

UM ESTUDO INICIAL DE ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS, DIANTE DE PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA

Renan Gustavo Araújo de Lima¹

José Luiz Magalhães de Freitas²

Resumo: Esse texto tem como objetivo apresentar alguns resultados parciais da pesquisa em andamento, no qual realizamos uma sequência didática, pautados na Engenharia Didática. Para isso, utilizamos como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria das Situações Didáticas. Assim, trouxemos alguns resultados da análise preliminar, uma das etapas da Engenharia Didática, na qual analisamos documentos oficiais e resultados pesquisas sobre combinatória, onde identificamos algumas estratégias e dificuldades que os alunos apresentam quando resolvem problemas sobre o tema. Além disso, baseados nos resultados dessas pesquisas, bem como nas teorias sobre campos conceituais e situações didáticas, apresentamos nesse texto um problema de combinatória, que compõe a nossa sequência didática, sobre a qual realizamos uma análise *a priori*. Desse modo, esperamos que a nossa sequência didática contribua para a investigação, bem como superação de dificuldades manifestadas pelos alunos da pesquisa.

Palavras-chave: Combinatória. Estratégias. Dificuldades.

INTRODUÇÃO

Nesse artigo apresentaremos alguns resultados parciais de uma pesquisa de Mestrado, que tem como objetivo analisar os conhecimentos mobilizados por alunos de licenciatura em Matemática, quando resolvem problemas de combinatória. Na primeira parte do texto, evidenciaremos como os documentos oficiais abordam esse conteúdo, além de alguns resultados de pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem do mesmo. Em seguida, mostraremos como esses resultados, juntamente com nosso referencial teórico, contribuem para a elaboração e análise das atividades da nossa sequência didática, no qual discutiremos uma nesse texto.

¹ Aluno do Programa de Pós Graduação do Programa de Mestrado em Educação Matemática e bolsista CAPES, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, rrenan_19@hotmail.com

² Professor do Programa de Pós Graduação do Programa de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, joseluizufms2@gmail.com

ALGUMAS PESQUISAS QUE ABORDAM A APRENDIZAGEM DE COMBINATÓRIA

A combinatória é um conteúdo matemático que tem apresentado dificuldades no que diz respeito à aprendizagem dos alunos, tanto no aspecto conceitual do conteúdo, quanto na resolução de problemas. Morgado et. al. (1991) definem a Combinatória como uma parte da Matemática que analisa as estruturas e relações discretas. Dentre os problemas presentes nesse conteúdo, destacam dois tipos: Demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições; Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito que satisfazem certas condições dadas. (MORGADO et. al. 1991, p. 2).

Dessa maneira, a Combinatória vai muito além do estudo apenas de problemas de contagem como as permutações, combinações e arranjos, que são trabalhados no Ensino Básico. Estão presentes problemas de contagem que utilizam de outros conceitos como o Princípio da Inclusão-Exclusão e o Princípio de Dirichlet³, também conhecido como princípio das gavetas ou da casa dos pombos, além de problemas de existência de conjuntos e funções geradoras. Porém, Morgado et. al. (1991) consideram que um dos motivos de se privilegiar o ensino de permutações, arranjos e combinações na Educação Básica é pelo fato de serem mais simples e terem um uso mais amplo, possibilitando resolver uma grande quantidade de problemas de Combinatória.

Pessoa (2009) busca em sua pesquisa analisar o desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica, com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio. A autora define o raciocínio combinatório como um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto.

Na Combinatória contam-se, baseando-se no raciocínio multiplicativo, grupos de possibilidades, através de uma ação sistemática, seja pelo uso de fórmula, seja pelo desenvolvimento de uma estratégia que dê conta de atender aos requisitos desses tipos de problemas, como a constituição de agrupamentos, a determinação de possibilidades e sua contagem. (PESSOA, 2009, p. 72)

Assim, problemas de combinatória podem ser resolvidos utilizando diversas estratégias com o objetivo de realizar a contagem. As estratégias de resolução, como a

³ Para maiores informações desses conceitos que não abordaremos nesse texto, sugerimos a consulta da obra de Morgado et. al. (1991).

listagem ou utilização de fórmulas, são utilizadas baseadas no raciocínio multiplicativo, o qual deve ser o foco no trabalho com os alunos.

De acordo com os documentos oficiais do Brasil, a Combinatória deve ser trabalhada desde os primeiros anos da Educação Básica, de modo intuitivo, com situações-problema que envolvessem o conteúdo, sem a necessidade da formalização dos conceitos ou fórmulas. No texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997), no momento da apresentação do conteúdo de multiplicação, presente nos primeiros ciclos do ensino fundamental, deve-se trabalhar com todos os seus significados, sendo um deles o raciocínio combinatório.

O trabalho de combinatória com os alunos fornece elementos para o desenvolvimento de competências necessárias, não somente para o ambiente escolar, mas para o convívio social do cidadão. Tal fato é anunciado nos PCN (BRASIL, 1998) quando se atribui a necessidade de desenvolver tais conteúdos na Educação Básica, para que o aluno consiga tratar as informações do cotidiano como dados estatísticos e ideias relativas à probabilidade e à combinatória.

Além dessas necessidades relatadas, problemas que envolvem a combinatória possibilitam que os alunos desenvolvam competências relacionadas à organização, criatividade, autonomia no processo de resolução além do raciocínio combinatório. Problemas desse tipo podem levar os alunos a mobilizar diversas estratégias, como: a contagem dos casos, a representação de diagramas de árvores, a tabela de dupla entrada e a utilização do Princípio Multiplicativo (SOUZA, 2008).

Porém como ressaltamos anteriormente, na aprendizagem desse conteúdo os alunos têm encontrado dificuldades. Nessa perspectiva, Pessoa (2009) buscou analisar o desenvolvimento do raciocínio combinatório com 568 alunos, do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, sendo aplicada com todos os alunos, uma ficha contendo oito problemas de Combinatória, sendo dois problemas de cada tipo: produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação. Durante a realização do teste não houve um tempo estipulado para a resolução e os alunos estavam livres para utilizarem a estratégia que considerassem adequadas.

Assim, verificou-se o uso de diversas estratégias pelos alunos, tais como: a adição e subtração, divisão, desenho, árvore de possibilidades, quadro/diagrama, listagem de possibilidades, adição adequada de parcelas, multiplicação, Princípio Fundamental da Contagem, utilização de fórmulas e percepção ou busca de regularidades. Na análise dessa categoria, a listagem de possibilidades, apesar de diminuir em relação ao avanço escolar,

continuou sendo uma das principais estratégias utilizadas, juntamente ao Princípio Fundamental da Contagem e as fórmulas. Percebe-se a pouca utilização de estratégias como o desenho, que aparecem em geral nos anos iniciais, do diagrama de árvore e do quadro/diagrama. A utilização do diagrama de árvore deveria ser incentivada pelos professores, desde os anos iniciais, pois “é uma representação que ajuda a compreender melhor as situações de enumeração e a encontrar com simplicidade a regra do produto” (BATANERO; GODINO; NAVARRO – PELAYO, 1996, p.54, tradução nossa).

Santos-Wagner, Bortoloti, Ferreira (2013) realizaram um estudo com 198 estudantes do 3º e 8º semestre de quatro Universidades do estado da Bahia a partir das resoluções de problemas de arranjo e combinação, apresentadas pelos alunos. Em relação aos conhecimentos mobilizados pelos estudantes no momento da resolução, verificou-se a utilização de três estratégias: a listagem de possibilidades, a utilização de fórmulas e o princípio multiplicativo, resultado consonante ao encontrado em outras pesquisas (ROA et. al., 1997; MIGUEL; MAGINA, 2003). Destacamos a necessidade da compreensão dos alunos em relação aos conceitos estudados, pois mesmo quando recorriam à utilização de fórmulas, apresentavam dificuldades, assim, “identificar uma fórmula não é o suficiente para resolver a questão. Infelizmente alguns alunos já foram condicionados a utilizar essa estratégia ou acreditam que basta identificá-la que o problema será resolvido.” (SANTOS-WAGNER; BORTOLOTTI; FERREIRA, 2013, p. 618-619).

Como nossa pesquisa será realizada com alunos de um curso de Matemática-Licenciatura, pautados em pesquisas sobre o tema (ROA et. al., 1997; MIGUEL; MAGINA, 2003; PESSOA, 2009), apresentamos a seguir dois quadros que sintetizam as principais estratégias e dificuldades que os alunos nesse nível de ensino enfrentam quando resolvem problemas relativos ao tema.

Quadro 1 - Principais estratégias mobilizadas pelos alunos

Estratégia	Descrição da Estratégia
Listagem de Possibilidades	O aluno realiza uma listagem, escrevendo todos os casos possíveis que atendem o problema proposto.
Fórmulas	O aluno tenta identificar qual o tipo de problema proposto, entre arranjo, permutação e combinação. Após isso, seleciona os valores presentes no problema e aplica a fórmula correspondente.
Princípio Fundamental da Contagem	O aluno divide o problema em etapas de escolha, verifica as possibilidades de cada etapa e utiliza o

	princípio multiplicativo.
Busca de Generalidades	O aluno inicia a listagem de possibilidades, geralmente fixando algum elemento, em busca de regularidades. Ao perceber alguma regularidade, realiza alguma operação que lhe fornece a resposta do problema sem que tenha que listar as demais possibilidades.
Diagrama de Árvores ⁴	Uma espécie de grafo, é uma estrutura que possibilita organizar as possibilidades em cada etapa de escolha. A sua utilização, além da quantidade de possíveis casos também fornece listagem de todas as possibilidades.

Fonte: dados da pesquisa

Dentre as estratégias apresentadas, a listagem de possibilidades é a estratégia mais mobilizada pelos alunos, seguidos da utilização de fórmulas e do Princípio Fundamental da Contagem. Apesar de destacarmos essas estratégias, em alguns casos os alunos mobilizam de outras, como o desenho ou algum conhecimento de outro conteúdo matemático. O quadro seguinte apresenta as dificuldades que os alunos apresentam no momento de resolver os problemas.

Quadro 2 - Principais dificuldades apresentadas pelos alunos.

Dificuldade	Descrição da Dificuldade
Listagem Não sistemática	Os alunos realizam a listagem sem nenhum tipo de organização. Dessa maneira, listagem de possibilidades pode ficar faltando elementos, ou com elementos em excesso.

⁴ Conforme apontado em diversas pesquisas (ROA et. al. 1997, MIGUEL; MAGINA, 2003) a estratégia da árvore de possibilidades quase não é mobilizada por alunos que já tiveram um ensino de Combinatória. Porém, decidimos colocá-la no quadro das estratégias, devido a sua importância já citada.

Ordem dos Elementos	Os alunos não percebem a característica do problema em relação à ordem dos elementos, considerando a ordem relevante em problemas que não é, e desconsiderando-a quando é necessário levá-la em conta. Um dos erros que pode surgir é classificar um problema de combinação como um problema de arranjo.
Repetição dos Elementos	Os alunos não percebem a característica do problema em relação à possibilidade de repetição de elementos. Então, desconsidera a repetição dos elementos quando o problema permite, assim como o inverso.
Diferenciação dos problemas combinatórios	Alunos possuem dificuldades nos conceitos de cada tipo de problema de combinatória, classificando os problemas de maneira errônea.
Utilização das Fórmulas	Além da dificuldade de lembrar as fórmulas de cada problema, os alunos apresentam dificuldades na substituição dos valores do problema na fórmula e resolve-lá.
Utilização do Diagrama de árvores	Os alunos montam o diagrama de árvores com uma estrutura errônea.

Fonte: dados da pesquisa

Diante do exposto, uma das maneiras de superar algumas dessas dificuldades pode ser a escolha da metodologia de ensino. A pesquisa de Souza (2008) propõe a criação de uma sequência que explore os conceitos do Princípio Fundamental da Contagem, Princípio Multiplicativo e Aditivo. Além disso, deve ser trabalhado de modo intuitivo e de maneira que os alunos possam mobilizar diversas estratégias como a contagem dos casos, a utilização do diagrama de árvore, a tabela de dupla entrada, entre outras.

ESCOLHAS TEÓRICAS E METODOLÓGICAS

Cientes da importância da combinatória na aprendizagem dos alunos, buscamos em nossa pesquisa de Mestrado *analisar os conhecimentos mobilizados por alunos de licenciatura em Matemática, quando resolvem problemas de combinatória*. Um dos motivos dessa escolha deve-se ao fato dos alunos saírem do Ensino Médio com dificuldades no tema,

como mostram as pesquisas, e ingressam em um curso de Licenciatura em Matemática, no qual se formarão professores e irão ministrar tal conteúdo. Para atingir esse objetivo geral, definimos três objetivos específicos. O primeiro é *analisar as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos*. O segundo é *identificar a apropriação de novas estratégias de resolução pelos alunos durante o desenvolvimento da sequência*. E o terceiro é *analisar a superação de possíveis dificuldades pelos alunos durante o desenvolvimento das atividades*.

Para isso, nos baseamos na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), desenvolvida por Vergnaud (1996) e na Teoria das Situações Didáticas (TSD), modelada por Brousseau (2008). Além desses referenciais teóricos, nos pautaremos na Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996) como referencial metodológico da pesquisa.

Estamos entendendo o conceito, no mesmo sentido da TCC, não como uma simples definição, mas sendo composto por três conjuntos (S, I, L), sendo eles:

- Situação (S): é o conjunto das diferentes situações que dão sentido ao conceito;
- Invariantes (I): o conjunto dos variantes operatórios, os teoremas-em-ação, conceitos-em-ação, que interferem nos esquemas ou nos significados do conceito;
- Linguagem (L): são as representações, sejam elas linguísticas ou não linguísticas, que representam o conceito, seus tratamentos, entre outros.

Assim, a aprendizagem de um conceito é um processo, não sendo possível ocorrer de um momento para outro. O professor deve apresentar aos alunos diferentes situações que compõem um conceito, além das diferentes representações. Dessa maneira, a sequência didática que iremos elaborar será composta por problemas de quatro tipos de situações, os de produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação, classificação proposta por Pessoa (2009). O conjunto dos Invariantes é composto pelos invariantes operatórios, como os teoremas-em-ação que pode ser verdadeiro ou não, e os conceitos-em-ação que podem ou não serem pertinentes em uma determinada situação. Portanto, essa estrutura de conceito, atribuída por Vergnaud, nos permite analisar os conhecimentos dos alunos, a apropriação de novas estratégias e a superação de possíveis dificuldades, por meio dos invariantes mobilizados pelos mesmos.

Para elaborar e gerenciar a sequência didática estaremos pautados na Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). Nessa, considera-se uma situação didática as interações entre professor, alunos e saber, em um determinado meio. No momento de elaborarmos e gerenciarmos a sequência didática, buscaremos realizar nos moldes de uma

situação *adidática*, caracterizada pela não interferência do professor sobre a construção do saber e a postura investigativa do aluno sobre um problema matemático que elaborado pelo professor, em busca da resposta. Para isso, o aluno deve assumir o problema tomar o problema para si e ter interesse em resolvê-lo, como um “pequeno pesquisador”, o que caracteriza a devolução por parte do aluno. Após a devolução inicia-se a situação *adidática*, composta por três momentos: ação, formulação e validação.

No momento *adidático* de ação, o aluno tenta buscar uma solução para o problema, por vezes de maneira empírica, na sua interação com o meio que está inserido, tentando encontrar a solução. O momento de formulação é um momento no qual o aluno elabora conjecturas e hipóteses que possam levá-los a resolver o problema. Por fim, no momento *adidático* de validação, o aluno tentará validar a conjectura elaborada ou perceber a invalidade da mesma. Salientamos que na busca pela solução, o aluno transita pelos três momentos, o de ação, formulação e validação, sem que haja a necessidade de seguir a ordem dessas etapas e podendo começar novos ciclos, dando continuidade ao processo.

Como dito, nos três momentos que compõem as situações *adidáticas* o professor não interfere diretamente na construção do saber. Porém, o professor tem um papel de mediador, realizando questionamentos e gerenciando o andamento da sequência para que os alunos continuem vivenciando esse tipo de situações. Freitas (2008, p. 86) afirma que “*as situações adidáticas* representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nelas significa que o aluno por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar algum conhecimento”. Por fim, o professor volta à cena para a realização da institucionalização do saber, no qual explicita o conhecimento envolvido, caso não tenha aparecido anteriormente, no problema proposto e discute os resultados e estratégias encontradas. Desse modo, a institucionalização deixa de ser um momento *adidático*, pois nele o professor age diretamente sobre o saber.

Nessa perspectiva, adotamos como referencial metodológico a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996), que nos possibilita elaborar e analisar as situações didáticas que proporemos. A primeira fase dessa metodologia é a *análise preliminar*, no qual é pesquisada a evolução histórica desse conteúdo, a abordagem dos documentos oficiais sobre o tema, pesquisas tratam do ensino, da aprendizagem e dificuldades do tema, entre outras. Referente a essa etapa, apresentamos no início de texto alguns resultados parciais, como as principais estratégias e dificuldades que os alunos têm quando resolvem problemas de combinatória. Desse modo, temos condições de elaborar hipóteses do que pode aparecer na nossa sequência, e criar situações que possibilitem a superação de possíveis dificuldades.

A segunda etapa dessa metodologia é a *elaboração e análise à priori* da sequência, na qual, pautados dos resultados encontrados na etapa anterior, elaboramos a sequência didática e hipóteses de possíveis estratégias e dificuldades que podem aparecer nas atividades propostas. Esse procedimento nos ajudará a compreender o que poderá aparecer no momento da *experimentação*, o terceiro momento dessa metodologia. Por fim, é realizada a *análise a posteriori e validação*, no qual serão analisados dados obtidos na experimentação e confrontados com as hipóteses levantadas na análise *à priori*. Ressaltamos que a Engenharia Didática, apesar de apresentada em etapas, não é rígida. O pesquisador tem liberdade de retornar e transitar entre as etapas caso sinta necessidade.

Nessa perspectiva, para ilustrar nossas escolhas teórica e metodológica, apresentaremos e discorreremos a seguir a análise *à priori* de uma atividade que está na nossa sequência didática.

UM ESBOÇO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática que elaboramos é composta de oito sessões, que contém dois problemas de combinatória cada, que será desenvolvida com os alunos ingressantes no ano de 2014 no curso de Licenciatura em Matemática, de uma Universidade Pública de Mato Grosso do Sul. Dentre os 16 problemas que a compõem, organizamos de modo que tenha quatro problemas de diferentes situações (produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação), que serão trabalhados simultaneamente, visto que estamos entendendo que para haver a aprendizagem de um conceito o aluno deve trabalhar diferentes situações que lhes dão sentido (VERGNAUD, 1996).

No próximo parágrafo, apresentaremos a análise *a priori* de um problema contido na sequência didática, com o objetivo de ilustrar nossas escolhas para a sequência didática.

Atividade 1: Uma escola deseja sortear dois prêmios para seus professores de Matemática. O primeiro prêmio será um tablet e o segundo um relógio. Sabendo que a escola conta com cinco professores de Matemática, de quantas maneiras diferentes os prêmios poderão ser distribuídos?

Para a realização das atividades os alunos serão organizados em grupos de três pessoas, pois acreditamos que tal organização contribui para que vivenciem as fases de uma situação *adidática*. Nesse problema de arranjo, que compõe a primeira sessão da sequência,

escolhemos uma situação contextualizada de sorteio de prêmios, acreditando que os alunos por conhecerem tal situação possam se colocar na mesma e a partir de então, buscar estratégias de solução para o problema.

Além disso, um dos elementos que fazem parte da Engenharia Didática quando se elabora a sequência didática são as variáveis didáticas que são escolhidas. Essas variáveis têm como função levar os alunos a utilizarem determinadas estratégias, em detrimento de outras (ARTIGUE, 1996). Para a nossa sequência, estamos adotando como variáveis o tamanho dos valores do problema e as restrições que o mesmo contém. Em específico nesse problema apresentado, por estar na primeira sessão da sequência decidimos escolher valores pequenos e sem nenhuma restrição, de modo que os alunos possam mobilizar as mais diversas estratégias, como a listagem de possibilidades.

Baseados nos resultados encontrados na análise preliminar, realizamos os levantamentos de hipóteses das estratégias que podem ser mobilizadas pelos alunos, e das dificuldades que poderão enfrentar.

E₁: Listagem de Possibilidades

Por se tratar de valores pequenos que compõe o problema, os alunos podem realizar uma listagem dos possíveis sorteios que pode ocorrer. Assim, nomeando os professores de A, B, C, D e E, iniciam a listagem de todos os casos: A-B, A-C, A-D, A-E, B-A, B-C, B-D, B-E, C-A, C-B, C-D, C-E, D-A, D-B, D-C, D-E, E-A, E-B, E-C, E-D, totalizando 20 possibilidades de sorteios. Apesar dessa estratégia não ser complexa, uma dificuldade que pode vir a aparecer, como observa ROA et. al. (1997), é a realização de uma listagem não sistemática dos alunos, que podem esquecer algum caso ou contá-los em excesso.

E₂: Utilização da Fórmula

O aluno identifica que o problema proposto se trata de um problema de arranjo e aplica a fórmula correspondente.

$$A_2^5 = \frac{5!}{(5-2)!} \Leftrightarrow A_2^5 = \frac{5!}{3!} \Leftrightarrow A_2^5 = \frac{120}{6} \Leftrightarrow A_2^5 = 20$$

Para essa estratégia, acreditamos que os alunos, possam apresentar dificuldades na utilização da fórmula, desde lembrá-la de maneira correta, como na realização das operações.

E₃: Princípio Fundamental da Contagem

Utilizando o Princípio Fundamental da Contagem, o aluno organiza o problema em duas etapas a serem escolhidas. Para o primeiro prêmio tem-se 5 possibilidades de professores, e para o segundo prêmio, 4 possibilidades. Dessa maneira, tem-se que o total de possibilidades de sorteios é $5 \times 4 = 20$ possibilidades de escolha.

E₄ : Busca de Regularidades

Nessa estratégia o aluno inicia utilizando outra estratégia, em geral a listagem de possibilidades, como do seguinte modo:

A-B, A-C, A-D, A-E

B-A, B-C, B-D, B-E

Então percebe que para cada professor que ganhar o primeiro prêmio, existem 4 possibilidades diferentes para ganhar o segundo prêmio. Como no total, cinco professores podem ganhar o primeiro prêmio, o total de possibilidades é $5 \times 4 = 20$ possibilidades de escolha.

Desse modo, acreditamos que nesse problema proposto, os alunos venham a mobilizar alguma dessas quatro estratégias apresentadas. Também é possível, além das dificuldades comentadas durante as estratégias, que os alunos apresentem dificuldades em relação à ordem da realização do sorteio. Caso não considerem a ordem relevante para o problema, que nesse caso é, poderão realizar a listagem de metade dos elementos ou classificar o problema como sendo uma combinação, aplicando a fórmula correspondente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse texto, buscamos apresentar alguns resultados parciais da análise preliminar que realizamos, além da análise *a priori* de uma atividade que compõe a nossa sequência didática. Percebemos por meio da análise preliminar, que de os alunos nesse nível de ensino, de modo geral, mobilizam estratégias como a listagem de possibilidades, a fórmula, o Princípio Fundamental da Contagem. Porém, possuem dificuldades quando resolvem os problemas como a listagem não sistemática, e na utilização das fórmulas.

Além disso, apresentamos como a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria das Situações Didáticas, em conjunto com os resultados encontrados na análise preliminar, contribuem para a elaboração da nossa sequência didática. Apesar de não termos realizado a experimentação com os alunos da licenciatura, esperamos conseguir analisar os conhecimentos e a superação das possíveis dificuldades de futuros professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. (Org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.
- BRASIL, Ministério da Educação: Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. - Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BATANERO, C.; GODINO, J.; NAVARRO-PELAYO, V. **Razonamiento combinatorio**. Madri: Ed. Síntesis, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª. séries - Matemática**. Brasília, 1998
- BROUSSEAU, G.. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: Conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.
- FREITAS, J. L. M. de. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Educação Matemática Uma (nova) Introdução**. 3.ed.rev. São Paulo: Educ, 2010. p. 77-109.
- MIGUEL, M. I.; MAGINA, S. As estratégias de solução de problemas combinatórios: um estudo exploratório. In: **Anais do II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Santos, 2003.
- MORGADO, A.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J.; PINTO DE CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.
- PESSOA, C. A. dos S. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. 2009. 267 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2009.
- ROA, R.; BATANERO, C.; GODINO, J. D.; CAÑIZARES, M. J. Estrategias de resolución de problemas combinatorios por estudiantes con preparación matemática avanzada. **In.: Epsilon**, n. 36, p. 433-446, 1997.
- SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos; BORTOLOTTI, R. D. M.; FERREIRA, J. R. Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. **In: Educação Matemática Pesquisa**, v.15, n.3, pp.692-629, 2013.
- SOUZA, A. C. P. de. Análise Combinatória apoiada na Metodologia de Ensino Aprendizagem–Avaliação de Matemática através da resolução de problemas. **In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, Rio Claro, 2008.
- VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean. (Org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.