

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA PROPOSTA PARA INTRODUZIR O CONCEITO DO QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

Michelle Ventura de Paula Souza Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS m.ventura@ufms.br https://orcid.org/0009-0003-5478-4808

Felipe Bernardino da Silva Lucas Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS f.bernardino@ufms.br https://orcid.org/0009-0008-3240-2414

Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS sonia.burigato@ufms.br https://orcid.org/0000-0001-8403-6032

Resumo:

O presente artigo resulta de um trabalho desenvolvido na disciplina de Didática da Matemática, no curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) da UFMS. O objetivo foi elaborar uma sequência didática para introduzir o conceito de quadrado da soma de dois termos, utilizando as fases da Engenharia Didática e a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. A importância do tema justificase pela sua relevância no currículo matemático e sua presença em álgebra e geometria. Este artigo apresenta a sequência didática com suas análises preliminares e a *priori* das situações propostas, enquanto outro artigo complementar irá detalhar a experimentação e a análise a posteriori. A sequência didática é destinada ao nono ano, visando facilitar a compreensão e aplicação do quadrado da soma de dois termos. Com esse estudo foi possível modelizar diversos teoremas em ação que os estudantes podem mobilizar ao lidar com as situações propostas evidenciando, assim, a pertinência das fases da engenharia didática utilizadas para a elaboração da sequência didática.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Engenharia Didática; Ensino de Matemática.

1. Introdução

O presente artigo resulta de um trabalho desenvolvido na disciplina de Didática da Matemática, vinculada ao curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação







Matemática (PPGEduMat) na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). O nosso grupo, composto por quatro pessoas, propôs elaborar uma sequência didática com discussões envolvendo análises preliminares e a priori centradas no conteúdo de quadrado da soma de dois termos, uma das identidades dos produtos notáveis. Para a construção dessa sequência, foram utilizadas as fases da Engenharia Didática, que oferecem uma abordagem sistemática para a concepção e estruturação de intervenções educacionais.

Neste artigo, apresentamos a primeira parte do trabalho, em que expomos os resultados da análise preliminar, seguidos da apresentação da sequência didática. A segunda parte do texto, focada na experimentação e análise a *posteriori* será fruto de outro artigo que, caso for aprovado, também estará nos anais do XVIII SESEMAT (XVIII Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática) apresentado por outras duas pesquisadoras que estiveram presente na elaboração desta sequência.

A escolha do tema, quadrado da soma de dois termos, é justificada pela relevância desse conceito no currículo matemático da turma em que ocorreria a experimentação. Esse conceito está alinhado com o próximo conteúdo que será abordado e é fundamental para a compreensão das identidades algébricas e das operações polinomiais.

A sequência didática foi elaborada com base na Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Gérard Vergnaud, que fornece uma estrutura teórica para estudar como o sujeito aprende e para analisar o processo de aprendizagem de conceitos matemáticos em diferentes contextos.

Em seguida, trazemos o nosso referencial teórico e a metodologia e, ao final, é realizada a apresentação detalhada da sequência didática desenvolvida. Esta última parte inclui uma descrição das situações propostas, seus objetivos pedagógicos específicos e as análises a priori correspondentes.

2. Referencial teórico

As sequências didáticas são projetadas para ensinar um conteúdo de maneira gradual e organizada, com etapas que correspondem aos objetivos educacionais do professor. Elas incorporam atividades de aprendizagem e avaliação, permitindo ao educador intervir nas atividades propostas, fazer ajustes ou adicionar novas tarefas para melhorar a eficácia das aulas e facilitar o processo de aprendizagem dos alunos. Segundo Zabala (1998, p. 18) a Sequência Didática é "Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos". Essas sequências podem ser consideradas como uma maneira de situar as atividades, e não podem ser vistas apenas como um tipo de tarefa, mas como um

critério que permite identificações e caracterizações preliminares na forma de ensinar (Zabala, 1998).

No campo da Educação Matemática, as sequências didáticas são especialmente eficazes para abordar conceitos complexos, como o quadrado da soma de dois termos, ajudando os alunos a construir uma compreensão sólida e integrada por meio de atividades interconectadas. A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud é uma teoria cognitivista que nos fornece estrutura para entender como é a organização e construção do conhecimento dos alunos. Além disso, postula que a conceitualização é a pedra angular da cognição, ocorrendo ao longo de um longo período por meio de experiência, maturidade e aprendizagem. Segundo Vergnaud (1996, p. 45), o conhecimento está organizado em campos conceituais, definidos como conjuntos de situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento interconectados. Ele introduz o conceito de "teorema em ação", que se refere às propriedades e relações matemáticas que os alunos utilizam de maneira implícita ao resolverem problemas, mesmo sem terem uma consciência formal dessas propriedades. Esses teoremas em ação podem ser falsos ou verdadeiros para a situação dada, todavia o aluno o utiliza acreditando que é pertinente para resolver a atividade. Além disso, Vergnaud argumenta que a compreensão de um conceito matemático ocorre dentro de um campo conceitual, que compreende situações, esquemas e representações.

As situações são os contextos nos quais o conceito é aplicado, permitindo que os alunos compreendam sua relevância prática, seja em problemas do cotidiano ou dentro da própria matemática, como no caso da fatoração. Por exemplo, a fatoração pode servir como um contexto para aplicar o quadrado da soma de dois termos, ajudando os alunos a perceberem as inter-relações entre esses objetos matemáticos. Os esquemas são conjuntos de regras ou procedimentos que os alunos desenvolvem para lidar com essas situações, ajustando e refinando esses esquemas com base em novas experiências. As representações envolvem diferentes formas de ilustrar o conceito, como expressões algébricas, gráficos, diagramas e explicações verbais, facilitando a compreensão e a comunicação. Segundo Vergnaud, o conceito está ligado a três conjuntos: as situações em que ele se aplica, os invariantes operatórios (propriedades e relações que permanecem constantes), e as representações simbólicas que o ilustram.

3. Metodologia

Nosso objetivo foi desenvolver uma sequência didática para iniciar a discussão sobre o conceito do quadrado da soma de dois termos. Para isso, utilizamos a técnica de pesquisa bibliográfica, conforme descrita por Mello (2006), além da análise documental, referenciando

a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997). Em nossos encaminhamentos, utilizamos a metodologia da Engenharia Didática, seguindo a perspectiva de Artigue (1988), utilizando neste artigo as fases de análise preliminar e análise a *priori*.

A análise preliminar abrange investigações iniciais, incluindo a análise epistemológica dos conteúdos matemáticos a serem ensinados, a revisão de livros didáticos, o estudo de pesquisas previamente realizadas sobre o tema, bem como a compreensão das concepções e dificuldades dos alunos em relação ao assunto.

O objetivo central da análise a *priori* é estabelecer como as escolhas feitas pelo pesquisador podem influenciar e controlar os comportamentos dos alunos durante o processo de aprendizagem, explicando seu significado e direcionamento. Segundo Artigue (1988), essas fases são interdependentes e ajustáveis ao longo da pesquisa, respondendo às necessidades emergentes e proporcionando uma base teórica sólida para o desenvolvimento das situações.

Assim, a sequência elaborada destina-se ao ensino da matemática no nono ano. Escolhemos essa faixa de ensino devido à sua importância no desenvolvimento matemático dos alunos, especialmente porque é nesse momento que se inicia o estudo do tema em questão. Durante essa fase, os alunos estão consolidando conceitos fundamentais e avançando para novas áreas de estudo, o que torna o uso de uma sequência didática em sala de aula um recurso relevante.

4. Elementos da Análise Preliminar

Para elaborar a sequência didática, buscamos entender, por meio de uma pesquisa bibliográfica e análise documental, o que as pesquisas científicas, os livros didáticos e documentos normativos abordam sobre o tema, no caso produtos notáveis. Algumas pesquisas, com foco no ensino do quadrado da soma de dois termos, revelaram dificuldades enfrentadas pelos alunos.

Soares (2018) destaca que muitos alunos têm dificuldade em compreender e assimilar a álgebra, muitas vezes devido à falta de percepção de sua utilidade prática no mundo real. Ainda, o autor aponta que os alunos frequentemente cometem erros ao utilizar fórmulas como o quadrado da soma, dentre estes equívocos, estão a troca de operações, a realização incorreta de adições e a omissão de termos importantes na fórmula expandida, por exemplo, tratar $(a + b)^2$ como $(a^2 + b^2)$.

Silva, Silva e Feitosa (2024) observam que a transição da aritmética para a álgebra é um desafío para muitos estudantes, devido à introdução de incógnitas e à abstração envolvida. Os

erros recorrentes incluem a má interpretação dos expoentes e a aplicação incorreta da propriedade distributiva, como já abordado anteriormente.

Dário (2017) reforça a ideia de que a abstração dos conceitos matemáticos é uma barreira para os alunos, sugerindo o uso de jogos e ferramentas como o *GeoGebra* para tornar o aprendizado mais significativo. Ela destaca que os erros comuns incluem a confusão entre área e perímetro e a aplicação incorreta dos produtos notáveis.

Na análise dos Livros Didáticos (LD) realizada, foi investigado como as obras de Júnior e Castrucci (2018), Longen (2018) e Gay e Silva (2018) apresentam o conceito e exercícios que abordam o quadrado da soma de dois termos.

Júnior e Castrucci (2018) introduzem o conceito de produtos notáveis de forma didática e contextualizada, relacionando-o à montagem de vitrais que envolvem várias peças quadradas e retangulares. Inicialmente, os alunos são incentivados a montar vitrais seguindo os modelos propostos pelo livro. Em seguida, são solicitados a calcular a área do vidro utilizado e expressar esse cálculo em termos algébricos.

Após essa introdução, o livro explora o conceito de polinômios, detalhando sua parte literal e seus coeficientes, seguido pela forma algébrica e exemplos de como realizar a multiplicação entre polinômios. Os exercícios propostos seguem um padrão semelhante aos exemplos apresentados anteriormente, incluindo três exercícios de aplicação retirados de avaliações externas.

Longen (2018), introduz o conceito do quadrado de um número através de um exemplo de potenciação. Inicialmente, o livro solicita que os alunos calculem $13^2 = 169$ e, em seguida, apresenta o número 13 por meio de uma decomposição, em que $(10+3)^2 = 169$. Posteriormente, discorre sobre uma terceira forma de representar 13^2 , por meio de dois quadrados de área 100 cm^2 e 9 cm^2 , além de dois retângulos cuja área totaliza 30 cm^2 , resultando no total de 169 cm^2 .

Os exercícios propostos no livro estão alinhados com os conceitos apresentados, porém são predominantemente orientados para questões mecânicas, com menos ênfase na interpretação textual e na aplicação prática.

No último livro didático analisado, Longen (2018), o conteúdo é iniciado com a apresentação de um programa de TV no estilo "Passa ou Repassa", em que um dos participantes do jogo introduz inconscientemente o conceito de quadrado da diferença. Em seguida, a professora Cida e o aluno Rafael são utilizados para resolver 12^2 e 21^2 mostrando que se, então ao trocar a ordem dos algarismos do número, $21^2 = 441$.

A professora Cida, sem corrigir diretamente Rafael, sugere a decomposição dos números e o cálculo do quadrado da soma: $(10 + 2)^2$ e $(20 + 1)^2$. Para esclarecer o raciocínio de Cida, o livro utiliza o material dourado, decompondo 144 = 100 + 40 + 4 e reorganizando- o em um quadrado com lados medindo 12 cm. A partir disso, a equação $144 = 10^2 + 2 \times (2 \times 10) + 2^2$.

O livro continua com a explicação algébrica do quadrado da soma e apresenta dois exemplos de aplicação do conteúdo. A seção introdutória é concluída com a correção do raciocínio de Rafael, enfatizando que a hipótese dele estava incorreta.

Sobre o estudo da Álgebra, os PCN apontam que

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação (Brasil, 1998, p. 50-51).

Na Base Nacional Comum e Curricular (BNCC), a disciplina de Matemática é desenvolvida ao longo dos anos escolares, com as unidades temáticas organizadas em Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Conforme a normativa, a Álgebra visa o desenvolvimento do pensamento algébrico para a utilização de modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e situações matemáticas (Brasil, 2017).

Para isso, os alunos devem identificar regularidades, estabelecer leis matemáticas que expressem relações de interdependência, e transitar entre os diversos tipos de representações (sejam elas gráficas ou simbólicas) para resolver problemas. Nesta sequência didática, destacase a seguinte habilidade a ser desenvolvida pelos alunos: "(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau" (Brasil, 2017, p. 317).

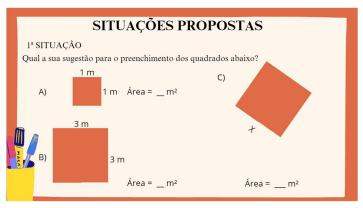
Esses elementos fundamentaram a elaboração e a análise a priori da sequência didática. No próximo tópico, apresentamos a sequência desenvolvida, com foco no conteúdo Quadrado da Soma de Dois Termos.

5. A Sequência Didática e Análise a *Priori*

Na primeira situação, representada pela Figura 1, o objetivo desta questão é revisitar o conceito de área de quadrados e reforçar a compreensão dos alunos sobre como calcular essa

medida. Além disso, essa situação serve como um ponto de partida para introduzir conceitos que serão explorados posteriormente, como a soma dos quadrados de dois termos.

Figura 1: 1º Situação Problema.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Resolver essa situação ajuda os alunos a desenvolver habilidades de raciocínio, visualização e resolução de problemas relacionados à área do quadrado. Portanto, entendemos que essa situação possui um ótimo pontapé inicial como um primeiro exercício em uma sequência didática que inicia a discussão sobre a soma dos quadrados de dois termos.

Para que os alunos consigam resolver esse problema envolvendo cálculo de áreas de figuras geométricas, é preciso estarem familiarizados com conceitos fundamentais, como o cálculo da área de um quadrado, e tenham uma compreensão básica de multiplicação. No entanto, podem surgir algumas dificuldades durante esse processo. Por exemplo, os alunos podem encontrar desafios na interpretação dos problemas, Silva, Silva e Feitosa (2024) apontam que "uma das principais dificuldades, dentro desse campo, é a resolução de problemas geométricos, utilizando outros campos, como, por exemplo, o algébrico ou o numérico, como é o caso do conceito de área e perímetro". Identificar corretamente a figura geométrica em questão também pode ser um problema, já que há uma possibilidade de confusão entre um quadrado e um losango, visto que em uma das alternativas, há um quadrado inclinado.

Possíveis resoluções dos alunos (corretas e incorretas):

A partir da análise preliminar realizada, conseguimos observar algumas dificuldades que podemos modelizar em alguns teoremas em ação, conforme enunciamos a seguir.

Bellemain e Lima (2002) destacaram que é frequente os estudantes confundirem os conceitos de perímetro e área. Por exemplo, alguns alunos podem misturar seu entendimento sobre perímetro com a fórmula da área do quadrado. Em nosso contexto, ao lidar com um quadrado, os alunos poderiam, equivocadamente, substituir a fórmula correta $LxL = L^2$ por

 $LxLxLxL = L^4$, ou até mesmo confundir com o cálculo do perímetro, resolvendo L + L + L + L = 4L.

A obra de Soares (2018) aborda a potencial confusão nas operações envolvidas no cálculo da área de um quadrado, onde alguns alunos podem erroneamente pensar que a área é simplesmente a soma dos lados do quadrado.

Além disso, a autora expôs que alguns estudantes podem aplicar incorretamente a fórmula da área do quadrado, confundindo a operação L^2 com 2xL.

Assim, podemos modelizar esses teoremas em ação falsos:

- T1 Se tenho um quadrado de lado L, então sua área será L + L + L + L = 4L.
- T2 Se tenho um quadrado de lado L, então sua área será $LxLxLxL = L^4$.
- T3 Se tenho um quadrado de lado L, então sua área será 2xL = 2L.

Os alunos podem aplicar corretamente a fórmula da área do quadrado, o que podemos modelizar como teoremas em ação verdadeiro, conforme enunciamos a seguir:

T4 - Se tenho um quadrado de lado L, então sua área será $LxL = L^2$.

E, se o quadro/papel for quadriculado, então o aluno pode resolver a questão contando o número de quadrados unitários dentro do quadrado.

O objetivo da segunda situação é levar os alunos a refletirem sobre os métodos que utilizaram para determinar os valores que preencheram os espaços em branco na situação anterior. Isso inclui identificar se aplicam corretamente os conceitos de área e as fórmulas apropriadas, bem como se conseguem reconhecer possíveis erros que cometeram e assim corrigi-los.

Figura 2: 2º Situação Problema.

2ª SITUAÇÃO Como você fez para determinar os valores que foram postos nos espaços?

Fonte: Elaborado pelos autores.

Para resolver essa questão, os alunos devem ter entendido os conceitos de área de figuras geométricas, nesse caso, o quadrado. Além disso, devem estar familiarizados com a fórmula que calcula sua área. Eles também devem ter consciência dos possíveis erros que possam ter cometido ao resolver os problemas anteriores.

No entanto, alguns alunos podem ter dificuldades em refletir sobre o processo que utilizaram para resolver a questão anterior, especialmente se não estiverem acostumados a analisar seu próprio trabalho e identificar possíveis erros. Alunos com dificuldades de

autoavaliação podem não conseguir reconhecer e corrigir erros que cometeram ao resolver a situação anterior.

Possíveis resoluções dos alunos (corretas e incorretas):

Os alunos podem explicar como determinaram os valores para preencher os espaços em branco ao calcular a área de cada figura conforme discutido anteriormente. Isso os capacita a identificar os passos corretos seguidos e a aplicação adequada dos conceitos de área. No entanto, alguns alunos podem resolver corretamente o exercício anterior, mas não conseguirem explicar os passos utilizados.

Além disso, há a possibilidade de os alunos que cometeram erros ao resolver a questão anterior reconhecerem e explicarem seus enganos. Por exemplo, podem identificar se multiplicaram os lados do quadrado para encontrar o perímetro em vez da área, ou se aplicaram incorretamente a fórmula da área do quadrado. Eles também podem perceber se houve erros nos cálculos realizados.

A terceira e última situação proposta, conforme apresentada na Figura 3, tem como objetivo introduzir de maneira intuitiva o conceito do quadrado da soma de dois termos, relacionando-o a uma situação do mundo real em que o aumento do comprimento e da largura de um campo de cultivo é representado por uma expressão algébrica.

3° SITUAÇÃO

Uma agricultora está planejando expandir o espaço do seu campo de cultivo. Ela tem uma área retangular com comprimento x metros e largura 12 metros. Ela está considerando aumentar o comprimento em 12 metros adicionais e a largura em x metros adicionais. Como a área do campo de cultivo será afetada se a agricultora adicionar 12 metros ao comprimento e x metros à largura?

x m

12 m

Figura 3: 3º Situação Problema.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Para resolver essa situação, os alunos devem ter uma compreensão sobre polinômios (monômio, binômio e trinômio) e saber como adicionar ou aumentar valores em expressões algébricas. Além disso, é importante que conheçam a multiplicação de polinômios e tenham noção da propriedade distributiva. Não é necessário que tenham conhecimento prévio específico sobre o quadrado da soma de dois termos, pois essa situação é projetada para introduzir esse conceito de forma intuitiva.

No entanto, os alunos podem ter dificuldades em identificar como as mudanças no comprimento e na largura do campo se relacionam com a expansão de uma expressão quadrática e, além disso, em interpretar o exercício proposto, pois, "É necessário que os alunos consigam interpretar o enunciado, os seus dados, a sua proposta, e considerar que estruturar as informações é fundamental para criar estratégias de resolução de diferentes modos, incluindo a verificação das soluções" (Soares, 2018, p. 21).

Possíveis resoluções dos alunos (corretas e incorretas):

Esperamos que os alunos percebam que a área do campo de cultivo após essas adições pode ser representada pela expressão $(x+12)^2$, em que x representa o comprimento original e 12 representa a largura original. A ideia é que os alunos desenvolvam corretamente essa expressão utilizando o quadrado da soma de dois termos de maneira intuitiva, obtendo $x^2+24x+144$, e interpretam que isso representa a nova área do campo de cultivo.

Os alunos podem desenvolver corretamente a expressão, o que podemos modelizar como teoremas em ação verdadeiro, conforme enunciamos a seguir:

T5 - Se aumento o comprimento do campo de cultivo em 12 metros adicionais e a largura em x metros adicionais, então a área do campo de cultivo será $(x+12)^2 = x^2+24x+144$.

Os alunos podem cometer erros ao interpretar a situação e representá-la em termos algébricos. Por exemplo, podem tentar adicionar x e 12 separadamente ao comprimento e à largura original do campo, resultando em uma expressão incorreta.

Outro equívoco possível é confundir os conceitos de comprimento e largura, como ao adicionar 12 metros à largura e x metros ao comprimento, resultando na expressão $(12 + 12) \cdot (x + x) = 48x$.

Além disso, os alunos podem cometer erros de interpretação no exercício, multiplicando a medida que deveria ser adicionada em vez de simplesmente adicioná-la. Por exemplo, poderiam erroneamente calcular $(12 * x) + (12 * x) = 144x^2$.

Assim, podemos modelizar esses teoremas em ação falsos:

- T6 Se aumento o comprimento do campo de cultivo em 12 metros adicionais e a largura em x metros adicionais, então a área do campo de cultivo será a soma do que foi adicionado.
- T7 Se aumento a largura do campo de cultivo em 12 metros adicionais e o comprimento em x metros adicionais, então a área do campo de cultivo será $(12 + 12) \cdot (x + x) = 48x$.
- T8 Se aumento o comprimento do campo de cultivo em 12 metros adicionais e a largura em x metros adicionais, então a área do campo de cultivo será $(12 * x) + (12 * x) = 144x^2$.

Portanto, a mediação do professor durante a execução desta sequência é de suma importância, especialmente para fomentar o pensamento crítico dos alunos, por meio de questionamentos que os motivem a explorar novas perspectivas e a construir seu próprio conhecimento.

6. Considerações Finais

Este artigo detalha o desenvolvimento de uma sequência didática focada no quadrado da soma de dois termos, parte integrante de um projeto de mestrado em Educação Matemática na UFMS. Baseando-se na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e na metodologia da Engenharia Didática, a pesquisa oferece uma abordagem sistemática para abordar as dificuldades dos alunos ao lidar com este conceito algébrico complexo. A análise preliminar revelou que muitos estudantes enfrentam desafios devido à abstração necessária e à precisão exigida na manipulação algébrica. Por meio de um levantamento bibliográfico e análise de documentos normativos como os PCN e a BNCC, o estudo se embasa em fundamentos educacionais sólidos.

A sequência didática desenvolvida utiliza situações para introduzir o conceito aos alunos, explorando desde a aplicação em contextos geométricos até sua utilidade na resolução de equações. Em conclusão, espera-se que esta proposta inspire, assim como nós, outros educadores a adotar metodologias semelhantes, promovendo a melhoria contínua do ensino da matemática e contribuindo para o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais nos alunos.

7. Agradecimentos

Gostaria de expressar nossos profundos agradecimentos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro fornecido através da bolsa de financiamento durante este período. Sua contribuição foi fundamental para a realização deste trabalho.

Referências

ARTIGUE, M. (1988): "Ingénierie Didactique". **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308.

BRASIL. MEC. SEF. Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental e Médio. Natal: SBHMata, 2002.

DARIO, É. M. R. V. **Produtos notáveis no 8º ano do Ensino Fundamental II:** contribuições da utilização de diferentes recursos didáticos. 2017. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontificia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/20579. Acesso em: 26 abr. 2024.

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. Araribá mais Matemática - 9º ano (Manual do Professor). Editora Moderna, 2018.

JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. A conquista da Matemática - 8º ano (Manual do Professor). Editora FTD, 2018.

LONGEN, A. Apoema: Matemática - 9º ano (Manual do Professor). Editora do Brasil, 2018.

MELLO, A. G. C. Metodologia de Pesquisa. Palhoça: Unisul, 2006.

SILVA, L. A. da; SILVA, L. C. da; FEITOSA, F. E. da S. CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA SOBRE OS CONCEITOS DE FRAÇÃO, PRODUTOS NOTÁVEIS, ÁREA E PERÍMETRO. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, Brasil, v. 12, p. e24022, 2024. DOI: 10.26571/reamec.v12.16543. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/16543. Acesso em: 27 abr. 2024.

SOARES, T. P. PRODUTOS NOTÁVEIS: APLICAÇÃO DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS. 2018. 74f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Cruz, Ilheus-BA. 2018. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat-tcc.php?id1=4296&id2=160110917. Acesso em: 27 abr. 2024.

VERGNAUD, G. Multiplicative Conceptual Field: What and Why? In: HAREL, Guershon; CONFREY, Jere (Orgs.). **The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics.** Albany, NY: State University of New York Press, 1994, p. 41–60.

ZABALA, A. A Prática Educativa: como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.