

UMA ANÁLISE DAS TÉCNICAS UTILIZADAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA REPRESENTAR UMA FRAÇÃO EM SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO A RELAÇÃO PARTE-TODO

Cristiano da Silva dos Anjos¹

Antonio Sales²

Resumo: O propósito deste estudo foi descrever, analisar e avaliar as práticas de alunos do 5º ano do ensino fundamental, de uma escola pública de Nova Andradina, relativas ao estudo das frações. Para isso, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa do tipo etnográfico, tendo como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático. A pesquisa está em andamento, mas os dados parciais indicam que os alunos utilizaram técnicas trabalhadas em sala de aula e fundamentaram o processo nos conhecimentos vivenciados durante as aulas.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático. Praxeologia. Momentos de Estudo. Etnografia. Objetos Matemáticos.

1 Introdução

A presente pesquisa partiu do interesse de investigar e compreender os processos didáticos que influenciam a construção de uma organização matemática limitada ao estudo das frações. Para isso, tomamos como objeto de estudo o desenvolvimento das técnicas utilizadas por alunos do ensino fundamental para representar uma fração em situações-problema envolvendo a relação parte-todo.

Os problemas propostos tinham por objetivo evidenciar as técnicas e os respectivos argumentos tecnológicos que pudessem caracterizar os diferentes momentos de estudo vivenciados pelos alunos durante a atividade matemática.

Para descrever os momentos de estudo, buscamos ferramentas na Teoria Antropológica do Didático (TAD), que propiciou, através de uma abordagem qualitativa, a análise dos fenômenos didáticos que surgiram no processo de estudo direcionado pela construção de uma praxeologia matemática. Escolhemos seguir os princípios do método etnográfico devido à sua ligação com a

¹ Graduado em Matemática pela Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS) e Professor da Rede Estadual de Ensino em Nova Andradina, MS. silvanjos10@hotmail.com

² Doutor em Educação e Professor da UEMS em Nova Andradina, MS. a.sales@terra.com.br

TAD, em relação ao aspecto antropológico, o qual favoreceu a compreensão da realidade do grupo de alunos em seu ambiente natural – a sala de aula –, onde se faz presente o professor regente como coordenador do processo de estudo.

Esclarecemos que o termo “didático” está sendo usado com o sentido que lhe confere Yves Chevallard, referindo-se a qualquer um dos “aspectos do processo de estudo”. Na sequência, estaremos expondo suas concepções no campo da didática da matemática, definida como a “ciência do estudo e da ajuda para o estudo da matemática” (CHEVALLARD, 2001, p. 77).

2 Referencial teórico

Para a realização desta pesquisa, tomou-se como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard, Bosch e Gascón (2001). Essa teoria está fundamentada na prática do estudo da matemática, conduzida de forma particular ou em grupo, que se propõe a estudar ou ajudar outros no processo. Os elementos presentes em tal prática do estudo das atividades matemáticas são entendidos como uma praxeologia matemática. Nessa concepção, uma praxeologia é o resultado das construções humanas e sociais, porém tem por finalidade tornar eficaz a ação humana, em geral, e no que diz respeito ao estudo da matemática, em particular. A teoria cuida também de descrever o saber e as atividades matemáticas, além do que ela denomina momentos de estudo.

Nesse sentido, uma praxeologia surge como resposta a um determinado tipo de questão, que se materializa numa organização matemática composta por: tipos de problemas ou tarefas problemáticas; tipos de técnicas que permitem resolver os tipos de problemas; tecnologias que descrevem, explicam e justificam as técnicas utilizadas; e a teoria que fundamenta e organiza os discursos tecnológicos.

Para uma atividade matemática, os autores citados consideram dois níveis distintos, porém inseparáveis. Em um deles estão as tarefas e as técnicas que compõem o bloco das práticas; o outro contém as tecnologias e as teorias, compondo o bloco teórico. O primeiro está relacionado com o “saber fazer” matemático, isto é, o jeito de fazer, que chamamos de prática ou, em grego, a *praxis*. O segundo inclui os elementos que justificam as ações realizadas e um discurso fundamentado, sobre a prática, a que os gregos chamam de *logos*. Desse modo, a ação do “saber fazer” e o discurso mantêm uma relação de interdependência, fortalecendo a validade

às técnicas empregadas. E assim, a junção dos termos em grego – *praxis* e *logos* – resulta na palavra praxeologia.

Na perspectiva da TAD, não há práxis sem logos e não há logos que não produza uma prática, o que implica admitir que para toda ação humana há uma explicação, racional ou não, apresentada pelo sujeito. Dessa forma, deixa-se evidente a inseparabilidade existente entre o “fazer” e o “explicar” no contexto de uma atividade matemática.

Nos parágrafos anteriores, o significado do termo praxeologia é formulado através dos elementos relacionados com a TAD, tornando-se uma palavra-chave para essa teoria. Porém Sales (2010) salienta que há várias interpretações para uma praxeologia, sendo ela sujeita aos objetivos do autor e sua área de conhecimento. Apesar disso, o foco de uma praxeologia está direcionado para o estudo de uma ação humana de forma particular ou em geral.

3 Objetos matemáticos

De acordo com a TAD, o estudo da matemática consiste na “manipulação” de objetos matemáticos. Tais objetos são divididos em duas categorias: ostensivos e não ostensivos, isto é, os que são perceptíveis pelo sentido e os que consistem nas ideias que são representadas pelos objetos percebidos. O termo ostensivo tem origem no verbo latino *ostendere*, que significa mostrar-se ou tornar-se visível (CASABÓ, 2001).

Chevallard (2001) considera que todo aquele que desenvolve a ação de estudar é direcionado pela resolução de um tipo de problema. E conforme o pensamento de Casabó (2001), as tarefas, as técnicas, os elementos descritivos, justificativos e as teorias são construídos para esse processo com base nos objetos não ostensivos, que permitem a existência dos ostensivos institucionalmente apropriados numa percepção visual e ainda os tornam compreensíveis para aquele que os manipulam. Por essa razão, a autora ressalta que os ostensivos e os não ostensivos afetam todos os componentes que formam uma praxeologia matemática.

Os registros na língua materna, os registros geométricos, aritméticos, algébricos, gestuais, pictóricos e verbais são exemplos de objetos ostensivos, isto é, os objetos que se materializam. É através deles que “manipulamos” as ideias matemáticas como função, fração, reta e plano, entre outras. Não há correspondência biunívoca entre essas duas categorias de objetos, pois tanto pode ocorrer de um ostensivo ser usado para “manipular” vários não ostensivos como pode ocorrer de

um não ostensivo corresponder a mais de um ostensivo (HARIKI *apud* SALES, 2010; CASABÓ, 2001).

No entanto convém ter em mente que alguns objetos ostensivos são mais adequados em determinadas circunstâncias. Por exemplo: V (cinco, em algarismo romano) tem menor potencial operatório ou valor instrumental do que 5 (algarismo indo-arábico), embora para outros fins os dois possam ter o mesmo valor instrumental.

4 Tipos de tarefas relacionadas ao estudo de fração

Segundo a TAD, uma praxeologia é composta pelo quaterno (T, τ , θ , Θ), que se traduz como tipos de tarefas (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). Alguns tipos de tarefas relacionados com o estudo das frações podem ser indicados como segue: representar uma fração, operar com fração de mesmo denominador, comparar frações, simplificar frações e assim por diante.

No 5º ano do ensino fundamental, a noção de número racional é explorada através de representações, fracionária e decimal, e da compreensão de alguns significados de frações em situações-problema com as seguintes interpretações: relação parte-todo, quociente, razão e operador (BRASIL, 1998). Do ponto de vista da TAD, cada uma dessas representações e interpretações gera tipos de tarefas (T) que compõem parte da praxeologia matemática no campo das frações.

Convém ressaltar que no caso particular, levamos em conta apenas os elementos pertinentes à organização matemática através da análise dos objetos ostensivos e não-ostensivos que foram evocados nos momentos de estudo por meio do tipo de tarefas: representar uma fração indicando a relação que existe entre um número de partes e o total de partes (relação parte-todo).

5 Momentos de estudo

Por momentos de estudo, conforme Chevallard (1999) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001), entende-se como uma prática realizada em diferentes etapas, cujo procedimento é uma realidade funcional, que não depende necessariamente de uma sequência linear ou de uma cronologia pré-estabelecida, podendo ser desenvolvida por um estudante, um coordenador de estudo, um pesquisador ou simplesmente alguém que se propõe a estudar matemática ou ajudar

alguém na busca de possíveis respostas para um problema matemático, seja ele de origem educacional ou de situações do cotidiano de forma geral.

Nesse contexto, uma pessoa estuda quando assume a responsabilidade pela a solução de um problema (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001 *apud* SALES, 2010). Para isso, mobiliza seus conhecimentos matemáticos e busca informações pertinentes na elaboração de uma resposta para o problema. De certa forma, mesmo que seu trabalho seja realizado com eficiência, não pode garantir uma certificação da sua resposta; por argumentos próprios, sua atividade matemática deve ser constituída por fundamentos matemáticos reconhecidos pelas instituições. Por esse motivo, utiliza-se de instrumentos matemáticos adequados já existentes e aprovados como forma de potencializar a validação dos resultados obtidos.

Para esse processo, a TAD destaca três aspectos de uma atividade humana relativa à ação de estudar matemática. Um deles está ligado à utilização de ferramentas matemáticas já conhecidas, aplicando tais conhecimentos matemáticos na resolução de problemas que surgem em situações rotineiras. Outro ponto que se verifica é determinado quando os instrumentos matemáticos apropriados são desconhecidos por aquele que busca estratégias próprias para resolver um problema. Surge daí a necessidade de aprender matemática para responder às questões propostas.

Nesse caso, a solução é recorrer aos instrumentos disponíveis, como consultar livros, artigos ou sites que abordem o problema em questão. Outra possibilidade seria procurar um matemático que ajude no processo de estudo, viabilizando ferramentas matemáticas que favoreçam a resolução do problema de uma forma inteligível.

Decorrente esse fato, pode-se tomar um caso particular: o trabalho do professor que desempenha o papel de ensinar matemática, oferecendo ajuda a seus alunos no processo de estudo. Para isso, disponibiliza caminhos viáveis, de modo que os educandos possam resolver as questões, mesmo que para eles sejam desconhecidas no primeiro momento.

Por último, considera-se a produção matemática de um pesquisador profissional, cujo trabalho científico dá origem a uma nova matemática, a qual promove o surgimento de novos tipos de situações matemáticas e extramatemáticas, que estão ligados a novos modelos de estudo ou novas utilizações de modelos já existentes. De alguma forma, um aluno que se propõe a resolver um problema, até então desconhecido para ele, pode estar fazendo uma nova

matemática, não no contexto geral, mas num contexto particular (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

Em todos os casos, o que está em jogo é o estudo da matemática, e esse estudo se desenvolve, de acordo com a TAD, em seis momentos não necessariamente cronológicos. Porém, nesse processo didático, estão presentes certos tipos de situações indispensáveis, mesmo percorrendo diferentes caminhos na (re)construção de uma praxeologia matemática.

O primeiro momento parte do encontro com os objetos matemáticos referentes a um tipo de problema, ou até mesmo um “reencontro” com determinada tarefa, porém dessa vez apresenta-se em contexto diferente ou em um nível mais avançado. “Há casos em que já se estudou sobre determinado tema sem a preocupação de fazer dele objeto de reflexões posteriores” (SALES, 2010, p. 45).

A partir daí, surge o segundo momento, o exploratório. Tal ação está direcionada inicialmente na elaboração de uma técnica que satisfaz um caso particular. Para essa fase, são mobilizados conhecimentos e saberes para resolver a tarefa, seguindo assim o aparecimento de pelo menos um embrião de técnica, que poderá ser aperfeiçoado e estendido em sua utilidade a qualquer tarefa relativa àquele tipo de questão em estudo.

Como toda técnica necessariamente vem acompanhada de uma justificativa, prossegue desse modo o terceiro momento: o entorno tecnológico-teórico relativo às técnicas exploradas anteriormente. O quarto momento é o trabalho da técnica, que deve torná-la mais organizada e eficaz. Juntamente com esse trabalho, há necessidade de fazer alguns reparos à tecnologia elaborada até então. Segue assim com tais ajustes e adequações, na busca de definir os elementos que compõem uma organização matemática, e para essa prática denomina-se o quinto momento – a institucionalização.

Com efeito, espera-se obter nesse processo uma praxeologia matemática em sua totalidade para aquele momento específico de estudo, como se fosse um engenheiro que por meio de etapas chegasse ao final da construção de um prédio ou de uma obra qualquer. Porém percebe-se a necessidade de frequentes retoques da obra por questões de desgaste ao longo do tempo ou para suprir alguma necessidade de ordem social.

Nesse sentido, a TAD define uma obra matemática como uma construção humana inacabada, pois entendemos que para aqueles que estão envolvidos na obra matemática o

processo é contínuo, e cada estágio proporciona técnica e tecnologia para outro estágio que se inicia a partir do anterior.

Por último, resta apenas verificar o domínio que se tem sobre essa obra matemática. Portanto o sexto momento, de acordo com Chevallard, Bosch e Gascón (2001), é a avaliação que se faz em torno da técnica e a habilidade adquirida para utilizá-la em outro tipo de situação. Assim, a avaliação está relacionada com a análise das possibilidades de aperfeiçoamento da técnica e de torná-la mais eficaz e com aplicação mais ampla.

6 Procedimentos metodológicos

O trabalho foi desenvolvido com alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Nova Andradina/MS, tendo a colaboração do professor regente da turma.

O pesquisador desempenha a função de coordenador de área de matemática do projeto “Além das Palavras” nessa escola – desenvolvendo ações de monitorar, assessorar, capacitar e orientar os professores de 1º ao 5º ano do ensino fundamental, apresentando-lhes sugestões para melhoria do processo de ensino e de aprendizagem –, por isso escolheu-se seguir os princípios da etnografia (ANDRE, 2008; MALINOWSKI, 1970) como metodologia.

As atividades foram desenvolvidas na sala de aula de forma individual no tempo determinado por uma hora/aula, com intervalo máximo de uma semana entre uma sessão e outra, aplicadas durante os meses de outubro a novembro de 2010. A distribuição de sessões se fez do seguinte modo: primeira sessão, aplicação da tarefa t_1 ; segunda sessão, aplicação da tarefa t_2 ; terceira sessão, justificativa para a técnica utilizada na resolução da tarefa t_1 ; quarta sessão, justificativa para a técnica utilizada na resolução da tarefa t_2 ; quinta sessão, gravações filmadas relatando os argumentos de alguns alunos em relação às técnicas e às tecnologias utilizadas na resolução das tarefas propostas.

Para efeito deste trabalho, limitamos a análise de registros e gravações de um único aluno, identificado por A_1 , com o intuito de proteger sua identidade. A pesquisa encontra-se em andamento, razão pela qual selecionamos os dados apenas da primeira e da terceira sessões.

7 Análise das atividades desenvolvidas pelos alunos

Faremos uma descrição das atividades propostas, com base nas sessões do trabalho e na análise de tarefas resolvidas por alunos do 5º ano do ensino fundamental, cujas situações-

problema são específicas ao campo das frações. Por ser um tema muito abrangente estudado durante o ano letivo pelos alunos, procuramos delimitar o trabalho de modo que a tarefa se limitasse em representar uma fração com o significado envolvendo a relação parte-todo.

A análise é feita com base na TAD, por isso não faremos menções sobre a “compreensão do conceito” de fração. Como já ressaltamos, o objeto de estudo dessa teoria refere-se aos elementos que compõem uma organização matemática, uma praxeologia, cuja construção se materializa na manipulação dos objetos ostensivos, através dos não ostensivos.

Para essa atividade matemática, nossa análise da prática dos alunos levará em conta as técnicas, a tecnologia e os objetos ostensivos empregados na sua resolução.

O estudo das atividades se faz a partir da primeira tarefa (t_1), como segue:

Numa cesta havia 12 laranjas e Pedro retirou 2 dessas laranjas. Como é possível representar a quantidade retirada por Pedro levando em conta o total de laranjas do cesto?

Figura 1: Enunciado da Tarefa t_1 .

A tarefa (t_1) tinha por objetivo verificar se o aluno conseguiria representar em forma de fração (a/b) a quantidade de laranja retirada por Pedro no total de doze laranjas, isto é, $2/12$. No entanto percebeu-se de imediato que o enunciado apresentava alguma carência de objetividade por permitir outras formas de representação que não fosse a fracionária, suspeita confirmada com a produção de alguns alunos. Para evitar que a mesma ficasse carente de sentido, foi acrescentado o seguinte item:

É possível representar de outras formas essa operação realizada por Pedro?

Figura 2: Segunda parte do enunciado da Tarefa t_1 .

No processo de aplicação, não interferimos com sugestões de técnicas apropriadas para a execução da tarefa, deixando os alunos com plena liberdade em modelar a situação-problema de acordo com suas ferramentas matemáticas e com a mobilização dos conhecimentos adquiridos que julgassem mais apropriados.

Tendo em vista que vivenciaram as frações em momentos anteriores, com ostensivos específicos, esperávamos que utilizassem apenas as representações canônicas (a/b) sem a observação de que o denominador deve ser diferente de zero por não estar em discussão nesse

nível de ensino. Porém o enunciado da tarefa fomentou a elaboração de variados tipos de técnicas como: operações básicas de adição e de subtração com números naturais e/ou números fracionários; representações pictóricas, folclóricas, geométricas e/ou fracionárias.

O aluno A_1 elabora seus primeiros registros apresentando primeiramente a técnica exposta a seguir:

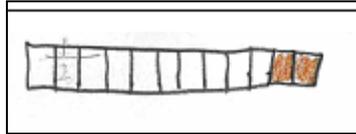


Figura 3: Técnica τ_1 para representar a tarefa t_1 .

Mesmo recorrendo à representação geométrica, A_1 preocupou-se primeiramente em utilizar o ostensivo que evidencia a forma a/b , conforme se verifica no segundo quadrinho da esquerda para direita. Possivelmente encontrando dificuldade, preferiu representar geometricamente e procurou apagar o registro anterior sem total sucesso, uma vez que ele pode ser visto ao fundo. Embora o desenho apresente visíveis irregularidades no tamanho de suas partes, parece evidente que havia a preocupação com essa regularidade pela forma retangular de cada quadrinho. Por ter sido feito à mão livre, manifesta-se uma irregularidade.

Apesar de parecer que o aluno inicialmente fez apenas dez retângulos, acrescentando dois posteriormente e colorindo-os, essa hipótese não se confirma, tendo em vista a justificativa apresentada por escrito (figura 5). Ressaltamos que o momento da justificativa foi desenvolvido de acordo com as orientações do quadro abaixo:

Com suas palavras, justifique o procedimento realizado para representar a ação de Pedro:

Figura 4: Enunciado da parte justificativa da Tarefa t_1 .

Para justificar a técnica τ_1 , A_1 descreve suas argumentações como segue:

(No) Na resposta do primeiro exercício um eu entendi que tinha 12 laranjas num cesto e Pedro tirou 2 então eu fiz um inteiro e dividi em 12 partes se Pedro tirou duas eu pintei dois quadrinhos que sobraram 10 (do) laranjas no cesto.

Figura 5: Justificativa do Aluno A_1 .

Verifica-se, nessa atividade, que o objeto ostensivo estabeleceu uma relação recíproca com o não ostensivo, ligado ao conceito de fração como uma relação entre parte-todo. A técnica, embora não seja a que se esperava, resolve plenamente a tarefa, e mesmo não tendo alto poder instrumental para fins de operação, tem alto potencial didático. De qualquer forma, ficou evidente que A₁ entendeu o objetivo da tarefa.

Na segunda parte da tarefa, o aluno deveria elaborar outra forma de representar o mesmo não ostensivo, conforme o enunciado descrito na fig. 2. Seu registro está representado a seguir:

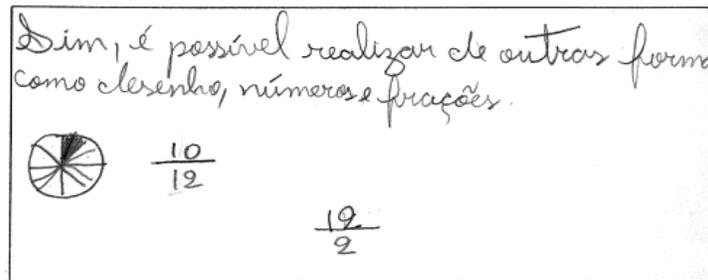


Figura 6: Outros ostensivos usados por A₁.

Se considerarmos somente o discurso inicial, seríamos levados a entender que na concepção do aluno “números e frações” preservam sentidos diferentes. Mas concluímos que essa interpretação não é verdadeira devido aos objetos ostensivos que tornam perceptíveis suas ideias.

Como o momento de estudo não segue uma sequência linear e nem cronológica, pelo registro da figura 6 pode-se verificar o surgimento de argumentos justificativos antes da exposição da técnica. Nessa atividade, ao pôr em evidência os diferentes objetos ostensivos, notam-se características distintas entre dois modelos de técnicas, pois A₁ elabora o primeiro modelo da esquerda com artifício geométrico, declarado como “desenho”, enquanto que as duas representações da direita são modelos numéricos, justificados como “números e frações”.

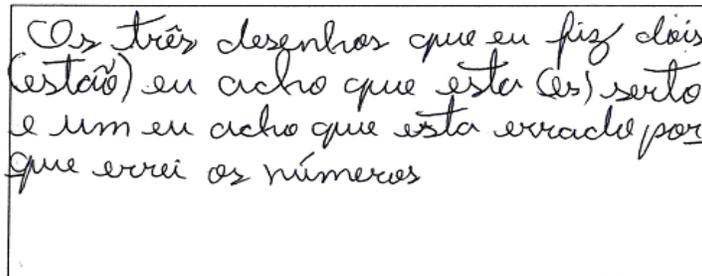
Apesar de aparentar ter bom domínio do tema em questão no uso da forma a/b, ocorre certa confusão. Ele se descuida e representa a parte que sobrou em relação ao total (10/12), e não o que foi tirado em relação ao total (2/12). Em seguida, representa a relação todo-parte (12/2), isto é, o todo para a parte retirada.

Outro momento de estudo é vivenciado. Os alunos estiveram justificando os objetos ostensivos, nesse caso específico, aos registros do quadro anterior (figura 6). Para realizar essa atividade, o aluno seguiu as instruções conforme descrito a seguir:

Justifique a segunda representação para essa operação realizada por Pedro:

Figura 7: Enunciado da parte justificativa dos ostensivos registrados na figura 6.

Na figura 8, a explicação do aluno mostra que tomou consciência da incorreção na sua forma de representar.



Os três desenhos que eu fiz dois (estão) eu acho que está (os) certo e um eu acho que está errado por que errei os números

Figura 8: Justificativa para técnica que A₁ utiliza nos registros da figura 6.

Pela explicação apresentada (figura 8), percebe-se que A₁ estava vivenciando outro momento de estudo: trabalho com a técnica. Ele percebeu que algumas técnicas empregadas não resolviam a tarefa, por isso consideramos que neste momento estava sendo vivenciado o trabalho com a técnica. Durante toda a execução da tarefa, as ações de A₁ evidenciaram o momento exploratório.

Para eliminar dúvidas quanto aos argumentos tecnológicos, entrevistamos o aluno separadamente do grupo, em outra semana. Nessa oportunidade, ele esclareceu que a forma correta seria $\frac{2}{12}$. Com isso, ele institucionalizou a solução da tarefa.

8 Considerações finais

Utilizando uma abordagem qualitativa, a TAD, juntamente com o método etnográfico, está nos proporcionando condições para analisar os registros simbólicos e argumentativos produzidos por um grupo de alunos para representar uma fração na forma canônica através da mobilização dos conhecimentos matemáticos adquiridos no processo didático.

Apesar de a análise para este trabalho estar voltada apenas para a atividade matemática elaborada por um aluno deste grupo (A₁), percebe-se de modo geral que o produto de uma atividade humana direcionada pela construção de uma organização matemática nem sempre se cristaliza no primeiro momento de estudo.

No caso específico do aluno A₁, conseguimos identificar alguns momentos de estudo que foram vivenciados e direcionados pelas tarefas propostas. Percebeu-se também uma evolução na manipulação dos objetos ostensivos e não ostensivos e a organização de certos elementos que formam parte dessa praxeologia matemática no campo das frações.

O êxito obtido nesse trabalho foi constatado no momento da institucionalização de uma solução para a situação problemática. Porém, como se trata de alunos 5º ano do ensino fundamental, é evidente que apresentem dificuldades no processo de estudo e uma necessidade de vivenciar diversas experiências didáticas que proporcionem a construção de uma praxeologia e o acesso a essa obra matemática. Fica, portanto, provada a necessidade de orientar os professores do ensino fundamental das séries iniciais quanto ao modo correto de elaborar e conduzir uma organização didática.

Referências Bibliográficas

ANDRÉ, Marli Eliza D. A.; LÜDKE, Menga. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EDUSP, 1986.

ANDRÉ, Marli Eliza D.A. **Etnografia da Prática Escolar**. 14. ed. Campinas: Papyrus, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Yves. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999 (Versão em espanhol não paginada).

_____; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CASABÓ, Marianna Bosch. **Un punto de vista antropológico: la evolución de los "instrumentos de representación" en la actividad matemática**. In: CUARTO SIMPÓSIO DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Huelva: Universidade de Huelva, 2001. Disponível em: <<http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas04SEIEM/IVsimposio.pdf>>. Acesso em: 19 nov. 2010.

MALINOWSKI, Bronislaw. **Uma teoria científica da cultura**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

SALES, Antonio. **Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de Licenciatura em Matemática**. 2010. Campo Grande, MS:PPGEDU/UFMS, 2010. Tese (Doutorado Educação).