



As veias abertas da Educação Matemática: cosmopercepções curriculares

OSTENSIVOS E A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE COORDENADAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Filipe André Cruz Adegas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
filipe.andre@ufms.br
<https://orcid.org/0000-0002-8644-7262>

Marilena Bittar
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
marilenabittar@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-9989-7871>

Resumo:

Neste artigo, apresentamos uma análise de livros didáticos centrada na construção do conceito de coordenadas no plano cartesiano. Utilizamos os resultados de uma pesquisa em desenvolvimento realizada pelo primeiro autor do artigo no mestrado em Educação Matemática que, em virtude dos dados produzidos, permitiu um novo olhar para os elementos presentes na atividade matemática relacionada ao ensino de coordenadas cartesianas. Analisamos coleções de livros didáticos dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, de mesma autoria, aprovadas no período de vigência dos Parâmetros Curriculares Nacionais e que continuaram aprovadas com a Base Nacional Comum Curricular. A análise foi realizada à luz da Teoria Antropológica do Didático e direcionamos nosso foco à definição do conceito de objetos ostensivos. Os resultados evidenciam, entre outros, as diferentes maneiras pelas quais o conceito de coordenadas é construído desde os primeiros anos escolares e os diferentes ostensivos utilizados nesse processo até chegar à representação matemática de pares ordenados no plano cartesiano, que se torna o principal ostensivo utilizado para representar pontos e passa a ser utilizado inclusive para a resolução de tarefas de outros objetos matemáticos.

Palavras-chave: Coordenadas; Plano cartesiano; Livro didático; Teoria Antropológica do Didático; Ostensivos.

1. Introdução

Escrever é como um navegar em um mar de ideias. Uma linha escrita é o resultado de múltiplos pensamentos e podemos escrevê-la utilizando múltiplos instrumentos: um computador, lápis, caneta, papel, dentre outros. Se quisermos descrever sobre o espaço onde vivemos podemos pensar essa descrição de várias maneiras, baseando-nos em aspectos naturais, pontos de referência ou utilizar conceitos matemáticos para representá-lo. Uma das maneiras de representar o espaço e a localização de forma matemática é por meio do sistema de coordenadas cartesianas. Mas como o conceito de coordenadas é construído? Que elementos os autores de livros didáticos usam para mostrar aplicações e explicar o conceito de coordenadas?

Apoio:



Tais questões se fizeram presentes ao longo da nossa pesquisa de mestrado em desenvolvimento voltada à análise praxeológica de livros didáticos sobre o ensino do plano cartesiano. Analisamos coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) à época dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e que permaneceu aprovada com a atual Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Realizamos a análise praxeológica das obras dos anos iniciais e finais do ensino fundamental (EF) de cada período de tempo, por serem esses os anos escolares em que se concentra o ensino do plano cartesiano.

Neste artigo refletimos sobre a presença dos diferentes objetos ostensivos (Chevallard, 1994) mobilizados no estudo de coordenadas cartesianas nas coleções analisadas, buscando compreender a função destes ostensivos para o processo de ensino dos estudantes do ensino fundamental. Para isso, apresentamos os ostensivos presentes nos anos iniciais e finais do EF.

2. A Teoria Antropológica do Didático

Para Chevallard (1998) toda e qualquer atividade humana pode ser modelada por meio de uma tarefa. Representar pontos no plano cartesiano por meio de pares ordenados é uma tarefa e representar regiões na malha quadriculada por coordenadas com letras e números é outra tarefa semelhante à tarefa anterior. Por estarem tratando do mesmo assunto, podemos dizer, a princípio, que tais tarefas são do mesmo tipo: determinar as coordenadas de um local. Para solucioná-las, mesmo sendo do mesmo tipo cada tarefa mobiliza uma técnica distinta que depende do objetivo da atividade: representar pontos por meio de pares ordenados é diferente de representar uma região na malha quadriculada usando coordenadas de letras e números que indicam segmentos. Para mostrar a validade dessas técnicas é preciso uma justificativa, que nem sempre estará explícita, haja vista que para justificar uma técnica é preciso um discurso, uma tecnologia para validar a sua funcionalidade. Por sua vez, a tecnologia é justificada pela teoria, caracterizada como “o argumento usado para explicar por que uma determinada tecnologia funciona, por isso seu caráter é mais abrangente, abstrato e desconectado das tarefas e técnicas em certos momentos”. (Kaspary, 2014, p. 43)

O exemplo citado anteriormente ilustra o quarteto praxeológico definido na Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1998). Esse modelo praxeológico é utilizado para descrever qualquer atividade humana desenvolvida dentro de uma instituição¹ e é composto por: tipos de tarefas (T), técnicas para solucionar as tarefas de cada tipo (τ), tecnologias (θ) que

¹ Uma instituição I é um dispositivo social que impõe às pessoas que ocupam uma posição em I modos de fazer e de pensar próprios (Chevallard, 1992). O livro didático pode ser considerado um representante da instituição editora, que por sua vez está sujeita à instituição Brasil, que estabelece leis sobre o currículo e os livros didáticos.

garantem a validade das técnicas e teoria (Θ) que justifica a tecnologia. Este quarteto é representado por $[T, \tau, \theta, \Theta]$ e separando-o em dois grupos, há o bloco do saber-fazer ou prático-técnico $[T, \tau]$ e o bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber $[\theta, \Theta]$.

Toda atividade humana, aqui tratando especificamente da atividade matemática, está envolta em diferentes conceitos/elementos os quais atribuímos um significado e que podem ser manipulados ou reconhecidos utilizando algum meio material, e para isso, Chevallard (1994) define os objetos ostensivos e não ostensivos. Ao pensarmos na explicação de um conceito podemos fazer uso de diferentes gestos, sons ou utilizar símbolos, itens aos quais temos acesso ou que podemos tatear ao longo da atividade matemática e que representam conceitos/teoremas, elementos que habitam o campo das ideias. Os elementos que possuem uma materialidade são chamados de *objetos ostensivos*, e os demais são denominados *objetos não ostensivos*.

Nós falaremos de objeto ostensivo [...] para nos referirmos a todo objeto tendo uma natureza sensível, uma certa materialidade, e que, por isso, adquire para o ser humano uma realidade perceptível. Esse é o caso de um objeto material qualquer e, notadamente, de objetos materiais particulares que são os sons [...], os grafismos [...] e os gestos. Os objetos não ostensivos são então todos os “objetos” que, como as ideias, as intuições ou os conceitos, existem institucionalmente – no sentido em que lhe atribuímos uma existência – sem, entretanto, poderem ser vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por si mesmos: eles só podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos associados (uma palavra, uma frase, um grafismo, uma escrita, um gesto ou um longo discurso).

(Bosch e Chevallard, 1999, p. 10)

Portanto, estudar e analisar os objetos ostensivos e não ostensivos constitui parte importante para compreendermos a atividade matemática. Ao considerarmos as ferramentas ou os papéis que os ostensivos e não ostensivos possuem na atividade matemática, isso nos leva ao conceito de *valência instrumental*. Ilustraremos esse conceito com o seguinte exemplo: no início do estudo sobre localização um autor de livro didático propõe a utilização de um mapa dividido em linhas e colunas, que receberam indicações com letras e números naturais. O objetivo desse mapa é desenvolver a noção de localização indicando-as por meio de coordenadas com letras e números naturais, por exemplo, (A, 7). Esse ostensivo é eficaz para mapas pequenos, mas se pensarmos em mapas maiores chegará o momento em que a indicação de coordenadas dessa maneira será ineficaz, dada a quantidade finita de letras do alfabeto. Ou ainda, com as letras e números não é possível utilizar valores decimais para as coordenadas e representar gráficos de equações, necessitando outro ostensivo para atender tal demanda.

Assim, a valência instrumental nos permite entender a potencialidade de determinado ostensivo para ser utilizado em uma prática e a substituição por outro ostensivo ao longo da atividade matemática. “Nesse cenário podemos entender também como se dá a substituição de

diferentes ostensivos, até então necessários para responder determinada tarefa, por outros ostensivos que os “abreviam”, os “compactam”, de alguma forma”. (Kaspary, 2014, p. 48)

3. O piloto do avião e o tamanho do espaço a ser localizado

Iniciaremos nossa discussão acerca do conceito de coordenadas por meio de uma analogia que nos permite visualizar a presença de certos ostensivos na atividade matemática relacionada a esse conceito. Considere o tipo de tarefas T1: Determinar a localização de um país no mapa mundi via coordenadas geográficas e o tipo de tarefas T2: Localizar regiões na malha quadriculada dadas as posições com letras e números naturais.

Se queremos responder T1, precisaremos conhecer as coordenadas geográficas para elaborar uma técnica e descrever a localização, por exemplo, da Espanha no mapa mundi. Para alguém cuja relação pessoal com a Geografia seja vazia será um processo complexo, pois requer conhecimentos sobre coordenadas geográficas. Focaremos nosso olhar em parte desse processo e baseados nos conhecimentos que alguém mobilizaria ao ver um mapa comum.

Começaremos com um viajante que queira saber a localização da Espanha em um mapa que contém as indicações em graus dos paralelos e meridianos, sendo essa uma tarefa do tipo T1. Para isso, podemos analisar os paralelos e meridianos que cortam o território espanhol e descrever a localização desse país em termos geográficos simples. Com isso o viajante poderá saber a localização da Espanha e as linhas imaginárias que cortam esse país, e essa busca é feita por meio de movimentos e manipulações.

Agora, pensemos na tarefa “Localize a região de coordenadas (B, 3)” pertencente ao tipo T2. Podemos enunciar uma técnica de resolução: desenhe uma malha quadriculada separando cada linha e coluna com a mesma distância, indique cada coluna com uma letra, enumere cada linha de forma unitária e com o auxílio de uma régua encontre a região que é a intercessão da coluna B com a linha 3 e pinte a região localizada.

Considere agora um piloto de avião que precisa fazer um pouso de emergência na cidade de Madrid, e precisa informar o ponto exato onde irá realizar o pouso. Tal exemplo ilustra outra tarefa do tipo T1, mas que não pode ser solucionada somente com a técnica empregada pelo viajante. Em um pouso de emergência além de indicar as coordenadas em graus é preciso incluir os minutos e segundos, haja vista que o aeroporto pode estar a uma certa distância da linha imaginária de referência (o meridiano de Greenwich, por exemplo). Sendo assim, a mudança da técnica foi provocada pelo contexto da situação, que no caso do piloto precisava de uma localização minuciosamente detalhada do aeroporto de Madrid para não haver erros no pouso.

Para o piloto, nessa situação não basta apenas saber a localização da cidade de Madrid (uma região), mas sim a localização exata do ponto onde irá pousar o avião no aeroporto da cidade.

De forma semelhante, se estivermos diante da tarefa do tipo T2 “Localize uma região que esteja na linha 15, e na 27^a coluna” haverá uma dificuldade. Ao utilizar letras para representar as colunas dessa malha quadriculada, não seria possível localizar uma região além da coluna Z, que seria a 26^a coluna, e por isso essa tarefa nos mostra a necessidade da mobilização de outras técnicas com maior alcance e de instrumentos que permitam representar a localização dessa região. O plano cartesiano é um instrumento adequado nessa situação por permitir a localização de pontos cujas coordenadas possuem somente valores numéricos e com números reais. Pelo fato de serem infinitos, as coordenadas com números reais não impedem a construção de malhas maiores e permite enumerar as linhas e colunas seguindo escalas distintas ou com valores decimais, no caso de pontos que estejam entre dois valores inteiros.

Dos exemplos que citamos, podemos extrair algumas considerações. Mesmo que o objetivo seja localizar pontos ou regiões em um mapa, observa-se a mobilização de técnicas distintas, que mobilizaram diferentes ostensivos de acordo com a situação. No caso das tarefas do tipo T2, a maneira como nomeamos os eixos de um sistema de coordenadas implica no tamanho máximo que essa malha poderá ter. Olhando para as tarefas do tipo T1, quanto mais exata for a localização que queremos representar mais informações é preciso mobilizar. Assim, os ostensivos presentes em uma técnica são um dos fatores que contribuem para determinar o seu alcance, sua valência instrumental. Mas, e se um ostensivo com baixa valência instrumental é substituído ou abandonado no decorrer da atividade matemática em prol de outros ostensivos que permitem técnicas mais estáveis, qual sua razão de ser nesse processo? Chevallard (1994) destaca que os ostensivos com baixa valência instrumental permitem sustentar a construção de outros ostensivos que permitem a modelização de técnicas com maior eficácia. Por exemplo, o ostensivo *malha quadriculada com letras e números* é um primeiro contato com as noções de coordenadas, que permitirá ao estudante compreender o conceito futuro de pares ordenados. Há uma evolução na praxeologia, em que o trabalho desenvolvido com a malha quadriculada de letras e números é incorporado no plano cartesiano com os eixos x e y numerados.

Portanto, baseados nos exemplos que trouxemos podemos perceber que os ostensivos permitem a diferenciação de técnicas a serem empregadas em diferentes tarefas do mesmo tipo e a observar a construção de um conceito. Destarte, essas ideias passaram a ser parte integrante da produção de dados da nossa pesquisa em desenvolvimento, sobre os quais nos apoiamos para continuar a discussão sobre objetos ostensivos e o conceito de coordenadas cartesianas.

4. Metodologia

A fim de entender como se dá a construção do conceito de coordenadas cartesianas em todo o ensino fundamental, optamos por realizar uma análise de livros didáticos à luz da TAD. Buscamos caracterizar o ensino do plano cartesiano ao longo do ensino fundamental em dois períodos de tempo e analisar as semelhanças/diferenças com o objetivo de entender por que motivos estas podem ter ocorrido e como alteraram o ensino desse objeto matemático. Analisamos coleções de mesma autoria aprovadas à época dos PCN e com a atual BNCC, “pois tomamos como hipótese que em coleções de mesma autoria haveria uma coerência interna, uma continuidade do ensino proposto”. (Verbisck, 2019, p. 66)

Dessa busca escolhemos quatro edições da coleção A Conquista da Matemática, de autoria de José Ruy Giovanni Júnior: duas referentes aos anos iniciais do EF aprovadas nos PNLD de 2007 e 2023 e duas referentes aos anos finais aprovadas nos PNLD de 2002 e 2024. Folheamos cada página dos livros em busca de palavras que remetem ao conceito de coordenadas, como “posições”, “pontos”, “regiões”, “par ordenado”. A análise praxeológica dessas obras revelou detalhes em comum quando estudamos o ensino do plano cartesiano e evidenciou a importância dos ostensivos na atividade matemática.

5. Resultados e discussão

Nesta seção, detalharemos a construção do conceito de coordenadas cartesianas por meio dos ostensivos presentes nas coleções de livros analisadas, primeiro analisando os ostensivos presentes nos anos iniciais e depois os ostensivos presentes nos anos finais do EF. Ressaltamos que nas obras aprovadas à época dos PCN não encontramos menções às coordenadas nos anos iniciais, razão pela qual o leitor notará a ausência de menções às obras aprovadas no PNLD/2007, e nas obras dos anos finais aprovadas no PNLD/2002 todo esse estudo se dá apenas no livro do 9º ano.

5.1. As coordenadas na malha quadriculada

Iniciaremos nossa apresentação destacando a construção do conceito de coordenadas que, nos anos iniciais do EF é feito com o uso da malha quadriculada formada por letras e números. A figura 1 mostra o início desse estudo na obra do 2º ano aprovada no PNLD/2023.

Figura 1: Início do estudo sobre coordenadas.

<p>LOCALIZAÇÃO NA MALHA QUADRICULADA</p> <p>1. Júlio fez um desenho, na malha quadriculada, para representar a localização da casa dele e explicar para Gustavo que a casa fica perto da escola. Observe.</p> <p>Gustavo, indique cada linha da malha quadriculada por um número e cada coluna por uma letra.</p> <p>Entendi, Júlio. Sua casa fica na posição C4.</p> <p>Agora, faça o que se pede.</p> <p>a) A casa de Júlio está em qual posição na malha? Marque um X no local correto.</p> <p>b) O que se localiza na posição D2? Marque um X na resposta correta.</p> <p>c) Em que posição se localiza a farmácia na malha quadriculada? <u>F1</u></p>	<p>2. Desenhe na malha abaixo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • uma em B1. • um em C5. • um em E3. • um em A2. <p>3. Milena e Raul montaram um quebra-cabeça, mas algo deu errado.</p> <p>a) Contorne as peças que estão localizadas nas posições erradas</p> <p>b) Em que posição essas peças deveriam estar?</p> <p>A peça que está em B6 deveria estar em D3, e a que está em D3, em B6.</p>
--	---

Fonte: A Conquista da Matemática, 2021, volume 2, p. 46 e p. 47.

A divisão de uma malha quadriculada em regiões formadas pelas linhas e colunas e a utilização de desenhos oportunizam uma melhor compreensão da identificação de coordenadas. Esses desenhos estão presentes em todos os volumes dos anos iniciais das obras aprovadas no PNLD/2023 e no volume do 9º ano de 2002. O autor se preocupou em trazer uma aplicação do conceito de coordenadas no quotidiano ao relacioná-lo com a ideia de endereços usando ostensivos de mapas com itens familiares (comércios e casas). Tais ostensivos assumem o papel de serem os pontos de referência marcados na malha quadriculada, que atua como um ostensivo usado para representar a localização. Analisando o conceito, ao longo desses anos, a ideia de coordenadas é vista como a representação de regiões na malha quadriculada, e não de pontos.

As questões 2 e 3 ilustram a potencialidade de um mesmo ostensivo ser utilizado para tarefas com objetivos distintos. Essas questões têm por objetivo localizar uma figura dadas as coordenadas das regiões e de determinar as coordenadas corretas da região das peças em um quebra-cabeça que foram encaixadas erroneamente, e permitem evocar as ideias futuras sobre localização de pontos dados os pares ordenados e determinação de pares ordenados de pontos já localizados no plano cartesiano.

Em outras tarefas dos anos iniciais, há ainda a utilização do conceito de coordenadas de regiões aplicado ao traçado de trajetos na malha quadriculada. Os ostensivos figurais são utilizados para representar as coordenadas da região de partida e de chegada e para representar cada região percorrida, descrevendo o trajeto. Em algumas questões também foi utilizado o ostensivo *planilhas eletrônicas* no estudo da localização e representação de regiões por coordenadas. Inferimos que o ostensivo *planilhas eletrônicas* esteve presente nas coleções aprovadas com a BNCC devido ao contexto tecnológico atual e pela BNCC propor um ensino com práticas diversas, inclusive com o uso de recursos tecnológicos (figura 2).

Figura 2: Trajetos e planilhas eletrônicas e as coordenadas de regiões.

2. Observe o esquema representado abaixo.

a) Indique os prédios que estão localizados em: A2, C7, F3 e H8.

Escola, teatro, biblioteca e parque.

b) No esquema da página anterior, trace um caminho que passe pelos locais indicados a seguir:
A2, A3, B3, B4, B5, C5, D5, E5, E6, F6, G6, G7, G8 e H8.
Esse caminho partiu de que prédio? E chegou aonde?

Partiu da escola e chegou ao parque.

2. Paula trabalha no posto de saúde e organizou em uma planilha eletrônica os dados de quem se vacinou recentemente no posto.

	A	B	C
1	Nome	Vacina contra febre amarela	Vacina contra sarampo
2	João da Silva	sim	sim
3	Marina Ribeiro	sim	sim
4	Carlos Pereira	não	não
5	Mônica Pascoal	não	não

Observe a planilha e responda.

a) Qual é a informação presente na célula B2? O que ela significa?
Sim. Significa que João da Silva tomou a vacina contra febre amarela.

b) Qual é o nome da pessoa que se vacinou contra febre amarela e sarampo? Marina Ribeiro.

c) Em qual célula essa informação está localizada? A3

Fonte: A Conquista da Matemática, 2021, volume 4, p. 222 e volume 5, p. 203.

Portanto, esses são os ostensivos utilizados para introduzir a ideia de coordenadas antes da institucionalização do conceito de plano cartesiano nas coleções dos anos iniciais aprovadas após a BNCC e no início do volume do 9º ano aprovado à época dos PCN. Ao todo, a ideia de coordenadas relacionada à representação de regiões esteve presente 35 tarefas identificadas.

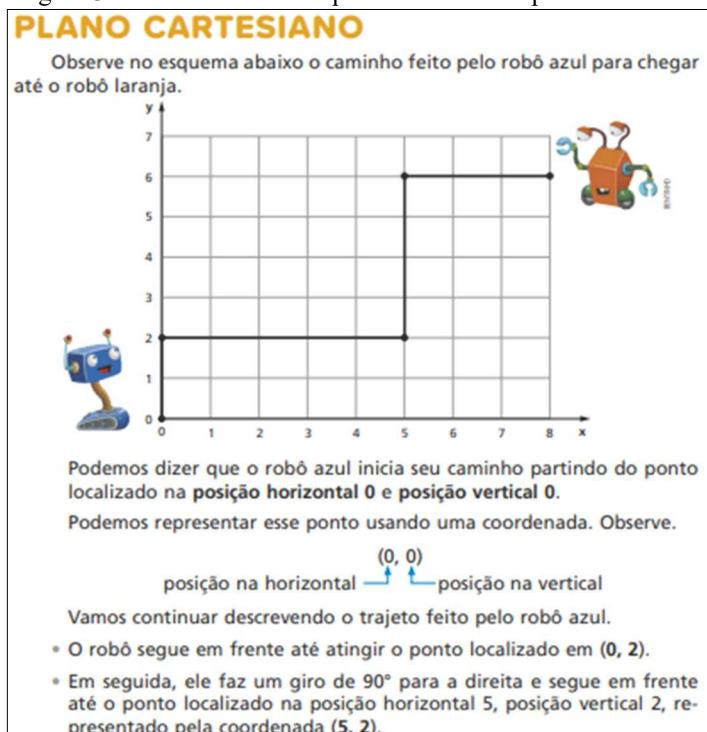
Na próxima seção continuaremos nossa discussão do conceito de coordenadas analisando os ostensivos presentes após o primeiro contato com o conceito de plano cartesiano.

5.2. As coordenadas no plano cartesiano

O trabalho com a malha quadriculada e os ostensivos figurais é fundamental na coleção analisada para compreender o conceito de coordenadas. Contudo, a baixa valência instrumental desses ostensivos é percebida quando nos deparamos com os conceitos relacionados ao plano cartesiano. Nesta seção, analisaremos essa evolução praxeológica ocorrida após a apresentação

do conceito de plano cartesiano e o surgimento de novos ostensivos nos anos finais. Iniciaremos a discussão com a figura 3, extraída do livro do 5º ano aprovado no PNLD/2023.

Figura 3: Início do estudo do plano cartesiano e pares ordenados.



Fonte: A Conquista da Matemática, 2021, volume 5, p. 204.

Trata-se de uma tarefa sobre trajetos, e é o primeiro momento que o termo *plano cartesiano* aparece na coleção atualizada para a BNCC. A representação de regiões e os ostensivos figurais de locais são substituídos pela representação matemática de ponto e o ostensivo *malha quadriculada com letras e números* é substituído pelo plano cartesiano apenas com o 1º quadrante. A partir desse momento as coordenadas deixam de representar regiões e passam a ser somente a representação de pontos, definindo o que são pares ordenados.

Afim de expandir o conceito de coordenadas, trazemos a tarefa da figura 4, que é o primeiro contato com a praxeologia a ser proposta para o ensino do plano cartesiano na obra do 9º ano aprovada no PNLD/2002. Essa mesma tarefa está presente no livro do 6º ano aprovado no PNLD/2024 para revisar o que foi estudado sobre coordenadas até o 5º ano, e nessa tarefa o ostensivo *mapa* aparece como um ostensivo usado para explicar o conceito de pares ordenados.

Nesse exemplo os pontos localizados são representados pelos personagens da situação-problema, e os eixos do plano cartesiano são representados pelas ruas e quarteirões, com a praça central sendo o ponto de origem (figura 4).

Figura 4: Início do estudo sobre o plano cartesiano em 2002.

Em cidades planejadas é mais fácil localizar um ponto qualquer. Vamos supor que o mapa abaixo represente o centro de uma cidade planejada. Três amigos, Ana, Beto e Carlos, combinaram de se encontrar no centro da praça XV de Novembro. Ana está na esquina indicada pela letra A. Beto na esquina indicada pela letra B e Carlos na esquina indicada pela letra C.



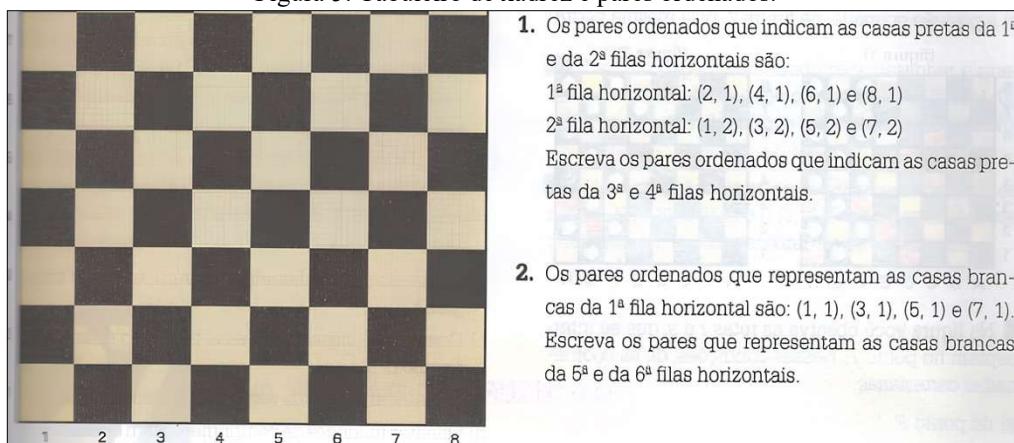
Tomando como referência o centro da praça XV de Novembro, podemos dizer que:

- ✓ Ana está na esquina do Cine Jóia indicada pela letra A, que fica 4 quadras à direita e 2 quadras acima do centro da praça XV.
- ✓ Beto está na esquina do restaurante do Lago indicada pela letra B, que fica 5 quadras à esquerda e 3 quadras abaixo do centro da praça XV.
- ✓ Carlos está na esquina do Parque das Crianças indicada pela letra C, que fica 1 quadra à direita e 2 quadras abaixo do centro da praça XV.

Fonte: A Conquista da Matemática, 1998, volume 4, p. 101.

De acordo com o manual do professor da obra do 9º ano aprovada no PNLD/2002, esses ostensivos pictográficos têm por objetivo habituar o estudante à técnica de como identificar as coordenadas, e nessa mesma obra há o uso do tabuleiro de xadrez como um outro ostensivo para introduzir o conceito de pares ordenados (figura 5).

Figura 5: Tabuleiro de xadrez e pares ordenados.



Fonte: A Conquista da Matemática, 1998, volume 4, p. 105.

No caso do tabuleiro de xadrez, novamente as coordenadas estão se referindo a regiões, e esses dois ostensivos são rapidamente abandonados conforme o estudo do plano cartesiano

avança. A baixa valência instrumental desses ostensivos é evidenciada pelo fato de permitirem a utilização apenas do 1º quadrante e de não ser possível utilizar números decimais para as coordenadas, no caso de pontos que estejam entre dois valores inteiros.

Para atender tal demanda, após o estudo dos números inteiros o plano cartesiano com os quatro quadrantes em sua representação matemática passa a ser o principal ostensivo usado, e o conceito de coordenadas cartesianas passa a estar presente no estudo de outros objetos matemáticos, como a construção de gráficos de funções. No livro do 9º ano de 2002, pelo fato de os números inteiros já terem sido estudados no 7º ano, as coordenadas são estudadas sempre com o plano cartesiano com os quatro quadrantes, o ostensivo matemático com alta valência instrumental que constitui um ostensivo final após o conceito de coordenadas cartesianas ter sido desenvolvido ao longo dos anos. Ao todo, identificamos 377 tarefas que utilizam as coordenadas relacionadas à representação de pontos distribuídas ao longo das coleções.

6. Considerações finais

O reconhecimento de um objeto matemático em uma instituição revela aspectos das relações entre os sujeitos que a compõem, bem como dos processos que sustentam esse reconhecimento. Observamos uma evolução praxeológica para que se possa reconhecer a existência do conceito de coordenadas, inicialmente tida como a representação de regiões e posteriormente como a representação de pontos, analisando por meio dos ostensivos.

No quadro 1 reunimos os ostensivos identificados por ano em que estiveram presentes.

Quadro 1: Ostensivos identificados na análise.

Ostensivo/ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	9º ano (2002)
Quebra-cabeça para indicar regiões									
Desenhos como pontos									
Malha quadriculada									
Tabelas e planilhas									
Mapas/tabuleiro de xadrez									
Plano cartesiano									

Fonte: Elaborado pelos autores.

Podemos perceber como o autor das coleções adaptou o ensino e a utilização dos ostensivos tendo como base os documentos oficiais e as características dos estudantes em cada etapa do desenvolvimento ao utilizar ostensivos figurais no início e o ostensivo matemático ao final. Pontuamos a mudança ocorrida com a BNCC, uma vez que agora as coordenadas são estudadas durante todo o ensino fundamental, de forma obrigatória.

Mesmo com essa mudança curricular, é interessante verificar que ao longo do tempo os ostensivos utilizados no ensino das coordenadas continuam praticamente os mesmos, à exceção dos que remetem à tecnologia. Todavia, todos culminam com a utilização dos pares ordenados de números reais como um ostensivo final, com alta valência instrumental e que passa a integrar o conjunto de técnicas das tarefas de outros objetos matemáticos. Com os ostensivos pudemos detalhar a construção de um conceito, de técnicas de resolução e tivemos a oportunidade de analisar uma das maneiras que o conceito de coordenadas pode ser construído ao longo do EF, o que pode suscitar estudos acerca do modelo dominante sobre o ensino desse conceito.

Agradecimento: trabalho realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

- BOSCH, Marianna, CHEVALLARD, Yves. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'estude et problématique.** Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensé Sauvage-Éditions. v.19, n.1, p. 77 – 124, 1999. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=35>. Acesso em: 12 abr. 2025.
- CASTRUCCI, Benedicto; GIOVANNI, José Ruy & JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A Conquista da Matemática.** Obra em quatro volumes do 6º ao 9º ano. Editora FTD, 1998.
- CHEVALLARD, Yves. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique. Recherches em Didactique des Mathématiques,** v 19, n 2, pp. 221-266, 1998. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27>. Acesso em: 7 abr. 2025.
- CHEVALLARD, Yves. **Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique.** Actes du Séminaire Intervention au Séminaire de l'Associazione Mathesis, pp. 190-200, 1994. Disponível em: >http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125>. Acesso em 15 abr. 2025, com paginação 1- 9.
- JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A Conquista da Matemática.** Obra em cinco volumes do 1º ao 5º ano. Editora FTD, 2022.
- JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A Conquista da Matemática.** Obra em quatro volumes do 6º ao 9º ano. Editora FTD, 2021.
- KASPARY, Danielly Regina. **Análise da Proposta de Ensino de uma Coleção de Livros Didáticos Para Operações de Adição e Subtração de Números Naturais.** 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS. Campo Grande, MS, 2014.
- KASPARY, Danielly Regina.; BITTAR, Marilena. **Ostensivos como ingrediente primário do estudo da evolução praxeológica.** In: A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos, 2018, 1 ed. Curitiba: CRV, 2018. p. 405 - 419.