



AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS EM LIVROS DIDÁTICOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Kleber Ramos Gonçalves⁴¹

Marilena Bittar⁴²

Resumo: Esta pesquisa de Mestrado vem sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat), na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Seu principal objetivo é caracterizar as propostas de ensino das operações de Adição e Subtração, no Conjunto dos Números Inteiros, em livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD/2014. Para as análises utilizaremos, como referencial teórico e metodológico, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) que nos permitirá mapear as propostas de ensino do conteúdo investigado, por meio da análise das Organizações Matemáticas e Didáticas dos referidos livros. Dessa forma, conseguiremos identificar, relativamente às operações de adição e subtração de inteiros, tanto a matemática quanto às abordagens propostas nos livros didáticos.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático. Análise de Livros Didáticos. Números Inteiros. PNLD/2014

INTRODUÇÃO

A história da matemática permite-nos observar duas categorias quanto à construção dos números. A primeira foi concebida em fatores externos ou nas contagens e medidas. E, a segunda foi pautada em concepções internas, ou nas carências da própria matemática. "Os números naturais e as frações têm sua origem das atividades de contagem e medida" (QUEIROZ, p. 2, 2006). Os números inteiros originaram-se pelas manipulações algébricas, isto é, devido ao trabalho com outras estruturas matemáticas deu-se a construção desses números.

⁴¹Kleber Ramos Gonçalves, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, kleberemic@gmail.com

⁴²Marilena Bittar, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, marilenabittar@gmail.com

O desenvolvimento dos inteiros foi demorado e conturbado, pois a falta de compreensão desse novo conceito provocou diversas reações nos matemáticos, acarretando em seu descarte ou simplesmente, em breves descrições. Diofanto, na matemática grega, e Wön-Wang, na matemática chinesa, nos exemplificam essas situações. Na Idade Média, as civilizações hindus e indianas, contribuíram para a evolução desses números com os matemáticos Bháskara e Brahmagupta. Na Idade Moderna, a busca por soluções de equações proporcionou um maior desenvolvimento desse tema, no entanto, sem haver ainda um consenso em relação à sua organização e utilidade para a Matemática daquela época. Na Idade Contemporânea, com Dedekind e Hankel, os números negativos foram legitimados, em consequência dos tratados sobre os complexos (QUEIROZ, 2006).

Observa-se então, que os números inteiros, no transcorrer da história da Matemática foram estudados, principalmente por questões relacionadas ao desenvolvimento interno da Matemática e não necessariamente por motivos práticos, ou seja, ligados ao cotidiano das civilizações. Além disso, pelo fato de sua formalização ser por muitos evitada, áreas da Matemática, como por exemplo a Geometria, deixaram de ter aprofundamentos e, conseqüente, desenvolvimento. Esse descompromisso de pesquisar esses novos conceitos contribuiu para um retardamento de trabalhos mais elaborados acerca desses números (SÁ & ANJOS, 2011). Dessa forma, analisando o desenvolvimento histórico desse conjunto, podemos melhor compreender as dificuldades dos alunos em assimilarem regras de sinais, a reta numérica com os negativos, o sinal de menos representando quantidades negativas em um momento e em outro o sinal da operação de subtração.

Nesse sentido, a pesquisa desenvolvida por Queiroz (2006) ao articular as ideias do educador matemático George Glaeser (1969) quanto aos obstáculos epistemológicos dos números relativos com a análise de dez livros didáticos, buscou justificativas de algumas regras transmitidas sobre operações com números inteiros. Concluiu então, que a concepção acerca das dificuldades dos alunos podem ser entendidas e enfrentadas a partir de metodologias que possam ir de encontro aos obstáculos elencados por Glaeser. Na mesma perspectiva de análise de livros, Rossi (2009) amplia essa discussão ao trazer as concepções de obstáculos tratadas por Bachelard e Brousseau. Ela investigou nesses livros didáticos os tipos de regras que os autores abordam e suas metodologias. Em ambas as pesquisas, os autores concluem que o trabalho com situações concretas é

ponto fundamental das coleções analisadas, e que a importância da compreensão das regras ensinadas, por parte dos alunos, é fundamental para a superação dos obstáculos de ensino dos inteiros.

Sendo assim, na tentativa de entender o que ocorre com a aprendizagem do conjunto dos números inteiros, é preciso compreender o *quê* é ensinado sobre esse assunto e *como* as propostas de abordagens são apresentadas. Nesse sentido, escolhemos analisar livros didáticos tendo em vista que nesses materiais conseguimos observar essas duas perspectivas de análise: a matemática proposta e as abordagens didáticas. Além disso, há de se considerar a influência desse recurso didático na prática do professor (OLIVEIRA, 2010). Nesse contexto, nossa investigação se insere nesse cenário de delineamento das propostas de ensino e, tendo em vista a amplitude de possíveis estudos a serem desenvolvidos acerca do conjunto dos números inteiros, focamos nossa pesquisa nas operações de adição e subtração. Dessa forma, definimos a seguinte questão de pesquisa: *O que trazem os livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental, acerca das operações de Adição e Subtração, no Conjunto dos Números Inteiros?*

Para esse estudo, tomamos como referencial teórico metodológico a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) para a análise da proposta de ensino nos livros didáticos. Nossa análise contemplará também o Guia do PNLD/2014 e as dez coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/2014), mais especificamente, os capítulos que tratam das operações de Adição e Subtração dos Inteiros, nos livros de 7º ano do ensino fundamental. Nosso objetivo com essa pesquisa será de **Caracterizar as propostas de ensino das operações de Adição e Subtração, no conjunto dos números inteiros, em livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental aprovados pelo PNLD/2014**. E, para nos auxiliar a atingir esse objetivo, definimos como objetivos específicos: *Identificar e analisar conceitos, procedimentos, e algoritmos usados no estudo de números inteiros presentes em livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental e; Identificar e analisar as abordagens realizadas por autores dos livros didáticos relativas ao ensino de números inteiros*.

REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

O conhecimento (e o saber como uma forma de organização de conhecimentos) entra em cena com a noção de relação: um objeto existe na medida em que existe uma relação envolvendo esse objeto, isto é, se um sujeito ou uma instituição conhece ou reconhece esse objeto. Nessa pesquisa o conhecimento e o saber são referentes à Matemática e às propostas de ensino dos livros didáticos associadas ao estudo das operações de adição e subtração no conjunto dos Inteiros. E, conseqüentemente, delinea-se o que se apresenta aos professores e alunos, isto é, os saberes matemáticos que os autores dessas coleções propõem e que se tornam fruto das ações desses sujeitos que modificam e manipulam esses saberes. E, o que figurará como significativo são os saberes que podem ser transportados de uma instituição para outra, isto é, os saberes presentes nos livros didáticos, apresentados para os alunos em sala de aula por meio das intervenções dos professores. Sendo assim, surge a questão: Como analisar e organizar esses movimentos? Necessita-se assim, de um método de categorização das práticas sociais, mais especificamente, das práticas matemáticas. Mas, nossos estudos estão delimitados as propostas dos livros, sendo que os outros movimentos poderão ser estudados em outras pesquisas.

Diante desse cenário, observa-se o surgimento da Teoria Antropológica do Didático, postulando “que toda atividade humana regularmente realizada pode descrever-se como um modelo único, que se resume aqui com a palavra praxeologia” (CHEVALLARD, 1999, p.1). Entendemos por praxeologia o conjunto formado por Tipos de tarefas; Técnicas; Tecnologia e Teoria.

Um conjunto de tipos de tarefas (T) para serem cumpridas necessitam de técnicas (τ) de resolução, isto é, de maneiras de realizá-las. No entanto, uma determinada técnica para ser aceita como verdadeira, necessita de uma justificativa de seu funcionamento, ou seja, de uma tecnologia (θ). A tecnologia, por sua vez, também precisa apresentar sua legitimidade e para isso ela deve ser fundamentada em uma teoria (Θ) (OLIVEIRA, 2010, p.41)

O estudo dessas praxeologias é realizado por meio das Organizações matemáticas (OM) e das Organizações Didáticas (OD). Sendo assim, buscamos categorizar os tipos de tarefa (T) que os autores trazem para a construção dos conceitos das operações com os inteiros. Estas tarefas necessitam de uma técnica (τ) que permita resolvê-las. Essa técnica, por sua vez, deve ser justificada por um discurso tecnológico (θ): propriedades, definições e conceitos matemáticos.

Chevallard (1998) considera a organização praxeológica $O=[T, \tau, \theta, \Theta]$ como sendo a junção de dois blocos: o prático-técnico $[T, \tau]$ e o $[\theta, \Theta]$ tecnológico-teórico. O primeiro bloco, voltado para o saber-fazer, é o mais abordado por algumas pesquisas que analisaram livros didáticos (NOGUEIRA, 2008; ARAÚJO, 2008), pois, em muitos desses materiais, há uma grande ênfase no trabalho com a técnica. Tal situação realça, uma vez mais, o fato de que alguns autores de livros didáticos ainda privilegiam o trabalho com a técnica, embora haja discussões acerca da importância de um ensino significativo (PCN, 1998; PNLD, 2008), de forma que leve o aluno a construir o conhecimento e não simplesmente aceitá-lo como algo novo. (OLIVEIRA, 2010, p.42).

Dessa forma, modelaremos a organização praxeológica desses livros e das atividades matemáticas partindo do postulado segundo o qual “toda prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras por meio de um sistema de tarefas relativamente bem circunscritas que são realizadas no fluxo das práticas sociais” (BOSCH e CHEVALLARD, 1999, p.4, tradução nossa). Como exemplo de um modelo de praxeologia matemática que possivelmente identificaremos em nossa pesquisa, consideremos a tarefa: calcular $(+2) + (-3)$. Temos como algumas possibilidades de técnicas: Calcular os módulos de “+2” e de “-3”, subtrair os resultados e, para a resposta encontrada atribuir o sinal do maior módulo, ou, trabalhar com a reta numérica, isto é, partir da abscissa 2 e caminhar para à esquerda (negativamente) três unidades. Para esse nível de ensino, o trabalho com as propriedades seriam as justificativas das técnicas utilizadas, isto é, a tecnologia.

A tecnologia[...] cumpre o papel da justificativa da técnica. Ela aparece para esclarecer a técnica, explicar a validade de seu funcionamento. Em algumas circunstâncias, podemos ter a existência de apenas uma técnica, nesse caso, essa técnica já apresenta um aspecto tecnológico, ou seja, não há a necessidade de justificativa para seu uso, pois essa técnica é considerada auto-suficiente. (OLIVEIRA, 2010, p. 43).

Temos ainda, o último elemento da praxeologia, “a *teoria* θ , que possui as mesmas funções da tecnologia θ , porém, com um aspecto mais abrangente” (KASPARY, p.42, 2014). “Embora a teoria sirva para justificar a tecnologia, essa justificativa dá-se em um nível mais aprofundado[...]. Esse esclarecimento que a teoria proporciona à tecnologia, [...] não aparece de maneira clara, pois em geral, a teoria é apresentada de forma um pouco mais abstrata” (OLIVEIRA, 2010, p.43).

Para a organização didática, Chevallard (1999) propõe a modelagem das realidades matemáticas por meio dos momentos didáticos que remetem, “apenas aparentemente, à estrutura temporal de uma organização matemática, (pois) [...] primeiramente, (são) uma realidade funcional de estudo, antes de ser uma realidade

cronológica” (ALMOULOUD, 2010, p.124).Esses momentos didáticos são seis e permitem analisar como os autores desenvolvem a proposta de ensino da matemática.

O primeiro momento é denominado o *primeiro encontro com a organização matemática*, como o próprio nome induz será a situação em que organização é apresentada ao aluno, por exemplo, o autor pode apresentar um tipo de tarefa por meio de situações problema, propondo algumas das relações que serão abordadas no decorrer do trabalho com esse conteúdo. O segundo momento, *exploração dos tipos de tarefas T_i e da elaboração de uma técnica τ_i* , o autor auxiliará, por exemplo, na construção de uma forma de resolver aquela situação. O terceiro momento, *a constituição do entorno tecnológico-teórico $[\theta/\Theta]$ relativo à τ_i* está inter-relacionado com os demais, pois a partir do início da construção da organização e da apresentação de um tipo de tarefa verificamos a presença dessas justificativas. As ações, nesse caso, estão justificadas por uma técnica e, conseqüentemente, por uma teoria, mesmo que implicitamente.

O quarto momento, *o trabalho com a técnica*, será a situação de aperfeiçoamento da técnica por meio de sua aplicação a um conjunto de tarefas representativas do objeto matemático em estudo. O quinto momento, *a institucionalização*, é o momento em que o autor do livro didático ou o professor irão definir a organização matemática, isto é, irão explicitar o objeto de estudo, inserindo e retirando os elementos que fizeram parte do trabalho. O sexto momento, *referente à avaliação*, é o momento em que as soluções produzidas durante o processo serão objetos de estudos por parte do professor. E, os alunos terão a oportunidade de verificar as soluções e as maneiras de fazer, tanto as produzidas em sala, quanto às do livro/professor, para então, analisar e, possivelmente, organizar as suas maneiras de fazer.

Chevallard (1999) ainda afirma que “o modelo dos momentos de estudo tem [...] dois grandes tipos de emprego. Em primeiro lugar, constitui uma “lente” para a análise dos processos didáticos. Depois, permite elevar claramente o problema da realização dos diferentes momentos de estudo” (CHEVALLARD, 1999, p.23).

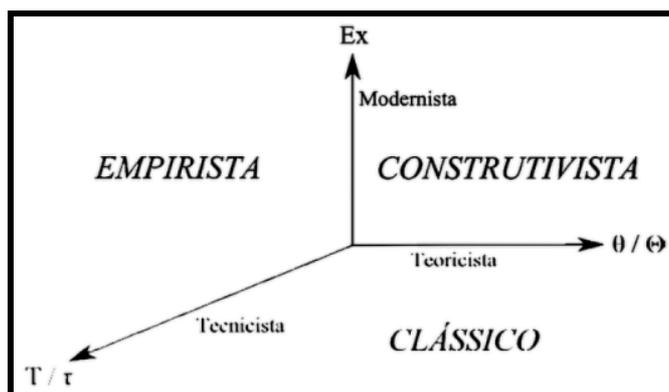


Figura 1: Organizações Didáticas Ideais Bidimensionais - Modelo Proposto por Gascón 2003.

Fonte: Gascón, p21, 2003.

Gascón (2003) construiu um modelo tridimensional que caracteriza as possíveis variações das organizações didáticas e que contemplam três modelos teóricos (Modernista, Teoricista e Tecnicista) que podem ser estruturados a partir das análises desses momentos. Para Gascón (2003), se trabalharmos com pelo menos dois modelos, aparecerá às organizações didáticas bidimensionais ideais (figura 1), tais organizações supõem assim, a existência de outras organizações didáticas derivadas dos modelos iniciais.

Dessa forma, quando estivermos no plano formado pelos eixos Tecnicista e Teoricista teríamos o modelo Clássico. Nesse plano a postura de ensino é pautada na construção das justificativas teóricas e na exploração de atividades de aplicação imediata, isto é, siga o modelo. A combinação dos eixos Tecnicista e Modernista dá origem ao Modelo Empirista, que por sua vez, enfoca as partes práticas e técnicas dos conteúdos matemáticos, exemplos práticos e a exploração do trabalho com as resoluções de tais situações. E, por último, temos a junção dos eixos Modernista e Teoricista, que formam o Modelo Construtivista, em que o autor expõe um problema e desenvolve toda a proposta por meio de discussões sobre o mesmo, explorando o momento da elaboração dos tipos de tarefas e das técnicas e os exemplos práticos. Sem trazer receitas prontas, o aluno em ação, constrói seus conhecimentos por intermédio do auxílio do professor. Percebemos assim, que essa teoria é uma ferramenta de análise adequada para as propostas de ensino dos livros didáticos, pois nos dará a oportunidade de construirmos um panorama geral e aprofundado das escolhas e dos encaminhamentos do autor. Possibilitando o delineamento das propostas de ensino que estão chegando aos professores, por meio dos livros didáticos.

ALGUNS DADOS

Para as análises do livro *Praticando Matemática Edição Renovada*, observamos alguns elementos que nos possibilitassem descrever as Organizações Matemática (O.M) e Didática (O.D) utilizada pelo autor, enquadrando-as tanto no quarteto praxeológico, quanto aos seis momentos de Chevallard (1999). Vale ressaltar que Chevallard (1999), apresenta esses seis momentos dentro de uma sequência, que necessariamente não segue uma ordem de acontecimentos, isto é, podemos ter momentos concomitantes, retomadas e, momentos não utilizados na praxeologia em questão. Esse ordenamento é educativo, aparecendo em cada tópico aleatoriamente. Apresentamos assim, os tipos de tarefas e suas respectivas técnicas, tecnologias e teoria, seguidas dos momentos, em que o autor do livro se valeu, para montar a sequência de ensino dos Inteiros relativos e, conservando a ordem cronológica dada pela coleção. Dessa forma, tanto nos tipos de tarefas (T_j), quanto nas técnicas (τ_i), os índices $j, i \in \mathbb{N}$, representam a ordem que foram revelados nessa primeira coleção. Nessa coleção o autor para explicar um conceito, associa, por exemplo, T_j com τ_i . Os casos que para solucionarmos um problema utilizamos mais de uma técnica foram identificadas com pouca frequência.

1. Onde encontramos números negativos?

Você já sabe que os números 1, 2, 3, 4, 5, ... surgiram pela necessidade de contar. Sabe também que as frações e os números decimais foram criados para representar certas quantidades não inteiras muito presentes nos problemas de medidas.

E os números negativos?

Eles vieram para resolver situações do tipo: "3 - 5 quanto dá?", que provavelmente surgiram com o desenvolvimento do comércio e o aparecimento das dívidas, dos prejuízos...

Vamos examinar uma situação comum nos dias de hoje.

Quem tem cheque especial pode gastar mais do que possui na sua conta bancária até certo limite, e ficar devendo ao banco.

Uma pessoa, por exemplo, tem R\$ 100,00 na conta e faz uma retirada de R\$ 120,00.

O resultado da subtração $100 - 120$ não é um número natural.

Usaremos o **número negativo** -20 para representar o saldo dessa pessoa após a retirada.

$100 - 120 = -20$

O sinal de "menos" indica que ela deve R\$ 20,00 ao banco.

Figura 2: Exemplo do primeiro encontro com a praxeologia.

Fonte 1: Coleção *Praticando Matemática- Edição Renovada* – sétimo ano, p. 55.

A figura 2 evidencia que a organização didática é iniciada com o primeiro encontro com essa praxeologia, que Chevallard (1999) denomina de *primeiro momento*.

O manual do professor⁴³ traz orientações para que esse estudo seja realizado de maneira informal e intuitiva. Para tanto, temos uma situação que os alunos, até então com os números Naturais, não conseguiriam resolvê-la. A justificativa para o trabalho com os números negativos, dá-se por contextos de dívidas, prejuízos, temperaturas e altitudes. Postura que visa um panorama geral no início dos estudos, seguido de gradativos aprofundamentos, que por sua vez, serão "fechados" no oitavo ano. Além desses contextos, temos como primeiro exemplo, uma negociação com cheque especial. Percebe-se que esse cenário não privilegia a realidade de nossos alunos, o autor nesse caso, poderia ter escolhido exemplos que envolvessem jogos ou situações que realmente fazem parte do cotidiano de alunos de 7º ano.

Temos ainda, que o autor usa a ideia que para termos um número negativo, nesse caso, gastamos mais do que tínhamos. E, para representar essa falta utilizamos o sinal de menos ($-$), agora com um novo significado, o de representar dívidas, temperaturas abaixo de zero, altitudes abaixo do nível do mar. Até então, esses alunos compreendiam esse sinal como o indicativo de uma subtração, em que o minuendo era sempre maior que o subtraendo.

O fato de que “os alunos conhecem informalmente os números negativos e conseguem perceber mais facilmente as relações de ordem entre esses números com situações envolvendo a variação de temperatura” e, que “a construção formal dos conjuntos Z e Q será feita no 8º ano” (MANUAL DO PROFESSOR, p. 63), oportuniza uma construção do trabalho com os números negativos preocupado com a exploração daquilo que os alunos trazem como conhecimentos acerca dos inteiros, bem como sem a preocupação de institucionalizar matematicamente alguns conceitos. Dessa forma, percebem-se conceitos, algoritmos e procedimentos "lançados" com algumas ideias em um tópico, um aprofundamento moderado em outro, e por fim breves institucionalizações.

O tópico "Onde encontramos números negativos" tem um exemplo dessa organização supracitada. Um pequeno problema de compensação de cheque especial exige um cálculo de diferenças e, que ao resultado, se atribua o sinal negativo, isto é, a

⁴³ Manual do professor: O livro didático é dividido em duas partes, a saber, o manual do professor e a parte destinada aos alunos. O manual visa orientar e justificar as escolhas que o autor valeu-se na parte aos alunos. Encontramos nesses manuais sugestões de atividades, explicações tecnológicas e teóricas acerca dos conteúdos explorados.

ideia de dívida. Temos implícita as ideias de operar dois inteiros e o início do trabalho para se determinar quando um número é negativo ou positivo. Nesse contexto emerge o primeiro tipo de tarefa (T_1) e a primeira técnica (τ_1).

T_1 - Associar números inteiros às situações problemas.

τ_1 - Dado $a \in \mathbb{Z}$.

Se $a > 0$. Usa-se $(+ a)$ ou (a) para situações que exprimam sentido positivo e, $(- a)$ para as que exprimam sentido negativo.

Se $a < 0$. Usa-se $(- a)$ para situações que exprimam sentido positivo e, a para as que exprimam sentido negativo.

Quadro 1: Tipos de tarefa e técnicas: praxeologia associação.

O tipo de tarefa T_1 requer que em dada situação associemos números inteiros às quantidades. Dessa forma, o autor trabalha com as ideias de quando temos números positivos, que já era conhecimento desse ano escolar, acrescentamos o sinal de mais (+) à esquerda desses números. E, para os números negativos, que foram iniciados nesse primeiro tópico, acrescentamos o sinal de menos (-) à direita desses números. O modo de resolver essa tarefa foi explicitado nas situações em que o autor apresentou os conceitos de números negativos, pois as situações de altitude, dívidas e temperaturas, mostraram formas de verificar se temos uma situação com ideia positiva ou negativa. Como relatado no manual, a intuição e os conhecimentos prévios que esses alunos já possuem acerca dessa conceituação são demasiadamente utilizados. Sendo assim, para situações positivas, o autor nos ensina que aos números positivos acrescentamos à esquerda o sinal “+” e, para as situações negativas, acrescentamos o sinal de “-”.

A figura 2 exemplifica o segundo momento, que Chevallard (1999) denomina de exploração de um tipo de tarefa (T) e da elaboração de uma técnica (τ).

Ou para registrar profundidades abaixo do nível do mar.

Esquema comparativo entre os pontos mais alto e mais baixo da superfície terrestre.

Associa-se o nível do mar à altitude zero. Profundidades abaixo do nível do mar são indicadas por números negativos.

Nota histórica
A aceitação dos números negativos foi muito lenta, pois usar quantidades negativas não é natural quando pensamos em situações concretas: como imaginar 3 bois menos 5 bois? Como tirar aquilo que não temos? Por isso, embora tenham sido encontrados na China e na Índia registros muito antigos de problemas envolvendo números negativos, eles só foram realmente aceitos como números por volta do século XVI.

3 - 5 = ?
10 - 15 = ?

Ou para representar prejuízos.

Lucro ou prejuízo de 2003 a 2006

Portanto, conhecemos os números positivos, que podem vir ou não acompanhados do sinal (+)...

+2 ou simplesmente 2 +34 ou 34 +478 ou 478 +61,07 ou 61,07

+5,6 ou 5,6 $+\frac{7}{8}$ ou $\frac{7}{8}$ $+\frac{13}{19}$ ou $\frac{13}{19}$ etc.

... e os números negativos, que são precedidos pelo sinal (-). Por exemplo:

-5 -67 -8,23 $-\frac{5}{9}$

O número zero é positivo ou negativo?
Converse com um colega sobre isso.
O zero não é positivo nem negativo.

Segundo Momento

Figura 3: Exemplo do segundo e do quinto momentos.

Fonte 1: Coleção Praticando Matemática- Edição Renovada – sétimo ano, p. 56.

O tipo de tarefa T_1 é explorado por meio das altitudes, e sua técnica é destacada com situações que envolvem as ideias de abaixo do nível do mar e de prejuízos. Em ambos os exemplos temos um "apelo" ostensivo, isto é, tanto o gráfico quanto a "figura da montanha" conduzem os leitores a interpretar que, quando determinamos uma linha vertical como sendo zero, tudo que estiver abaixo dela será negativo. Sendo assim, temos o enunciado de uma maneira para se determinar quando um número é negativo – "Associa-se o nível do mar a altitude zero. Profundidades abaixo do nível do mar com números negativos"–, que nos permitiu formular, juntamente com outros exemplos, a técnica T_1 .

Temos ainda nesse exemplo, além de traços do segundo momento, também características do quinto momento. A institucionalização desse estudo dá-se pelo anúncio que esses exemplos manifestos nos permitem compreender e associar números positivos e negativos, precedidos de seus respectivos sinais, à situações cotidianas.

Esse tipo de tarefa foi identificado treze vezes, sendo que não foi necessário associá-la à outra técnica, ou valer-se de outra isoladamente. Dentre essas treze vezes, alguns exercícios exigiam um nível de interpretação não trabalhado pelo autor. Em um desses casos, requereu-se associar um inteiro "ao atraso de oito minutos". Levando-se por base as ideias expostas de positivo e negativo dadas em um termômetro, tem-se que a hora marcada seria associada ao zero, qualquer minuto/hora *após*, teria denotação positiva e, qualquer minuto/hora *antes*, denotação negativa. Fato que geraria para a tarefa em questão, uma resposta +15, pois passamos da hora marcada 15 minutos. Mas, a resposta dada pelo autor é a de - 15, pois o autor considerou a expressão "atraso" como a que gerou o sentido negativo, ao invés da representação de um termômetro.

Situações desse tipo nos causaram muitas dificuldades no momento de identificarmos as técnicas. O autor, nesse caso, explicitou o que pretendia que seus leitores respondessem e, como respondessem. Mas, na maioria das vezes não temos indícios, devido aos poucos exemplos e, também pelo fato do manual do professor não apresentar maiores detalhes dos procedimentos para se obter a solução almejada. Temos assim, que o surgimento de uma nova maneira de resolver o tipo de tarefa, não é dado por contextos que intermediam essas mudanças e nem por aprofundamentos acerca dos detalhes que se pretende explorar.

O trabalho com os negativos começou com apenas quatro exemplos "cotidianos", - dos quais trouxemos um - que oportunizou acesso às ideias de números negativos e positivos. Percebe-se assim, mesmo sendo utilizadas ideias intuitivas, que poderia ter sido explorado com uma gama maior de exemplos, trazendo outras situações e articulando de forma mais rica, oportunizando um maior aprofundamento das ideias de números negativos.

O terceiro momento (constituição do entorno tecnológico/teórico) não foi trabalhado explicitamente, pois como apontado nas orientações ao professor, esse conteúdo será formalizado no oitavo ano. Mas, nesse mesmo manual, encontramos alguns excertos, por exemplo, dos axiomas dos inteiros (propriedades do fechamento, da comutatividade, da associatividade, do elemento neutro e Inverso), que como se

esperava, servem para embasar os estudos dos professores e, auxiliá-los nas justificativas tecnológicas dos conteúdos. Reforçamos que na parte destinada aos alunos, as tecnologias não estão evidentes, necessitando que "alguém" com mais experiência tornem-nas perceptíveis. Mas, esse fato já era esperado, devido às escolhas pedagógicas desse autor, que estão esclarecidas na parte destinadas aos professores.

Destacamos também, que até essa parte da praxeologia, a utilização dos inteiros relativos foi voltada para que se associasse aos resultados das operações os sinais de “+” e “-”. Ou para que se identificasse uma dada situação era positiva ou negativa. Percebemos que em situações do tipo subir 3° C quando nos foi dado uma temperatura de 12° C ou prejuízo de R\$ 2,30 ao vender um produto por R\$ 8,40, gerou expressões tais como, $12+3=+15$ ou $8,40 - 10,70 = - 2,30$, onde os sinais de + e - representam operações e, apenas nos resultados significam que os números são negativos ou positivos. Informalmente esse fato mudou no tópico 5 (Adição envolvendo números negativos) e no 6 (Subtração envolvendo números negativos), em que o autor trouxe em todas as situações, esses sinais como operações e com as ideias de negativo e positivo.

Outro ponto que nos chamou atenção foi o fato de apresentar pouquíssimos exemplos, o que deixa entender que o professor que estiver utilizando o livro deverá complementá-lo, pois a sua quantidade configura-se na mínima possível. Essa orientação não aparece no manual do professor, trata-se de uma inferência de nossas análises. Uma das poucas orientações resume-se em duas sugestões de jogos e das leituras já citadas. Nessa coleção identificamos uma característica marcante, ao iniciar os estudos de um conteúdo, apresenta-se brevemente o conteúdo, seguido de pouquíssimos exemplos e, finalizando com exercícios. Em breve situações os alunos são levados a investigar e conjecturarem. Esses dados nos permitem, segundo Gascón (2003), identificar e, conseqüentemente classificar essa coleção, com elementos do modelo tecnicista, ou se olharmos para o esquema tridimensional, uma abordagem empirista.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo Ag. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Editora UFPR, 2007.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando matemática*, 7. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BOSH, Marianna, CHEVALLARD, Yves. *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19, n°1, p. 77 – 124 1999. Disponível em:

<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=35> Acesso em: 2 Jun. 2014.

CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique. Publicado em: Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, n° 2, pp. 221-266, 1.999. Disponível em: <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/>>. Acesso em: 2 Jun 2014.

GASCÓN, Josep. *La necesidad de utilizar modelos en didáctica de la matemáticas*. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 5, n. 2, pp. 11 – 37, 2003.

KASPARY, Danielly. Regina. dos Anjos. Uma análise praxeológica das operações de adição e subtração de números naturais em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa de. *Prática pedagógica e conhecimentos específicos: um estudo com um professor de matemática em início de docência*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

QUEIROZ, Flávia da Costa. *Números relativos: uma análise de natureza epistemológica de alguns livros didáticos nacionais do terceiro ciclo do ensino fundamental*. Universidade Federal Fluminense, 2006.

ROSSI, Rachel. Ugeda. Mesquita. *Reflexão sobre o ensino dos números inteiros: uma análise de livros didáticos de matemática do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

SÁ, Pedro Franco de, ANJOS, Luis Jorge Souza dos. *Números Negativos: Uma trajetória Histórica*. Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática, 2011.