

# CONHECIMENTO SOBRE MÓDULO QUE ESTUDANTES CONSERVAM APÓS TEREM INGRESSADO NOS CURSOS DE EXATAS

Camila Aparecida Lopes Coradetti<sup>1</sup>

Cilene Aparecida Lima Jubertone Guissone<sup>2</sup>

Ludiane Felix Berto<sup>3</sup>

Antonio Sales<sup>4</sup>

## Resumo:

Este trabalho apresenta dados estatísticos de uma pesquisa realizada com acadêmicos de cursos de licenciatura em Matemática e Computação com o objetivo de saber o que restou do estudo de módulo de um número. O estudo levou em conta o que os livros didáticos abordam sobre o tema e como o fazem. Para a pesquisa utilizamos um formulário, onde a análise tinha por objetivo ser quantitativa e serviria como modelo de pesquisa nessa perspectiva para os acadêmicos da disciplina de Probabilidade e Estatística. A análise teve como base livros didáticos, preferencialmente aprovados pelo PNLD (Plano Nacional do Livro Didático) de anos anteriores e recentes. Este trabalho é um recorte do todo, e os resultados mostram que os acadêmicos tendem a reter apenas a simbologia.

**Palavras-chave:** Módulo de um número. Livro didático. Números inteiros.

## 1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Alguns temas, subtemas ou tópicos da matemática recebem tratamentos distintos nos diversos autores de livros didáticos como se verá neste estudo sobre módulo de um número. O tópico recebe maior relevância, menor relevância ou nenhuma relevância dependendo, logicamente, da importância que o autor lhe confere no contexto educacional.

---

<sup>1</sup> Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. [camilacarrara@hotmail.com](mailto:camilacarrara@hotmail.com)

<sup>2</sup> Acadêmica de Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade de Nova Andradina. [cilene.joseroberto@hotmail.com](mailto:cilene.joseroberto@hotmail.com)

<sup>3</sup> Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade de Nova Andradina. [ludianeberto@hotmail.com](mailto:ludianeberto@hotmail.com)

<sup>4</sup> Prof. Dr. da UEMS, Unidade de Nova Andradina. [profesales@hotmail.com](mailto:profesales@hotmail.com)

A forma de abordagem também difere entre os autores que tratam do assunto. Em uns o tópico recebe um tratamento articulado com outras ideias matemáticas ou conceitos. Em outros, o tratamento é centrado em si mesmo, puramente algébrico. Alguns se preocupam em tornar a ideia compreensível enquanto outros focam as propriedades operatórias. Em alguns livros não há muita preocupação com a simbologia enquanto em outros é estudada como ponto central.

Então, a partir desses litígios realizamos uma pesquisa de caráter quantitativo. Para possibilitar essa análise foi distribuído aleatoriamente um formulário para acadêmicos de nossa unidade universitária, que cursam Licenciatura em Matemática ou em Computação. O objetivo da pesquisa consistiu analisar o conhecimento adquirido, e retido, pelos alunos quanto ao estudo de módulo durante o ensino fundamental e médio. Analisamos uma quantidade pequena de livros didáticos do ensino fundamental e do ensino médio, porque a intenção não foi analisar o livro, e nem emitir juízo de valor sobre o seu conteúdo ou forma de abordagem, mas apreender o significado de módulo que os autores transmitem aos professores e alunos. Precisávamos encontrar elementos para definir o conceito de módulo para a nossa pesquisa. Durante esse processo foi possível perceber as articulações que são estabelecidas e as ideias subjacentes ao estudo do módulo. Nosso objetivo, ao consultar os livros didáticos, foi definir o que esperar como respostas dos acadêmicos.

Além do livro didático buscamos outros elementos para fundamentar nossa análise.

## **2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO**

Tomamos como referencial de análise as contribuições semióticas de Durval sobre a relação entre o objeto matemático e o signo. Esse teórico preconiza que “A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. [...] É a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso, qual seja, o ‘Enclausuramento’ de cada registro” (DUVAL, 2003, p.21-22).

O estudo da matemática se processa através da manipulação de objetos que são captados pelos sentidos, chamados de ostensivos, e através dos quais os objetos ideais, os conceitos ou ideias definidas socialmente podem ser manipulados (CASABÓ, 2001) e Duval (2003, p.15) conjectura que “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao

menos dois registros de representações semióticas” e ele firma que “que deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro ao outro”.

Procuramos estabelecer uma conexão entre a conjectura de Duval com relação aos registros e a construção histórica e social dos significados. Partimos do pressuposto de que, se um conceito pode ser expresso por diversos nomes então a compreensão do significado daquele conceito se manifesta pelo estabelecimento de uma relação entre esses nomes. Um conceito deve ser relacionado com as suas diversas manifestações naquele contexto como é o caso, por exemplo, de comprimento e medida (de um segmento).

Casabó (2001) preconiza que uma ideia pode ser manipulada através de palavras, gestos ou desenhos, mas a ideia não pode ser confundida com a sua representação. Essa possível confusão gera o paradoxo detectado por Duval (2003, p. 21):

Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. Podemos então formular o paradoxo da compreensão em matemática da seguinte maneira: como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação? Podemos notar que tal problema não ocorre em outros domínios de conhecimento científico, ao menos em etapas menos avançadas.

Reforçando esse pensamento citamos de Damm (2000, p. 137) “A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando para a sua apreensão o uso de representação”.

Dessa forma, tendo definido o referencial de análise, fomos para a próxima etapa, que consistiu em verificar o que os livros didáticos abordam sobre o módulo de um número inteiro.

Essa resumida exposição teórica serviu para orientar a nossa análise bivariada, isto é, a comparação entre os itens. Contribuiu para que definíssemos o que comparar. Ela não será, necessariamente, retomada no texto uma vez que a escolha dos itens a serem comparados já foi definida por ela.

### **3 O MÓDULO NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Giovanni e Castrucci (2002, p.36) definem módulos como: “Chama-se módulo de um número inteiro a distância ou afastamento desse número até zero, na reta numérica inteira” afirmam também que, “[...] o módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero,

é sempre positivo.” Além da definição traz exercícios relacionando módulo com distâncias na reta numérica do conjunto dos números inteiros.

Bonjorno e Olivares (2006, p. 19) módulo é definido como: “Dois números opostos ou simétricos têm sinais contrários. Os pontos que representam números simétricos na reta numerada estão à mesma distância da origem. Essa distância é chamada de módulo ou valor absoluto desses números”. Os autores exploram também a relação de distância destacando módulo como valor absoluto.

Com uma referência um pouco mais antiga temos Giovanni e Parente (1998), para os quais o módulo é: “O número natural  $n$  chama-se módulo (ou valor absoluto) do número inteiro relativo  $+n$  ou  $-n$ .” O autor Zambuzzi (1979) apresenta módulo como medida, conforme visto a seguir (fig. 1):

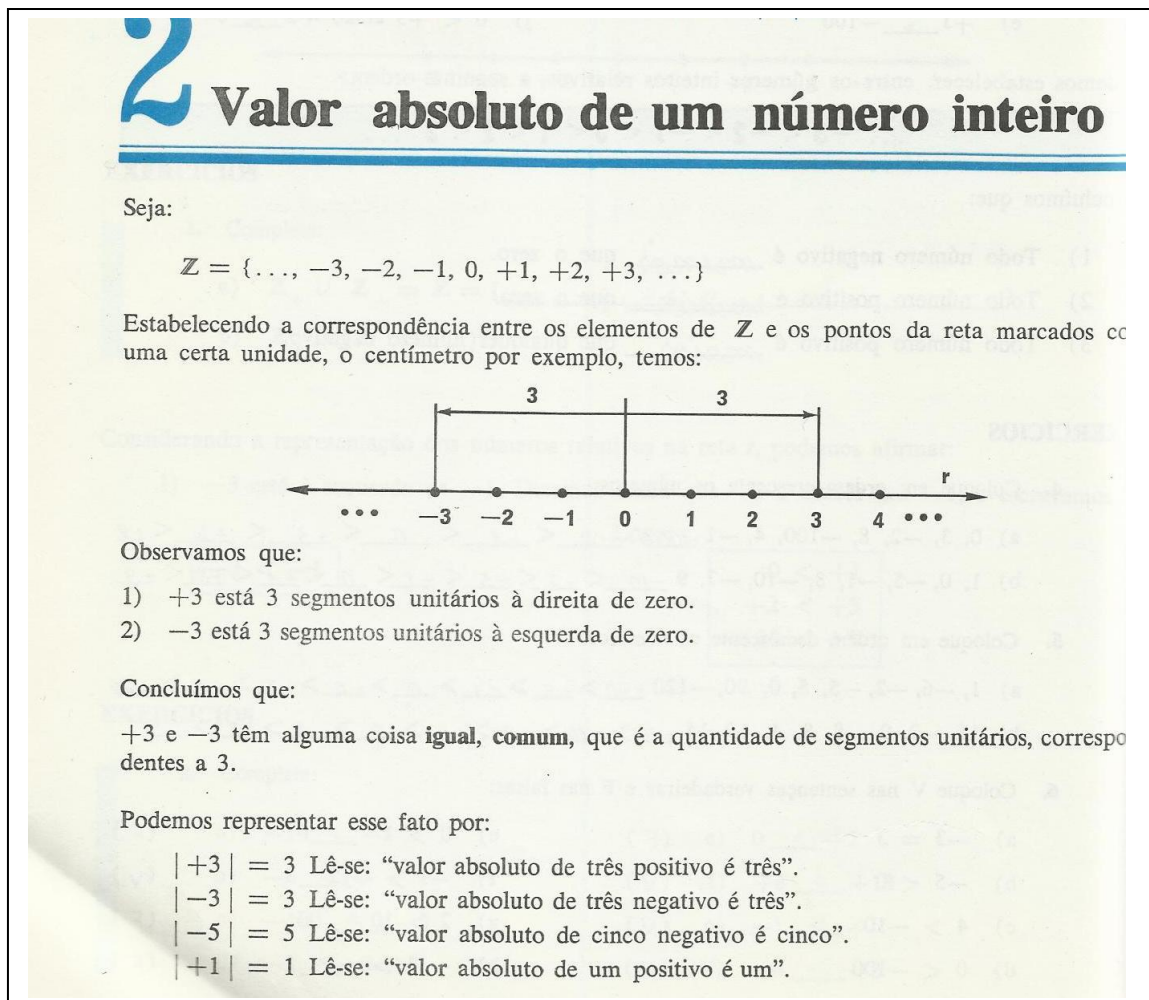


Figura 1- O estudo sobre módulo.  
Zambuzzi (1979, p.14)

Zambuzzi é um livro anterior ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) está inserido neste contexto porque muitos acadêmicos estudaram o ensino fundamental e médio em um período anterior ao início da avaliação dos livros didáticos pelo PNLD. Esses livros nem sempre são fáceis de serem encontrados porque são descartados pelas escolas.

Analisando também os livros didáticos atuais do ensino fundamental aprovados pelo PNLD de 2014 encontramos que Leonardo (2010), por exemplo, apresenta “Módulo, ou valor absoluto, de um número inteiro” com a ideia de distância entre qualquer ponto e a origem 0 (zero) da reta numérica. Essa distância é chamada de valor absoluto ou módulo, do número associado a um determinado ponto. Traz alguns exercícios sempre associando com a reta numérica.

Outra obra aprovada pelo PNLD 2014 é a dos autores Souza e Pataro (2012), que introduz o estudo de módulo no conjunto dos números racionais, um diferencial em relação aos demais autores que tinham como costume abordar nos números inteiros. Também podemos observar que os autores apresentam módulo como a distância de um ponto na reta numérica até a origem 0 (zero), essa distância ele menciona como unidade, e quando se trata de números racionais, traz como ênfase a fração e os números decimais.

Em outra obra aprovada pelo PNLD de 2014 e que cita módulo no conjunto dos números racionais é do autor Bianchini (2011, p.53), para ele, “módulo de um número racional é a distância de um ponto à origem”, também relacionando o na reta numérica e apresentando dois exercícios do mesmo.

Dante (2012) refere-se a módulo como o valor absoluto de um número inteiro, a distância do ponto que representa esse número até a origem, essa distância é a chamando de unidade.

Buscamos também investigar o que os livros didáticos do ensino médio abordam sobre o conceito de módulo. O tema está sempre associado, ao estudo de função modular. Para os autores Giovanni e Bonjorno (2005), obra aprovada pelo PNLD de 2009, o módulo é um número real  $x$  associado ao valor absoluto, é representado por  $|x|$  e assim definido:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Nesta obra é possível observar que os exercícios apresentados remetem para a álgebra, para facilitar a introdução de função modular.

Diferente dos demais autores examinados Dante (2005), aborda módulo como o valor absoluto de um número real  $r$ , que representa por  $|r|$ , é igual a  $r$  se  $r \geq 0$  e igual a  $-r$  se

$r < 0$ , também em sua explicação destaca a ideia que aparece do ensino fundamental, sobre distância.

O autor Paiva (2005, p. 141), aborda módulo como: “ $|x|$  é a distância entre dois pontos,  $|x|$  é um número real positivo ou nulo”, também traz propriedades acompanhadas de exemplos e exercícios contextualizados em situações envolvendo medida de temperatura.

Percebe-se que a maior ênfase no estudo do módulo é na apresentação de módulo como distância.

#### **4 METODOLOGIA**

Como já foi citado, aplicamos um formulário estruturado apresentado a trinta e cinco acadêmicos do primeiro ao quarto ano de dois cursos de licenciatura da universidade. Os acadêmicos de Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Computação foram escolhidos aleatoriamente durante o intervalo das aulas. Aproveitou-se a oportunidade para exemplificar para os acadêmicos da disciplina de Probabilidade e Estatística como se processa uma pesquisa na perspectiva quantitativa.

A amostra foi aleatória, mas não probabilística porque a quantidade dependeu de entrevistadores disponíveis. Os entrevistadores foram acadêmicos da disciplina de Probabilidade e Estatística num exercício de pesquisa quantitativa. A escolha do tema decorreu de um debate, entre três professores, sobre como certos temas da Matemática são abordados na Educação Básica.

O tratamento dado foi quantitativo para exemplificar aos acadêmicos esse tipo de abordagem cabendo a cada grupo fazer a análise de uma parte, podendo elaborar um trabalho e apresentar em um evento local. Em nosso trabalho analisamos duas questões presentes no formulário.

#### **5 A PESQUISA E SUA ANÁLISE**

O formulário foi composto de sete questões contendo de três à cinco alternativas cada uma (a,b,c,d,e), sendo que, o mesmo também informava que o entrevistado poderia assinalar mais de uma alternativa por questão, mas não todas.

Na introdução do material era informado o desígnio da pesquisa, para que nosso público tivesse conhecimento do que se tratava. Deste modo os acadêmicos entrevistados responderam as questões voluntariamente.

Nessa análise partiremos da primeira questão constituída por quatro alternativas (a, b, c, d) e se encerrará na segunda composta por cinco itens (a, b, c, d, e), porém, analisamos somente quatro uma vez que o item e (“módulo é o valor positivo”) já foi contemplado na análise da primeira questão.

A primeira questão trazia a seguinte indagação: Módulo de um número é: “*O próprio número*”.

**Tabela 1- Item a, Questão 1:  
“o próprio número”**

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	23	65,70%
<b>Assinalada</b>	12	34,30%

Fonte: Dados primários (2013)

Constatamos que 34,30% (tab.1) dos acadêmicos entrevistados assinalaram como correta uma alternativa que deveria ser deixada em branco, pois, a afirmação de que o “módulo de um número é o próprio número” possui uma ambiguidade em seu enunciado. Sabe-se que o módulo de um número positivo é o próprio número, mas o módulo de um número negativo é o seu simétrico. Em um primeiro momento levantamos a hipótese de que a formulação da questão tenha produzido a dificuldade. Posteriormente constatou-se que essa hipótese pode ser descartada.

No item b, o módulo de um número é: “*A distância do ponto onde está o número até à origem (da reta numerada)*”, vejamos:

**Tabela 2- Item b, Questão 1:  
“A distância do ponto onde está o número até  
à origem (da reta numerada)”**

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	13	37,10%
<b>Assinalada</b>	22	62,90%

Fonte: Dados primários (2013)

Em relação à alternativa b (tab.2), o fato de que (62,9%) dos acadêmicos assinalaram corretamente, assumindo o módulo de um número como distância traz um indicativo que se

aproxima do caso anterior. É certo que nem todos os autores trabalham o estudo de módulo vinculado a ideia de distância, o que pode indicar que quando o livro não aborda o professor também não faz.

A análise bivariada revelou que 11,4% dos acadêmicos que acertaram no primeiro item e erraram o segundo, 54,3% acertaram os dois itens, **25,7%** erram os dois e 8,6% erraram o primeiro e acertaram o segundo, 82,6%.

Em síntese temos 45,7% dos acadêmicos que não conseguiram articular corretamente os dois itens o que descarta a hipótese inicial de problemas na formulação da questão.

No item c, diz que o módulo é de um número é: “*O próprio número com sinal trocado*”.

**Tabela 3 - Item c, Questão 1:  
“o próprio número com sinal trocado”**

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	30	85,70%
<b>Assinalada</b>	5	14,30%

Fonte: Dados primários (2013)

Embora a análise univariada revele que a maioria de 85,7% (tab.3) acertou quando deixou esta alternativa em branco, e que 14,3% assinalaram que esta alternativa confere com o significado de módulo, ela é pouco reveladora.

A análise bivariada revela que apenas 54,3% articularam corretamente a ideia de módulo. 31,4%, afirmaram que módulo é o próprio número, mas não o próprio número com sinal trocado. Para eles módulo é sempre positivo no sentido que o conceito se aplica apenas aos números positivos. Uma questão ser formulada em uma próxima pesquisa é: qual o significado de módulo de um número negativo?

Item d, O módulo de um número é: “*O número entre duas barras*”.

**Tabela 4 - Item d, Questão 1:  
“o número entre duas barras”**

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	30	85,70%
<b>Assinalada</b>	5	14,30%

Fonte: Dados primários (2013)



Mais uma vez a análise univariada contribui pouco para compreender o que se passa em relação ao conhecimento do aluno. O indicativo de que apenas 14,3% (tab.4) marcaram o item como correto e 85,7% sabem que o conceito de módulo não se limita ao símbolo não nos ajuda no sentido de afirmar que tenham compreendido a ideia ou o conceito.

A análise bivariada comprando as respostas ao item *b* com as respostas o item *d* revela que somente 60,0% acertaram quando assinalaram que módulo é distância e não se limita a um número entre duas barras. **25,7%** erram nos dois itens. Como esse valor se repete na comparação anterior temos aqui um quarto dos acadêmicos (em valores aproximados) desconhecendo o significado de módulo, um valor 50% maior do que o mínimo previsto pela curva de distribuição normal padronizada onde a média menos o desvio padrão corresponde a um valor aproximado de 16%. 25,7% corresponde à média menos 0,7 do desvio padrão, em valores aproximados, portanto corresponde a uma área que pode ser considerada grande sob a curva normal. Nesse caso, em particular, quanto menor a área, melhor seria o indicativo de aprendizado (Cf. TRIOLA, 1999).

Para que servem as duas barras paralelas que delimitam um número cujo módulo quero destacar? Uma questão a ser formulada aos acadêmicos.

Na segunda questão apresentou o seguinte enunciado:

Segunda questão: “Outro nome que podemos dar ao módulo de um número é”:

Onde o item a da questão é: “*Valor absoluto*”, veja:

**Tabela 5- Item a, Questão 2:**  
“valor absoluto”

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	17	48,60%
<b>Assinalada</b>	18	51,40%

Fonte: Dados primários (2013)

Nesta questão a teoria proposta por Duval contribuiu de fortemente para a análise bivariada fornecendo parâmetros para comparação dos itens. Neste caso ocorreu um empate técnico (tab.5). Ressaltamos que não são todos os autores que utiliza essa designação para módulo e talvez isso justifique o fato de 48,60% (tab.5) ignorarem essa nomenclatura. A análise bivariada presente no próximo parágrafo traz melhores indicativos.

Item b, Outro nome que podemos dar ao módulo de um número é: “*Distância*”.

**Tabela 6 - Item b, Questão 2:**  
“distância”

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	29	82,90%
<b>Assinalada</b>	6	17,10%

Fonte: Dados primários (2013)

Análise univariada: 82,9% indicaram não saber que módulo tem relação também com distância, porém comparando (análise bivariada) as respostas a este item *2b* com as respostas ao item *1b* temos 34,3% realmente ignoram essa relação existente entre módulo e distância ou comprimento, 48,6% que assinalaram, no item *1*, que módulo é a distância de um número até à origem da reta numerada não associaram isso à distância entre dois pontos quaisquer. Conseguiram memorizar a definição ou exemplo dado, mas não conseguiram extrapolar, não conseguiram fazer associações mais livres.

Item c, outro nome que podemos dar ao módulo de um número é: “*Medida*”:

**Tabela 7 - Item c, Questão 2:**  
“Medida”

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	26	74,30%
<b>Assinalada</b>	9	25,70%

Fonte: Dados primários (2013)

Conforme visto na alternativa anterior, que relacionava módulo com distância, tendo ocorrido uma alta porcentagem (82,9%) de erro tem-se agora 74,30% (tab. 7), mas comparando as respostas aos dois itens *2b* e *2c*, tem-se que 62,8% (dado obtido da análise bivariada ou informação cruzada) não associam módulo nem à medida e nem à distância. Módulo é um conceito socialmente solto, puramente matemático e de aplicação apenas interna? A questão fica sem resposta e requer outras investigações. No entanto, esse mesmo percentual também não o associa a quantidade e a questão começa apresentar indicativos de como será resposta.

Item d, outro nome que podemos dar ao módulo de um número é: “*Quantidade*”.

**Tabela 8 - Item d, Questão 2:  
"Quantidade"**

	Frequência	Porcentagem
<b>Em branco</b>	33	94,30%
<b>Assinalada</b>	2	5,70%

Fonte: Dados primários

Assim podemos concluir que os acadêmicos possuem certa dificuldade quanto ao conhecimento relativo ao estudo de módulo. Não associam os múltiplos significados entre si, um percentual superior a 60% que não associa livremente módulo à distância ou quantidade traz indicativos da necessidade de uma abordagem mais livre do livro didático por que módulo, distância, valor absoluto, medida, quantidade são palavras para representar o mesmo conceito, mas que os acadêmicos não conseguem associar.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim podemos concluir que os acadêmicos possuem dificuldade quanto ao conhecimento de módulo. Se trabalho algébrico com o mesmo no curso superior não preencher essa lacuna, e os acadêmicos repeti-lo-ão sem saber o seu significado.

## 7 REFERÊNCIAS

- BIANCHINI, E.. **Matemática**. 7º ano. 7 ed. São Paulo. Editora Moderna, 2011.
- BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A.; OLIVARES, A.; **Matemática Fazendo a Diferença**. 6ª série. São Paulo/SP: FTD, 2006 – (Coleção Fazendo a Diferença).
- CASABÓ, M. B. Un punto de vista antropológico: la evolución de los "instrumentos de representación" en la actividad matemática. **Quarto Simpósio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática**. Huelva: Universidade de Huelva, 2001. Disponível em < [http://www.seiem.es/publicaciones/archivos\\_publicaciones/actas/Actas04SEIEM/IVsimposio.pdf](http://www.seiem.es/publicaciones/archivos_publicaciones/actas/Actas04SEIEM/IVsimposio.pdf) > Acesso em 11 de jun de 2009.
- CASTRUCCI, B.; GIOVANNI, J. R. **A conquista da matemática**. 6ª série. São Paulo, Editora FTD, 2002.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. Vol 1. São Paulo: Ática, 2007.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. Volume único. São Paulo: Ática, 2009.
- DANTE, L. R. **Projeto Teláris**. 7º ano. São Paulo: Ática, 2012.

DAMM, R. F. Retratos de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2000.

DOMÊNICO, L. C.; LAGO, S. R.; ENS, W. **Matemática Moderna**. 6ª série. São Paulo: IBEP, [19--?].

DUVAL, R. Registros de representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

GIOVANNI, J.R.; BONJORNO, J.R. **Matemática Completa**. 1ª série, Ensino Médio. São Paulo: FTD, 2005.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. S.. **Matemática e Realidade**. 6ª série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

LEONARDO, F.M. (Editor). **PROJETO ARARABÁ, Matemática**: obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela editora Moderna. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

PAIVA, M. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Moderna, 2005.

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. **Vontade de Saber Matemática**. 7º ano. 2. ed. São Paulo: Editora FTD, 2012.

TRIOLA, M.F. **Introdução à Estatística**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

ZAMBUZI, O. **Matemática**. 6ª serie. São Paulo: Ática. 1979.