



REDESCOBRINDO O TEOREMA DE PITÁGORAS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA PARA ALUNOS DO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO PÓS-PANDEMIA

Sidiane Kemmerich

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

sidiane_k@ufms.br

<https://orcid.org/0009-0002-1808-9069>

Elvis Salustiano dos Santos

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

elvis.salustiano@ufms.br

<https://orcid.org/0009-0002-4338-9872>

Carla Regina Mariano da Silva

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

carla.silva@ufms.br

<https://orcid.org/0000-0003-3591-0242>

Resumo:

Este artigo relata uma intervenção pedagógica realizada no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), direcionada a uma turma do 2º ano do Ensino Médio em uma escola pública. A intervenção focou no ensino do Teorema de Pitágoras e visou preencher lacunas de aprendizagem geradas durante a pandemia, quando muitos conceitos não foram adequadamente consolidados. A proposta pedagógica procurou estimular a participação ativa dos alunos por meio de um ambiente investigativo que encorajasse questionamentos e reflexões. Utilizou-se o material dourado como ferramenta didática para facilitar a visualização e manipulação dos conceitos matemáticos. Fundamentada nas ideias de Ole Skovsmose (2000) e na pedagogia freireana, a abordagem priorizou uma análise crítica e reflexiva do conteúdo. Os resultados mostraram uma melhoria significativa na compreensão dos alunos e permitiram uma avaliação mais precisa das defasagens de aprendizagem causadas pelo ensino remoto. O estudo ressalta a importância de estratégias pedagógicas adaptadas aos desafios educacionais exacerbados pela pandemia e contribui para a formação dos futuros professores ao proporcionar uma prática reflexiva e crítica em sua formação docente.

Palavras-chave: Atividade Investigativa; Teorema de Pitágoras; PIBID; Intervenção; Pandemia.



1. INTRODUÇÃO

Este artigo relata uma intervenção realizada no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) de Matemática, com a orientação da Prof.^a Dra. Carla Regina Mariano da Silva e a participação de quatro alunos do curso de Licenciatura em Matemática, sendo dois deles os autores deste trabalho. A atividade foi conduzida na Escola Estadual Orcírio Thiago de Oliveira, em conjunto com a professora de matemática regente, Jéssica Afoncio Siqueira, e teve como foco a revisão do Teorema de Pitágoras.

A turma envolvida no projeto pertence ao 2º ano do Ensino Médio, sendo importante destacar que os estudantes estavam revisando conteúdos do 9º ano, uma vez que a pandemia de COVID-19 gerou defasagem no aprendizado. Diante desse contexto desafiador, a proposta da intervenção visou reforçar conceitos fundamentais, como o Teorema de Pitágoras, por meio de uma abordagem prática e interativa.

A intervenção consistiu em uma atividade investigativa alinhada com as propostas discutidas por Ole Skovsmose (2000). O enfoque na prática investigativa proporciona uma abordagem dinâmica e participativa, convergindo com a perspectiva do autor sobre o papel fundamental da investigação no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Para tal fim, decidimos utilizar o material dourado. A qual, esta estratégia fundamentada na utilização de materiais manipuláveis, encontra respaldo nas ideias de Maria Montessori, conhecida por suas contribuições à educação infantil, enfatizava a importância do uso de materiais manipulativos para o desenvolvimento cognitivo das crianças. A aplicação dessa abordagem em níveis mais avançados, como o Ensino Médio, ressalta a universalidade dessas práticas pedagógicas.

Este relato aborda não apenas a execução prática da intervenção, mas também as reflexões e desafios enfrentados por nós, professores em formação, especialmente diante da necessidade de revisitar conteúdos. Ao compartilhar essa experiência, almeja-se contribuir para a discussão sobre abordagens no ensino de matemática, considerando a realidade pós-pandêmica e a importância do PIBID como agente transformador no processo de formação docente.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Ole Skovsmose (2000) destaca a importância de atividades investigativas no ensino de matemática, argumentando que essas práticas engajam os alunos no processo de exploração e argumentação, promovendo uma aprendizagem mais crítica. Ao convidar os alunos a participarem ativamente do processo educacional, as atividades investigativas estimulam o

desenvolvimento do pensamento reflexivo e da autonomia intelectual. Ao lidar com questões ou problemas reais, os estudantes são estimulados a refletir sobre o que já sabem, identificar lacunas no seu conhecimento e buscar possíveis soluções. A tomada de decisões nessas atividades, promove a autonomia, pois os alunos precisam escolher os melhores caminhos para alcançarem seus objetivos.

Skovsmose (2000) propõe uma abordagem a partir de uma tabela que categoriza três tipos diferentes de referência: referência à matemática, referência à semi-realidade e referência à situação da vida real. Destes três, surgem-se seis possíveis ambientes resultantes destas combinações, como é possível observar na figura 1.

Figura 1: Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Ole Skovsmose (2000).

A atividade proposta para este artigo enquadra-se no tipo (2), caracterizado como um ambiente que envolve números e figuras geométricas em um cenário de investigação. Os alunos deveriam construir quadrados sobre os catetos, calcular suas áreas e comparar com a área do quadrado da hipotenusa utilizando um material tátil, demonstrando que a aplicação do Teorema de Pitágoras na prática confirma sua validade.

No contexto da educação crítica, as ideias de Paulo Freire, conforme apresentadas em "Pedagogia da Autonomia", corroboram com a abordagem de Skovsmose (2000). Freire (1996) advoga pela promoção da autonomia do aluno, destacando a importância de uma educação que estimule a reflexão crítica e a participação ativa na construção do conhecimento. Ao dizer que "Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção" (Freire, 1996, p. 12), o autor destaca a necessidade de os educadores atuarem como mediadores, criando um ambiente propício para que os alunos construam seu próprio conhecimento. Desse modo, o professor assume um papel crucial como facilitador e orientador do processo de aprendizagem. A concepção freireana desafia a visão tradicional do ensino como mera transmissão de informações, propondo uma abordagem mais

participativa e autônoma. Ao invés de ser um depositário de conhecimento, o aluno se torna um sujeito ativo, engajado na construção de seu entendimento.

Neste contexto, a obra de Anna Maria Pessoa de Carvalho, "Estágios nos Cursos de Licenciatura" (2012), ganha relevância ao explorar a prática como elemento essencial na formação de futuros professores. O PIBID como prática de iniciação à docência, assim como os estágios, não devem ser meros observatórios, mas sim oportunidades para que os licenciandos atuem como mediadores do conhecimento observando como as suas perguntas influenciam direta e indiretamente a resolução de problemas, e consequentemente, a construção do conhecimento dos alunos. Essa prática, alinhada à visão freireana, reforça a importância de criar ambientes educacionais que estimulem a autonomia dos discentes.

Ao integrar essas abordagens, a intervenção no PIBID se beneficia de uma base teórica sólida, orientando o desenvolvimento de estratégias pedagógicas que visam não apenas a transferência de conhecimento, mas a construção colaborativa e reflexiva do saber, alinhada às demandas contemporâneas da educação.

3. CONHECENDO A TURMA

Durante um mês que antecedeu a intervenção, foram realizadas visitas regulares à escola com o objetivo de conhecer o ambiente escolar, observar a dinâmica da sala de aula e, principalmente, interagir com os alunos de forma mais informal. Ao longo dessas visitas, notamos que a cada aula os alunos demonstravam maior conforto com nossa presença e buscavam esclarecer dúvidas conosco a respeito de questões apresentadas pela professora da sala. Nesse quesito, Rousseau (1996) ressalta a importância de estabelecer uma relação mais próxima e construtiva entre alunos e professores para favorecer o processo de aprendizagem. Ele afirma que é responsabilidade do professor criar situações de ensino que aproximem o aluno do conhecimento que ele precisa adquirir. Dessa forma, o professor deve criar um ambiente propício para que o aluno, ao interagir com o conteúdo, converta o saber em conhecimento. Nesse cenário, o papel do docente é duplo e cíclico: ele deve tanto facilitar o acesso ao conhecimento quanto observar e adaptar suas estratégias pedagógicas para assegurar que os alunos realmente compreendam e se apropriem do conteúdo.

No entanto, é importante ressaltar que a relação entre aluno e professor não deve ser apenas afetiva, mas também respeitar os limites profissionais. A ênfase está na construção de uma relação que apoie o processo de aprendizagem, promovendo o entendimento mútuo e criando um ambiente propício para o desenvolvimento acadêmico e pessoal dos alunos.

Inicialmente, a proposta contemplava a realização de uma intervenção pedagógica abordando *Razões Trigonométricas*. Contudo, na última semana, a docente discutiu o Teorema de Pitágoras com a turma, buscando avaliar o conhecimento que os alunos retiveram do conteúdo do 9º ano. Diante da constatação de que nenhum dos alunos se recordava do tema, a professora indagou se, pelo menos, possuíam familiaridade com a concepção de triângulo retângulo. Após um breve período de silêncio, uma aluna aventurou-se a responder com a descrição "*um quadrado com ponta*". Dessa forma, a professora percebeu que durante o 9º ano da turma estávamos em período de pandemia. Consciente da lacuna de aprendizado causada por esse período, ela aproveitou o restante do tempo de aula para oferecer uma breve explicação sobre o Teorema de Pitágoras, introduzindo a fórmula correspondente. Sendo assim, percebemos que não seria imprudente avançar para um novo conteúdo sem a compreensão do conhecimento anterior. Portanto, optamos por modificar o tema de nossa intervenção para o Teorema de Pitágoras.

4. ELABORAÇÃO DA ATIVIDADE

Antes da implementação da atividade, uma série de reuniões foi conduzida para discutir e planejar cada aspecto do projeto. A participação ativa dos membros envolvidos e da coordenadora do PIBID permitiu uma troca valiosa de ideias e experiências. Durante essas reuniões, foram delineadas as metas gerais da atividade, os objetivos específicos a serem alcançados e os métodos pedagógicos mais adequados para a realidade do contexto escolar.

O ensino do Teorema de Pitágoras muitas vezes se depara com o desafio de tornar a matéria acessível e interessante para os alunos. Nosso objetivo era que os alunos compreendessem, por meio de uma demonstração prática, a razão pela qual utilizamos a fórmula $a^2 = b^2 + c^2$. Nesse contexto, a decisão final foi oferecer aos alunos vários triângulos e um questionário que instigasse a investigação, começando pela pergunta crucial: "Qual desses triângulos é retângulo e por quê?". A partir dessa pergunta, os alunos seriam guiados a identificar os catetos e a hipotenusa, construir quadrados sobre os catetos com o material dourado, calcular suas áreas, somá-las, comparar o resultado com a área do quadrado formado sobre a hipotenusa, e escrever uma conclusão do que foi observado. Essa atividade se conclui com a seguinte pergunta: "Compare a soma das duas áreas dos quadrados com a medida da área do quadrado do terceiro lado de um triângulo não-retângulo. O que você pode concluir?". A proposta da atividade foi elaborada para ser realizada dentro de um tempo de 50min de aula.

Devido a isso, dividimos o questionário em vários passos para facilitar a compreensão dos alunos.

Antes da execução da atividade, a equipe do PIBID enfrentou receios em relação à percepção dos alunos sobre a proposta da atividade e o uso do material dourado. Poderia a abordagem parecer infantilizada ou simplificada demais para estudantes com idade mais avançada?

5. DESENVOLVIMENTO DA INTERVENÇÃO

A intervenção ocorreu na quarta-feira, 18 de outubro de 2023, durante o período matutino, em uma aula de 50 minutos, com a participação de 25 alunos do 2º ano do Ensino Médio. A turma foi organizada em duplas, e, no início da atividade, cada dupla recebeu uma caixa contendo materiais dourados e diversos triângulos confeccionados em papelão. Além disso, foi distribuído um questionário individual a cada aluno, elaborado com base nas ideias de Carvalho (2012). Este questionário foi cuidadosamente projetado para incentivar os alunos a justificarem suas respostas, promovendo uma reflexão sobre cada etapa do processo que estavam realizando.

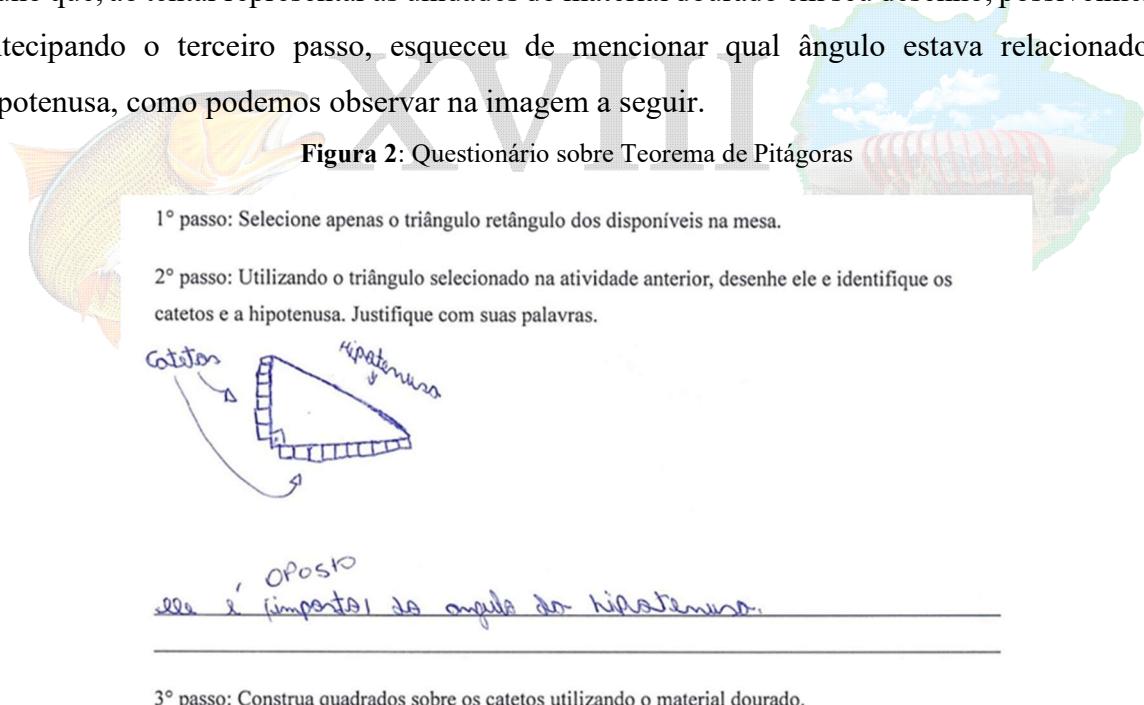
Durante a intervenção, optamos por atuar como mediadores, intervindo apenas quando necessário. Nosso papel foi o de guiar os alunos por meio de perguntas que estimulassem a reflexão e a formulação de hipóteses, alinhados às contribuições de Skovsmose e Freire para o desenvolvimento do pensamento reflexivo. Essa abordagem, que também se conecta à teoria de Rousseau (1996), baseia-se na ideia de um contrato didático entre professor e aluno. Nesse contrato, o professor propõe os saberes e cria um ambiente propício para a aprendizagem, enquanto o aluno se compromete a se apropriar desses conhecimentos através das atividades propostas. Essa postura visou promover um ambiente de aprendizagem onde os alunos pudessem desenvolver autonomia intelectual, explorando as relações matemáticas envolvidas no Teorema de Pitágoras.

Observamos que, durante o primeiro contato dos alunos com o material dourado, a abordagem inicial foi exploratória. Alguns estudantes optaram por contar todas as peças para verificar se a quantidade correspondia à descrição da caixa, enquanto outros escolheram criar figuras, como casinhas e corações, utilizando as peças. Durante essa exploração, surgiram questionamentos pertinentes, exemplificado por uma aluna que indagou se a barra de dezena era denominada como uma dezena ou dez unidades. Ao questionar a mesma sobre a última vez em que haviam utilizado esse material manipulativo, ela surpreendentemente respondeu que

nunca havia tido contato, o que foi confirmado por seu colega de dupla. Esse relato nos surpreendeu, considerando que o material dourado está presente na BNCC desde o Ensino Fundamental I. Isso revela como algumas escolas enfrentam falta de estrutura e recursos para adquirir e utilizar o material.

Ao iniciar a execução dos comandos do questionário, o primeiro deles exigia que os alunos selecionassem o triângulo retângulo. Em seguida, no 2º passo identificassem seus catetos e hipotenusa, e justificassem sua resposta. Nesse estágio, a maioria dos alunos optou por realizar uma comparação entre os triângulos para determinar qual deles apresentava um ângulo reto. Na fase de justificação, a maioria dos estudantes indicou que a hipotenusa é o lado oposto ao ângulo de 90° , e os catetos compõem esse mesmo ângulo. Alguns alunos, por outro lado, expressaram que a hipotenusa é oposta ao ângulo, contudo, deixaram de identificar especificamente a qual ângulo se referiam. Um exemplo desse cenário foi observado em um aluno que, ao tentar representar as unidades do material dourado em seu desenho, possivelmente antecipando o terceiro passo, esqueceu de mencionar qual ângulo estava relacionado à hipotenusa, como podemos observar na imagem a seguir.

Figura 2: Questionário sobre Teorema de Pitágoras



Fonte: Arquivo dos autores.

Nos dois primeiros passos do questionário, apenas um aluno absteve-se de apresentar qualquer justificativa; entretanto, demonstrou competência ao identificar os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo.

O 3º passo envolveu a construção de quadrados ao longo dos catetos, utilizando material dourado conforme ilustrado na imagem abaixo.

Figura 3: Construção dos quadrados sobre os catetos



Fonte: Arquivo dos autores.

Embora a maioria dos estudantes tenha completado a tarefa sem dificuldades, uma dupla, no entanto, construiu um retângulo com dimensões 3x4. Quando questionadas sobre a distinção entre retângulo e quadrado, não souberam responder. Explicamos que o quadrado possui todos os seus lados com mesma medida. Em seguida, ao examinarem sua construção, perceberam o equívoco cometido e corrigiram-no.

No 4º passo, os estudantes foram incumbidos de calcular as áreas dos quadrados, somá-las, comparar o resultado com o quadrado construído sobre a hipotenusa e elaborar uma conclusão. Diferente dos procedimentos anteriores, alguns alunos manifestaram incertezas devido à falta de recordação sobre como calcular a área. Desse modo, foram relembrados que para calcular a área bastava apenas contar as unidades do material dourado que utilizavam para construir os quadrados ou poderiam calcular utilizando a fórmula $A = l^2$. Após a explicação, uma dupla ainda demonstrou desconhecimento sobre como calcular o quadrado de um número, evidenciando lacunas no aprendizado.

Após a dissipação das dúvidas, os alunos concluíram facilmente este passo e registraram suas respostas no questionário. Contudo, é pertinente notar que apenas 17 estudantes apresentaram corretamente suas conclusões, enquanto outros 8 limitaram-se a fornecer o resultado da soma, deixando de explicitar a conclusão de que esse resultado é equivalente ao quadrado construído sobre a hipotenusa, como podemos observar nas imagens a seguir. Salientamos a importância de questões que incentivem os alunos a escreverem suas próprias conclusões e hipóteses, conforme Skovsmose (2000), com o intuito do desenvolvimento do pensamento reflexivo e crítico.

Figura 4: Respostas de um aluno

4º passo: Responda as questões:

- 1) Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos do triângulo retângulo?

Um cateto 16 e a outra 9 ✓

- 2) Calcule a soma dessas medidas e compare o resultado com a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo. Escreva uma conclusão.

Cárcrega dentro mede 25 ✓
Concluiu-se o que?

Fonte: Arquivo dos autores.

Figura 5: Resposta de um aluno

4º passo: Responda as questões:

- 1) Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos do triângulo retângulo?

16 e 9 ✓

- 2) Calcule a soma dessas medidas e compare o resultado com a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo. Escreva uma conclusão.

25 é a soma de todos os lados
25 é igual a soma dos lados dos catetos ✓

Fonte: Arquivo dos autores.

Nessa última imagem acima, é perceptível que o estudante cometeu um equívoco ao afirmar que 25 é a soma de todos os lados. Contudo, demonstrou habilidade ao realizar os cálculos das áreas com facilidade, indicando um progresso significativo.

No 5º e último passo, os alunos foram instruídos a replicar o mesmo procedimento em um triângulo não-retângulo e a registrar suas observações. Devido à restrição de tempo durante a aula, somente sete estudantes conseguiram concluir este passo. Das respostas obtidas, três indicaram que o Teorema de Pitágoras não se aplica, uma vez que o triângulo em questão não é retângulo. Adicionalmente, quatro alunos afirmaram que a soma dos lados não resulta em um quadrado no terceiro lado, utilizando o material dourado para provarem suas constatações na prática. Ao realizar a tarefa com um triângulo não-retângulo e observar os resultados, os alunos exercitam sua autonomia intelectual, conforme Freire (1996) descreve, pois estão explorando além do que foi inicialmente ensinado e validando suas próprias conclusões. Assim, concluindo a atividade.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade foi projetada para reforçar conceitos fundamentais, como o Teorema de Pitágoras, utilizando uma abordagem prática e investigativa com o material dourado, com o objetivo de desenvolver o pensamento reflexivo dos alunos. Essa estratégia foi especialmente importante, considerando as defasagens de aprendizagem provocadas pelo período pandêmico. Podemos afirmar que os resultados alcançados foram satisfatórios, atendendo plenamente aos objetivos propostos.

Embora inicialmente houvesse a preocupação de que o uso do material dourado pudesse ser percebido como simplista ou mais adequado aos anos iniciais da escolaridade básica, constatou-se que essa ferramenta desempenhou um papel crucial no processo de aprendizagem. Os alunos, que nunca haviam tido contato prévio com esse material, mostraram-se receptivos e conseguiram alcançar uma compreensão dos conceitos abordados.

Além disso, é relevante destacar que, na semana subsequente à atividade, foi realizada uma reunião com a professora regente da sala. O feedback fornecido por ela foi extremamente positivo, indicando que realizou perguntas aos alunos sobre o Teorema de Pitágoras para avaliar o que aprenderam com nossa intervenção. Surpreendentemente, mesmo alunos que não eram habitualmente participativos nas aulas responderam de forma significativa. Esse resultado sugere que a abordagem empregada não apenas despertou o interesse, mas também promoveu uma compreensão do conteúdo.

Como consideração final, reconhecemos a necessidade de adaptar a atividade para otimizar o tempo. Essa atividade seria ideal para ser realizada no período de duas aulas, principalmente para garantir que os alunos consigam completar o 5º passo, considerado o mais importante. Nesse passo, os alunos têm a oportunidade de criar hipóteses e comprovar a não aplicabilidade do Teorema de Pitágoras em triângulos não-retângulos. Como continuidade desta atividade, sugerimos a elaboração de um planejamento focado em aplicações em situações reais, para que os alunos conheçam as possíveis utilizações práticas do teorema. Salientamos também que a utilização do material dourado (cubos) para o cálculo de áreas pode gerar uma confusão pelos alunos. Desse modo, para evitar esse desentendimento é preciso revisar claramente os conceitos de área e volume e realizar uma discussão com a turma para o esclarecimento de quaisquer dúvidas. Além disso, é importante incentivar os alunos a desenvolverem suas próprias conclusões, promovendo o pensamento reflexivo e evitando respostas padronizadas com apenas uma solução correta. Destacamos a importância de revisar conteúdos anteriores para fornecer uma base mais estruturada e garantir a aprendizagem de todos, especialmente no período pós-pandemia.

7. AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de expressar nossa gratidão à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) pelo apoio financeiro fornecido, essencial para a realização deste trabalho, sob o Código de Financiamento 001. Agradecemos também a todos os alunos, professores e coordenadores envolvidos no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) por sua dedicação e colaboração. Sem o empenho e a participação de todos, esta intervenção não teria sido possível.

8. REFERÊNCIAS

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **Os estágios nos cursos de Licenciatura**. Coleção Ideias em Ação. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários de Investigação**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, 2000. Disponível em:

<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em: 07, set, 2024.