VALORIZAÇÃO DO DISCURSO PARA A APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA: UM ESTUDO COM ACADÊMICOS DE UM CURSO DE MATEMÁTICA

Cleide Ribeiro Mota Arinos
UFMS
Cleide.arinos@ufms.br
https://orcid.org/0000-0001-9510-5590

Everton Luiz de Oliveira
UFMS
everton.luiz@ufms.br
https://orcid.org/0000-0002-1469-407X

José Luiz Magalhães de Freitas
UNIDERP/UFMS
joseluizufms2@gmail.com
https://orcid.org/0000-0001-5536-837X

Modalidade: Este trabalho é um artigo completo (para comunicação oral).

Resumo:
Este artigo traz análise de uma atividade realizada por acadêmicos de Geometria Euclidiana Plana. Essa atividade foi realizada em uma disciplina, de um curso de Matemática, de uma Universidade Federal. São observações de uma pesquisadora, com o professor da disciplina e de seu orientador diante das discussões realizadas via monitoria estágio docência. Assim, a atividade foi analisada na perspectiva das condições cognitivas da aprendizagem da geometria, conforme o modelo teórico de Raymond Duval. Foram identificados diversos tipos de visualizações, raciocínios e o discurso para a resolução da atividade. As interações via Google Meet e WhatsApp contribuíram com a visualização e com o desenvolvimento de raciocínios para a aprendizagem de conceitos e demonstrações nessa disciplina. Além disso, o professor da disciplina, diante das discussões, percebeu possíveis aproximações da disciplina de geometria com o campo da Educação Matemática.

Palavras-chave: Aprendizagem; Linguagem; Estágio Docência; Visualização; Discurso.

1. Introdução

Este artigo traz alguns resultados oriundos de um Estágio Docência realizado pela pesquisadora sobre geometria euclidiana em um curso de Matemática de uma Universidade pública Federal. A disciplina Geometria I foi ministrada para duas turmas, uma formada por acadêmicos da Licenciatura, com 22 matriculados e outra por acadêmicos do Bacharelado e da Licenciatura, com 52 matriculados. Os acadêmicos do Bacharelado cursam essa disciplina no 1° período e os da Licenciatura no 5° período.

A pesquisadora acompanhou as aulas pelo AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem e realizou encontros com os acadêmicos duas vezes por semana pelo *Google Meet*. Nesses encontros os acadêmicos apresentavam suas dúvidas e questionamentos, bem como trocavam sugestões de resoluções das atividades. Ocorreram também trocas como apresentações de sugestões e contribuições dos acadêmicos, por meio do *Whatsapp*, para as resoluções de exercícios das listas desenvolvidas nessa disciplina.

Esses encontros no *Google Meet* contribuíram com a formação desses acadêmicos. Isso é importante, pois: "[...] os cursos de formação inicial de professores – tanto os cursos de magistério como os de licenciatura – continuam não dando conta de discutir suficientemente com seus alunos uma proposta mais eficiente para o ensino de geometria" (ALMOULOUD, 2004, p.1).

Em Geometria I há a introdução ao método axiomático de Euclides. Assim os resultados e elementos geométricos podem ser interpretados de maneira bastante intuitiva. O entendimento da estrutura desse método e a aplicação da lógica nas demonstrações de proposições possuem um papel fundamental para acadêmicos na graduação.

Essa lógica, muitas das vezes, não é evidente aos estudantes. Isso pode ser observado na linguagem do ***AC A***[1]: *"Sobre o pensamento lógico eu não conseguia visualizar algumas coisas. A começar de fato a montar demonstrações. Hoje eu posso dizer que consigo aplicar teoremas e começar demonstrações".*

Na parte inicial do método axiomático, apresentam-se as propriedades iniciais em forma de axiomas, ou postulados, os quais podem ser interpretados intuitivamente, fornecendo base teórica para os resultados subsequentes, que são enunciados e demonstrados em forma de proposições, teoremas e corolários. Além disso, os conceitos iniciais também não são definidos, mas podem ser "induzidos" por meio de ideias intuitivas do mundo físico.

A seguir comentamos alguns aspectos da geometria euclidiana plana. Como ela é estruturada em um sistema dedutivo e explicaremos alguns termos, como teoremas e postulados.

2. O discurso dedutivo na geometria euclidiana

A geometria plana, como um sistema dedutivo, parte de um conjunto de elementos, a saber: ponto, reta e plano. Esses elementos são também chamados de conceitos primitivos, ou seja, são conceitos sem demonstração. A partir disso, aceitam-se como verdadeiro alguns

[1] Os acadêmicos serão denotados por ***AC A***, ***AC B***, e assim sucessivamente.

axiomas, os quais possuem relações com esses elementos. Com isso, determinam-se algumas propriedades de figuras planas, que são denominadas proposições ou teoremas.

Na estruturação dessa ciência dedutiva *teorema* significa refletir, pois se trata de uma afirmação verdadeira. Um *teorema* para ser aceito requer sua demonstração (EUCLIDES, 2009). Demonstrar um *teorema* ou *proposição* "[...] equivale a argumentar pela sua veracidade, usando as regras de inferência válidas fornecidas pela lógica, com base em proposições anteriormente demonstradas" (EUCLIDES, 2009, p. 82). De outro modo, a demonstração de um *teorema* requer uma sequência de deduções lógicas formais, que exigem raciocínios específicos, usados normalmente por matemáticos. É essa sequência de deduções que permite a demonstração do *teorema*. Os *corolários* são consequências imediatas de *teoremas* ou *proposições*.

Toda afirmação lógica cuja escrita é formada por hipótese (causa) e tese (consequência) é chamada de *proposição*, a qual é justificada por uma demonstração para que tenha validade no método axiomático. As demonstrações podem ser desenvolvidas de forma direta, por contrapositiva ou por contradição. Desse modo, *lemas*, *teoremas* e *corolários* são *proposições*, distinguem-se somente pela sequência apresentada no texto. Além disso, usualmente, quando uma *proposição* apresenta maior importância no texto, pode ser chamada de *teorema*.

Os *postulados* ou *axiomas*, bem como os *conceitos primitivos*[2] constituem a base desse sistema dedutivo. Nessa disciplina, parte-se dessa base, de algumas *definições*, demonstram-se *proposições*, *teoremas* e *corolários*. Cada novo *teorema* e *proposição* se relacionam com outros já demonstrados e assim surgem outros.

Postulado ou *axioma* é uma proposição que se admite como verdadeira, sem demonstração, por não apresentar possibilidade de justificativa utilizando os elementos já definidos (EUCLIDES, 2009). Para Garbi (2010) as definições matemáticas "[...] necessitam ser rogorosas, para evitar dubiedades que comprometreriam a qualidade das provas". No curso de geometria euclidiana plana existem várias definições, como por exemplo: "Um paralelogramo é um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos" (BARBOSA, p. 77, 1995).

---

[2] São os conceitos não definidos (EUCLIDES, 2009).

Uma figura geométrica, apenas, não é suficiente para provar, no entanto pode auxiliar no desenvolvimento de uma demonstração. A figura pode ser usada para o desencadeamento lógico da escrita. Na demonstração cada elemento da hipótese e suas consequências, devem ser definidos e descritos de modo conciso e concatenados.

Uma afirmação é verdadeira quando se verifica para todos os casos possíveis sob as hipóteses dadas. Desse modo, se existe um exemplo onde a afirmação não se verifica, ela não é verdadeira. Esse exemplo é chamado de "contraexemplo". Nesse caso, uma figura serve como contraexemplo. Para Duval (2005) esse é um caso no qual a visualização e o discurso funcionam em sinergia. Isso será mais detalhado adiante.

3. Demonstrações e discurso dedutivo na geometria euclidiana

Para realizar demonstrações em geometria é necessário raciocinar mobilizando os dados do problema, assim como as *definições*, *propriedades* e *teoremas* já demonstrados anteriormente. Isso requer identificar a hipótese (os dados fornecidos) e, por meio de uma sequência de argumentos válidos, chegar à tese (o que quer provar) no problema.

Normalmente a hipótese (H) vem precedida de "Se" e a tese (T) de "então". Exemplo: "Se os lados opostos de um quadrilátero são congruentes então o quadrilátero é um paralelogramo." (BARBOSA, p. 78, 1995). No entanto, nem sempre os enunciados vêm desse modo. A proposição acima poderia ser enunciada assim: "Um quadrilátero com lados opostos congruentes é um paralelogramo?".

Normalmente se realiza uma demonstração pelo método direto. Parte-se da hipótese e, por meio de uma sequência de deduções lógicas, chega-se à tese. Também se usa o método indireto, conhecido como contrapositivo (parte-se da negação da tese e chega-se à negação da hipótese), ou ainda por contradição, também conhecido como redução ao absurdo (parte-se da suposição da hipótese e negação da tese, chegando a alguma contradição).

Alguns discentes têm dificuldades em separar a hipótese da tese ao elaborar demonstrações. Veja na linguagem da ***AC D***:

> Eu tinha muita dificuldade, quando estava sozinha, em separar o que era minha hipótese e o que era minha tese. Eu tinha dificuldade do que eu poderia supor e o que eu tinha que provar. Quando o professor, os colegas ou você (monitora) resolvia os exercícios era muito fácil. Eu conseguia entender. Porém quando eu ia fazer sozinha eu travava.

Contudo, identificar a hipótese e a tese em um enunciado de uma atividade não significa que sabe demonstrar. Para Duval (2005) a aprendizagem da geometria requer a articulação de dois registros de representação: a visualização e a linguagem. Isso será tratado a seguir.

4. A visualização nas demonstrações de geometria euclidiana

No ensino de geometria, muitos conhecimentos geométricos como *propriedades*, *conceitos* e *definições* se baseiam na percepção (DUVAL, 2005). Algumas vezes, nesse domínio do conhecimento, para compreender algum *teorema*, por exemplo, é necessária a intuição geométrica. Por essa razão é que se desenham as figuras ou as representam mentalmente. Porém, essa intuição está enraizada na percepção (DUVAL, 2005). E é essa percepção que pode se tornar um entrave para a aprendizagem. Pois, nem sempre a figura mostra, numa primeira vista, o que é necessário ver. Para Duval as figuras podem ser vistas de quatro modos: *botânico*, *agrimensor*, *construtor* e o *inventor*.

O *botânico* é usado para reconhecer e nomear as figuras. O *agrimensor* é usado quando se realizam medidas em um terreno ou superfície e se consegue representar essas medidas no papel. O *construtor* é requerido quando se constroem figuras, por exemplo, com régua e compasso. O *inventor* é mobilizado quando se adicionam traços à figura de partida para descobrir um procedimento de resolução por meio de operações e modificações nela, como a decomposição e a reconfiguração.

Duval (2005) separou em duas categorias o modo de visualizar uma figura em geometria: *icônico* (*botânico* e *agrimensor*) e *não icônico* (*construtor* e *inventor*). A visualização *icônica* faz menção a objetos reais, onde suas formas e contornos permitem associá-los a objetos da realidade. No *não icônico* "A figura é uma configuração contextualmente destacada de uma rede ou de uma organização mais complexa." (DUVAL, 2005, p. 9, tradução nossa).

Assim a intuição geométrica deve ser a *não icônica*, isto é, não se baseia em um objeto visto e conhecido. Mas, deve ser comandada por hipóteses enunciadas e que devem orientar o olhar sobre elas. Com isso a intuição mobiliza a produção discursiva de enunciados, quer seja para justificar, para provar ou para demonstrar. São essas condições cognitivas de articular a visualização com o discurso que vamos analisar neste artigo.

Na visualização *não icônica* a figura pode ser decomposta em unidades figurais de mesma dimensão ou em dimensões inferiores. Inclusive por adição de traços. Na visualização *icônica*, por exemplo, primeiro se vê o paralelogramo. Na *não icônica*, visualizam-se os lados, as retas paralelas e concorrentes que contêm os lados, as diagonais, os triângulos que surgem dos encontros dessas retas, os ângulos, os segmentos, os pontos, entre outros.

A visualização *não icônica* vai contra os processos de organização e de reconhecimento perceptivo das figuras em geometria. Pois, numa primeira abordagem, o paralelogramo (2D) se impõe perceptivelmente ao nosso olhar.

Assim, para que uma figura dê lugar à visualização em geometria ela deve emergir dessa trama de elementos 2D e 1D. No entanto, isso exige reconhecer uma variedade de polígonos, retas, ângulos, segmentos, propriedades, entre outros.

Na visualização *não icônica* ou na desconstrução das formas geométricas "[..] a figura é uma configuração particular e transitória no contexto destacado porque uma rede ou uma organização mais complexa destaca uma figura particular, sendo comandada pelo enunciado do problema." (DUVAL, 2005, p. 18, tradução nossa).

O importante, na visualização *não icônica*, são as relações entre a(s) figura(s) e os elementos figurais. O discurso contribui para concatenar os raciocínios, com base nas proposições enunciadas.

O discurso não é colocar em palavras o que se vê, mas sim em proposições quer para justificar, provar ou demonstrar. É essa articulação da visualização com o discurso que iremos analisar na atividade a seguir.

5. Discussão da atividade

A discussão da atividade a seguir foi realizada pelo *Google Meet* e por *WhatsApp*. Na tentativa de resolver o exercício 3 (Quadro 1, 1ª descrição) pode-se perceber, no raciocínio de ***AC A***, a dificuldade em articular a visualização com a linguagem. No discurso de ***AC A*** aparece a *proposição* do triângulo isósceles, porém ele não consegue colocá-la numa sequência de *proposições* que o encaminhem à demonstração. Primeiro esse acadêmico vê o triângulo isósceles e depois seus pontos médios. Operando com isso a desconstrução dimensional de $2D \rightarrow 1D$. Mas, faltam-lhe enunciações de *propriedades* para concluir seu raciocínio. ***AC A*** não consegue estabelecer relações entre os objetos representados em unidades figurais 1D/2D.

Quadro 1

Articulação entre visualização e discurso

<table>
<tr><td colspan="6">Mostre que os pontos médios dos lados de um triângulo isósceles formam um triângulo também isósceles.</td></tr>
<tr><td>Raciocínio
e
discurso</td><td colspan="5">AC A[3]: [Áudio por WhatsApp] Eu consigo visualizar que os pontos médios dos lados de um triângulo isósceles formam um triângulo isósceles também. Mas eu não estou conseguindo colocar isso no papel. Eu coloquei a primeira proposição. A proposição que fala que se um triângulo é isósceles então os ângulos da base são congruentes. Eu comecei por aí, mas não consegui desenvolver mais.

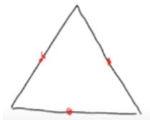
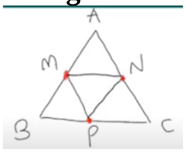
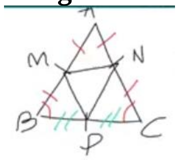
M[4]: [Áudio por WhatsApp] AC A olhe o desenho que te enviei. ABC é um triângulo isósceles, assim $\overline{AB} = \overline{AC}$. Pela proposição 1 temos que $\hat{B} = \hat{C}$. Considerando os pontos médios do triângulo ABC e os designando respectivamente por M, P e N. Onde $M \in AB$, $P \in BC$ e $N \in AC$. Mostraremos que o triângulo MPN é também isósceles. Observe que M e N são pontos médios de AB e de AC, respectivamente. Como esses segmentos são congruentes temos que: $\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{AN} = \overline{NC}$. Como P é ponto médio de BC então $\overline{BP} = \overline{PC}$.

AC A: [Texto por WhatsApp] eu tinha representado o desenho errado.

M: [Áudio por WhatsApp] AC A o que você consegue observar nos triângulos MBP e NCP?

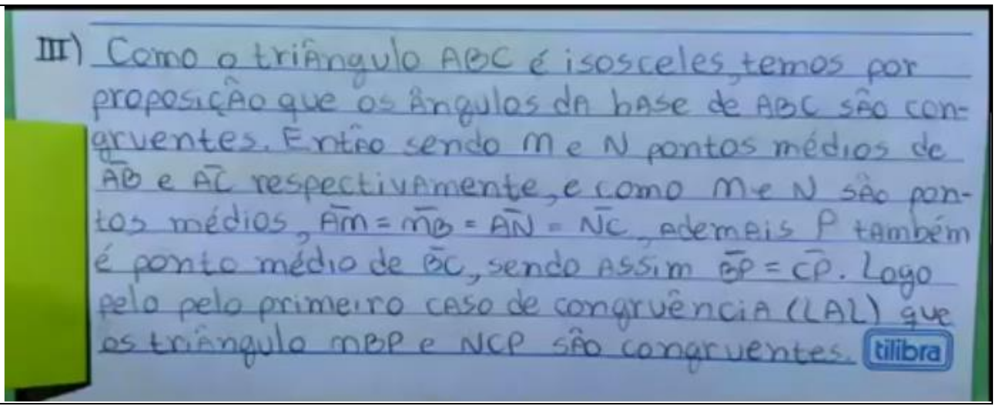
AC A: [Texto por WhatsApp] Aparentemente ele vai ser isósceles também. Eu acho que $\overline{AM} = \overline{AN}$ e que $\overline{MB} = \overline{NC}$.

M: AC A observe o seguinte: $\overline{AB} = \overline{AC} \rightarrow \overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AN} + \overline{NC} \rightarrow \overline{MB} + \overline{MB} = \overline{NC} + \overline{NC} \rightarrow 2\overline{MB} = 2\overline{NC} \rightarrow \overline{MB} = \overline{NC}$.

AC A: [Áudio por WhatsApp] Nossa! Eu não tinha conseguido pensar nisso que se $\overline{AM} = \overline{MB}$ eu vou poder substituir $\overline{AM}$ por $\overline{MB}$, aí vai ficar $2\overline{MB}$. Agora eu entendi.</td></tr>
<tr><td>Visualização</td><td>Figura 1
</td><td>Figura 2
</td><td>Figura 3
</td><td>Figura 4
</td><td>Representação algébrica
$\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{AN} = \overline{NC}$
$\overline{BP} = \overline{CP}$
Caso LAL
$\boxed{MBP \cong NCP}$</td></tr>
</table>

[3] Os acadêmicos estão denotados por ***AC A***, ***AC B***, e assim sucessivamente.

[4] Designamos por M a monitora que é a pesquisadora deste trabalho.

Redação	

III) Como o triângulo ABC é isosceles, temos por
proposição que os ângulos da base de ABC são con-
gruentes. Então sendo M e N pontos médios de
$\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ respectivamente, e como M e N são pon-
tos médios, $\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{AN} = \overline{NC}$, ademais P também
é ponto médio de $\overline{BC}$, sendo assim $\overline{BP} = \overline{CP}$. Logo
pelo pelo primeiro caso de congruência (LAL) que
os triângulo MBP e NCP são congruentes.

Fonte: Da pesquisadora produzida no Estágio Docência

AC A argumenta que desenhou errado (Quadro, 3ª descrição). Para desenhar, precisa-se sair do bidimensional, que é o que se vê numa primeira vista, e ir para o adimensional (ponto) e para o unidimensional (segmento). Isso exige desconstruir o triângulo. Ir a uma dimensão inferior.

O enunciado da demonstração está em língua natural e para a demonstração, segundo Duval, tem-se que realizar uma conversão[5] do registro em língua natural para o figural. A figura contribui para articular a visualização com o discurso a fim de demonstrar (DUVAL, 2005). Desenhar os triângulos (Quadro 1, figuras 1 a 4), exigiu o olhar de *construtor* e o de *inventor*. No olhar *construtor* não usaram régua porque a figura serviu de apoio para a demonstração. O olhar de *inventor* foi usado quando adicionaram traços ao primeiro triângulo (Quadro 1, figura 1). Com isso obtivera os triângulos seguintes (Quadro 1, figura 2 a 4). Por meio desses traços articularam o discurso para a demonstração. Foram esses traços que contribuíram com a elaboração da demonstração. Nesses traços podemos perceber os *conceitos* e *propriedades* referentes ao triângulo isósceles. Na representação algébrica ***AC A*** mobilizou também congruência de triângulos.

O aluno ***AC A*** percebeu que os pontos médios dos lados de um triângulo isósceles formavam um triângulo isósceles. Contudo, não conseguia colocar em sequência as proposições para demonstrar.

O discurso geométrico articulado com os olhares de *construtor* e *inventor* (Quadro 1, figuras 1 a 3), contribuiu para colocar em sequência as *propriedades*, *definições* e os *teoremas*

[5] A conversão ocorre em registros diferentes, pois consiste em transformar uma representação em outra, em outro registro (DUVAL, 2012).

para que ***AC A*** conseguisse demonstrar. Com isso ***AC A*** mobilizou a visualização *não icônica* que contribui para a aprendizagem em geometria (DUVAL, 2005).

A dificuldade de ***AC A*** em não conseguir escrever o que está vendo ao desenhar o triângulo é plausível pelo fato de a desconstrução dimensional ser "[...] uma abordagem que vai contra todos os processos de organização e de reconhecimento perceptivo das formas." (DUVAL, 2005, p. 16, tradução nossa).

A representação algébrica da monitora (3ª descrição) serviu para mostrar a ***AC A*** que os triângulos MBP e NCP são congruentes. Em vez de efetuar essa representação ela poderia ter realizado uma descrição verbal, que seria uma representação auxiliar. A articulação entre visualização e raciocínio se deu a partir de uma sequência de pelo menos três figuras.

O olhar *botânico* é mobilizado na visualização dos triângulos (Quadro 1, figura 4). A representação algébrica serviu para justificar o raciocínio dos segmentos congruentes. Isso permitiu visualizar os triângulos congruentes (MBP e NCP).

Foi essencial para a visualização, nessa atividade, uma sequência de quatro figuras (Quadro 1, visualização) e de representação algébrica. Nesse caso, privilegiamos o discurso dedutivo na língua natural tanto oral quanto escrito, para encontrar as *proposições* válidas para a demonstração. Com isso, a convicção não veio somente da visualização, mas da compreensão e controle dos raciocínios dedutivos elaborados.

A redação nesse protocolo ficou incompleta, porém no discurso dedutivo de *AC A* foi possível verificar sua conclusão nessa demonstração.

Nesse ambiente foi possível perceber o discurso articulado com a visualização geométrica na explicação de ***AC B***. Observe:

> Primeiro eu defini triângulo isósceles, que tem dois lados congruentes. No caso os lados foram AB e AC. Depois defini os pontos médios O, P e Q. Onde O é ponto médio de BA, P é ponto médio de AC e Q é ponto médio de BC. Tracei esse triângulo OPQ. Como O é ponto médio de BA então $\overline{BO} = \overline{OA}$. Como P é ponto médio de AC, mas AC também é congruente a AB, então $\overline{AP} = \overline{PC} = \overline{BO} = \overline{OA}$. Porque são lados de mesma medida, então os pontos médios têm a mesma medida. Na base BC o ponto Q divide BC ao meio. No caso, $\overline{BQ} = \overline{QC}$. Eu tracei esses triângulos. Considerei o triângulo OBQ e PCQ, daí disso fui vendo o que já tinha. Daí usei a proposição 1, que diz que se temos em um triângulo isósceles que os ângulos da base são congruentes. Dessas informações podemos tirar algumas conclusões. Com isso podemos concluir que: $\overline{OB} = \overline{PC}$, $\overline{BQ} = \overline{QC}$ e que $O\hat{B}Q = P\hat{C}Q$. Pelo axioma 1, que é o caso LAL de congruência, que $OBQ \equiv PCQ$. Então $\overline{OQ} =$

> $\overline{PQ}$. Daí usamos a definição de triângulo isósceles e concluímos que esse triângulo OPQ é isósceles também.

Todavia ao tentarmos articular a visualização com o discurso alguns acadêmicos, inicialmente, estranharam. Veja:

> Essa disciplina foi a mais desafiadora pra mim. O método das monitorias não era um método que eu estava acostumada, eu pensava que teria que ser o método tradicional. Sempre o monitor que fala e a gente fica quieta ouvindo. Porém essa dinâmica foi me conquistando aos poucos. Aos poucos eu fui me sentindo à vontade. Foi muito espontâneo. Aos poucos eu fui sentindo a vontade de apresentar o que eu estava estudando. As minhas resoluções. A forma que eu estava pensando. Porque eu senti naquele grupo a vontade de apresentar. Eu me senti acolhida naquele grupo. Isso foi surreal porque ninguém me pressionou a nada. Eu que senti essa vontade de apresentar. Mas eu ficava adiando essa apresentação. Eu fiz um exercício e achava que estava certo, mandei para uma colega ver e falei que queria apresentar na monitoria. Ela disse que estava ótimo. Apresentei e minha redação foi elogiada. Isso me deixou mais calma porque eu tinha muita dificuldade em escrever, em supor e em provar. Quando ouvi que estava certo fiquei muito feliz! Ufa! Eu consegui alcançar! A partir daí comecei a enviar os exercícios ao professor perguntando se estava certo e ele me enviava os *feedbacks*. (***AC D***).

Outros nem tanto. Para a ***AC A***:

> Esses encontros, essas discussões foram importantes para mim. Falar, resolver exercícios juntos foi importante nas reuniões. Nas reuniões eu podia ver como começar uma demonstração, observar o que estava errando ou observar outros pontos de vista. Eu conseguia ver outros caminhos, outros meios e tirar minhas dúvidas. Aprendi muita coisa na escrita e no pensamento lógico nesses encontros. Os colegas eram bem prestativos também.

Enfim, para a aprendizagem de geometria euclidiana não se podem ignorar a produção discursiva dedutiva, nem a complexidade cognitiva nas abordagens geométricas (DUVAL, 2005).

6. Considerações e perspectivas

Como constatado pelo professor da disciplina de Geometria I, a aproximação dos acadêmicos com a pesquisadora, por meio dos encontros semanais no *Google Meet* e do fórum no *WhatsApp*, contribuiu significativamente com o desempenho e aproveitamento dos discentes nesse período de ensino remoto emergencial (ERE).

No semestre anterior o professor observou, devido ao ERE, uma uniformidade entre as redações das provas dos acadêmicos. Visto que, considerando o ERE, eles podem compartilhar informações em tempo real.

Contudo, após essa experiência neste estágio com a pesquisadora, o professor além de perceber maior participação dos acadêmicos durante o curso, notou também uma maior heterogeneidade entre as redações nas provas. Isso indica um menor compartilhamento de informações nos dias da avaliação, fato que contribuiu para um bom rendimento e um melhor aproveitamento na disciplina.

Isso pode ser visto na linguagem da ***AC D***:

> O que eu achei bacana dessas monitorias e desse método foi que eu resolvia os exercícios de uma forma e os colegas resolviam de outra. A gente trocava ideias e eu pensava: nossa eu não pensei em resolver esse exercício dessa forma! Que bacana! Olha como ele pensou! Com isso acabamos tendo uma visão ampla das coisas. Eu fiquei orgulhosa de mim por poder compartilhar os meus conhecimentos.

A construção dessa heterogeneidade nas redações e representações distintas podem ser vistas na linguagem de ***AC A***:

> Eu observava a sua escrita (monitora) e a dos meus colegas. Observava pontos positivos na sua escrita (monitora), na do professor e na de meus colegas. Assim, eu montei a minha própria escrita. Bastante parecida com a de vocês, porque eu peguei de cada um os aspectos que eu achava positivo e adicionei na minha.

Na atividade geométrica abordamos a visualização *não icônica* e a desconstrução dimensional que tiveram que realizar, incluindo o discurso matemático articulado à visualização. Isso gerou um ambiente agradável de troca e construção de conhecimentos, que contribuíram para a aprendizagem. Articular a visualização ao discurso permitiu a elaboração de diferentes organizações dedutivas e raciocínios válidos, que devem ser considerados nas atividades geométricas.

Em suma, este estágio foi realizado com a parceria atuanteb do professor desta disciplina. Quando necessário os acadêmicos enviaram outras possíveis demonstrações via *email* para o professor. Resumindo, foram vivenciados momentos de aprendizagem geométrica e troca de conhecimentos entre a pesquisadora, o professor da disciplina e os acadêmicos.

Referências

ALMOULOUD, S. A. et al. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**, 2004, p. 94-108. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/xzRGKxDRJ6XS4ZXxLnBTkFL/?format=pdf&lang=pt. Acesso em setembro de 2021.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática, 1995.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. **Annales de Didactique e de Sciences Cognitives**, n. 10, p.5 a 53, 2005.

_______, R. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitive do pensamento. **Revemat**. v. 07, n.2, p. 266-297. Tradução : Méricles Thadeu Moretti. Florianópolis, 2012.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Ed. UNESP, 2009.

GARBI, G. G. **C. Q. D.: explicações e demonstrações sobre conceitos, teoremas e fórmulas essenciais da geometria**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2010.