actividad intencional que priorice este razonamiento con sesgos sociológicos, culturales y actitudinales. Para ello, analizamos el lugar actual de la memorización y las técnicas en la enseñanza, en detrimento de las acciones primarias de reflexión, cuestionamiento y reflexión. Al abordar la relevancia del uso del razonamiento cruzado (RC) en la resolución de problemas combinatorios desde los primeros años de primaria, nos centramos en el desarrollo de una actividad intencional que estimule y potencie este razonamiento, basándonos en los supuestos de la metodología de investigación cualitativa. Las conclusiones indican los elementos necesarios para estimular y potenciar la movilización del RC: estar en consonancia con las tendencias en ciencias optativas; desarrollar actividades intencionales centradas en movilizar este razonamiento; enumerar los elementos considerados necesarios para la composición de dichas actividades; y priorizar las situaciones escolares cotidianas desde una perspectiva transdisciplinaria.

Palabras clave: Razonamiento combinatório; Agrupamiento combinatório; Educación combinatoria en escuelas.

1. Introdução

Este trabalho toma como uma premissa básica que "As ideias matemáticas, particularmente comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar, são formas de pensar presentes em toda a espécie humana". (D'Ambrosio, 2002, p.30). Igualmente, entendemos que tais ideias matemáticas se materializam como expressão do raciocínio matemático, e apenas com a sua mobilização é que ganham vida e são experenciadas por professores e alunos.

Historicamente temos constatado excessivo apreço à memorização, em detrimento do papel protagonista que deveria ser emprestado ao raciocínio matemático em todas as suas vertentes. Além do mais, uma vez um raciocínio matemático seja aplicável, o que se espera é que ele seja crítico, questionador, propositivo e atitudinal. No tocante ao ensino e a aprendizagem da Matemática na educação básica, preocupa-nos o tanto de danos que a memorização de regras, técnicas e a utilização massificante de fórmulas, algumas delas dispensáveis, têm causado em crianças e jovens alunos. Por vezes, por meio de uma aprendizagem matemática distorcida e sem propósitos, no tocante à formação de futuros cidadãos trabalhadores.

O papel do professor deve considerar a importância de incentivar seus alunos a questionar, levantar hipóteses e a contestar, de modo a disciplinar momentos de reflexões e debates. Também deve orientar possíveis mudanças de rumo na sua prática, valorizando e valorando soluções consideradas adequadas que tenham sido apresentadas pelos alunos. Essa escolha pedagógica pressupõe o preparo do professor em relação à necessidade de ter de formular/reformular argumentos: descrevendo de maneira diferente; expressando de outra forma; complementando dizeres junto com os alunos, e de comprová-los para tornar possível que eles se convençam ou que questionem as afirmações que tenham sido feitas (Teixeira, 2017, p.189). Assim, fica claro que o autor expressa certo desapontamento quanto ao modo como certas questões e temas de conteúdo matemático têm sido abordados, com algumas exceções, pelos professores.

Sendo assim, neste trabalho levantamos questões e discutimos a relevância do raciocínio matemático no tocante ao ensino e a aprendizagem da matemática na escola básica (particularmente, o exercício do raciocínio combinatório (RC), presente na Educação Combinatória na Escola (ECE)), bem como por meio de elementos que consideramos necessários devem fazer parte de uma atividade intencional que objetiva mobilizar e potencializar o referido RC, com o propósito de o aluno conhecer como se conceitua um grupamento combinatório na Matemática, e dele se apropriar por meio de variados exemplos. Assim, Teixeira (2021) assevera que:

> O raciocínio combinatório faz parte do universo cognitivo e simbólico da mente humana e da matemática. Seu cultivo é uma arte tanto quanto o bem falar. Assim, o raciocínio combinatório é parte da linguagem do pensamento e das combinações de diferentes “objetos” constituintes do enunciado de um problema de contagem: letras, algarismos, cores, objetos etc. (Teixeira, 2021, n.p.).

Diz-se que uma atividade é intencional quando, de maneira assertiva, se propõe a permitir que o aluno se aproprie de um ou mais conhecimentos matemáticos específicos a ela subjacentes, por meio do estímulo à pesquisa, estudo, reflexão, análise e debates de modo colaborativo e solidário. Argumentamos sobre a relevância de os alunos, já desde a mais tenra idade, serem motivados pelo professor e os colegas a conhecer, mobilizar, exercitar e desenvolver o RC - importante para o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Básico -, bem como a possibilidade de que por meio dele estabeleçam estreita relação entre a matemática escolar e situações presentes no seu cotidiano escolar e familiar. Faz-se necessário que o aluno mobilize o RC para conhecer a origem do conceito de grupamento combinatório em situações diversas e a partir daí dele se apropriar de modo a potencializar a sua mobilização, exercício e cuidadoso desenvolvimento. É este o mote que nos motiva à proposição da atividade intencional objeto deste trabalho.

Também discutimos que para estimular, desenvolver e explorar o RC com os alunos dos anos iniciais, é necessário que o professor elabore e aplique com os seus alunos muitas outras atividades intencionais que não apenas a que será apresentada neste trabalho, tanto nas aulas de matemática quanto em atividades extracurriculares, e por conta disso também vamos tratar de apresentar e discutir acerca dos elementos necessários para a elaboração desse tipo de atividades. Para tal, vamos tratar acerca de quais elementos são necessários elencar para elaborar atividades intencionais, a partir da atividade apresentada neste trabalho.

2. Ensino e Aprendizagem da Matemática Básica

Passa ao largo a teoria que considera o conhecimento ser fruto da reflexão, compreensão, olhar crítico e raciocínio em contraponto à premissa de que as técnicas e fórmulas têm importância no aprender, e como tal devem ser evocadas a partir da memorização e da aplicação destas. Essa premissa de modelo de ensino apresenta similaridades com o que Freire (1981, 2013) denomina "*educação bancária*".

No modelo "educação bancária" fica estabelecida uma relação entre o professor (sujeito ativo da relação, aquele que detém o conhecimento) e os alunos (clientes do banco), segundo a qual o professor deposita no aluno todo o conhecimento que acumulou e que tem em seu poder, tornando-o sujeito passivo (aquele que recebe o conhecimento tal qual o professor indica, sem o direito de questionar, de saber o porquê de ser assim, mas de aceitá-lo como tal).

Assim, a *educação bancária* trata da formação de pessoas disciplinadas e submissas que se acomodam, não questionam e estão movidas pela falta de criatividade e liberdade para raciocinar e se expressar acreditando que aprender matemática consiste tão somente em repetir técnicas e procedimentos copiados do professor durante a resolução de exercícios parecidos com os que ele apresentou no quadro de giz (ou no quadro branco), ou conforme as orientações que estão apresentadas no livro didático. Neste modelo, os alunos são orientados a fazer tal qual o professor apresentou a aula resumida no quadro: conforme os exemplos, os modelos em destaque e as orientações presentes no livro didático - uma vez em consonância com as aulas apresentadas pelo professor. O professor dita o tom de como tudo deve ser feito.

A reprodução de técnicas, procedimentos e ideias matemáticas que são expostas e escritas de modo resumido pelo professor no quadro, contribui cada vez mais para a não compreensão da Matemática pelos alunos. Desse modo, o ensino da matemática fica reduzido tão somente ao fortalecimento da ideia segundo a qual a aprendizagem se dá quando está associada tão somente à memorização de regras, técnicas e fórmulas que são usadas durante a resolução dos exercícios. Acerca deste entendimento, Freire (1981) assim se manifesta:

> Um dos equívocos de muitos educadores que insistem em demasiado numa coisa importante, e que a escola tradicional usou muito, é a repetição. A repetição da definição, a repetição do conceito, da descrição do conceito. É como se repetindo o educando aprendesse. A repetição se dando como meio de possibilitar a memorização. **Obviamente que não há aprendizagem sem memorização, não há conhecimento sem memorização**. **O equívoco está em que não se memoriza para aprender, aprende e por isso memoriza**. Só é possível memorizar na medida em que eu aprendo o objeto. É porque eu sei o objeto que eu memorizo o objeto, não o contrário (Freire, 1981, p. 71, grifo nosso).

Ainda nos dias de hoje, é inevitável não deixar de fazer comparações entre a realidade da *educação bancária* - mais de 40 anos depois de Freire (1981) levantar a problemática - com práticas que ainda estão presentes em diferentes realidades e situações na educação básica brasileira, infelizmente.

Com exceções, o que ainda se constata no ensino brasileiro da matemática básica são aulas sendo apresentadas segundo o formato: introdução resumida (explicações teóricas e formais sobre um novo tópico ou conteúdo); apresentação de um ou poucos exemplos resolvidos no quadro (de onde o aluno apenas copia, sem perguntar ou questionar mas sendo "convidado" a utilizar a(s) fórmula(s) e entender (memorizar) sobre técnicas e procedimentos para reproduzir nos exercícios, inclusive por meio de músicas e/ou vídeos), e para terminar a aula segue a "imposição de uma lista de exercícios", na maioria das vezes distanciados de situações contextualizadas do cotidiano dos alunos ou em contextos artificiais). A esse respeito, D'Ambrosio (1989) aponta que:

> O professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentada pelo professor. **Essa prática revela a concepção de que é possível aprender Matemática através de um processo de transmissão de conhecimento** (D'Ambrosio, 1989, p. 15, grifo nosso).

No que concerne ao ambiente de sala de aula, em alguns momentos tem-se algumas variações, com alunos em grupos menores de até 4 alunos debruçados na resolução de exercícios do livro didático sem haver reflexões e debates acerca do que está sendo estudado: uma postura que em nada contribui para o aprofundamento de ideias, não compatíveis com a desejável maneira de apropriação do conhecimento. Acerca dessa prática, é interessante o fato de ao mesmo tempo em que os alunos valorizam e pedem para fazer trabalhos em grupos em muitos casos os resultados oriundos daí não se distinguem da resolução de situações-problema quando se espera tenham eles sido feitos em equipe, por meio de conversas, discussões, debates e trocas de conhecimentos. O que se vê, na maioria dos casos, são um ou dois alunos realizando a tarefa e os demais conversando amenidades ou copiando daquele(s) que fez(fizeram) a tarefa. Os resultados ficam registrados nos cadernos, mas não representam conhecimentos conhecidos e apropriados.

Para que de fato uma mudança qualitativa no ensino e na aprendizagem da matemática escolar básica aconteça, abandonando de vez esse modelo próximo à *educação bancária*, entendemos haver necessidade de reeducar os alunos para que eles se tornem protagonistas de seus aprendizados e da apropriação do conhecimento. Será preciso que a escola se modernize, a ponto de criar condições para que a criança e o jovem se preparem para explorar, sentir, gostar e construir o seu próprio conhecimento de maneira prazerosa, prática, divertida e efetiva. Desse modo, será preciso que o professor instigue o seu aluno a refletir, criticar, questionar e a aliar o aprendizado às necessidades e possibilidades que estão diante de si e da sua comunidade envolvente. Para tal, o papel dos professores é de suma importância, no sentido de criar/adequar metodologias que façam com que os alunos se tornem corresponsáveis por essas mudanças.

Não é uma tarefa simples consolidar metodologias que façam com que o aluno seja mais independente em relação ao ensino (que se faça uma mudança como em um estalar de dedos) com o propósito de tornar-se um cidadão crítico, que aprende desde cedo a refletir, questionar, ponderar e decidir por meio de uma proposta de estudo pessoal e colaborativo via atividades de pesquisa, começando na escola e se estendendo para casa. Muito embora, nos dias de hoje, não faltem instrumentos em uma escala ampla para que isso aconteça, será preciso começar por priorizar a mobilização, exploração e o desenvolvimento do raciocínio matemático durante as aulas de matemática e em atividades extracurriculares bem como será preciso que os alunos sejam constantemente incentivados pelos seus professores a perseguirem esses propósitos.

3. Relevância do Raciocínio Combinatório (RC)

O RC é exercitado (exigido) quando há necessidade de combinar[1] elementos (todos ou parte) de uma coleção com elementos de uma

[1] Combinar no sentido de selecionar, grupar, ordenar, escolher, relacionar, associar etc.

outra coleção, ou seja, o RC resulta do exercício da combinação entre elementos de uma coleção e de outra. Nesses casos, para exercitar o RC será preciso dispor de ao menos 2 coleções, mesmo que estas coleções tenham os mesmos objetos (seja a mesma coleção) (Teixeira, 2014, 2018, 2020, 2021ª, 2021b).

O RC se caracteriza, principalmente, pela mobilização de estratégias mentais que estão associadas com tomadas de decisão em cada uma das etapas do ciclo construtivo de uma representação gráfica (um diagrama de árvore, por exemplo) ou no estabelecimento de uma representação numérica (multiplicativa ou multiplicativa e aditiva, geralmente), representação esta que dará conta de apresentar a solução (qualitativa ou quantitativa) para o problema de contagem.

Por meio da mobilização do RC é que germinam conjecturas, as quais derivam em levantamento de possibilidades, ações, combinações entre objetos e tomadas de decisão - vitais tanto para a construção de representações gráficas quanto para a elaboração de representações numéricas. É por meio da mobilização do RC se dá a apropriação de um conceito combinatório, que se elabora a estratégia de resolução de um problema de contagem e os procedimentos a serem seguidos para a obtenção da resposta, seja ela qualitativa ou quantitativa.

Por meio da experiência com a mobilização e o exercício do RC é que as pessoas compreendem melhor os enunciados dos problemas de contagem; se envolvem em possíveis nuances presentes nos enunciados e os cuidados para lidar com elas, e tomam partido quanto à participação efetiva na formação dos tipos de grupamentos – solução[1] (ou de agrupamentos - solução[2] de objetos, na inteireza e profundidade da análise combinatória.

O sujeito, mergulhado em breves momentos de reflexão e de raciocínio experimenta a ação vigorosa e objetiva do pensar; abre a sua mente; se coloca na posição da pessoa que vai executar a ação, e se pergunta de quantos modos pode executá-la, para em seguida fazer o registro dessa quantidade como um fator multiplicativo (ou uma parcela aditiva) em uma representação numérica ou parte para desenhar um ou mais "ramos", se está fazendo a construção de um diagrama de árvore. E todas essas ações são derivadas do exercício do RC.

Portanto, o RC, refletido e participativo, é fruto do exercício constante de experiências atuais e anteriores que se correlacionam entre si, e de correlações com características que estarão presentes nos agrupamentos-solução (ou grupamentos-solução) de objetos por conta dos conceitos combinatórios que estão aí envolvidos. Assim, o RC é fruto da compreensão de todas as possibilidades para a formação dos agrupamentos-solução (ou grupamentos-

[1] Em uma coleção com 3 cores (possibilidades) de tintas: verde, azul e branco disponíveis para fazer escolhas, é possível formar um total de 3 grupamentos com 2 cores em cada: {verde,azul}, {verde,branco} e {azul,branco}. (destarte que em conjuntos os elementos são escritos sem se estabelecer uma ordem entre os elementos deles constituintes. O grupamento {verde,azul},por exemplo, também pode ser escrito como {azul,verde}).
[2] Para cada um dos três grupamentos acima é possível estabelecer 2 agrupamentos, a saber: verde-azul e azul-verde (nestes casos há o estabelecimento de uma ordem entre as possibilidades, quando da formação de um agrupamento).

solução) de objetos, da incorporação de particularidades gerais dos tipos de agrupamentos (ou grupamentos) e das pertinentes reflexões acerca da necessidade ou não de repartir as análises que precisam ser encaminhadas durante todo o processo de resolução do problema, de modo a considerar o melhor modo como se pode incorporar todas as possibilidades que devem ser computadas e, por fim, fazer as contagens parciais (se for o caso) e em seguida a contagem total, ou toda a contagem total diretamente.

O RC é uma atitude pessoal do ser humano que inspira a compreensão. Felizmente o RC é transferível para outras pessoas, e é mesmo capaz de contagiar quem passa a compreendê-lo e dele se apropria, passando desde então a considerá-lo sempre que diante de uma situação combinatória. Resolver um problema de contagem (um problema combinatório) não é um exercício mecânico, burocrático e repetitivo por meio da aplicação de procedimentos similares que tenham sido assimilados anteriormente e onde sejam feitas correlações com situações tipo padrão, tais como quando da resolução de exercícios em álgebra para resolver equações, por exemplo. Muito menos a resolução de um exercício de combinatória é resultante de ações próprias que consistem na mera aplicação direta de uma fórmula, por meio da qual uma resposta quantitativa é obtida sem haver uma avaliação em relação a verificação se todas as possibilidades possíveis estão sendo consideradas com a aplicação direta da fórmula (Teixeira, 2014, 2018, 2021a, 2021b).

Por vezes, essa decisão de aplicar diretamente uma fórmula resulta em uma resposta quantitativa a qual o sujeito tampouco sabe verificar se a resposta que foi obtida está correta ou não, considerando-a como a resposta definitiva. E também, em muitos casos, o sujeito não se preocupa em fazer essa verificação caso saiba como fazê-la ou em procurar refletir sobre o modo como isso pode ser feito, procurando ajuda se for necessário. Portanto, para resolver um problema de contagem é preciso que uma cuidadosa leitura do enunciado seja feita bem como uma criteriosa análise acerca do (s) tipo (s) de grupamento(s) ou agrupamento (s) de objetos estão envolvidos, considerando que eles precisam ser combinados entre si: selecionados (escolhidos, formar grupos) ou ordenados entre si ou ordenados uns com outros (agrupamentos).

Assim, por meio de uma dessas etapas, o sujeito que está encaminhando a resolução de um problema de contagem precisa exercitar o RC quando for estabelecer a estratégia de resolução que considera adequada e lhe seja conveniente, para aquele particular tipo de problema: pode esboçar a construção de uma representação gráfica para estabelecer a representação numérica que dê conta de quantificar todas as possibilidades ou pode construir a representação gráfica por completo e fazer a contagem total de possibilidades diretamente a partir dela. Portanto, uma conveniente recomendação para alunos e professores é no sentido de que ao resolver um problema de contagem se evite ao máximo a aplicação direta de uma fórmula sem antes haver sido feito uma análise cuidadosa da situação e do contexto envolvente, pois o seu uso pura e simplesmente não é uma garantia de que todas as possibilidades que precisam/devem ser consideradas para atender à solução quantitativa foram computadas com o seu uso. É preciso ficar claro que não estamos demonizando o uso de uma fórmula para resolver um problema, mas considerando que raciocinar é uma ação muito mais abrangente e sólida que a memorização e a aplicação de uma fórmula e, por isso, deve ser prioridade no ensino e na aprendizagem escolar (Teixeira, 2014, 2018, 2021a, 2021b).

Conclui-se, portanto, que o RC é uma poderosa ferramenta matemática que está disponível para a resolução de problemas de contagem e em direta oposição ao desenfreado uso de uma ou mais fórmulas. Mas é preciso que o RC seja corretamente compreendido, apropriado e mobilizado. De modo favorecer a mobilização e o desenvolvimento do RC na Educação Básica, os professores devem lançar mão de atividades com jogos combinatórios e desafios (Teixeira, 2021c, 2023).

Os pesquisadores Mata Pereira e Ponte (2018, p.782) entendem que "desenvolver o raciocínio matemático dos alunos é, sem dúvida, um dos grandes objetivos da Matemática escolar". Então, para exercitar, desenvolver e potencializar o RC dos estudantes nas aulas de matemática da educação básica, faz-se necessário que o professor formule atividades intencionais. Ou seja, é necessário formular atividades que tenham como propósito o estímulo ao exercício desse importante e particular raciocínio.

A partir de tal pressuposto, este trabalho objetiva levantar questões quanto à importância de elencar elementos considerados necessários fazer parte de uma atividade intencional que tem o propósito de privilegiar a mobilização e o exercício do RC no seio escolar – uma parte essencial para potencializar o ensino e a aprendizagem da ECE. É nesse sentido que defendemos fortemente a mobilização, exploração e o desenvolvimento do RC na resolução de problemas da combinatória básica, e indicamos, já na próxima seção, elementos necessários fazer parte de uma atividade intencional que privilegie o seu uso.

4. Referencial teórico

As discussões contemporâneas relacionadas com o ensino e a aprendizagem escolar estão fortemente alinhadas com a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade, em consonância com as orientações presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC[1]).

A interdisciplinaridade prima pela necessidade de intensificar esforços no sentido de articular temas distintos em uma mesma questão, por exemplo, integrando algumas disciplinas - necessárias para a resolução de uma particular situação-problema - que conversam entre si em relação ao contexto de abordagem segundo a promoção de cooperação e diálogos entre si. Nesse sentido, o aluno precisa compreender bem o contexto da questão quando for relacionar os diferentes conteúdos de maneira a integrar os conhecimentos que foram por ele apropriados.

Assim, “A interdisciplinaridade não é cultura. Ela, no máximo, fala de um

[1] A BNCC foi implantada em 2018 para tentar padronizar o currículo utilizado em escolas de diferentes regiões brasileiras (Albuquerque; Costa, 2021).

vazio unidisciplinar, de uma dimensão imaginativa, sem compreender a existência humana. Essa dimensão imaginativa fala do ver e do sentir. (Silva, Campos, Vieira, 2018, p. 985).

Já a transdisciplinaridade vai além, buscando um conhecimento unificado que ultrapassa as fronteiras disciplinares, resultando em uma nova visão sobre a realidade a partir da complexidade e dos temas da sociedade, sem se prender aos limites das áreas. Nesse contexto, importa também destacar a importância da transdisciplinaridade, a qual visa promover o diálogo e a cooperação entre diferentes áreas do conhecimento (diferentes disciplinas escolares ou no interior de uma mesma disciplina) com vistas à promoção de um diálogo que enseje respeito às suas individualidades, enquanto as atravessa e ultrapassa em uma perspectiva plural do conhecimento, de modo ser possível promover um exercício amplo da cognição humana.

A transdisciplinaridade abarca a possibilidade de englobar variados assuntos de distintas disciplinas (ou na mesma disciplina) em algumas atividades, buscando um conhecimento amplo e plural que vai além dos limites do conteúdo das disciplinas, de modo a estimular a criatividade, reflexão e o pensamento crítico. E também despertar o interesse dos estudantes pelos conteúdos, com o objetivo de promover o entendimento do mundo real pessoal e do mundo real coletivo, resultando em uma visão ampliada da realidade a partir de temas presentes na sociedade, com suas complexidades e desafios, abstendo-se dos limites específicos de cada área. A transdisciplinaridade "leva o indivíduo a tomar consciência da essencialidade do outro e da sua inserção na realidade" e, assim, pode originar "o despertar da consciência na aquisição do conhecimento" (D'Ambrosio, 2013, p.10).

Entendemos que o ensino e a aprendizagem de combinatória em muito acrescenta à formação matemática de um aluno e de um cidadão adulto, quando sejam feitos em conjunto com o ensino de outros conteúdos. Na vida real, no cotidiano das pessoas que estudam e trabalham, a aplicação de conceitos da combinatória ocorre de modo pontual (por vezes, até despercebida), como será visto mais adiante.

Ademais, uma atividade intencional precisa contribuir para o desenvolvimento da capacidade de o estudante raciocinar, uma vez embebido da criticidade, em situações reais do seu cotidiano, da sua família, da sua comunidade e do país como um todo. Portanto, é preciso incentivar o envolvimento dos alunos em atividades que abordam situações do seu cotidiano na comunidade e em família e, assim, estimular o seu raciocínio matemático. Sendo assim, a elaboração de atividades diversificadas e com significados para os alunos revestem-se de recomendação para os professores, com o propósito de que elas promovam pesquisas, conjecturas, argumentações, comunicação matemática e conexões na matemática e por meio da matemática. Com o objetivo de promover a transdisciplinaridade no ensino e na aprendizagem da ECE nos valemos das sugestões que estão presentes na atividade intencional proposta em prosseguimento.

A seguir, apresentamos aspectos metodológicos que nortearam os estudos para a concepção e a elaboração da atividade intencional e para identificar elementos considerados necessários fazerem parte dela.

5. Percurso utilizado na elaboração de uma Atividade Intencional que estimula o RC

Em relação ao desenvolvimento do raciocínio matemático de maneira geral, corroboramos com a afirmação segundo a qual "desenvolver o raciocínio matemático dos alunos é, sem dúvida, um dos grandes objetivos da Matemática escolar" (Mata-Pereira & Ponte, 2018, p.782). Nesse contexto, para exercitar, desenvolver e potencializar o RC dos alunos nas aulas de matemática da educação básica, faz-se necessário que o professor formule atividades intencionais. Ou seja, é preciso que o professor promova atividades que tenham como propósito estimular o exercício e o desenvolvimento desse particular raciocínio.

A partir desse pressuposto, este trabalho objetiva levantar questões quanto a importância de elencar elementos considerados como necessários para compor uma atividade intencional que tenha como propósito privilegiar o exercício do RC no seio escolar. Raciocínio esse, considerado parte essencial, tendo em vista a importância de se potencializar o ensino e a aprendizagem de combinatória desde os anos iniciais do ensino fundamental no seio da ECE - Educação Combinatória na Escola.

Em prosseguimento, vamos partilhar as etapas de desenvolvimento e exploração do percurso que foi utilizado para a elaboração da atividade intencional objeto deste trabalho, a qual se propõe a mobilizar e estimular o exercício e o desenvolvimento do RC com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental por meio da construção e a exploração conjunta de listagem,

Para o pleno desenrolar da atividade intencional, sugerimos que o conjunto de informações que permitam a avaliação e a tomada de decisão (quanto à opção que melhor atenda às necessidades de um aluno-investigador) seja preparado por meio de perguntas e roteiros concisos e com clareza. Assim, será possível que o professor permita ao aluno ter total liberdade para explorar plenamente todas as possibilidades que são ofertadas para construir o seu próprio conhecimento, acerca de como pode obter, caracterizar e contar grupamentos-solução, em simulações convenientes que se mostrem necessárias para a prévia compreensão do conceito e seu posterior desenvolvimento.

Em prosseguimento, também será apresentada uma listagem não fechada, contendo elementos considerados necessários fazer parte de uma atividade intencional. Por outro lado, não obstante tal listagem estar aqui sendo apresentada, não consideramos que ela se esgota em si, isto é, que todos os elementos que consideramos como sendo necessários para a elaboração de uma atividade intencional que visa potencializar o RC durante as aulas de matemática sejam unicamente os que estão contemplados nela.

Tudo isto porque é sempre importante levar em conta os propósitos que são conhecidos para o seu desenrolar - os quais variam conforme as finalidades de cada atividade. Além do mais, considera-se importante respeitar a autonomia do professor quando da sua elaboração e posterior aplicação, conhecidas as particularidades dos seus alunos, os conhecimentos prévios e o momento em que se dará a sua aplicação.

Assim, a finalidade da apresentação da listagem consiste tão somente em destacar elementos que podem fazer parte da elaboração de futuras atividades intencionais similares que atendam aos mesmos objetivos, sem esquecer de considerar os pressupostos da ECE. Além do mais, é próprio salientar que os elementos elencados na referida listagem fazem parte do acervo profissional docente do autor e, como tal, estão carreados de suas crenças, concepções e experiências docentes e acadêmicas.

A atividade intencional que será apresentada nas Figuras 1 e 2, a seguir, cujo percurso de elaboração será objeto de análises em prosseguimento, descreve a situação de André (**A**), um jovem de 11 anos, que se dispõe a organizar um torneio estudantil de ping-pong com outros 6 colegas: **B**, **C**, **D**, **E**, **F** e **G** da sua turma, após terem acertado entre si as disponibilidades de 12 datas para dar conta de que todos participem da competição. O torneio deverá contar com a atuação de 3 juízes por partida, de um total de 6 colegas-juízes: **H**, **I**, **J**, **K**, **L** e **M**, que também concordaram com as datas reservadas para o desenrolar do torneio. Sendo assim, os 7 colegas estabelecem entre si as principais regras para a disputa do torneio, que se desenrolará em 3 etapas, a saber:

Etapa 1: todos os 7 jogadores disputam uma só partida com cada um dos outros 6 colegas em disputa, e após a partida final dessa primeira etapa os 3 melhores classificados estarão selecionados para disputar a Etapa 2, seguinte.

Etapa 2: os 4 jogadores melhor classificados na Etapa 1 disputam uma só partida com cada um dos outros 3 colegas ao longo da Etapa 2 e após a partida final dessa Etapa 2 os 2 jogadores melhor classificados estarão selecionados para a disputa da Etapa 3, a etapa final da competição.

Etapa 3: esta etapa terá apenas 2 partidas entre os dois jogadores melhor classificados da etapa 2. Na situação em que cada um dos dois jogadores vença uma partida, será proclamado campeão da competição o jogador que obtiver o maior saldo de pontos (diferença entre os pontos a favor e os pontos perdidos nessas duas partidas). Mas, se ainda assim persistir o empate, a decisão se dará por meio de uma única partida de 6 pontos.

Após os momentos de entusiasmo pela confirmação dos 6 juízes e dos 7 colegas que vão participar do torneio, o aluno **A** toma para si a responsabilidade de elaborar a tabela de atuação dos juízes, e apresentá-la para a aprovação de todos os envolvidos.

Por meio do Quadro 1, a seguir, são descritas as informações pertinentes às partidas em disputa do torneio de ping-pong e os propósitos da atividade intencional com relação a elaboração da tabela de seleção e atuação dos 3 juízes por partida no torneio (na Etapa 1 cada grupamento de três juízes só poderá atuar em uma só partida, sem haver necessidade de indicar o local de atuação de cada um), tal como acertado entre os 7 colegas que estarão em disputa do torneio e os 6 juízes que atuarão nas partidas.

Quadro 1: Descrição de uma atividade intencional que objetiva a exploração do raciocínio combinatório, tendo em vista a apropriação do conceito de grupamento-solução.

André (**A**), um menino de 11 anos de idade, combina com outros 6 colegas de sua turma da escola (Bia(**B**), Carla(**C**), Davi(**D**), Elisa(**E**), Francisco(**F**) e Guilherme(**G**)) a disputa de um torneio estudantil de ping-pong entre eles. Estarão em disputa partidas nas quais será considerado vencedor o jogador que alcançar o total de 25 pontos. Em caso de empate em 24 pontos, o vencedor será o jogador que primeiro pontuar por duas vezes seguidas até que um deles vença a disputa. Mas, para efeito de pontuação em relação ao saldo de pontos o resultado a considerar em tal partida será o de 25 a 24. Os 7 colegas combinam entre si que o torneio se desenrolará em 3 etapas, a saber:

Etapa 1: todos jogam contra todos uma só partida por vez;

Etapa 2: os 4 jogadores melhor classificados na Etapa 1 jogam entre si uma só partida por vez;

Etapa 3: os dois jogadores melhor classificados na Etapa 2 disputam 2 partidas finais entre si. Em caso de uma vitória para cada jogador será considerado vencedor do torneio o jogador que tenha obtido o maior saldo de pontos (diferença entre os pontos a favor e os pontos contra nessas duas últimas partidas decisivas). Permanecendo o empate no saldo de pontos, será realizada uma única partida desempate, com um total de 6 pontos. Os 7 colegas acertaram entre si um calendário de 12 datas para as disputas de todas as partidas na Etapa 1, com o máximo de 3 partidas por dia.

Para dar credibilidade ao torneio, os jogadores convidaram 6(seis) outros colegas da turma (Heitor(**H**), Iran(**I**), José(**J**), Kelson(**K**), Luís(**L**) e Mário(**M**)) para atuarem como juízes, em todas as partidas a serem disputadas. Cada partida deve contar com a presença de 3 juízes para a Etapa 1, que serão selecionados e atuarão segundo uma tabela que deverá ser confeccionada, e com a condição de não haver repetição de todos os 3 juízes nas partidas. Para as Etapas 2 e 3 serão elaboradas novas tabelas, conforme as datas e disponibilidades dos juízes.

Fonte: Dados do estudo.

O Quadro 2, a seguir, descreve como se dará o desenvolvimento da atividade intencional no tocante ao entendimento e a apropriação do conceito de grupamento-solução, e situações pertinentes à totalização de trios com os nomes dos 3 juízes que atuarão em cada partida do torneio ao longo da Etapa 1.

Quadro 2: Situações pertinentes à elaboração de uma lista contendo os nomes de 3 juízes que atuarão em cada jogo do torneio durante a Etapa 1, tais como propõe a atividade intencional descrita no Quadro anterior.

Para as questões que serão colocadas em prosseguimento, o jogador André (**A**) representa cada aluno da turma em que a atividade intencional será proposta.

André deve apresentar uma tabela contendo os grupamentos-solução com os nomes de 3 juízes que atuarão em cada partida do torneio, ao longo da Etapa 1 do torneio, para a apreciação dos seus colegas. A proposta de elaboração da tabela deve ser feita para todos os alunos da turma (individualmente ou em grupos de até 4 alunos cada). Ao final desta tarefa, cada aluno da turma precisa explicar para os demais colegas e para o professor, em detalhes e com absoluta exatidão, como foi que mobilizou seu particular RC para confeccionar sua particular tabela por meio da seleção dos nomes de 3 juízes por partida. Uma vez que todas as tabelas estejam confeccionadas, e conferidas por todos, elas poderão ficar expostas nos murais da sala de aula e nos corredores da escola para o acompanhamento de todos.

O universo de possíveis variações em relação à confecção das referidas tabelas pelos alunos, constitui valioso material de estudo, reflexão e análise por parte de todos os envolvidos uma vez que se trata de conhecimentos que foram apropriados pelos alunos no coletivo. Por esta razão, sugerimos que o professor esgote todo o tempo que for preciso para que os alunos tenham plena compreensão acerca dos conceitos que estão envolvidos nesta tarefa. Uma vez que esse momento tenha sido concluído por todos os alunos, com as tabelas finalizadas, comparadas entre si e discutidas por todos, em um segundo momento da atividade intencional o professor deve encaminhar ações no sentido de permitir que os alunos se apropriem do conceito de grupamento-solução: conceito esse cujo significado está presente quando da seleção de 3 em 3 nomes de juízes por partida. Portanto, um grupamento caracteriza-se pela escolha, sem levar em conta possível ordenação entre os elementos constituintes. Cada conjunto (tripla) com os nomes de 3 juízes que atuarão em cada partida do torneio é dito um grupamento-solução para esta particular situação-problema da atividade intencional que está sendo proposta.

Assim, cada grupamento-solução é obtido quando da seleção (escolha) de 3 entre 6 nomes disponíveis. Claramente, cada agrupamento-solução é um conjunto cujos elementos são os nomes dos juízes que estarão em atividade em cada partida, sem estabelecer quais posições próximas à mesa de jogo cada um vai ocupar. Em uma tabela a ser confeccionada, a tripla de juízes **K**, **L**, **J** pode ser nomeada por $\{\boldsymbol{K}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{L}\}$, e tudo isso porque a escolha e a escrita na tabela desses 3 nomes tanto pode ser escrita como $\{\boldsymbol{K}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{L}\}$ quanto pode ser como $\{\boldsymbol{L}, \boldsymbol{J}, \boldsymbol{K}\}$, em razão de que em um conjunto os seus elementos constituintes não guardam entre si uma relação de ordem, isto é: o conjunto $\{\boldsymbol{J}, \boldsymbol{K}, \boldsymbol{L}\}$ equivale (é igual) ao conjunto $\{\boldsymbol{L}, \boldsymbol{K}, \boldsymbol{J}\}$. Assim, em determinada partida na qual os juízes Heitor(**H**), Iran(**I**), José(**J**) vão estar atuando, esta seleção dos três pode estar escrito na tabela ou por meio do conjunto $\{José, Heitor, Iran\}$ ou pelo conjunto $\{Heitor, Iran, José\}$ ou ainda por qualquer uma das nomeações anteriores. Portanto, para esta particular atividade intencional, cada grupamento-solução é um conjunto cujos elementos são os nomes dos 3 juízes que são selecionados por cada vez no universo de 6 nomes de juízes disponíveis.

Em prosseguimento, e em total liberdade de expressão, os alunos devem ser convidados a refletir acerca de diferentes maneiras como é possível computar a

totalidade de grupamentos-solução que atendem à esta particular situação-problema, e ao final, compará-las entre si. Ora, uma vez que a tabela com os nomes de 3 juízes por partida tenha sido concluída é certo que bastaria a contagem direta de todos os trios constantes da tabela para dar conta da totalidade de grupamentos-solução. Mas, não obstante essa momentânea possibilidade, o professor deve pedir que os alunos reflitam acerca da não necessidade de proceder deste modo, pois o que se quer com a atividade é que eles encontrem uma ou mais modos para computar essa totalidade sem recorrer à tabela pronta. O professor pode usar como motivação o exemplo de qual seria o tamanho de uma tabela com a seleção dos nomes de 3 juízes por vez a partir da disponibilidade de 30 nomes de para encorajá-los sobre a importância de aprenderem como é possível computar a totalidade de trios sem que a contagem tenha de ser feita diretamente a partir de uma tabela já pronta. A rigor, uma tabela deveria ser preparada a partir do conhecimento prévio da totalidade de grupamentos-solução, pois se esse quantitativo for demasiado grande a tarefa de construir a tabela talvez demande a necessidade de se fazer uso de um programa computacional, por exemplo.

Fonte: Dados do estudo.

O Quadro 3, a seguir, descreve situações que são pertinentes à apropriação do conceito de grupamento-solução, e como mobilizar o RC para quantificar a totalidade de grupamentos que satisfazem à situação-problema objeto da atividade intencional em questão. Os alunos são motivados a estabelecer uma representação gráfica que permita quantificar a totalidade de trios com os nomes dos 3 juízes que podem ser escaladas para atuar em partidas na Etapa 1 do torneio.

Quadro 3: Situações-problema para desenvolver a apropriação do conceito de grupamento-solução, e modos de quantificar a totalidade de grupamentos-solução quando da seleção de quantidades variadas entre nomes disponíveis.

1. Cada aluno precisa convencer os seus colegas de que a tabela por ele preparada é uma tabela que está completa, isto é, ele precisa mostrar que a listagem com os trios com os nomes de juízes disponíveis por partida não tem nem mais nem menos trios que os que devem ser computados quando da disponibilidade de 6 alunos-juízes. 2. Sem recorrer à tabela com os nomes de 3 juízes por partida, que foi previamente confeccionada, os alunos precisam ser motivados pelo professor a estabelecer ao menos uma representação gráfica que dê conta de quantificar a totalidade de trios com os nomes de juízes que estarão disponíveis para atuar nas partidas que serão disputadas durante a Etapa 1 do torneio. Em prosseguimento, é oportuno que ao final desta tarefa eles comparem entre si as representações gráficas contendo as totalidades parciais e total de trios, de modo a encontrarem similaridades e maneiras concisas de construí-las. A partir de cada representação gráfica, concluída com liberdade de criação, os alunos devem pensar a respeito de como será possível encontrar um modo para determinar a contagem da totalidade de grupamentos-solução (o estabelecimento de uma representação numérica), mas que essa representação não dependa diretamente do conhecimento da representação gráfica

(podendo ou não se inspirar nela), e igualmente seja de modo a permitir fazer a contagem de outros grupamentos-solução.

3. Assim, abstendo-se de recorrer à representação gráfica ou à tabela construída, os alunos precisam estabelecer uma representação numérica que dê conta de quantificar a totalidade de grupamentos-solução (trios com os nomes dos 3 juízes) que esteja em conformidade com a representação gráfica apresentada.

4. Após este momento o professor deve pedir que os alunos expliquem - tanto para ele quanto para os demais colegas - como foi que mobilizou o seu particular RC para a construção da sua particular representação gráfica e para o estabelecimento da sua particular representação numérica, de modo tornar possível a determinação do total de trios. As discussões e reflexões dos alunos entre si e com o professor devem culminar em um os mais modos possíveis para se obter representações gráficas e numéricas que permitem quantificar a totalidade de trios que atendem não apenas esta particular situação-problema, mas levantando considerações a respeito de como elas podem ser utilizadas em situações com ou diferentes quantitativos de juízes disponíveis. O universo de possíveis variações em relação à confecção das referidas representações: gráficas e numéricas, constitui valioso material de estudo, reflexão e análise, produzido por todos os envolvidos no coletivo de alunos e professor e com conhecimentos por eles fundamentados e apropriados.

Sugerimos que o professor não prive o coletivo de poder esgotar todo o tempo que for preciso para que todos tenham plena compreensão acerca dos conceitos envolvidos por meio destas tarefas bem como pela importância que eles significam para o estudo que seguirá em prosseguimento à exploração desta atividade.

5. A totalidade de grupamentos-solução que satisfazem a solução quantitativa de trios, com os nomes dos 3 juízes que estarão disponíveis para atuar na Etapa 1 do torneio, será indicada por $\boldsymbol{G_{3,6}}$, onde o valor 3 indica a quantidade de juízes selecionados para cada partida (seleção de 3 juízes que atuam em conjunto uma só vez, nesta etapa) e o valor 6, o qual indica a totalidade de juízes disponíveis para a seleção de 3 em 3 por vez.

5.1 Nesta situação, quantos trios com nomes de juízes podem ser obtidos? $\boldsymbol{G_{3,6}}$ = ...

5.2 Se o quantitativo de juízes disponíveis aumentar para 7, quantos trios com os nomes de juízes podem ser obtidos? $\boldsymbol{G_{3,7}}$ = ...

5.3 Qual o valor de $\boldsymbol{G_{3,3}}$ = ... Como esse valor pode ser explicado? ....

5.4 Qual o valor de $\boldsymbol{G_{1,3}}$ = ... Como esse valor pode ser explicado? ....

5.5 Qual o valor de $\boldsymbol{G_{0,3}}$ = ...Como esse valor pode ser explicado? ....

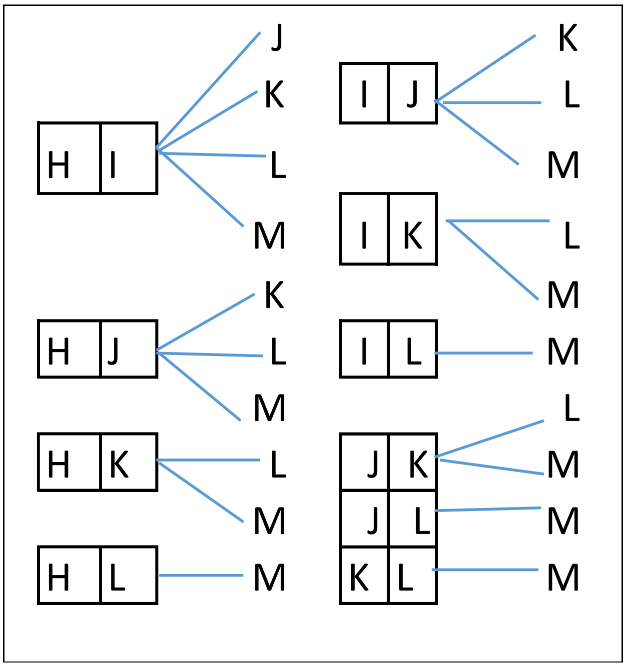
Fonte: Dados do estudo.

Após a descrição de todo o percurso utilizado no processo de elaboração de uma atividade intencional que estimula o raciocínio combinatório, incluindo as descrições dos três quadros mencionados anteriormente, na sequência, são apresentados os resultados e discussões dos principais achados obtidos com a realização da pesquisa intitulada "Atividade intencional acerca do conceito de grupamento: uma possibilidade para potencializar a educação combinatória nos anos iniciais".

6. Resultados e discussões

A Figura 1, a seguir, é uma representação gráfica representativa da totalidade de trios com os nomes de 3 juízes que atuarão em cada jogo do torneio durante a Etapa 1, tal como propõe a atividade intencional descrita no Quadro 1.

Figura 1: Representação gráfica que mostra a totalidade de trios com os nomes de 3 juízes que atuarão em cada jogo do torneio durante a Etapa 1, tal como propõe a atividade intencional descrita no Quadro 1.



Fonte: Dados do estudo.

Para chegar à confecção de uma representação gráfica que atende à situação proposta: determinação da totalidade de trio com os nomes dos juízes, possivelmente será necessário que o professor intervenha no sentido de estimular seus alunos para que eles façam justificadas inferências utilizando-se de conhecimentos prévios para obter novas conclusões. Todavia, no decorrer deste processo concordamos que o

> [...] o professor deve resistir ao impulso de dar indicações para a resolução de tarefas e problemas, tentando apoiar o raciocínio e o trabalho do aluno. Se o professor apresenta demasiadas indicações aos alunos e não os desafia, a resolução da tarefa é simplificada e não apoia o desenvolvimento do raciocínio (Mata-Pereira & Ponte, 2018, p. 785).

Portanto, cabe relembrar que constantemente o professor deve questionar os alunos e organizá-los, de tal modo que eles consigam compartilhar dúvidas, acertos, erros e ouvir seus colegas para que todos possam construir ideias e conhecimentos de maneira colaborativa. No processo de conhecimento, apropriação, construção e desenvolvimento do RC, as justificativas devem ser resultado de tarefas coletivas por meio de reflexão, discussão, dúvidas, esclarecimentos e refutação de possíveis encaminhamentos ou respostas, obtidas a partir de questionamentos propostos e intervencionados pelo professor. Cabe também lembrar da importância de mobilizar o RC para se chegar à conclusão dos propósitos desejados.

As situações propostas precisam ter o desejo de estimular a capacidade de o aluno refletir, conhecer, analisar e explorar relações entre conceitos e procedimentos, as quais devem ser expostas quando apresentadas por meio de explicações, comentários, proposições e argumentações sobre o exercício do RC. A esse respeito tomamos como referência a afirmação de Freire (1981, p.80), no sentido de que "... quanto mais se problematizam os educandos, como seres do mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados. Tão mais desafiados, quanto mais obrigados a responder ao desafio ...".

Portanto, entendemos que as atividades intencionais relacionadas com o desenvolvimento e a exploração do RC devem desafiar os alunos a raciocinar matematicamente por meio de um ensino de combinatória que deve primar por privilegiar o RC, por meio de atividades centradas em criar situações de aprendizagem estimulantes. Situações que os desafiem a pensar para tomar decisões acertadas, com total apoio no trabalho desenvolvido quando este favorece a divergência, a criatividade, o novo, o "pensar fora da caixa" e o respeito aos diferentes percursos de aprendizagem. Assim é que apresentamos, a seguir, um caminho que foi percorrido por alunos para a tarefa que foi proposta, com algumas pequenas modificações:

Quando da construção do diagrama de árvore, a representação gráfica acima, fica evidenciada a mobilização do RC quando das seguintes ações:

De início, com a escolha de um juiz, suponha **H**, e em seguida a escolha de **I**, fica formada a dupla **H**, **I**. De modo a formar um trio, esta dupla pode escolher qualquer um dos 4 juízes restantes por vez: **J**, **K**, **L** ou **M**. Assim, ficam formados os 4 trios possíveis a partir da dupla **H**, **I**. Mantendo **H** e trocando **I** por **J** em uma nova dupla, ficam formados os 3 trios possíveis com os juízes restantes **K**, **L** e **M**. Mantendo **H** e trocando **J** por **K** em uma nova dupla, ficam formados os 2 trios possíveis com os juízes restantes **L** e **M**. Por fim, mantendo **H** só há um único trio possível ser formado, o trio **H**, **L** e **M**. Portanto, com **H** presente, será possível formar 4 + 3 + 2 + 1 = 10 trios. **H** já participou de todos os trios possíveis.

Em continuidade, supondo a escolha de **I** e em seguida a escolha de **J**, fica formada a dupla **I**, **J**. Essa dupla pode formar trios com cada um dos 3 juízes restantes: **K**, **L** e **M**. Mantendo **I** e trocando **J** por **K** em uma nova dupla, ficam formados os 2 trios possíveis com os juízes restantes **L** e **M**. Agora, mantendo **I** e trocando **K** por **L**, só há um único trio possível ser formado, o trio **I**, **L**, **M**. Portanto, com **I** presente será possível formar 3 + 2 + 1 = 6 trios, lembrando que **I** já participou de outros 4 trios com **H**. Assim, **H** e **I** participam, cada um, de10 trios.

Finalizando, agora supondo a escolha de **J** e em seguida a escolha de **K**, fica formada a dupla **J**, **K**. Essa dupla pode formar trios com cada um dos 2 juízes restantes: **L** e **M**. Mantendo **J** e trocando **K** por **L** em uma nova dupla, só há um único trio possível ser formado, o trio **K**, **L** e **M**. Portanto, com **J** presente será possível formar 2 + 1 = 3 trios, lembrando que **J** já participou de outros 4 trios com **H** e outros 3 trios com **I**. Assim, **H**, **I** e **J** participam, cada um, de10 trios. Por fim, o trio restante possível ser formado: **K**, **L**, **M** (igualmente, **K**, **L** e **M** participam, cada um, de 10 trios. Portanto, há um total de 10 (4 + 3 + 2 + 1) + 6 (3 + 2 + 1) + 3 (2 + 1) + 1 = 20 trios, possíveis serem formados com a escolha de 3 entre 6 possíveis juízes.

Uma representação numérica que dá conta de quantificar a totalidade de trios com os nomes dos 3 juízes que atuarão em cada jogo do torneio, durante a Etapa 1, tal como propõe a atividade intencional descrita na Figura 1, e tomando por base a representação gráfica da Figura 4, pode ser escrita assim: (4 + 3 + 2 + 1) + (3 + 2 + 1) + (2 + 1) +1 = 10 + 6 + 3 + 1 = 20. Assim, a quantidade de grupamentos-solução formados por 3 nomes de juízes escolhidos dentre os 6 nomes de juízes disponíveis é igual a 20. Observe que a soma 4 + 3 + 2 + 1 inicia em 4 (total de 6 (juízes possíveis subtraído de 2 (a dupla inicial para formar o trio)); a soma 3 + 2 + 1 inicia em 3 (total de 6 juízes possíveis subtraído de 1(um) deles que já formou trio com todos os demais, e subtraído de 2 (a dupla inicial para formar o trio); a soma 2 + 1 inicia em 2 (total de 6 juízes possíveis subtraído de 3 deles que já formaram trio com a dupla inicial, e subtraído de 1 (um) deles que já formou trio com todos os demais; e. por fim. o trio restante entre todos.

Por fim, convém chamar a atenção para o fato de que uma atividade intencional não pode apresentar um enunciado que traga informações direcionadas ao atendimento dos propósitos a que ela se propõe os alunos atinjam. Assim é que de maneira despretensiosa foi citado que os participantes do torneio reservaram um total de 12 datas para as partidas, 3 partidas em cada dia, com a possibilidade de disputa de 36 partidas. Esta quantidade máxima possível de partidas é bem acima da real necessidade do torneio, que é de 21 + 6 + 2 = 29 partidas. Também no que refere à totalidade de 20 trios de juízes, quantidade que não é capaz de atender a todas as 21 partidas da Etapa 1. São informações que o professor pode explorar, em prosseguimento à conclusão da atividade em si. Assim, em uma nova atividade, que tal propor aos alunos o desafio de construírem uma tabela com a listagem de todas as partidas? Como podem proceder para determinar $G_{2,7}$ (totalidade de grupamentos formados por 2 jogadores a serem escolhidos dentre os 7 jogadores que participarão do torneio)? Esta atividade será objeto de um novo artigo, a ser publicado.

7. Considerações finais

Neste trabalho, fazemos um convite aos professores e pesquisadores a refletirem acerca da relevância de explorar, exercitar e desenvolver o RC no seio da Matemática e, em particular, a sugestão de uma atividade intencional que pode ser proposta para os alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, na perspectiva da ECE. Como conceito de grupamento combinatório, a ser apropriado pelos alunos, resumimos que as ações de escolher/selecionar pessoas/objetos/cores em uma quantidade finita levam à formação de grupamentos. As escolhas variam desde o único grupamento com a escolha de todas as pessoas até o único grupamento sem ter feito qualquer escolha. Também apresentamos e tecemos considerações acerca de elementos que consideramos necessários para elaborar atividades intencionais que privilegiem o RC.

A tônica das considerações que foram apresentadas ao longo do texto vai ao encontro da corrente de pesquisadores em defesa da promoção de um ensino voltado para uma aprendizagem efetiva. Em particular, acerca do conceito combinatório de grupamento, por meio da proposição e o desenvolvimento de uma atividade intencional que visa potencializar o conhecimento, exploração, apropriação e estímulo contínuo ao exercício do RC, em conjunto com aspectos da interdisciplinaridade. Quando possível, a abordagem deve ser feita em conjunto com assuntos contemporâneos que estejam em evidência na sociedade, tais como: questões ambientais, sociais, econômicas ou associadas com o entretenimento e competições e o conteúdo matemático, por meio de questões interdisciplinares.

Para a efetividade de uma atividade intencional será preciso contar com elementos considerados indispensáveis, a saber:

- A proposição de uma atividade intencional tem de fazer sentido para o aluno e para a sua formação integral enquanto um cidadão crítico;
- A intencionalidade não deve ser de mão única: do professor para o aluno, mas terá de medir o grau de contentamento e aceitação do aluno em relação ao conhecimento por ele apropriado, quando o professor lhe der voz para se expressar a respeito;
- A formulação de atividades intencionais com ênfase na mobilização, exercício e exploração do raciocínio matemático qualitativo e qualificado;
- A indispensável clareza quanto ao que a atividade que está sendo planejada visa alcançar de modo que a priori se deve pensar não apenas nos enunciados acerca do que será explorado, mas nos recursos necessários para que os alunos possam desenvolvê-la com autonomia e liberdade;
- Acerca do conteúdo que se impõe ser ensinado por meio da atividade, também será preciso ter clareza quanto ao lugar que o conceito, significado e as questões ocupam para aquele particular universo de alunos;
- Clareza também em relação às questões atitudinais críticas que são desejáveis serem exploradas dentro do universo amplo de situações

que permeiam o exercício do RC tendo em vista futuras aplicações, em diferentes contextos ou não.

Entendemos que há necessidade de o professor de matemática, em suas aulas da educação básica, lançar luz em componentes atitudinais que permeiam o ensino da ECE com efetividade, ênfase e regularidade. Assim o fazendo, o professor estará contribuindo para a formação de alunos críticos no tocante ao gerenciamento de questões que permeiam o cotidiano - principalmente questões próximas às da comunidade local.

O autor espera que as contribuições trazidas por meio deste trabalho ajude professores e pesquisadores a repensarem práticas por vezes normalizadas. Em particular, que este trabalho os ajude a refletir sobre quais ressignificações da matemática como componente curricular são necessárias para os projetos de sociedade que queremos e reivindicamos.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Suzana Lopes de; COSTA, Amanda de Andrade. Incongruências entre a atual PNA, BNCC e pesquisas na área de alfabetização no Brasil. **Perspectivas em Diálogo**: Revista de Educação e Sociedade, v. 8, n. 17, p. 490–505, 2021.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Santos. Como ensinar matemática hoje? **ISBEM**, v. 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A Transdisciplinaridade como uma resposta à sustentabilidade. **Terceiro Incluído**, v. 1, n. 1, p. 1-13, 2013.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

MATA-PEREIRA, Joana; PONTE, João Pedro da. Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema,** v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Resolvendo problemas de Análise Combinatória nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Problemas Básicos de Matemática Financeira. Pagar à vista ou pagar parcelado? Qual a taxa de juros? Qual a melhor decisão a tomar?** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2017.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Resolvendo problemas de Análise Combinatória nos Anos Finais do Ensino Fundamental**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2018.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. Práticas de professores do ensino fundamental durante a resolução de problemas de contagem. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.22, n. 2, p. 81-113, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/43855. Acesso em: 28. dez. 2025.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Resolvendo problemas de Análise Combinatória no Ensino Médio**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2021ª.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Tópicos Avançados de Análise Combinatória**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2021b.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Curiosidades, Passatempos, Desafios e Jogos Combinatórios**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021c.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães. **Jogos para o ensino e a aprendizagem de Combinatória na Educação Básica**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2023.

SILVA, Adilson Xavier da; CUSATI, Iracema Campos; GUERRA, Maria das Graças Gonçalves Vieira. Interdisciplinaridade e Transdisciplinaridade: dos conhecimentos e suas histórias. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, v. 13, n. 3, p. 979-996, 2018.

Recebido em: 02 de dezembro de 2025.
Aceito em: 01 de abril de 2026.
Publicado em: 27 de maio de 2026.