



CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Andressa Elvira Matias Coelho
Universidade Anhanguera - Uniderp
drematias@yahoo.com.br
<https://orcid.org/0000-0001-6047-453X>

José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Anhanguera – Uniderp
jose Luiz ufms2@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-5536-837X>

Modalidade: Artigo completo (para comunicação oral).

Resumo:

Este estudo visa compreender estratégias e dificuldades que alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola municipal de Campo Grande apresentam ao utilizar o cálculo mental na resolução de situações-problema que envolvam números racionais positivos. Para embasamento teórico desta pesquisa foi escolhida a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, de modo a considerar a devolução e as situações adidáticas, tanto para a elaboração das atividades quanto para análise das produções dos alunos diante delas. O desenvolvimento experimental da pesquisa se apoiou na metodologia da Engenharia Didática descrita por Artigue, que se caracteriza por realizações didáticas em sala de aula. Em decorrência da pandemia da COVID-19 as sessões didáticas estão acontecendo de maneira on-line, ainda em fase inicial de desenvolvimento, por meio da exploração de uma diversidade de recursos materiais, linguagens, representações e situações-problema que levem os alunos a situações de ação, formulação e validação. A participação intensa dos alunos indica que a escolha das atividades está alcançando o objetivo de desafiá-los e envolvê-los, possibilitando que no decorrer dos encontros, possam se amparar nas estratégias desenvolvidas para a utilização do cálculo mental com números racionais.

Palavras-chave: Cálculo mental; Estratégias; Frações; Anos iniciais do ensino fundamental.

1. Introdução

O cálculo mental está entre as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do Ensino Fundamental I, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Mas qual a importância do desenvolvimento dessa habilidade de cálculo para a vida cotidiana? É possível trabalhar o cálculo mental de números racionais, mesmo sabendo das dificuldades que os alunos costumam apresentar ao estudar tal bloco de conteúdo? Como o professor pode desenvolver essa habilidade em seus alunos?

Podemos utilizar o cálculo mental quando fazemos compras, ao estimar quanto temos a pagar e receber, quanto gastamos de lanche durante a semana, e em várias outras situações, onde optamos por uma estratégia para a resolução de uma situação que envolve cálculo.

A expressão cálculo mental apresenta diferentes significados, dividindo a opinião de pesquisadores. Neste trabalho, foi adotado a perspectiva de Parra (2001, p. 189) que define o cálculo mental, como “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados”. Dessa forma, cálculos realizados sem o auxílio de lápis e papel, mas que são baseados em reprodução de algoritmos, não são considerados como cálculo mental. A autora corrobora, ainda, que papel e lápis podem ser utilizados no processo desde que para registros intermediários, pois o processo geral é feito mentalmente.

De maneira geral, o cálculo mental é desenvolvido com base nas regularidades inicialmente dos números naturais e vai se ampliando ao longo da vida por influência escolar e das próprias situações do dia a dia. O conhecimento prévio sobre o sistema de numeração decimal e suas operações são essenciais para apoiar o cálculo mental com números racionais.

O bloco dos números racionais é apresentado aos alunos nos quarto e quinto anos do Ensino Fundamental que, até então, o estudo se baseava no campo dos números naturais. A introdução destes números acontece quando algumas situações-problema não podem ser resolvidas somente com os naturais. O conceito de número racional está entre os mais complexos e importantes da educação básica e faz parte do bloco de conteúdos matemáticos em que os alunos apresentam maior dificuldade em compreender e aplicar o que foi trabalhado na sala de aula em seu cotidiano.

Esta dificuldade pode ser comprovada através do desempenho dos alunos em avaliações externas como OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e na antiga Prova Brasil, atual SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), onde constata-se o fracasso diante de questões envolvendo números racionais. Uma das explicações para esta dificuldade é o fato de que a aprendizagem dos números racionais pressupõe rupturas com ideias construídas para os números naturais, pelo surgimento da quebra da unidade. O pouco conhecimento deste conteúdo pelos alunos, acarreta prejuízos não só à compreensão de novos conceitos matemáticos, mas também de outros componentes curriculares.

Para Bertoni As dificuldades apresentadas pelos alunos, também podem estar ligadas à transposição didática do conteúdo ou pela abordagem matemática adotada pelos professores que ministram esse componente curricular nos anos iniciais do ensino fundamental.

Carvalho e Ponte (2017) indicam que o cálculo mental com números racionais é um pouco mais complexo e se ampara nos conhecimentos prévios de somas, produtos, diferenças ou quocientes, levando os alunos a se apoiar em estratégias baseadas na aplicação de regras memorizadas, em propriedades ou relações numéricas e na utilização das representações mentais.

Para Parra (2001), um ambiente de aprendizagem adequado para o desenvolvimento da prática de cálculo mental é aquele onde se privilegia a discussão coletiva das estratégias utilizadas pelos alunos, na resolução de determinado problema, de modo a serem compartilhadas e discutidas em grupo. Sendo assim, este trabalho se realiza com base na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008), de modo que as sessões de atividades são organizadas para serem desenvolvidas em três momentos ou fases: *devolução*, onde o professor faz a devolução ou contextualização; momento *adidático* no qual os alunos se envolvem em situações de ação, formulação e validação; por fim, momento de *institucionalização* no qual o professor retoma seu protagonismo fazendo um fechamento. Mais adiante, no item 3, apresentamos esses conceitos com um pouco mais de detalhes.

Para o desenvolvimento experimental da pesquisa nos apoiamos na metodologia da Engenharia Didática descrita por Artigue (1996), de modo a seguir as quatro fases propostas (análises preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação e a análise *a posteriori* e validação), na qual estamos na fase da experimentação, mas com os dados das primeiras sequências didáticas já em análise.

2. O cálculo mental com números racionais

Conforme explicitamos anteriormente, há diversas definições de cálculo mental, mas neste trabalho adotamos o conceito de Parra (2001), que o entende como um cálculo pensado ou refletido, que utiliza estratégias envolvendo propriedades aritméticas para ser efetuado e que não precisa ser exato, podendo a resposta ser apenas uma estimativa. Outro ponto no qual a autora difere de muitos autores é quanto ao uso de lápis e papel para a anotação de registros intermediários.

Parra (2001) também não desmerece totalmente a memorização e o cálculo automático, pois acredita que a memorização de fatos numéricos quando não constitui a via de ingresso a uma operação é um produto necessário em determinado momento da aprendizagem. Quanto ao cálculo automático, acredita que ao usá-lo, exista a liberação de espaço mental para que a pessoa se centre nos aspectos mais complexos dos problemas a serem trabalhados.

Para Parra (2001), o trabalho com o cálculo mental no ensino fundamental pode influenciar na capacidade do aluno de resolver problemas, de modo que facilite a construção de uma representação dos dados e de sua relação com novas informações, tirando suas conclusões a partir destas relações.

O cálculo mental está presente nos documentos que regem a educação brasileira desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que apresenta a importância da construção de um repertório básico que possibilite ao aluno a ampliação dos diferentes procedimentos e tipos de cálculos, como o cálculo mental ou escrito, exato ou aproximado, de modo com que perceba que estes procedimentos se relacionam e se complementam, podendo assim aperfeiçoar seus procedimentos pessoais, para torná-los cada vez mais práticos (BRASIL, 1997).

Nas orientações curriculares da BNCC é mencionada a importância de se trabalhar o cálculo mental mencionando que o aluno tem que desenvolver nos anos iniciais do ensino fundamental “diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras” (BRASIL, 2017, p. 224). No entanto, diferentemente dos PCN, ela não dá ênfase a essa habilidade e tampouco orientações sobre competências e habilidades específicas com cálculo mental.

De acordo com Carvalho (2007), no cálculo mental com números racionais os alunos tendem a basear suas estratégias na aplicação de regras memorizadas por eles, auxiliando no estabelecimento de relações entre números e operações, nas relações numéricas usando as propriedades fundamentais das operações e nas representações mentais onde se apoiam as representações para dar sentido e fazer inferências ao analisar e resolver problemas levando em conta o seu contexto.

3. O uso da Teoria das Situações Didáticas nas sessões de atividades

Para Brousseau (2008), dentre os vários estudos experimentais sobre a educação matemática, a Teoria das Situações Didáticas tem como finalidade a unificação e integração

dos componentes curriculares com o intuito de proporcionar um melhor entendimento dos conteúdos matemáticos e uma maior compreensão das possibilidades de aperfeiçoamento do ensino da matemática. Ele admite que se baseou em conceitos do construtivismo piagetiano como desequilíbrio, adaptação e acomodação.

Freitas (2010) considera a Teoria das Situações Didáticas como uma referência no processo de aprendizagem matemática e que ela constitui um modelo científico, que visa analisar as relações entre aluno, professor e saber matemático, num dado meio construído para tal finalidade. Além disso, na tríade professor x aluno x conhecimento matemático, é fundamental que haja intensa participação do aluno para a construção do seu saber.

Na Teoria das Situações Didáticas, o professor deve ser o responsável pela criação e apresentação de situações-problema que possibilitem o aluno a se aproximar do saber, do qual deverá se apropriar. Esse movimento é chamado de *devolução* e tem como objetivo, segundo Freitas (2010), muito mais do que comunicar um enunciado, ele deve desafiar o aluno, para que este tome o problema como seu, e não procure resolvê-lo apenas porque foi solicitado pelo professor. A interação com o problema permite ao aluno um desenvolvimento autônomo e a transferência para si da responsabilidade pela construção do saber.

Após a devolução, devem ocorrer as situações *adidáticas* de ação, formulação e validação, nas quais o professor incentiva o aluno a buscar, descobrir uma solução para a situação proposta, sem revelar sua intenção didática (TEIXEIRA; PASSOS, 2013). A situação *adidática* de ação é caracterizada pelo momento no qual o aluno, ativo no processo, reflete, faz tentativas até encontrar um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação, por intermédio da interação com o meio, tomando as decisões que julga pertinentes para organizar a resolução do problema (TEIXEIRA; PASSOS, 2013).

Para Teixeira e Passos (2013), durante a situação *adidática* de formulação, acontece a troca de informação entre o aluno e o meio, onde não existe a obrigatoriedade do uso da linguagem matemática formal. É o momento no qual o aluno aprofunda sua atitude reflexiva na intenção de justificar a validade das afirmações por ele formuladas (FREITAS, 2010). Sendo assim, no momento da situação *adidática* o aluno se torna ativo, testando conjecturas, formulando hipóteses, construindo modelos, conceitos que ao final devem ser socializados com seus pares. Deste modo, as situações didáticas vivenciadas pelos alunos deverão aproximá-los do saber que deverão adquirir.

A última fase, denominada institucionalização do saber, é o momento no qual o professor retoma a responsabilidade cedida aos alunos assumindo o protagonismo, relembrando os conhecimentos apresentados por eles nas fases anteriores, organizando uma síntese do conhecimento de maneira a elevá-lo a um status de saber (FREITAS, 2010).

O contexto de desafio, por meio de situações-problema, proposto pela Teoria das Situações Didáticas, tem como objetivo principal provocar uma atividade reflexiva buscando envolver o aluno e despertar nele o desejo e a vontade de ser ativo no processo de construção de seu conhecimento.

3.1 Sessões de atividades didáticas

Para a organização e planejamento dos encontros foi escolhido trabalhar com a aplicação de uma sequência de atividades abordando os números racionais e o cálculo mental com alunos do quinto ano do ensino fundamental de uma escola municipal da cidade de Campo Grande-MS, onde a pesquisadora é docente. Inicialmente os encontros aconteceriam presencialmente e partiriam das habilidades propostas pela BNCC quanto aos números racionais referentes ao ano escolar.

Em decorrência da pandemia da COVID-19, a pesquisa foi adaptada para o meio digital onde os encontros estão acontecendo pela plataforma *Google Meet* e as primeiras sessões foram baseadas na habilidade Números racionais: frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$) referente ao quarto ano do ensino fundamental, considerando que nas atividades escolares do ano de 2020, pouco se conseguiu avançar, devido às diversas dificuldades encontradas pelas escolas públicas quanto ao ensino remoto emergencial.

Foi adotado como princípio metodológico a Engenharia Didática, descrita por Artigue (1996), que se caracteriza por uma pesquisa experimental baseada em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino.

Antes de iniciar a organização das sessões de ensino, foi realizado um estudo epistemológico acerca dos números racionais, sobre como este conteúdo é habitualmente abordado em livros didáticos, bem como resultados de estudos e pesquisas sobre possibilidades de abordagem em sala de aula e principais dificuldades apresentadas pelos alunos.

Como apresentado anteriormente, o desenvolvimento do cálculo mental está relacionado à compreensão das regularidades do sistema de numeração e de suas propriedades,

pois é esperado que a partir delas que o aluno será capaz de criar estratégias. Dessa forma, os primeiros encontros foram organizados com esse objetivo.

Para o planejamento das sessões foram utilizadas três referências base; Smole, Diniz e Cândido (2007); Smole e Diniz (2016) e Amaral, Souza e Powell (2021) que nos forneceram subsídios quanto aos materiais concretos que poderiam ser utilizados e as situações-problema e jogos que foram adaptados para serem aplicados por meio digital.

Antes da aplicação, a sequência de atividades foi apresentada em um grupo de estudos, composto pelo orientador deste trabalho de pesquisa, por uma professora do programa de mestrado que atua nos anos iniciais do ensino fundamental e por colegas mestrandas. Para o aprimoramento das sessões, foram feitas alterações sugeridas pelo grupo.

Dentre os 35 alunos convidados para participar da pesquisa, 12 demonstraram interesse, mas como a participação estava condicionada ao acesso à internet, apenas 8 confirmaram a participação, comparecendo à escola nos dias e horários pré-determinados para assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE, do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido e para retirada do material organizado pela professora para os participantes.

Como material de apoio às sessões, os alunos receberam 1 kit com Frações Circulares, 1 kit com as Barras de Cuisenaire, 1 jogo Papa Tudo, folhas de papel sulfite, lápis e borracha. Os encontros estão sendo realizados duas vezes por semana, no período contrário ao horário de aula, com duração de aproximadamente 1h30min cada encontro.

Até o momento foram realizadas 5 sessões de atividades, onde já foram trabalhados o conceito de fração como divisão de um todo em partes iguais; a representação de números fracionários, com ênfase na metade e no inteiro; comparação de frações com numerador 1; frações impróprias; e frações equivalentes. No entanto, trazemos aqui as análises iniciais apenas das duas primeiras sessões.

Na primeira sessão, além da apresentação da pesquisa e da estrutura dos encontros, procurou-se saber sobre conhecimentos prévios que os alunos tinham a respeito do conteúdo. Como esperado, eles demonstraram não compreender o que se entende por números racionais e nem frações. Foi apresentado a eles uma introdução sobre o surgimento dos números naturais e racionais e seu uso no nosso cotidiano.

Para esse primeiro momento optamos por não se trabalhar ainda com as representações numéricas, apenas com significados (noções básicas) e representações figurativas das frações.

Para isso, foi utilizado o material concreto *Frações Circulares* que é composto de 10 círculos de cores diferentes, divididos em setores circulares como: um inteiro, meios, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos, nonos, décimos e doze avos (Figura 1).

Levando em conta o melhor desenvolvimento do cálculo mental de acordo com Parra (2001), foi priorizada a abordagem por meio de atividades orais e práticas, deixando o trabalho escrito para depois, somente quando os alunos demonstrarem compreensão dos conceitos matemáticos básicos.

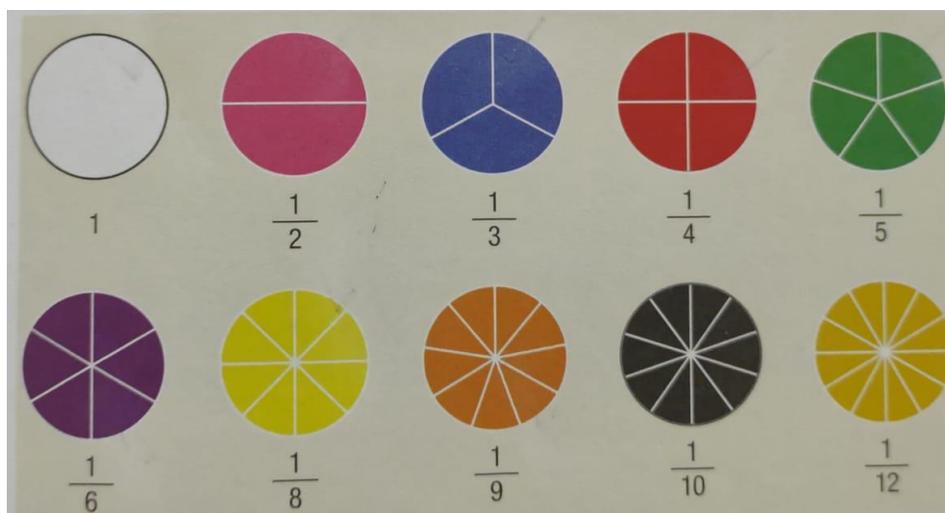


Figura 1: Frações circulares (SMOLE; DINIZ, 2016, p.37)

Como os alunos relataram nunca terem tido contato com o material, foi disponibilizado um momento para a manipulação e exploração, para somente depois passar para as orientações e questionamentos.

Os alunos foram orientados a pegar peças de determinadas cores, as observar e responder se eram iguais ou diferentes, dizer por que eram diferentes e o número de peças de uma determinada cor necessárias para se igualar o tamanho de uma única peça da outra cor selecionada.

Neste primeiro encontro todos eles chegaram à conclusão de que os círculos eram do mesmo tamanho, mas tinham cor e peças de tamanhos diferentes. Perceberam também que o círculo rosa tinha sido dividido ao meio e que existiam várias possibilidades de igualar o tamanho da peça usando peças de outras cores.

Uma aluna também chegou à conclusão da possibilidade de montar um inteiro usando peças de diversas cores, o que levou a professora a questionar o restante dos colegas sobre essa

possibilidade. Foi observado que cada aluno tomou esse desafio como seu afim de validar a afirmação da colega. Ao formarem um círculo, eles diziam as peças que usaram para que os colegas pudessem montá-lo e validar o inteiro. Todos os alunos montaram ao menos um círculo usando peças de cores diferentes.

Durante este primeiro encontro o uso do material concreto auxiliou no desenvolvimento da ideia de fração, dando suporte aos alunos na resolução das situações-problema e criação de outras situações-problema, o que comprova o envolvimento e dedicação na construção do conhecimento matemático.

Smole e Diniz (2016) afirmam que quando o uso do material manipulativo apresenta um objetivo que dá suporte ao uso, ele possibilita ao aluno a construção de uma ideia ou um procedimento para reflexão, que pode ser discutido em grupo e registrado individualmente ou coletivamente.

De acordo com Parra (2001), o trabalho em grupo possibilita o intercâmbio, a discussão e a reflexão a respeito das atividades matemáticas corroborando com o desenvolvimento do cálculo mental, mesmo ele não estando presente neste primeiro momento.

Neste primeiro encontro foi combinado com os alunos que ao final de cada sessão faríamos um registro do que foi discutido e construído durante os encontros, podendo eles serem realizados durante a sessão em grupo, ou logo depois dela individualmente.

No segundo encontro a discussão foi iniciada com base nas descobertas realizadas no encontro anterior. Antes de propor a discussão e resolução de situações-problema, foi apresentado aos alunos a ideia de parte todo, a representação numérica da fração e a sua leitura. Após esse primeiro momento, foi solicitado que os alunos tivessem em mãos o material das frações circulares e separassem as peças rosas (meio), azuis (terços), vermelhas (quartos), roxas (sextos) e o círculo branco (inteiro)

Então foi proposto aos alunos que montassem os círculos coloridos em cima do círculo branco e respondessem questões como: Quantas peças são necessárias para cobrir totalmente o disco branco? Como poderíamos representar numericamente 1 peça desse círculo? E duas peças? Ao responderem as perguntas sempre eram questionados de como chegaram aquela conclusão, e se os colegas concordavam com a resposta ou tinham alguma diferente. As representações numéricas eram anotadas no quadro pela professora de acordo com o que os alunos já tinham validado.

Muitos já estavam fazendo a leitura correta das frações enquanto outros ainda faziam a leitura de $\frac{1}{2}$ como um sobre dois, mas logo eram corrigidos pelos colegas.

Ao final da primeira parte da atividade foi solicitado que identificassem as frações que estavam no quadro que representavam inteiros. Alguns alunos responderam $\frac{2}{2}$ enquanto outros disseram $\frac{2}{3}$. Pedi que explicassem o porquê das respostas e os alunos que responderam $\frac{2}{2}$ justificaram dizendo que a figura rosa tinha apenas 2 pedaços e para completar um círculo inteiro eram necessárias as duas peças, representando assim a fração $\frac{2}{2}$. Os alunos que tinham respondido $\frac{2}{3}$ aceitaram a explicação dos colegas, concordando com eles. Durante a identificação das outras representações de inteiros, todos responderam corretamente pois já tinham percebido que quando se trata de um inteiro, numerador e denominador apresentavam o mesmo algarismo. Ao relatarem esta conclusão durante as explicações foi solicitado a eles que comprovassem essa afirmação, a partir de exemplos que foram baseados no material concreto.

Então foi proposta uma nova situação-problema onde tinham que cobrir uma peça rosa (meio) com peças vermelhas (quartos) e roxas (sextos), e tais questionamentos foram feitos: Quantas peças vermelhas precisamos para cobrir totalmente uma peça rosa? Podemos dizer que 1 peça rosa representa a mesma coisa que duas peças vermelhas? Como representar numericamente a fração de uma peça rosa? E como representar numericamente duas peças vermelhas? Então podemos dizer que $\frac{1}{2}$ representa a mesma coisa que $\frac{2}{4}$?

Conforme iam respondendo, as discussões iam acontecendo e a ideia de equivalência começava a ser construída, mas mesmo respondendo afirmativamente que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representavam a mesma quantidade, precisaram ser mais desafiados para chegar à conclusão que sempre que o numerador for a metade no denominador estamos falando de uma fração que representa metade. Para isso, a professora pesquisadora afirmou e registrou no quadro que $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{12}$ também representavam metade, o que foi comprovado pelos alunos com o uso do material das frações circulares. Após minutos de discussão e experimentação eles conseguiram perceber essa constância entre as frações apresentadas e validaram a ideia de metade.

Para finalizar a sessão foi proposta uma situação-problema que envolvia a comparação de frações com numerador 1. Ao comparar o desempenho de crianças em um jogo de vídeo game onde as frações $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ representavam o desempenho das crianças.

Os alunos precisaram do material concreto para a resolução da situação-problema, em que, depois da comparação das peças das frações circulares, perceberam que a maior peça era $\frac{1}{2}$ e por isso esse aluno chegou mais distante na fase.

Para uma melhor compreensão a professora pesquisadora foi registrando no quadro digital a fala dos alunos, colocando o nome, a representação numérica do desempenho de cada criança, a cor da peça que representava figurativamente a fração para depois colocar a colocação de cada jogador. Ao analisar os registros do quadro, os alunos perceberam que a fração com o menor denominador ficou em 1º lugar e o maior denominador em último. Ao solicitar a validação da hipótese os alunos utilizaram o material concreto, comparando o tamanho das peças.

4. Considerações finais

Esta pesquisa está em andamento e as análises ainda estão em fase inicial, mas sendo os números racionais um bloco de conteúdos considerado complexo para se trabalhar em sala de aula, o trabalho de maneira on-line devido a pandemia está acontecendo de maneira satisfatória de modo a alcançar os objetivos propostos pelo trabalho.

Como os alunos precisam de conhecimentos prévios para os auxiliarem nas estratégias de cálculo mental, os primeiros encontros estão direcionados a este objetivo de modo que os alunos possam, no decorrer dos encontros, se ampararem em estratégias baseadas na aplicação de regras memorizadas, em estratégias baseadas em relações numéricas e na utilização das representações mentais para a resolução das situações-problema propostas.

5. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

AMARAL, C. A. N; SOUZA, M. A. V. F; POWELL, A. B. *Fração à moda antiga*. Vitória: Editora Ifes, 2021.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. *Didática das Matemáticas*. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1997.126p

BRASIL. Ministério da Educação. *Base nacional comum curricular: educação é a base*. Brasília: MEC, 2017.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Ática, 2008.

CARVALHO, R. A; PONTE, J. P. Cálculo mental com frações: evolução das estratégias dos alunos numa experiência de ensino. *Revista Educação Matemática em Foco*, v. 6, n. 2, 2018.

FREITAS, J. L. M. *Teoria das Situações Didáticas*. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática: Uma (nova) Introdução*. 3. ed. rev. São Paulo: EDUC, 2010. p. 77-111.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA C. & SAIZ, I. (org.) *Didática da Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001, p.186-235.

SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. Materiais manipulativos para o ensino de frações e números decimais. *Coleção Mathemoteca*, v. 3, 2016.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I; CÂNDIDO, P. *Cadernos do Mathema: Ensino Fundamental: Jogos de Matemática de 1º a 5º ano*. Artmed Editora, 2007.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. *Zetetike*, v. 21, n. 1, p. 155-168, 2013.

