ANÁLISE DA CONTRIBUIÇÃO DE UM LIVRO DIDÁTICO PARA A ARGUMENTAÇÃO NO ESTUDO DA GEOMETRIA

Jessica Martins de Souza Almeida[1]

Antonio Sales[2]

Resumo: O presente artigo é resultado de um projeto de pesquisa realizado com o objetivo de analisar os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental utilizado em uma escola publica de Nova Andradina. Observar como a argumentação está presente no ensino da matemática e na construção dos raciocínios *dedutivo, indutivo, abdutivo.* Traz a análise do conteúdo envolvendo a relação dos ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal. Os resultados mostram que há por parte da coleção uma preocupação em fixar um tópico de cada vez, fica ao aluno a tarefa de estabelecer relações, e deixam pouco espaço para que haja uma discussão de ideias e na construção do raciocínio.

Palavras-chave: Livro Didático. Argumentação. Dedução. Indução. Abdução.

1.Introdução

A presença da Matemática no ensino fundamental deve contribuir para a formação de um cidadão crítico e atuante e também promover o contato desse aluno com a verdadeira natureza da Matemática que consiste em estudar as relações entre grandezas, modelar regularidades, definir conceitos, conjecturar propriedades e justificar a validade delas. A esse respeito, destaca Veloso:

> [...] os objetivos do ensino da Matemática nos ensinos básico e secundário podem indicar-nos quais os caminhos que devem ser seguidos para uma tarefa essencial a que os professores não se podem furtar a ajudar os experimentar e compreender as características da Matemática como ciência, nomeadamente o papel da demonstração e das definições na sua construção [...]. A prática frequente pelos alunos da argumentação, da justificação das próprias afirmações e da procura de uma explicação em defesa das conjecturas que formulam, no decorrer das atividades de investigação, constituem modos válidos para melhorar o seu discurso matemático e as formas de exprimir os seus raciocínios (VELOSO, 1998, p. 360)

[1] Acadêmica de Matemática da Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul, Unidade de Nova Andradina. Bolsista da UEMS. jessicams_almeida@hotmail.com

[2] Professor da UEMS/ NA. profesales@hotmail.com

A argumentação utilizada para justificar as propriedades e as afirmações de que fala Veloso é um recurso importante, mas não é um conceito matemático e nem mesmo tem a sua origem na Pedagogia. Ela faz parte da Lógica e quando se trata da Matemática essa forma de abordagem tem o objetivo de desenvolver a capacidade de estabelecer relações entre vários objetos matemáticos sejam eles ostensivos, isto é, que podem ser percebidos pelos sentidos, ou não-ostensivos (BOSCH; CHEVALLARD, 1999), aqueles que não são percebidos pelos órgão dos sentidos.

Entendemos que há argumentação cujo objetivo é somente esclarecer e, nesse caso denominamos de argumentação explicativa, há aquela com o objetivo de convencer, de justificar. A esta última, denominamos de argumentação justificativa (TOULMIN, 2006; PLANTIN, 2008).

Uma argumentação está ligada diretamente ao raciocínio, mesmo que ambos (argumentação e raciocínio) sejam coisas distintas, no nosso contexto não achamos necessária a distinção por entendermos que a argumentação expressa o raciocínio e este se (re)elabora através dela (OLÉRON, 1987).

É nessa perspectiva, da inter-relação entre raciocínio e argumentação, que nos apropriamos do pensamento de Pierce (1983) segundo o qual há três tipos de raciocínio o *abdutivo, indutivo, dedutivo*. No raciocínio *dedutivo*, de inicio, é levado em conta os fatos e a conclusão que é retirada desses fatos. Ele nos ajuda nas aplicações das regras gerais a casos particulares, ou seja, prova que algo **deve ser**. A dedução é vista como a mais simples, parte de uma premissa maior para uma menor e não necessita de criatividade, pois, não adiciona nada além do que já se conhece. É muito útil para aplicar regras gerais a casos específicos.

Segundo Peirce (*apud* MARCOS; DIAS, 2005), o raciocínio *indutivo,* é mais do que uma simples aplicação de regra geral a um caso particular. A *indução* é a inferência de uma regra que parte do caso e do resultado. Sendo assim, ela acontece quando se generaliza a partir de certos números de casos em que algo é verdadeiro e dizemos então que determinada propriedade **atualmente é válida**. No entanto, essa conclusão pode estar sujeita a modificação na medida em que novos experimentos são realizados. É um argumento que utiliza de experimentos para concluir se as hipóteses são verdadeiras.

Essa modificação da conclusão não é uma possibilidade em Matemática tendo em vista que, nessa ciência, a indução se baseia em regularidades de entes abstratos e a conclusão é induzida algebricamente. Talvez seja oportuno lembrar que Pierce, como semiótico, não fala da indução matemática ou indução finita que se apoia na axiomática de Peano.

Portanto, a i*ndução*, no conceito de Pierce, é um raciocínio que emerge de *abduções* ou inferências. Emerge de hipóteses, de experimentos realizados, e conclui-se que as hipóteses são verdadeiras na medida em que as predições se confirmam.

Com respeito à *abdução* Peirce explica que é o processo para formar hipóteses explicativas e ajuda na compreensão de certos fenômenos. É o ponto de partida de um raciocínio indutivo. Ocorre quando o sujeito, após observar uns poucos exemplos, formula a hipótese de que algo **pode ser**.

O raciocínio *abdutivo* é o início de todas as descobertas científicas. A *abdução* é a adoção probatória da hipótese. Todas as ideias da ciência vêm através dela. Esse tipo de inferência consiste em estudar fatos e inventar uma teoria para explica-los.

De acordo com esse semiótico, um dos méritos da distinção entre os tipos de raciocínio está no fato de que algumas ciências apresentam o predomínio de alguma dessas inferências. Por exemplo, as ciências classificatórias como Botânica e Zoologia seriam essencialmente indutivas, já as outras como Biologia e Geologia seriam ciências de hipóteses. Segundo Júlio Pinto (*apud* MARCOS; DIAS, 2005) a *abdução*, embora ainda não amplamente reconhecida nos meios científicos, tem um papel muito importante no processo de aplicação da Lógica, tal como Peirce a propõe, pois é a responsável pela lógica da descoberta. Em seus escritos ele denomina a *abdução* alternativamente de *retrodução, hipótese e inferência hipotética*.

2. O Livro Didático

A opção pela análise do livro didático, do ponto de vista da sua contribuição para o desenvolvimento do raciocínio e do processo de argumentação, tem como suporte a perspectiva de que ele é uma fonte de aprendizagem.

Conforme os avaliadores do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) "o livro didático é recurso auxiliar no processo de ensino-aprendizagem" ele é tido como "um apoio importante para o trabalho do professor e uma fonte permanente para a aprendizagem do aluno" uma vez que "contribui para o processo de ensino-aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente" (BRASIL, 2011, p.9-13).

Nessa linha de raciocínio Sibila Llantada, Coordenadora Pedagógica do Colégio Marista de Porto Alegre, enfatiza que:

> O livro didático, uma vez adequado e alinhado ao projeto pedagógico do colégio, é uma das estratégias mediadoras entre o estudante e o conhecimento, estimulando a expressão e a realização de pesquisas em diversas áreas do conhecimento e a formação de leitores [tornando-se] uma referência para quem aprende, sua fonte primária de informação, um suporte teórico e prático, que traz uma organização possível dos conteúdos a serem desenvolvidos ao longo do ano letivo. Também, consiste em um instrumento com propostas de sistematização desses conteúdos, auxiliando na construção e aplicação de conceitos e conhecimentos (COLÉGIO MARISTA IPANEMA, 2012).

Reconhecendo essa importância do livro didático levantamos a questão que norteia este trabalho: qual a contribuição do livro didático adotado por determinada escola pública de Nova Andradina para o desenvolvimento da argumentação no estudo da geometria?

Por se tratar de um trabalho de iniciação científica a acadêmica, primeiramente, desenvolveu atividades com os alunos com a finalidade de encontrar um caminho que nos levasse até a resposta desta questão. Essas atividades foram realizadas em uma escola pública de Nova Andradina, em Mato Grosso do Sul, tendo participação de alguns alunos do 9º (nono) ano que se dispuseram a colaborar voluntariamente. As atividades foram realizadas em horário diferente aos de ensino regular (turno contrário) uma vez por semana em sessões de 01hora e 30 minutos, evitando transtornos ao programa escolar dos alunos.

As atividades foram iniciadas expondo a eles os objetivos do projeto e de algumas ideias básicas de geometria tais como: tipos de ângulos e paralelismo. Em seguida foram apresentadas atividades de fácil compreensão que tinham como objetivo verificar como a argumentação se manifesta, qual o tipo de argumentação que se faz presente e levar os alunos a fazerem induções. Enfatizamos que a nossa busca não era por uma argumentação qualquer, mas aquela que se apresenta durante a resolução de uma atividade didática de geometria (SOUZA; SALES, 2012).

Somente após esse contato e após analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos fomos buscar no livro didático, adotado na escola, indicativos de apoio ou não ao processo de argumentação por parte de alunos e professores.

O objetivo principal do projeto de pesquisa era analisar a contribuição do livro didático de matemática para o desenvolvimento da argumentação no estudo da geometria plana e, para proceder essa análise, tomamos como base as atividades desenvolvidas com os alunos anteriormente tendo como pressuposto que a argumentação se faz presente através de objetos ostensivos (figuras, texto, quadros ilustrativos). Por ostensivo estamos entendendo tudo aquilo que se capta pelos órgãos dos sentidos.

Esse é o sentido que lhe atribuem Bosch e Chevallar (1999) em oposição aos objetos não-ostensivos que são as ideias (ou conceitos como preferem outros autores). Segundo esses autores o nosso acesso aos objetos não-otensivos e a manipulação destes se dá através dos ostensivos. Nossa análise, portanto, se limitou ao que está posto no livro do aluno para orienta-lo no estudo.

A escolha da escola, por sua vez, teve como critério a proximidade e a familiaridade da acadêmica com o corpo docente e administrativo por ter sido aluna dessa escola durante toda a Educação Básica. Portanto, os critérios de escolha foram: acessibilidade e familiaridade. Como o nosso objetivo não era estudar a escola ou a didática praticada nela qualquer escola serviria.

Na referida escola a coleção de livros didáticos de matemática adotada é “Vontade de Saber Matemática”(SOUZA; PATARO, 2009). Em virtude disso optamos por analisar essa coleção.

A coleção foi aprovada pelo PNLD de 2010 cujos avaliadores assinalam que dentre os seus aspectos positivos está a contextualização e a exploração de temas interdisciplinares. No entanto, “Em vários momentos, a coleção privilegia a apresentação de algoritmos e de procedimentos em detrimento da abordagem de conceitos” (BRASIL, 2010, p. 93).

Tendo em vista que os avaliadores não entraram em detalhes, como por exemplo, se com respeito à geometria o livro trazia alguma abordagem diferente que pudesse contribuir para a argumentação ou desenvolvimento de algum tipo particular de raciocínio, entendemos que a afirmação era válida para o livro como um todo. No entanto, criamos um pressuposto de que havia a possibilidade de que em algum detalhe os autores tivessem fugido à regra geral, especialmente naqueles pontos onde a geometria, no nosso entender, mais contribui para que a argumentação se manifeste. A partir dessa perspectiva fizemos uma “visita” ao livro, especificamente aos tópicos que tratamos com os alunos (retas paralelas, retas transversais e ângulos entre elas).

Entendemos que o estudo dos ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal fornece um bom ponto de partida para desencadear um processo argumentativo.

A coleção foi analisada levando em conta esses fatores apresentados. Centramos nossa atenção no estudo das retas paralelas contratadas por retas transversais por ser o este o foco escolhido para trabalhar com os alunos e, também, em virtude da limitação de tempo.

No sexto ano a obra inicia a abordagem sobre ângulos no sétimo capítulo, que traz como titulo “Ângulos e Retas”. Inicia apresentando o tópico “As ideias de ângulos”, sem se preocupar em definir, apenas apresentando a ideia através de exemplos sobre ângulos de meia volta, uma volta inteira, um quarto de volta, e três quartos de volta. Em seguida afirma que: "O giro em torno de um ponto fixo dá a ideia de ângulo" (SOUZA; PATARO, 2009, p 143). A seguir o livro traz ilustrações que exemplificam a ideia de ângulo e suas aplicações.

Após essa introdução há uma serie de atividades relacionadas com o conteúdo apresentado anteriormente, que permite ao aluno utilizar o que já foi visto para resolvê-los, mas não há questionamentos que provoquem a necessidade de argumentar.

O que percebemos foi a preocupação em fixar um tópico de cada vez deixando para o aluno a tarefa de estabelecer relações. Há uma breve história do ângulo e indicações sobre o uso do transferidor para medir e construir ângulos. As atividades propostas são de aplicações diretas sem conter desafios que proporcionem um estímulo aos raciocínios *abdutivo*, *indutivo ou dedutivo*. Não vimos questionamentos que pudessem induzir a uma argumentação.

Na sequência são discutidas as ideias de retas e segmentos de retas, e o traçado de retas paralelas (fig.1).

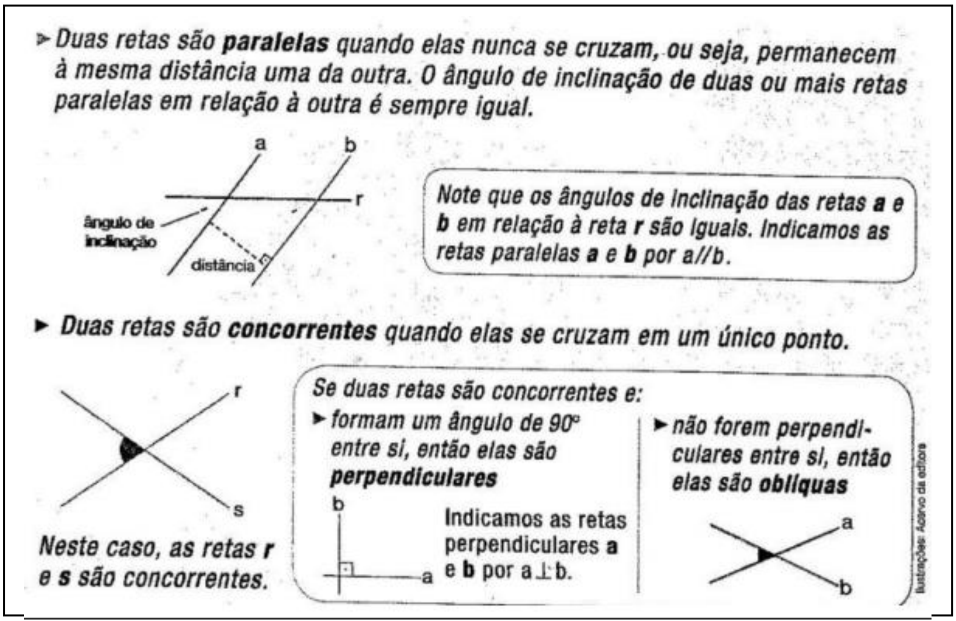


Figura 1. Ideias de retas e segmentos de reta.
Fonte: Souza; Pataro (2009).

Nesse ponto esperávamos encontrar questões como: temos duas retas que parecem ser paralelas. Tracemos uma reta transversal a ambas as retas dadas de modo que seja perpendicular a uma delas. Se as duas retas forem realmente paralelas o que deve acontecer com a transversal que é perpendicular a uma delas?

Entendemos que questões como essas induzem a um raciocínio dedutivo.

No sétimo ano, o capítulo reservado para falar sobre ângulos é o oitavo capítulo e novamente o autor retoma a ideia sobre ângulos, como medir e como construir. Em seguida traz a classificação dos ângulos, e exercícios relacionados com o que já foi trabalhado (fig.2). (p.189,190). Não são abordadas as questões sobre retas paralelas e transversais, e sim subdivisões e operações com graus.

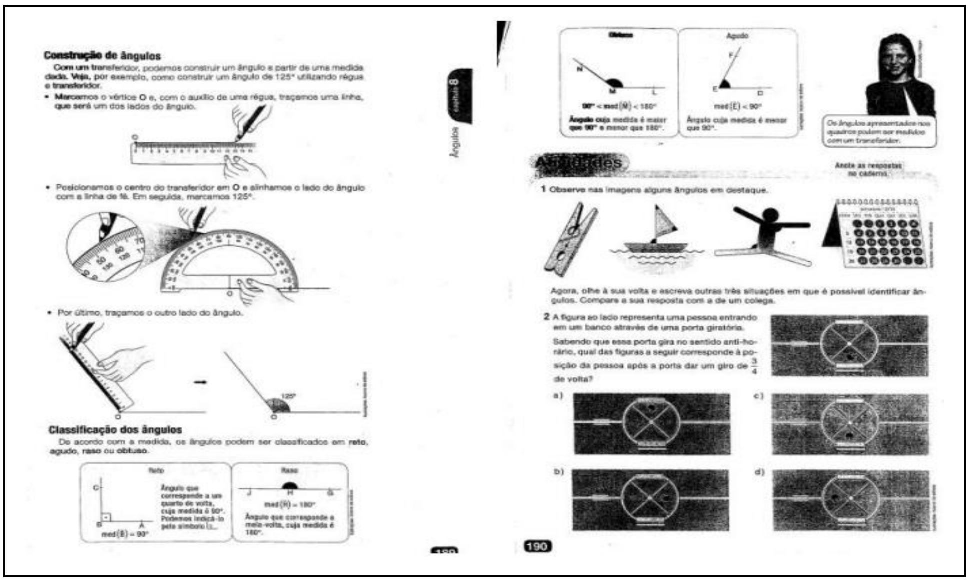


Figura 2. Retomando o estudo dos ângulos no sétimo ano.
Fonte: Souza; Pataro (2009, p. 189,190).

Para os professores que centralizam o estudo do sétimo ano em torno das equações, inequações, proporção, porcentagem e regra de três, os autores que incluem o tema da geometria de forma pouco articulada contribuem pouco para quebrar a rotina.

No oitavo ano, o primeiro capítulo do livro é dedicado ao estudo dos ângulos com aplicações ao cotidiano (fig.3). Retoma o uso do transferidor, a classificação dos ângulos, e aborda a questão do paralelismo e os ângulos que surgem dessa relação de retas paralelas e transversais. Em seguida é proposta uma atividade envolvendo a utilização dos conceitos expostos até então.

Tradicionalmente esse era ano em que a geometria era explorada nos livros didáticos, antes do PNLD. Os capítulos finais dos livros apresentavam uma vasta discussão sobre paralelismo e outros tópicos da geometria euclidiana na perspectiva dedutiva.

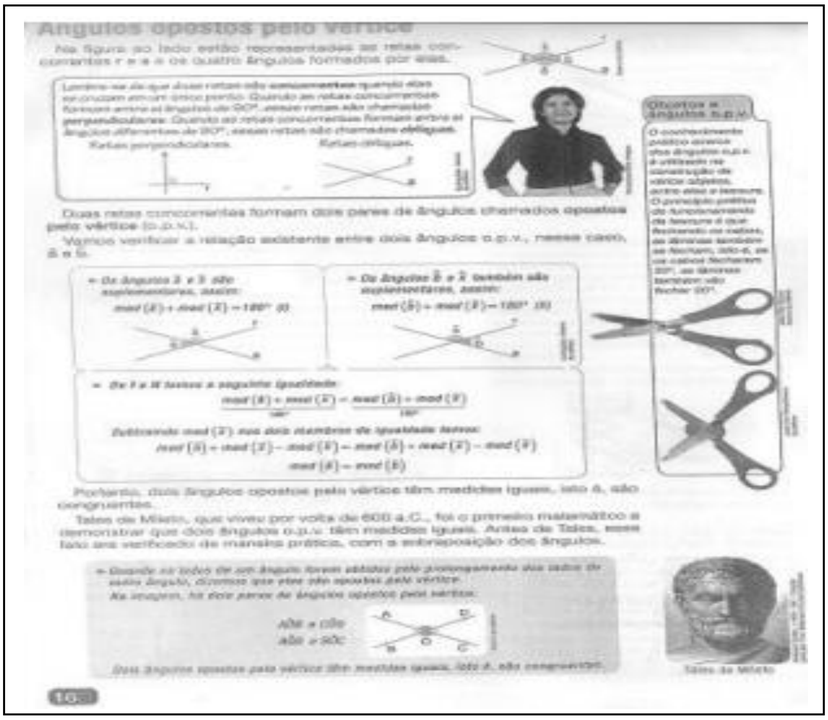


Figura 3. Ângulos opostos pelo vértice.
Fonte: Souza; Pataro (2009, p.16).

Após um breve estudo sobre a bissetriz o livro aborda ângulos opostos pelo vértice (figs.4 e 5)[3] e depois o estudo do paralelismo (figs. 6 e 7), sempre apresentando a resolução e deixando pouco espaço ou nenhum para discussões a respeito.

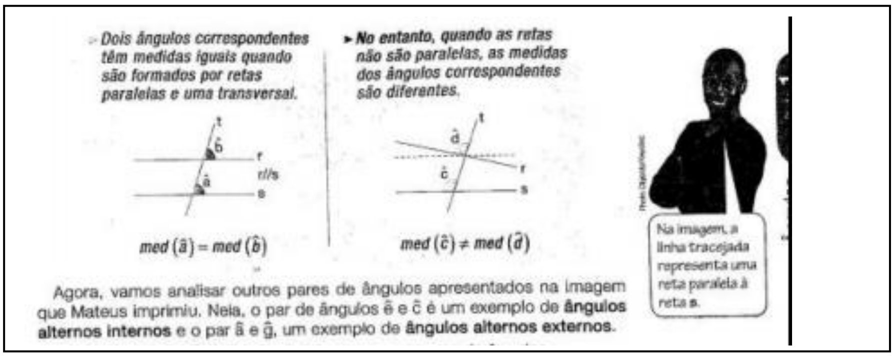
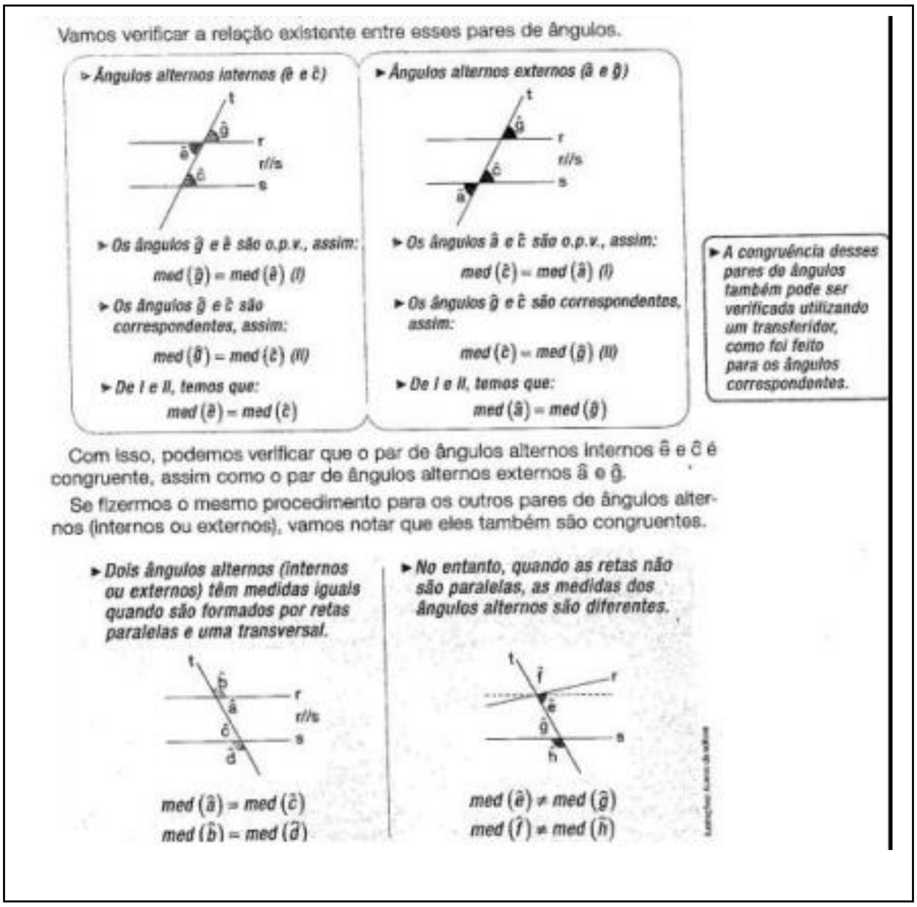


Figura 4. Paralelismo e ângulos alternos internos e externos.
Fonte: Souza; Pataro (2009, p.19).

[3] Algumas figuras foram fragmentadas e transformadas em duas para permitir a formatação do texto.



Vamos verificar a relação existente entre esses pares de ângulos.

► *Ângulos alternos internos ($\hat{e}$ e $\hat{c}$)*

► *Os ângulos $\hat{g}$ e $\hat{e}$ são o.p.v., assim:*

$med(\hat{g}) = med(\hat{e})$ (I)

► *Os ângulos $\hat{g}$ e $\hat{c}$ são correspondentes, assim:*

$med(\hat{g}) = med(\hat{c})$ (II)

► *De I e II, temos que:*

$med(\hat{e}) = med(\hat{c})$

► *Ângulos alternos externos ($\hat{a}$ e $\hat{g}$)*

► *Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são o.p.v., assim:*

$med(\hat{c}) = med(\hat{a})$ (I)

► *Os ângulos $\hat{g}$ e $\hat{c}$ são correspondentes, assim:*

$med(\hat{c}) = med(\hat{g})$ (II)

► *De I e II, temos que:*

$med(\hat{a}) = med(\hat{g})$

► *A congruência desses pares de ângulos também pode ser verificada utilizando um transferidor, como foi feito para os ângulos correspondentes.*

Com isso, podemos verificar que o par de ângulos alternos internos $\hat{e}$ e $\hat{c}$ é congruente, assim como o par de ângulos alternos externos $\hat{a}$ e $\hat{g}$.

Se fizermos o mesmo procedimento para os outros pares de ângulos alternos (internos ou externos), vamos notar que eles também são congruentes.

► *Dois ângulos alternos (internos ou externos) têm medidas iguais quando são formados por retas paralelas e uma transversal.*

$med(\hat{a}) = med(\hat{c})$

$med(\hat{b}) = med(\hat{d})$

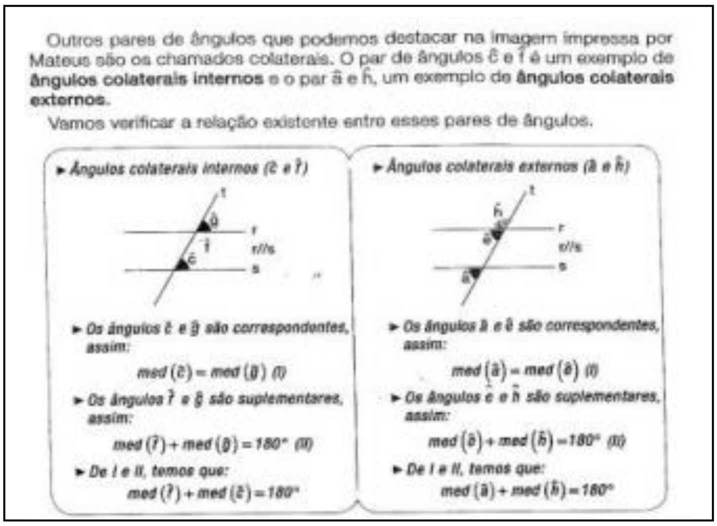
► *No entanto, quando as retas não são paralelas, as medidas dos ângulos alternos são diferentes.*

$med(\hat{e}) \neq med(\hat{g})$

$med(\hat{f}) \neq med(\hat{h})$

Figura 5. Paralelismo e ângulos alternos internos e externos.
Fonte: Souza; Pataro (2009, p.19).

Como se pode ver, as "respostas" são dadas no livro do aluno. O espaço para conjecturas e argumentação fica prejudicado. Não há estímulo ao desenvolvimento dos raciocínios *abudtivo, indutivo ou dedutivo.*



Outros pares de ângulos que podemos destacar na imagem impressa por Mateus são os chamados colaterais. O par de ângulos $\hat{c}$ e $\hat{f}$ é um exemplo de **ângulos colaterais internos** e o par $\hat{a}$ e $\hat{h}$, um exemplo de **ângulos colaterais externos**.

Vamos verificar a relação existente entre esses pares de ângulos.

► *Ângulos colaterais internos ($\hat{c}$ e $\hat{f}$)*

► *Os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{g}$ são correspondentes, assim:*

$med(\hat{c}) = med(\hat{g})$ (I)

► *Os ângulos $\hat{f}$ e $\hat{g}$ são suplementares, assim:*

$med(\hat{f}) + med(\hat{g}) = 180°$ (II)

► *De I e II, temos que:*

$med(\hat{f}) + med(\hat{c}) = 180°$

► *Ângulos colaterais externos ($\hat{a}$ e $\hat{h}$)*

► *Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{e}$ são correspondentes, assim:*

$med(\hat{a}) = med(\hat{e})$ (I)

► *Os ângulos $\hat{e}$ e $\hat{h}$ são suplementares, assim:*

$med(\hat{e}) + med(\hat{h}) = 180°$ (II)

► *De I e II, temos que:*

$med(\hat{a}) + med(\hat{h}) = 180°$

Figura 6. Ângulos colaterais internos e externos.
Fonte: Souza; Pataro (2009, p. 20).

Com isso, podemos verificar que o par de ângulos colaterais internos $\hat{c}$ e $\hat{f}$ são suplementares, assim como o par de ângulos colaterais externos $\hat{a}$ e $\hat{h}$.

Se fizermos o mesmo procedimento para os outros pares de ângulos colaterais (internos ou externos), vamos notar que eles também são suplementares.

- *Dois ângulos colaterais (internos ou externos) são suplementares quando eles são formados por retas paralelas e uma transversal.*

$med(\hat{b}) + med(\hat{c}) = 180°$
$med(\hat{a}) + med(\hat{d}) = 180°$

- *No entanto, quando as retas não são paralelas, os ângulos colaterais não são suplementares.*

$med(\hat{f}) + med(\hat{g}) \neq 180°$
$med(\hat{h}) + med(\hat{e}) \neq 180°$

20

Figura 7. Ângulos colaterais internos e externos.
Fonte: Souza; Pataro (2009, p. 20).

Os exercícios propostos a seguir são de aplicação direta das definições e dos exemplos expostos. Não induz a uma reflexão sobre propriedades matemáticas apresentadas. Embora haja a preocupação com a "contextualização dos conteúdos matemáticos" [...] e "com textos que exploram temas interdisciplinares e possibilitam ao aluno refletir acerca de condutas éticas em diversas situações socioambientais e culturais" conforme foi destacada pelos avaliadores do PNLD, "a coleção privilegia a apresentação de algoritmos e de procedimentos em detrimento da abordagem de conceitos" (BRASIL, 2010,p. 90-93).

3 Considerações Finais

Embora a coleção estimule o trabalho em grupo e, na perspectiva dos avaliadores do PNLD, ela incentiva discussões esse espaço não foi observado o que constatamos é que, no que diz respeito ao estudo da geometria plana, tendo em vista que após a exposição do tema os autores propõem uma relação de exercício de "aplicação" da teoria exposta e poucos deles abrem espaço para o debate ou conjecturas. Nos tópicos analisados não foi percebida a provocação para que o aluno refletisse sobre o que estava sendo estudado e justificasse as respostas apresentadas e a coleção não privilegia o desenvolvimento da argumentação.

4 Referências

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y.. Ostensifs et Sensibilité aux Ostensifs dans l'activité Mathématique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 19/1, 77-124, 1999.

BRASIL. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2011: Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

COLÉGIO MARISTA IPANEMA. **Importância do livro didático**. Disponível em:<http://colegiomarista.org.br/ipanema/ambiente-de-aprendizagem/a-importancia-do-livro-didatico, 2012 > Acesso em: 25 de jun. 2012.

MARCOS, S. T.; DIAS, I. C.. **As espécies de raciocínio**: Dedução, Indução e Abdução. 2005, artigo disponível em: <http://pt.scribd.com/doc/39907730/raciocinio-doc> acessado em: 28/05/2012

OLÉRON, P. **L´Argumentation**. 2. ed. Paris: PUF, 1987.

PEIRCE, C. S. **Escritos coligidos**. 3. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Coleção Pensadores)

PLANTIN, C.. **A argumentação**. São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de Saber Matemática**. São Paulo: FTD, 2009.

SOUZA, J. M.; SALES, A. A contribuição da argumentação no estudo da geometria por alunos do ensino fundamental. In: **VI SESEMAT- Seminário Sul-mato-grossense de Pesquisa em Educação Matemática,** 2012, Campo Grande. VI SESEMAT. Campo Grande: UFMS, 2012.

TOULMIN, S. E. **Os usos do argumento**. 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

VELOSO, E. **Formalização em Geometria**: Temas Actuais. Instituto de Inovação Educacional, Lisboa: Portugal, 1998. Disponível em www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/MC02128926734.pdf Acesso em: 25 abr. 2011.