CONHECIMENTOS CONSOLIDADOS DE ACADÊMICOS SOBRE OS NÚMEROS NEGATIVOS

Adriano Tiburcio de Sousa[46]

Bruno de Souza Alves[1]

Antonio Sales[47]

Resumo: O presente trabalho é resultado de uma pesquisa desenvolvida com a participação de acadêmicos de Licenciatura em Matemática e envolvendo acadêmicos de outras áreas do conhecimento. O objeto da pesquisa foi o conhecimento remanescente sobre números inteiros negativos, conteúdo aprendido na educação básica. Discute também as propriedades quantitativa e qualitativa dos números e aponta para um conhecimento mal construído sobre os números relativos. Os resultados indicam que um elevado percentual apresenta dificuldades em cálculos com os números negativos. Observamos também que os professores estão condicionados a mostrar somente o que o livro didático traz e assim na maioria das vezes não se trabalha com os diversos significados que o número negativo pode admitir.

Palavras-chave: Qualidade nos negativos**.** História dos negativos. Conhecimento mal construído.

INTRODUÇÃO

O aluno brasileiro entra em contato com os números inteiros negativos a partir do sétimo ano do ensino fundamental. São os livros destinados a esse ano escolar que abordam o assunto pela primeira vez. Algumas edições um pouco mais antigas (ZAMBUZZI, 1979, p.5) tratavam dos números inteiros relativos, ou Conjunto, onde os números positivos e negativos eram apresentados em um contexto da teoria dos conjuntos (Z, Z*, Z_+ e -). A abordagem inicial estava relacionada diretamente com a Matemática. Após um resumo sobre o conjunto dos números naturais e as operações de

[46] Acadêmicos de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade de Nova Andradina. adrianosousa92@hotmail.com ; bruno-alves@hotmail.com.

[47] Professor Doutor da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade de Nova Andradina. profesales@hotmail.com

adição e subtração o autor escreveu que "Quando o primeiro termo é menor do que o segundo termo, o conjunto não é suficiente para dar solução. Precisamos, portanto, ampliar o conjunto, obtendo um novo conjunto".

Não havia, como se pode deduzir, a preocupação com uma possível aplicação externa à Matemática. O autor estava preocupado em justificar matematicamente a presença dos números negativos.

Posteriormente encontramos Giovanni, Castrucci e Giovanni Junior (1998, p.28, grifos dos autores) que começam o assunto informando que:

> Os números +1, +2, +3, +4, ..., +10, ..., +25, são chamados *números positivos*. [...] Os números -1, -2, -3, -4, ..., -10, ...,-25, são chamados *números negativos*. O conjunto formado pelos números inteiros positivos, pelos inteiros negativos e pelo zero é chamado *conjunto dos números inteiros* e é representado pela letra Z.

Observa-se uma atenuação no rigor matemático, mas o assunto é apresentado de forma muito direta e ainda no contexto da teoria dos conjuntos.

No entanto, não foi possível, neste momento, estabelecer uma cronologia na forma de abordagem uma vez que em uma edição de 1991 Mori e Onega (1991, p. 24) já introduziram os números inteiros negativos na perspectiva de registros de "lucros e prejuízo". Iezzi, Dolce e Machado (2005, p.11, grifos dos autores) após discorrerem sobre o uso dos números negativos na temperatura e escrevem:

> Os números que indicam medidas abaixo de zero, como -1,-2,-3,-4,-5, etc., são denominados *números negativos.* Os números que indicam medidas acima de zero, como 1,2,3,4,5, etc., são denominados *números positivos.* Esses números também podem ser representados precedidos do sinal de +. Assim, +1=1, +2=2, +3=3, etc.

Há, como se pode ver, alguns autores que mostram a preocupação com uma contextualização social, em buscar significado para os números negativos fora da Matemática enquanto outros, não. Se essa tendência está relacionada com a época ou com os autores carece de investigação.

O que foi possível perceber é que alguns livros mais recentes evitam falar em conjunto e alguns abordam diretamente os números negativos como se fosse uma nova categoria de números e os números positivos aparecem logo em seguida (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012) enquanto outros apresentam os dois simultaneamente (IMENES; LELLIS, 2012). Nos dois exemplos citados eles aparecem relacionados a temperatura, fuso horário, altura e profundidade e conta bancária. A ideia é que os

ISSN 2177-3122

números relativos são uma convenção para indicar se houve perda ou ganho, uma forma de registro de dívidas e profundidades, etc. Há uma busca de sentido completamente (ou quase) no contexto externo à Matemática.

Dessa forma observamos que a abordagens desses números sofreu alteração no decorrer de um tempo não muito longo e na perspectiva de autores contemporâneos. Observamos que alguns autores declinam mais suavemente do que outros na forma puramente matemática de introduzir o estudo dos números inteiros na educação básica.

Essa breve introdução digressiva tem por finalidade situar-nos no contexto em que os sujeitos da pesquisa estudaram o assunto em pauta e como os números negativos foram-lhes apresentados.

O que se quer apresentar ao leitor pode ser definindo como o conhecimento que acadêmicos de algumas universidades da Região do Vale do Ivinhema, Estado de Mato Grosso dos Sul, têm de números negativos. No entanto, buscou-se situar o que eles devem ter aprendido a partir dos livros didáticos (LD). A pesquisa nos LD não foi exaustiva tendo em vista o efeito *Vulgata* como preconiza Chervel (*apud* VALENTE, 2002, p. 36)

> André Chervel, num texto já bem conhecido e transformado em referência para todo historiador das disciplinas escolares, destaca a importância da utilização dos livros didáticos como fontes de pesquisa. Salienta o autor que, numa dada época, para o ensino de uma disciplina, todos os livros didáticos "dizem a mesma coisa, ou quase isso"; trata-se do que Chervel denomina constituir o *fenômeno da vulgata*. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a organização da sequência de ensino e dos capítulos, o conjunto de exemplos fundamentais utilizados ou o tipo de exercícios realizados são praticamente idênticos ou apresentam pouquíssima variação. Essas poucas variações, que envolvem, por exemplo, um ou outro exercício ou exemplo diferenciado, é que justificam produções didáticas consideradas 'novas' (grifos do autor).

Dessa forma, julgamos desnecessário uma ampla investigação desse conteúdo nos LD tendo em vista que o objeto de estudo é outro. Nosso objeto, conforme já anunciado é o conhecimento de acadêmicos sobre números negativos e, para tal, necessitávamos apenas de uma referência sobre o que teriam aprendido na educação básica.

OS NÚMEROS NEGATIVOS NA HISTÓRIA: AVANÇOS E RECUOS

Gonzales, et. al (1990, p.24) consideram os números negativos como sendo uma invenção hindu. Embora admitam que os chineses já possuíssem a ideia de número negativo e eram capazes de fazer cálculo com varetas pretas e vermelhas representando os negativos e positivos, respectivamente, foi o hindu Brahmagupta que, em 628, apresentou, pela primeira vez, de forma explícita “las reglas que rigem la aritmética con los negativos”

Nessa obra de Brahmagupta “se explican los algoritmos para efetuar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potencias y extracións de raices con lo que llamaba, ‘los benes’, ‘las deudas’, ‘lo nada’, es decir, con lo que hoy llamamos números positivos, negativos y cero” (Ibid.)

Segundo os mesmos autores, os árabes ignoram os negativos e consideraram em seus cálculos somente as raízes positivas. Durante o Renascimento os números negativos apareceram de forma isolada ou casual no século XV numa obra de Nicolás Chuquet em uma equação algébrica. Embora na época ainda não fosse usada a notação que temos hoje, porque eles não possuíam os símbolos algébricos, mas a referida equação seria traduzida hoje como 4x=-2.

Na segunda metade do século XVI o francês Viète, grande matemático que teve a honra de ser o precursor da notação algébrica que temos hoje, não admitiu os números negativos nem como raízes e nem como coeficientes. Por outro lado, Stevin, matemático flamengo e contemporâneo de Viète, os aceitou tanto como raízes como coeficientes. No século XVII o uso dos negativos foi ampliado em virtude do desenvolvimento da ciência moderna e consequente progresso da Matemática. O estudo dos fenômenos naturais em destaque nesse século contribuiu para o surgimento do cálculo infinitesimal e da geometria analítica, por um lado, e, por outro lado necessidades internas à própria matemática provocou um desenvolvimento da teoria dos números e da álgebra. Em paralelo com o uso mais frequente dos negativos, persistiu a recusa em utilizá-los e apareceram as primeiras tentativas de legitimação deles.

Primeiramente os números negativos, ao lado dos números imaginários, foram aceitos como raízes de equações, porém, como artifícios de cálculo cabendo a Girard (1590-1639) a primazia de ter reconhecido “explicitamente la utilidade algebraica de admitir las raíces negativas e imaginarias como soluciones formales de las ecuaciones, porque ello permitia una regla general de resolución y la construción de ecuaciones a través de sus raíces” (GONZALEZ et. al, 1990, p, 31).

Não obstante, mesmo assim perdurava a dificuldade em aceitá-los porque faltava um significado intuitivo e empírico para eles. Descartes chegou a afirmar que “não pode haver um número menor do que nada" e Pascal dizia ter encontrado alguns que não conseguiam entender que ao subtrair quatro de zero só pode restar zero (Ibid. p, 32).

Esse caráter contraditório, denunciado por alguns, dificultava a sua aceitação como um número. Diz Gonzalez e seus coautores que:

> Antoine Arnauld (1612-1694), matemático y teólogo francês, ante la proporción -1:1::1:-1 se preguntaba: como puede ser una cosa menor a outra mayor lo mismo que una mayor a outra menor? Pues admitida la existência del negativo y de la relación de orden 'menor que' entre ellos, se rompia la interpretación de proporcionalidade (GONZALEZ et. al, 1990, p, 32).

Dessa forma vemos que a aceitação dos negativos seguiu uma trajetória não linear e pôs em evidência o que Gastón Bachelard (1884-1962) veio denominar de obstáculo epistemológico. Para esse pensador "o ato de conhecer se dá contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos", mas "é impossível anular, de um só golpe, todos os conhecimentos habituais" (BACHELARD, 1996, p. 17-18) No caso dos números negativos havia ainda que romper com a intuição.

O problema persiste hoje. A vivência, como professor da educação básica, mostra que é mais fácil aceitá-los como uma convenção e, consequentemente, memorizar as propriedades operatórias do que perceber o sentido que eles encerram.

QUALIDADE E QUANTIDADE: NOSSA COMPREENSÃO SOBRE OS NÚMEROS NEGATIVOS

Uma questão que não temos visto entrar em debate quando se estuda os números é a *qualidade* que está presente em paralelo e concomitante com a quantidade. Os números naturais estão sempre associados à quantidade e parece que, em se tratando desse conjunto numérico, não seja mesmo necessário discutir *qualidade* uma vez que elas se confundem. Há uma coincidência. Por exemplo, se uma pessoa tem mais frutas do que a outra, um olhar superficial dirá prontamente que ela está em melhores condições do que a outra. Um exército mais numeroso transmite-nos a ideia de mais chances de vencer a guerra. É a coincidência da quantidade com a qualidade e cuja separação talvez não seja oportuna no nível escolaridade (anos iniciais) em que o assunto é abordado.

Considerando que a matemática escolar, no nosso contexto educacional e conforme vivenciado pelos autores, não é para ser debatida, mas para ser assimilada;

ISSN 2177-3122

está para ser memorizada e, se possível, “contemplar” as suas propriedades operatórias, esse debate, de que quantidade nem sempre é indicativo de *qualidade*, não faz sentido ou não tem sido objeto de preocupação. O principal interesse está em dizer quem tem mais ou quem tem menos e, parte-se do pressuposto de que aquilo que se tem é sempre algo bom, desejável. Os números, na educação básica, são sempre (ou quase sempre) relacionados a objetos materiais, a posses materiais.

No entanto, quando se pensa na possibilidade de que a maior quantidade pode não representar vantagem como é o caso da dívida, por exemplo. Quando se pensa que o exército mais numeroso pode estar mais cansado, mais mal equipado, etc., portanto, menos propenso a se impor e vencer deve-se pensar em *qualidade*. Nesse caso, a maior quantidade está associada à menor *qualidade.* É nesse contexto que os números negativos fazem sentido à nossa intuição. Os sinais de + e de – na frente (à esquerda) dos números indicam se o que “possuímos” e algo desejável ou não. É por isso que $-5 < -4$ enquanto $+5 > +4$. Por questão de “economia” de notação tira-se o sinal dos números positivos reduzindo-os a meras quantidades. Fica implícito que eles expressam valores quantitativos e *qualitativos* coincidentes. Dessa forma, quando se diz que $+3=3$ (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2005) exclui-se a provocação para um debate sobre *qualidade.* Na realidade, em nossa perspectiva, quando se trata de números naturais e de números inteiros positivos há um pressuposto de que é sempre melhor ter mais, enquanto que +3, por exemplo, pode indicar que além de ter 3 os sujeitos têm exatamente o que desejava ter, enquanto em -3, o sujeito tem três (em quantidade) daquilo que não desejava (ou não é conveniente) ter, isto é, *qualidade* e quantidade não coincidentes. Dessa forma, pode-se dizer que -3 +3 em qualidade e $-3 = +3$ em quantidade, resultando em $-3 < +3$ e $|-3| = |+3|$, respectivamente.

Observamos que os livros não abordam a *qualidade* implícita ao acrescentar os sinais diante dos números inteiros. É como se eles, os números, em quaisquer circunstâncias, indicassem quantidade. Nesse caso, como explicar que $-3 < +3$?

Quando a abordagem é feita tendo por foco principal a Matemática falta a intuição que, como destacou Gonzalez et. al (1990), dificultou a aceitação dos negativos. Por outro lado, o uso frequente de exemplos como temperatura, altura e profundidade, direita e esquerda do zero, pode deixar uma ideia de que o acréscimo do sinal ou termo negativo não passa de uma convenção. As questões: “por que ir para a esquerda é negativo?”, “Por que estar à esquerda do zero não é algo bom?” e “Por que é preciso exatamente R$3,00 para cobrir uma dívida de R$3,00 se +3>-3?" não podem ser formuladas.

Essas questões ficam sem respostas no nível de escolaridade que estamos considerando, educação básica, e não sabemos dizer se no nível superior esse assunto vem à tona. Em nossa vivência escolar não presenciamos este debate.

O OBJETO DA PESQUISA

A necessidade de um objeto de pesquisa que apresentasse uma dimensão quantitativa para ilustrar as atividades de tabular dados, construir tabelas e gráficos, durante as aulas de Estatística da disciplina Probabilidade e Estatística surgiu a ideia de elaborar um formulário com cinco questões subdivididas em quatro ou cinco itens cada uma para que, além dos alunos da disciplina exercitarem a prática da pesquisa, os demais acadêmicos da região pudessem expressar o que entendiam e lembravam sobre números negativos. A motivação ia além de um exercício de treinamento, era produto de uma questão que intrigava o professor desde quando atuava como professor da educação básica.

Os alunos conseguiram com que 55 (cinquenta e cinco) acadêmicos de diversos cursos respondessem o formulário espontaneamente. O ato seguinte consistiu em cada um tabular, no Excel, os dados que conseguiu e depois cada grupo ficou encarregado de analisar uma questão e submeter o resultado a algum evento. O que foi conseguido com as questões de números um, dois e cinco.

Por razões particulares os grupos encarregados das questões três e quatro deixaram de executar a tarefa que estão sendo analisadas nesta oportunidade.

As questões receberam um tratamento quantitativo, porém, não inferencial. A Estatística utilizada permaneceu no nível descritivo e o resultado está exposto em tabelas simples envolvendo apenas os percentuais. O processo de amostragem não foi probabilístico e, sim, por conveniência.

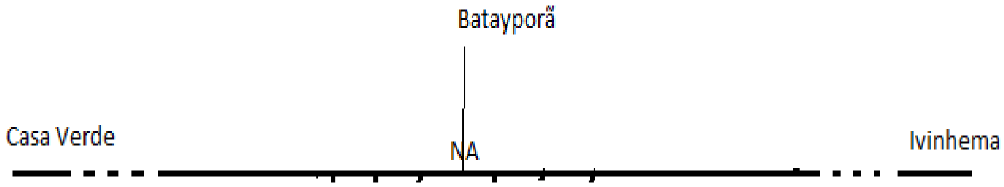
Cada questão era composta por quatro ou cinco itens e, para cada item, era possível três respostas como se vê no exemplo a seguir:

"As afirmações abaixo podem ser FALSAS ou VERDADEIRAS. Você vai marcar com F as falsas, com V as verdadeiras e com D as que tiver dúvida ou não souber responder.

ANÁLISE DOS DADOS

ISSN 2177-3122

Questão 3. Uma pessoa está em Nova Andradina (na Praça Brasil), com a face voltada para Batayporã, e quer ir para Casa Verde, conforme representado na reta a seguir (ver figura). Nesse caso devemos afirmar que (fig.1):



a) *O ponto zero está em Nova Andradina.*

Tabela 1- Respostas ao item A, da Terceira Questão.

Terceira Questão, item A	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	2	3.80%
Falsa	2	3.80%
Verdadeira (resposta esperada)	51	92.50%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Sendo VERDADEIRA a resposta indicativa de conhecimento sobre a reta numerada e a posição de pontos sobre essa reta, temos que 92,50% dos acadêmicos entrevistados souberam situar a origem do referencial.

b) *Os negativos ficam na direção de Casa Verde*

Tabela 2- Respostas ao item B, da Terceira Questão.

Terceira Questão, item B	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	2	3.80%
Falsa (resposta esperada)	13	24.50%
Verdadeira	40	71.70%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Na educação básica, muitas vezes, os alunos são induzidos a decorar regras. Podemos notar neste caso que os alunos aprendem que os números negativos estão a esquerda do zero (origem) e os positivos estão a direita independente do referencial de destino. Dessa forma, 71,70% dos acadêmicos marcaram essa afirmação como verdadeira, levando em considerando que a cidade de Casa Verde está à esquerda da pessoa que se encontra no ponto de origem. Portanto, não está presente a avaliação qualitativa, mas a posicional.

ISSN 2177-3122

a) *Os negativos ficam na direção de Ivinhema*

Tabela 3- Respostas ao item C, da Terceira Questão.

Terceira Questão, item C	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	0	0
Falsa	44	79.20%
Verdadeira (resposta esperada)	11	20.80%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Novamente o equívoco se faz presente, ou melhor, reforça o exposto anteriormente. Aqui 79,20 % dos entrevistados marcaram este item como Falso, quando esperávamos que assinalassem como Verdadeiro a afirmação. Uma vez que a cidade de Ivinhema esta no sentido oposto que a pessoas deseja ir, um "caminhar" na sua direção representa desvantagem para o caminhante.

Ir para Ivinhema fica negativo por causa da convenção

Tabela 4- Respostas ao item D, da Terceira Questão.

Terceira Questão, item D	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	11	20.00%
Falsa	36	65.50%
Verdadeira (resposta esperada)	8	14.50%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Neste item apenas 14,50% dos entrevistados marcaram a resposta certa que é considerar como Verdadeira a afirmação. O que reforça a ideia de que na escola os alunos decoram a posição dos números na reta numérica, não aprendendo a contextualizar ou a analisar situações onde a regra não se encaixa. Dessa forma, tornam-se possuidores de "um conhecimento mal construído".

a) *Em casos como esse, que fogem ao convencional, não é possível definir onde ficam os positivos ou negativos.*

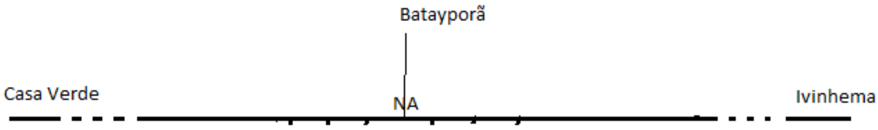
Tabela 5- Respostas ao item E, da Terceira Questão.

Terceira Questão, item E	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	20	37.70%
Falsa (resposta esperada)	22	39.60%
Verdadeira	13	22.60%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Neste item esperávamos que os acadêmicos assinalassem afirmação como Falsa Observamos que mais de 60% dos entrevistados tiveram dúvida ou responderam errado a este item, confirmando o já exposto com relação aprendizagem de regras. Um aprendizado centrado na memorização que não contribui para que interpretem e modelem um problema que foge ao que é convencionado.

Questão 4. Este problema é parecido com o anterior. Uma pessoa está em Nova Andradina (na Praça Brasil), de costas para Batayporã, e quer ir para Casa Verde, conforme representado na reta abaixo (ver figura). Nesse caso devemos afirmar que:



Os negativos ficam na direção de Casa Verde

Tabela 6- Respostas ao item A, da Quarta Questão.

Quarta questão, item A	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	1	1.90%
Falso (resposta esperada)	33	60.40%
Verdadeiro	21	37.70%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Os 60,40% de acerto não esclarece se acertaram levando em conta o referencial de destino ou se levaram em conta a posição da Casa Verde em relação ao lado esquerdo da pessoa posicionada no ponto de origem. No entanto, a contradição encontrada quando comparamos o item b da questão anterior e este item tende a confirmar a nossa suposição de que responderam levando em conta a posição do destino em relação ao lado direito ou esquerdo do sujeito. Situaram o ponto quanto à posição em relação à origem e não quanto à *qualidade,* isto é, com relação ao destino do sujeito.

a) *Os negativos ficam na direção de Ivinhema*

Tabela 7- Respostas ao item B, da Quarta Questão.

Quarta questão, item B	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	1	1.90%
Falsa	21	37.70%
Verdadeira (resposta esperada)	33	60.40%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Como era de se esperar os mesmos 60,40 % dos entrevistados que marcaram como Falso o item anterior, assinalaram como Verdadeiro este item. Assim, podemos notar que a definição que os números negativos são opostos aos números positivos está fortemente estabelecida o que dificulta uma análise do problema proposto. Os indicativos são de que acertaram devido a posição que as cidades se encontram em relação aos lados direito e esquerdo do sujeito posicionado no ponto de origem.

a) *Ir para Ivinhema fica negativo por causa da convenção*

Tabela 8- Respostas ao item C, da Quarta Questão

Quarta questão, letra C	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	10	18.90%
Falsa	20	37.70%
Verdadeira (resposta esperada)	25	43.40%
Total	54	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Neste caso, mais de 50% dos acadêmicos erraram ou tiveram duvidas na hora de responder, o que confirma a ideia que os mesmos estão levando em consideração a posição do ponto quanto ao lado em que se encontram em relação ao sujeito do sujeito que está no ponto de origem. É dessa forma que o contexto permitem entender o acerto.

a) *Em casos como esse que fogem ao convencional não é possível definir onde ficam os positivos ou negativos.*

Tabela 9- Respostas ao item D, da Quarta Questão.

Quarta questão, letra D	Nº de alunos	Porcentagem
Dúvida	20	37.70%
Falsa (resposta esperada)	20	35.80%
Verdadeira)	15	26.40%
Total	55	100.00%

Fonte: Dados da Pesquisa

Apenas 35,80% assinalaram como Falsa a afirmação. Há, entre eles, muitas dúvidas quando se trata em analisar situações envolvendo números negativos. Ainda que a maioria tenha acertado os itens, podemos notar, com base nos itens anteriores, que não entenderam o sentido de número negativo e que apenas reproduziram o que memorizaram durante a educação básica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

ISSN 2177-3122

A pesquisa não somente assinala uma deficiência de compreensão quanto aos números relativos, sejam eles positivos ou negativos. O destaque para os negativos neste texto se justifica em virtude que números positivos, ou Conjunto Z_+, coincidem com o conjunto dos números naturais em que conforme foi visto, *qualidade e* quantidade são coincidentes. Ela assinala também para a presença de um conhecimento mal construído e da necessidade uma discussão com os professores sobre tema em questão. Dessa forma, se tem aqui elementos que podem nortear uma oficina em um projeto de formação de professores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José . **Praticando Matemática**. 3.ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BACHELARD, Gastón. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy. **A Conquista da Matemática-Nova.** São Paulo: FTD, 1998.

GONZALES, José Luiz, et. al **Numeros Enteros**. Madrid: Editorial Sintesis, 1990.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática:** Imenes & Lellis. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2012.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Para Aprender Matemática**; 6ª série. 3.ed. São Paulo: Saraiva, 1991.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A elaboração de uma nova vulgata para a modernização do ensino de Matemática: aprendendo com a história da Educação Matemática no Brasil. **BOLEMA:** Boletim de Educação Matemática, Ano 15, nº 17, p. 35-51. Rio Claro: UNESP, 2002.

ZAMBUZZI, Orlando A**. Matemática**; 6ª série, primeiro grau. São Paulo: Ática, 1979.

ISSN 2177-3122