



CERTO OU ERRADO, EIS A RESOLUÇÃO: EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE A POSTERIORI DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA SOBRE O QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

Themis Corrêa Veras de Lima
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - UFMS
themiscorreaverasdelima@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0009-3871-7465>

Ana Carolina R. R. de Freitas
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - UFMS
profanacfreitas@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0009-7807-2622>

Resumo:

Este artigo é uma extensão de uma atividade da disciplina de Didática da Matemática, parte do curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), temos como objetivo analisar a resolução dos alunos em uma atividade centrada no conceito do quadrado da soma de dois termos, verificando a lógica subjacente utilizada por eles para chegar às respostas, independentemente de serem corretas ou incorretas. No artigo é discutido a importância de analisar os processos cognitivos dos alunos durante a resolução de problemas, destacando a necessidade de entender suas trajetórias de pensamento para ajustar práticas pedagógicas e desenvolver habilidades de pensamento crítico. A experimentação foi realizada com alunos do 9º ano em uma escola municipal em Costa Rica-MS. Os resultados mostraram que os alunos enfrentaram dificuldades para iniciar as questões. No entanto, a discussão em grupo revelou que alguns alunos assumiram papéis de liderança, promovendo o engajamento e a justificativa dos métodos utilizados. Essa prática docente evidenciou a importância da análise dos resultados dos alunos e a necessidade de ajustes nos planejamentos de aula para atender melhor às necessidades dos alunos.

Palavras-chave: Quadrado da soma de dois termos; análise a posteriori; processo cognitivo; resolução de problemas; análise dos resultados dos alunos.

1. Introdução



Este artigo é uma extensão de uma atividade realizada na disciplina de Didática da Matemática, parte do curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). O objetivo da atividade foi elaborar uma sequência didática focada no conceito de quadrado da soma de dois termos, uma das identidades dos produtos notáveis. Esta pesquisa está direcionada às fases de experimentação e análise a posteriori, que alinhadas com outras (análise preliminar, análise *a priori*) compõem as fases da Engenharia Didática, oferecendo um método mais estruturado ao planejamento, desenvolvimento e avaliação de práticas de ensino-aprendizagem.

A Engenharia Didática, desenvolvida por Michèle Artigue e seus colegas na França, é uma metodologia usada na pesquisa de didática da matemática. Ela fornece um modelo rigoroso e sistemático para criar, implementar, analisar e avaliar intervenções didáticas. Embora tenha sido especialmente desenvolvida para a matemática, pode ser aplicada em outras disciplinas também. A abordagem de Artigue visa integrar teoria e prática, ajudando professores a desenvolverem e testarem sequências de ensino baseadas em teorias educacionais sólidas.

A Engenharia Didática possui quatro fases principais: análise preliminar, concepção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*. Na análise preliminar, o foco é identificar e entender o problema didático, revisando a literatura existente e os conhecimentos prévios dos alunos. Na concepção e análise *a priori*, são criadas hipóteses e uma sequência de ensino, antecipando possíveis dificuldades e soluções. A fase de experimentação envolve a aplicação da sequência em sala de aula, observando as interações dos alunos. Por fim, na análise *a posteriori*, os dados coletados são analisados para avaliar a eficácia da intervenção e ajustar as hipóteses iniciais. Esse ciclo contínuo melhora constantemente as práticas didáticas, tornando o ensino mais eficaz.

A matemática é uma ciência essencial para a vida no mundo atual. Ela nos permite exercer nossa cidadania em uma sociedade capitalista. No nosso dia a dia, encontramos conceitos básicos de matemática em diversas situações, como ao pagar as compras no mercado, na construção de uma casa desde a planta baixa feita pelo arquiteto, e até na cozinha, ao seguir uma receita antiga de família. A matemática está presente, tornando seu aprendizado indispensável.

Neste contexto, aprender o quadrado da soma é fundamental porque esse conceito é amplamente utilizado em diversas áreas da matemática e suas aplicações práticas, além de ser o conteúdo que a professora introduziria com a turma que escolhemos para a experimentação. O quadrado da soma nos ensina a expandir expressões algébricas e a simplificar cálculos, facilitando a resolução de problemas mais complexos. Além disso, compreender o quadrado da

soma é essencial para o estudo de polinômios, álgebra linear e cálculo, servindo como base para disciplinas mais avançadas. No cotidiano, essa habilidade pode ser aplicada em situações como a análise de dados financeiros, a otimização de processos e a resolução de problemas de engenharia, mostrando-se uma ferramenta valiosa para a tomada de decisões informadas.

Entendendo a relevância desses conceitos matemáticos, esta pesquisa buscou apresentar uma sequência didática bem estruturada para complementar a abordagem do quadrado da soma de dois termos em sala de aula. Ao fornecer aos professores uma metodologia clara, pretende-se aumentar o engajamento dos alunos e melhorar sua compreensão. Neste contexto, segundo Vergnaud (1990, p. 145) “Uma sequência didática bem elaborada é crucial para enfrentar os desafios do ensino da matemática, promovendo um aprendizado mais significativo e gratificante para alunos e professores”.

A palavra professor vem do latim, e significa *aquele que declara em público*, que passa o conhecimento através do ensinar. O processo de ensino e aprendizagem é um grande desafio, cheio de seus altos e baixos, exigindo flexibilidade e criatividade do educador. Nem sempre as coisas saem como o planejado, e para o professor de matemática, lidar com o desinteresse dos alunos em sua disciplina e falta de compreensão se torna rotina. Conforme a publicação no site agência Brasil (Brasil, 2022), a matemática é a disciplina mais difícil para os alunos. Já no site G1 (Tenente, 2023) declara que 7 de cada 10 alunos não sabem resolver problemas matemáticos simples. Com esses dados e tantos outros expostos em jornais, revistas e internet, a prática docente do *aquele que declara em público* não parece ser tão simples assim, ainda mais no contexto matemático.

Mesmo diante dos esforços contínuos para melhorar a qualidade da educação, ainda há uma lacuna na compreensão dos processos cognitivos e lógicos que os alunos utilizam ao resolver atividades em sala de aula. Muitas vezes, as atividades e/ou avaliações focam apenas nos resultados finais, classificando respostas como corretas ou incorretas, sem considerar as trajetórias de pensamento que levaram a essas respostas, não fornecendo informações suficientes sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos e as estratégias que utilizam para resolver problemas. Kamii (1991, p. 64) afirma que “se as crianças cometem erros é porque, geralmente, estão usando sua inteligência a seu modo. Considerando que o erro é um reflexo do pensamento da criança, a tarefa do professor não é a de corrigir, mas de descobrir como a criança fez o erro.”

Como resultado, as práticas pedagógicas podem não ser adequadamente ajustadas para atender às necessidades específicas dos alunos, comprometendo a eficácia do ensino e o desenvolvimento de habilidades essenciais de pensamento crítico e resolução de problemas.

Esta pesquisa se justifica pela necessidade de aprofundar a compreensão sobre os processos cognitivos e lógicos que os alunos utilizam ao resolver atividades centradas no conceito de quadrado da soma de dois termos. A análise detalhada das resoluções dos alunos, independentemente de serem corretas ou incorretas, oferece resultados qualitativos sobre as estratégias de pensamento e as dificuldades encontradas durante a aprendizagem.

Neste sentido, temos como objetivo com essa pesquisa, analisar a resolução dos alunos em uma atividade centrada em introduzir o conceito de quadrado da soma de dois termos, verificando a lógica subjacente utilizada por eles para chegar às respostas, independentemente de serem corretas ou incorretas. A análise das respostas dos alunos oferece uma oportunidade relevante de observar diretamente os métodos e raciocínios empregados durante a resolução de problemas. Isso é essencial para detectar padrões de pensamento, identificar dificuldades comuns e entender as estratégias que levam ao sucesso ou ao erro. Compreender essas dinâmicas é fundamental para desenvolver abordagens educacionais mais eficazes, que atendam às necessidades individuais dos alunos e promovam um aprendizado mais profundo e significativo.

Visamos ainda, como proposta deste artigo, avaliar a coerência dos processos utilizados pelos alunos para resolver as atividades, compreender os processos cognitivos envolvidos nas resoluções dos alunos e refletir sobre a maioria das dificuldades encontradas pelos alunos ao resolver atividades relacionadas ao conceito abordado nesta pesquisa.

Ao avaliar o processo lógico, os professores podem identificar lacunas no conhecimento dos alunos. Por exemplo, um aluno pode chegar a uma resposta correta, mas seu processo lógico pode revelar conceitos mal compreendidos ou inconsistências em seu raciocínio. Ao entender como eles compreendem o conceito de quadrado da soma de dois termos, os educadores podem fornecer orientação mediadora para construção do conhecimento dentro do processo ensino-aprendizagem.

2. Referencial teórico

A teoria dos campos conceituais é fundamental para entender como os alunos constroem e utilizam conhecimentos em situações de aprendizagem. Nesta teoria, os invariantes operatórios, que incluem conceitos em ação e teoremas em ação, são fundamentais para descrever a conduta do sujeito. “Um conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação. Um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação” (Vergnaud, 2009, p.23).

As discussões e a promoção de justificativas de respostas permitem que os alunos articulem e testem seus conceitos em ação e teoremas em ação. Ao verbalizar seus raciocínios e confrontá-los com os de seus colegas, os alunos têm a oportunidade de validar ou refinar seus invariantes operatórios.

Durante a análise *a priori*, recursos como livros didáticos, documentos normativos e pesquisas voltadas para o tema que queríamos analisar foram de suma importância para a construção dos problemas propostos, mencionados na metodologia deste trabalho. A dissertação de Soares (2018) enfatiza que muitos estudantes enfrentam dificuldades para compreender e assimilar a álgebra, frequentemente devido à falta de percepção de sua aplicabilidade prática no cotidiano. O autor também observa que os alunos frequentemente cometem erros ao utilizar fórmulas como o quadrado da soma, resultando em cálculos incompletos. Entre os erros comuns estão a troca de operações, a realização incorreta de adições e a omissão de termos importantes na fórmula expandida, como tratar $(a + b)^2$ como $(a^2 + b^2)$.

Na análise dos Livros Didáticos (LDs) examinados, Júnior e Castrucci (2018) chamam a atenção, pois abordam o conceito de Produto Notáveis de maneira prática e contextualizada, utilizando a montagem de vitrais como analogia. Os estudantes são incentivados a montar vitrais seguindo modelos específicos e, em seguida, a calcular a área do vidro usando expressões algébricas. Após essa introdução, o livro explora detalhadamente o conceito de polinômios, explicando a parte literal e os coeficientes. Exemplos são apresentados em forma algébrica, seguidos por exercícios que reforçam os conceitos introduzidos, alinhando-se de forma consistente com o conteúdo teórico.

Longen (2018), por outro lado, introduz o conceito do quadrado de um número através de exemplos de potenciação. O autor começa com o cálculo de $13^2=169$ e apresenta diferentes formas de representar 13^2 , incluindo decomposições em quadrados e retângulos. O livro segue com exemplos que generalizam o conceito para trinômios quadrados perfeitos, embora os exercícios se concentrem principalmente em aplicação mecânica dos conceitos. No livro de Longen (2018), o conteúdo é introduzido de forma lúdica através de um programa de TV fictício, onde conceitos como o quadrado da diferença são discutidos de maneira interativa. A professora Cida guia os alunos mediante exemplos envolvendo números como 12 e 21, ilustrando a decomposição e o cálculo do quadrado da soma. O livro utiliza recursos visuais como o material dourado para reforçar o entendimento, culminando em exemplos práticos que consolidam os conceitos abordados.

Essas abordagens nos LDs examinados revelam diferentes estratégias para o ensino do quadrado da soma de dois termos, desde contextos práticos e aplicados até métodos mais

lúdicos e interativos, refletindo a diversidade de abordagens no campo da engenharia didática. Com base no que foi analisado nos LDs criamos 3 situações para a experimentação e análise *a posteriori*, fases da nossa sequência didática.

3. Metodologia

Durante as aulas da disciplina de Didática da Matemática, fomos desafiados a criar ou analisar uma sequência didática. Organizados em grupos, optamos por desenvolver uma sequência sobre o quadrado da soma de dois termos. Após extensa pesquisa e leitura, elaboramos três situações para a fase experimental, cuidando para entender como o conceito era abordado em diferentes materiais didáticos. A leitura de artigos, livros didáticos e normativas desempenharam um papel importante ao nos guiar nesse processo. As três situações propostas na experimentação também serão apresentadas como uma 1^a parte da Sequência Didática (análise preliminar e análise *a priori*) por outros autores (participantes do nosso grupo da atividade realizada na disciplina de Didática da Matemática) no Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática (SESEMAT).

A fase de experimentação na Engenharia Didática é crucial para validar as hipóteses e os materiais didáticos previamente desenvolvidos. Segundo Zabala (1998, p. 75), "a experimentação constitui um momento em que o docente pode observar de maneira direta como os alunos interagem com o conteúdo e com as atividades propostas". Durante essa fase, são aplicadas sequências didáticas em situações reais de ensino, permitindo ao pesquisador recolher dados sobre o desempenho dos alunos e a eficácia das estratégias de ensino.

A primeira situação que criamos visava introduzir o conceito de quadrado da soma de dois termos, utilizando o contexto da área de um quadrado. Realizamos uma análise prévia das teorias que os alunos poderiam aplicar para resolver as questões propostas, buscando garantir uma base sólida para o desenvolvimento das atividades experimentais.

Figura 1: 1º Situação Problema.

SITUAÇÕES PROPOSTAS

1ª SITUAÇÃO
Qual a sua sugestão para o preenchimento dos quadrados abaixo?

A)  Área = ___ m²

B)  Área = ___ m²

C)  Área = ___ m²

Fonte: Elaborado pelas autoras.

O objetivo desta atividade é revisitar os conceitos fundamentais de área de figuras planas, que já foram abordados previamente com os alunos. Além disso, é essencial que os estudantes apliquem corretamente os conceitos de multiplicação para resolver os problemas propostos.

Na segunda situação apresentada, nosso objetivo é estimular os alunos a pensar de forma crítica e descrever o método que escolheram para resolver o primeiro problema apresentado. Desejávamos que eles desenvolvessem o raciocínio ao determinar o passo a passo de suas ações, embora reconheçamos que alguns alunos podem encontrar dificuldades ao avaliar suas próprias estratégias.

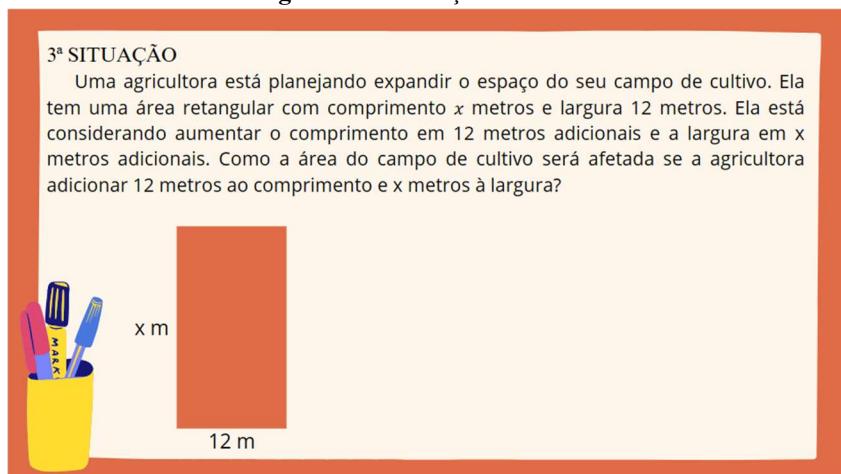
Figura 2: 2º Situação Problema.

2ª SITUAÇÃO
Como você fez para determinar os valores que foram postos nos espaços?

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Apesar de parecer simples, descrever o caminho seguido pode ser esclarecedor. Em algumas situações, isso permite que o aluno identifique seus erros ou confirme a correção ao revisar o processo aplicado na questão anterior.

Figura 3: 3º Situação Problema.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

A terceira e última situação problema busca introduzir o conceito de quadrado da soma de dois termos por meio de uma expressão algébrica, utilizando um contexto relacionado ao meio agrícola dos alunos participantes do experimento. Nesta etapa, é essencial que os estudantes já possuam habilidades para desenvolver polinômios e compreendam a propriedade distributiva da multiplicação.

Durante o período do segundo bimestre, as autoras deste artigo se deslocaram até uma escola municipal, na cidade de Costa Rica - Mato Grosso do Sul, com o intuito de realizar a experimentação com os alunos em duas turmas de 9º anos nas aulas de matemática. Foram usadas quatro aulas para a realização do experimento, sendo duas em cada turma. Todos os alunos presentes desenvolveram as três situações propostas durante o período da primeira aula; já na segunda aula, apenas os estudantes que tinham a autorização do responsável para o uso de imagem e voz participaram. Separamos os alunos em 4 grupos para que estes dialogassem e discutessem os seus resultados alcançados. No total foram 54 alunos autorizados, os quais citamos alguns ao decorrer da pesquisa com nomes de plantações do agronegócio da região da cidade de Costa Rica e do estado MS, a fim de preservar as identidades dos indivíduos.

Após a fase de experimentação, a análise *a posteriori* é realizada para interpretar os dados coletados e avaliar os resultados obtidos. Vergnaud (1990, p. 62) destaca a importância dessa fase, afirmando que "a análise *a posteriori* oferece uma compreensão profunda sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos e a eficácia das intervenções pedagógicas". Esta etapa permite identificar pontos fortes e fracos das sequências didáticas aplicadas, fornecendo subsídios para ajustes e melhorias futuras. Ambas as fases, experimentação e análise *posteriori*, são integradas no ciclo da Engenharia Didática para garantir um processo contínuo de refinamento das práticas pedagógicas.

4. Resultados e discussão

Por mais que os alunos já tinhiam visto o conteúdo de produtos notáveis algumas aulas antes da experimentação, durante o desenvolvimento das três situações, em ambas as salas, perguntas e questionamentos como “*O que? Não estou entendendo nada*”, “*Você tem certeza que isso é produtos notáveis?*”, “*Posso somar x^2 com x?*”, “*Eu não sei de mais nada*” e “*E agora?*” foram comuns. Inicialmente pudemos perceber uma grande dificuldade dos estudantes em como iniciar a questão, mesmo que esta fosse aparentemente intuitiva.

Ao analisar os vídeos e áudios do diálogo e também as expressões e sinais dos alunos podemos perceber que nos grupos de discussões sempre havia um aluno que tomava a liderança para conduzir a discussão, realizando questionamentos e instigando os colegas a participarem. O total de grupos de discussões analisados foram 4. Dentre os grupos analisados, Seringueira liderou o debate em um deles, seguindo com as dúvidas na ordem em que as questões foram apresentadas. Este grupo analisava a resposta de todos, justificavam o porquê daquele resultado e buscavam que o indivíduo que desenvolveu diferente justificasse o motivo, desse modo Eucalipto justificou suas respostas para as letras “a” e “b” da primeira situação ressaltando que “*todos os lados do quadrado são iguais*”, por isso preencheu o valor da área como o valor de um único lado do quadrado; já Cana-de-açúcar se dispôs a explicar o seu pensamento para a resolução “*multipliquei $l^2 \cdot l^2$ e somei os expoentes resultando no número 4*”. Por outro lado, Milho usou o seguinte raciocínio para a letra “a” da primeira situação “*eu olhei e vi que do lado direito é 1 e o de cima 1, então os outros lados opostos também devem ser 1*”, neste sentido o aluno considerou somente dois lados do quadrado, mas ao invés de multiplicar, ele somou os dois lados.

Em relação à primeira situação, letra *c*, apenas Algodão havia realizado de forma diferente a questão. Quando questionado sobre o método usado, ele declarou que o usou “*porque não é o perímetro, é o preenchimento*”, ou seja, a área do quadrado. Em seguida os colegas entenderam seu raciocínio e Seringueira completou com “*Você pensou em multiplicar? é uma lógica boa, mas como era soma do quadrado pensei em somar*”, sendo este o teorema em ação falso, que a maioria dos alunos usaram para a resolução da primeira questão.

O erro de Seringueira, assim como a maioria dos alunos desta pesquisa, ao somar os lados ao invés de multiplicá-los revela um teorema em ação incorreto, ou seja, uma proposição que ele considerou verdadeira durante a resolução do problema, mas que não era adequada. Na teoria de Vergnaud (1982), os erros são vistos como oportunidades para identificar quais invariantes operatórios precisam ser ajustados ou reforçados.

Quando questionados em relação ao desenvolvimento da 3º situação, Café, líder em outro grupo, buscava explicar aos seus colegas que por mais que o resultado deles não estivesse igual ao seu, isso não determinava como erro. No desenvolvimento de Café, o resultado obtido foi $x^2 + 24x + 144$, enquanto de seus colegas, como por exemplo, Soja ou Feijão haviam obtido o resultado $144 + 24x + x^2$, ou $24x + 144 + x^2$, onde Café os orientou dizendo “*Eu entendi seu raciocínio*” e “*Sim, é sua distributiva que está diferente*”. Entender que o resultado é o mesmo independente da ordem apresentada parece ser difícil para os alunos, talvez porque em muitos casos cobramos o mesmo modelo de resultados, não permitindo que estes entendam que a ordem em alguns casos não importa.

A 3º situação evidenciou diversos teoremas em ação falsos, como perímetro, método utilizado por Algodão para resolver a questão “*foi um erro de caligrafia... matemática*” admitiu quando Seringueira questionou o que ele havia feito para chegar no resultado $24x$; “*Foi isso que eu fiz, $12x + 12x = 24x$* ” completou. Alguns colegas se identificaram com a resposta de Algodão, foi quando Seringueira disse que havia usado o método da distributiva, e também acrescentou não entender porque na distributiva os colegas usaram a soma. Então Algodão respondeu: “*Porque é o quadrado da soma*”. Já Celulose não se atentou que era para encontrar a nova área do campo, então se dedicou a encontrar o valor de “ x ”, imaginando ser o dobro da largura (12m), mas junto com seu resultado afirmou “*Nem eu sei a lógica que usei*”.

5. Considerações finais

A presente pesquisa identificou desafios significativos enfrentados pelos alunos na compreensão e aplicação do quadrado da soma de dois termos nas três situações propostas por meio de uma Sequência Didática.

Os conceitos e teoremas em ação, embora nem sempre corretos, permitiram entender o raciocínio dos alunos. Os erros cometidos por eles fornecem uma visão clara de como estão compreendendo (ou não compreendendo) o conceito do quadrado da soma de dois termos. O erro de Seringueira, como muitos de seus colegas, ao somar em vez de multiplicar os lados do quadrado, assim como outros teoremas em ação falsos identificados, são valiosos para diagnosticar e ajustar os processos de ensino e aprendizagem.

A resistência em aceitar diferentes formas de apresentar o mesmo resultado, como observado na 3ª situação, sugere uma rigidez na interpretação do conceito matemático em estudo. Isso aponta para a necessidade de práticas pedagógicas que possam intervir, refletindo sobre a possível ocorrência da flexibilidade na compreensão do conceito.

Essa prática docente evidenciou a importância da análise dos resultados dos alunos, que nesse estudo foi promovida por meio de discussões e justificativas dos educandos em relação aos seus resultados, e a necessidade de ajustes nos planejamentos de aula para atender melhor às necessidades dos alunos.

6. Agradecimentos

Eu, Themis Corrêa Veras de Lima, agradeço ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá (IFAP) e ao grupo de pesquisa Núcleo de Investigação em Educação Matemática e Sociedade (NIEMS - <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/3372123318939369>) a qual faço parte, pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho de pesquisa.

Eu, Ana Carolina Rosa Rodrigues de Freitas, agradeço à escola, pais e alunos que permitiram que a experimentação e análise *a posteriori* fossem realizadas. Declaro também que o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

- ARTIGUE, M. (2002). **Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work.** International Journal of Computers for Mathematical Learning, 7(3), 245-274.
- ARTIGUE, M. (2009). **Didactical design in mathematics education.** Nordic Studies in Mathematics Education, 14(3), 7-16.
- BRASIL. **Matemática é a disciplina mais difícil para alunos do ensino médio.** Agência Brasil, 2022. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/radioagencia-nacional/educacao/audio/2022-05/matematica-e-disciplina-mais-dificil-para-alunos-do-ensino-medio>. Acesso em: 10 jul. 2024.
- GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. **Araribá mais Matemática - 9º ano (Manual do Professor).** Editora Moderna, 2018.
- JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática - 8º ano (Manual do Professor).** Editora FTD, 2018.
- KAMII, Constance. **A criança e o número:** Implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. Campinas: Papirus, 1991.
- LONGEN, A. **Apoema: Matemática - 9º ano (Manual do Professor).** Editora do Brasil, 2018.
- SILVA, L. A. da; SILVA, L. C. da; FEITOSA, F. E. da S. CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA SOBRE OS CONCEITOS DE FRAÇÃO, PRODUTOS NOTÁVEIS, ÁREA E PERÍMETRO. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática,** Cuiabá, Brasil, v. 12, p. e24022,

2024. DOI: 10.26571/reamec.v12.16543. Disponível em:
<https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/16543>. Acesso em: 10 jun. 2024.

SOARES, T. P. **PRODUTOS NOTÁVEIS: APLICAÇÃO DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.** 2018. 74f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Cruz, Ilheus-BA. 2018. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=4296&id2=160110917. Acesso em: 27 abr. 2024.

TENENTE, F. **7 de cada 10 alunos brasileiros de 15 anos não sabem resolver problemas matemáticos simples, mostra Pisa.** G1, 5 dez. 2023. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2023/12/05/7-de-cada-10-alunos-brasileiros-de-15-anos-nao-sabem-resolver-problemas-matematicos-simples-mostra-pisa.ghtml>. Acesso em: 10 jul. 2024.

VERGNAUD, G. **Psicologia Cognitiva e do Desenvolvimento e Pesquisas em Educação Matemática:** algumas questões teóricas e metodológicas. Conferência para o grupo de Estudos em Educação Matemática, Kingston, Queen's University, 1982 (trad. de J. V. Weiss e F. H. Mandel).

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels.** Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Editora CRV, Curitiba, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998.