

ESTUDO DE PROPORCIONALIDADE E PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO MENTAL

Maria José Santana Vieira Gonçalves - UFMS

José Luiz Magalhães de Freitas - UFMS

RESUMO: Este artigo apresenta de uma forma geral considerações sobre uma pesquisa em andamento, cujo objetivo geral é investigar a aprendizagem de conceitos de proporcionalidade e procedimentos de cálculo mental empregados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de situações-problema que envolvam o raciocínio proporcional. Sua relevância está no fato de considerarmos que são muitas as contribuições da resolução de problemas e do cálculo mental para a aprendizagem da Matemática. Para atingir o objetivo da pesquisa busca-se aporte na Teoria das Situações Didáticas (Brousseau), por meio de situações-problema que permitam ao aluno participar da construção e evolução do seu conhecimento. Os procedimentos de investigação adotados são os previstos pela Engenharia Didática (Artigue): análises preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori. A fim de dar fundamentação teórica e didática à pesquisa foi realizado nas análises preliminares, um levantamento bibliográfico sobre as concepções de proporcionalidade e sobre o cálculo mental. Os estudos realizados permitiram delimitar algumas variáveis importantes que foram consideradas durante a concepção das atividades da sequência didática. Na fase da experimentação os dados serão coletados por meio de observações realizadas durante as sessões de atividades da sequência didática a ser desenvolvida em classe. Com o objetivo de fazer, caso necessário, ajustes na sequência didática previamente elaborada, foi aplicado um teste piloto. Na análise a posteriori desse teste constatou-se algumas das previsões elencadas na análise a priori. Observou-se também, durante a aplicação do teste, o quanto os alunos recorrem aos algoritmos quando realizam cálculos. Esperamos, ao concluir esta pesquisa, contribuir para a aprendizagem da Matemática bem como levantar novas questões para o avanço dos estudos sobre o tema investigado.

Palavras-chave: Proporcionalidade. Cálculo Mental. Ensino Fundamental.

Introdução

O ensino e aprendizagem de Matemática vêm, ao longo de muito tempo, sendo tema de diversos estudos e pesquisas, na sua maioria, em busca de alternativas que possam contribuir para minimizar dificuldades de aprendizagem da mesma. Dentre os estudos que abordam a questão da aprendizagem da Matemática chamam atenção as pesquisas realizadas em diversos países como Espanha, Argentina e França, as quais relatam contribuições que o cálculo mental pode trazer para a aprendizagem da Matemática.

Despertam também interesse as pesquisas que apontam uma relação positiva entre o cálculo mental e a resolução de problemas. No relato de suas experiências, Butlen e Pezard (2000,p.5) destacam que “uma prática regular de cálculo mental libera espaço mental para resolver problemas.” Afirmam ainda que essa prática constante permite aumentar as

capacidades de iniciativas dos alunos, fazendo com que estes explorem, de maneira rápida, diferentes formas de resolverem um problema.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) orientam para os procedimentos de cálculo a serem trabalhados, sobretudo nas séries iniciais do Ensino Fundamental, enfocando o cálculo mental, escrito, exatos e aproximados, envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais. Destacam também que “os procedimentos de cálculo mental constituem a base do cálculo aritmético que se usa no cotidiano”.

Entretanto, conforme afirmam Guimarães e Freitas (2007,p.1), “(...) as escolas brasileiras, em sua maioria, se limitam em utilizar o cálculo escrito e o exato.” Correa (1997) também verificou em sua pesquisa que “o que predomina são algoritmos escritos.”

Essa constatação suscita uma grande preocupação, pois como destaca Pais (2006,p.104), “um dos problemas do ensino dos algoritmos decorre da concepção equivocada de que as ações neles previstas podem ser apenas memorizadas, em detrimento de sua compreensão, como se esse nível de aprendizagem estivesse fora dos objetivos escolares.”

Diante da realidade brasileira que se apresenta em relação ao trabalho com o cálculo mental e considerando as pesquisas que relatam as contribuições desse tipo de cálculo para a aprendizagem da Matemática surgiu-nos um questionamento: seria possível trabalhar com procedimentos de cálculo mental durante o estudo de algum conceito matemático?

A resposta a esse questionamento nos pareceu ser afirmativa considerando o estudo de conceitos de proporcionalidade, pois dentro desse setor de estudo, os problemas propostos envolvem operações dos campos aditivos e multiplicativos, possíveis de serem realizados por meio do cálculo mental.

Por outro lado, o fato de muitas situações da vida cotidiana funcionarem de acordo com as leis de proporcionalidade, como destacam os PCN (BRASIL,1998), reforça a necessidade do domínio dos procedimentos de cálculo mental para aplicá-los no dia a dia.

Considerando as propostas dos PCN (BRASIL,1998) quanto ao cálculo mental e a proporcionalidade, bem como algumas contribuições do cálculo mental para a aprendizagem da Matemática, apontadas pelas pesquisas, acreditamos ser possível propor uma pesquisa que investigue a aprendizagem de proporcionalidade tendo o cálculo mental como procedimento de cálculo na resolução de problemas propostos.

Sendo assim, apresentamos essa pesquisa, ora em andamento, cujo objetivo geral é *investigar aprendizagem de conceitos de proporcionalidade e procedimentos de cálculo mental empregados por alunos do 7º ano do ensino fundamental durante a resolução de*

situações-problema que envolvam o raciocínio proporcional. Para atingir este objetivo buscase aportes nos referenciais teóricos e metodológicos descritos a seguir.

Referencial Teórico

A teoria utilizada em nossa pesquisa é a Teoria das Situações Didáticas desenvolvida na França por Guy Brousseau (1986). Tal escolha justifica-se pelo fato dessa teoria tratar de formas de apresentar, a alunos, conteúdos matemáticos, possibilitando análise e compreensão do fenômeno da aprendizagem de conteúdos específicos de Matemática em sala de aula, envolvendo professor, aluno e o conhecimento matemático.

A Teoria das Situações Didáticas envolve assim, a tríade que compõe o sistema didático: o professor, o aluno e o saber, não deixando, no entanto, de considerar o meio ao qual pertencem o aluno e o professor. E é sobre esse meio que o professor pode inferir, propondo alterações e novos problemas, desestabilizando então o sistema didático e propiciando ao aluno momentos para que ocorra a aprendizagem por *adaptação*, conforme denominou Brousseau (1986). As situações descritas na teoria de Brousseau são por ele classificadas em situação didática e situação adidática.

Uma situação didática é descrita por Brousseau (apud Freitas, 2008, p.80), como

um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição.

Em nossa pesquisa, ao propormos aos alunos uma atividade envolvendo o conteúdo de proporcionalidade dentro de um contexto que lhe faça sentido e orientarmos que seja resolvido utilizando como procedimentos de cálculo o cálculo mental, estamos vivenciando uma situação didática.

Se ao comunicarmos o problema ao aluno formos capazes de provocar uma motivação para que o aluno o aceite como sendo seu e queira resolvê-lo, estaremos realizando uma *devolução* (Brousseau, 1986).

A situação adidática ocorre conforme palavras do próprio Brousseau (apud Pais, 2002, p.68), “quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo (...)”. É, portanto, na situação adidática que ocorre a

aprendizagem por parte do aluno, pois é nesse momento que o aluno agindo independentemente apropria-se dos conceitos em estudo.

Para examinar as relações envolvidas no processo de elaboração do conhecimento matemático do aluno, Brousseau desenvolveu uma tipologia de situações didáticas onde descreve os procedimentos realizados pelo aluno no seu caminhar para o saber matemático. Essa tipologia é composta pelas situações de ação, formulação, validação e institucionalização.

Uma *situação de ação* acontece quando o aluno age tentando encontrar uma solução para o problema proposto pelo professor, sem se preocupar em citar a teoria envolvida no conteúdo em estudo. É uma ação mais experimental.

Ocorre uma *situação de formulação* quando durante o processo de busca, ou na apresentação da solução do problema, o aluno já destaca alguma teoria e faz uso de conhecimentos adquiridos anteriormente. O que caracteriza essa situação então são as afirmações (formulações) que o aluno faz referente às suas conclusões ou descobertas.

Constata-se uma *situação de validação* quando o aluno, na resolução do problema proposto, faz uso de provas com a intenção de justificar por meio da teoria ou de argumentos que ele considera válidos, a solução apresentada. Dessa forma, o aluno tenta convencer o outro da validade de algo que ele acredita.

As *situações de institucionalização* ocorrem com a intervenção do professor junto ao aluno para nesse momento sistematizar e fazer uma síntese dos conhecimentos sobre o conteúdo em questão, podendo até apresentar o conteúdo matemático envolvido de uma maneira formalizada.

É, portanto, com esse tipo de situações que pretendemos trabalhar em nossa pesquisa, nos colocando enquanto pesquisador, na função de promotor de situações didáticas, visando levar o aluno a se tornar participante e responsável por sua aprendizagem através da provocação de situações didáticas de ação, formulação e validação.

Referencial Metodológico

A Engenharia Didática desenvolvida por Artigue (1988) foi escolhida como nosso referencial metodológico. Esta teoria caracteriza-se como uma forma de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa em Educação Matemática e acreditamos estar em concordância com nosso referencial teórico.

Em nossos estudos observamos que a Engenharia Didática contempla tanto a dimensão teórica, como um produto de uma análise a priori (caso metodológico da pesquisa),

quanto a experimental, como sendo uma produção do ensino (caso das sequências de aula em sala).

A Engenharia Didática é caracterizada na concepção de Artigue (apud Machado 2008, p.235), “(...) como um esquema experimental baseado sobre realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino”.

Em relação aos procedimentos metodológicos para nossa pesquisa, adotamos os propostos pela Engenharia Didática: análises preliminares; concepção e análise a priori das situações didáticas; experimentação; análise a posteriori e validação.

Os passos dados na pesquisa

Quanto às *análises preliminares* para a construção da engenharia consideramos o conceito matemático de proporcionalidade em questão; a análise do funcionamento do ensino atual em relação ao conteúdo proposto a partir da observação de livros didáticos atuais de Matemática e do programa curricular que direciona o ensino no ano escolar em que será realizada a experimentação.

A fim de obter subsídios que pudessem fundamentar nossa pesquisa, nos campos didático e matemático, realizamos um levantamento bibliográfico buscando conhecer o que existe na literatura matemática sobre o conteúdo matemático em estudo, ou seja, a proporcionalidade. Pesquisamos ainda dados que pudessem indicar possíveis entraves ou dificuldades quanto ao uso do cálculo mental e a aprendizagem de conceitos de proporcionalidade.

Visando esclarecer a noção de cálculo mental que adotamos em nossa pesquisa, julgamos necessário alguns esclarecimentos nesse sentido.

O Cálculo Mental

A expressão cálculo mental por vezes gera determinadas dúvidas quanto à sua definição, pois para alguns significa fazer cálculos “de cabeça”, com rapidez e mecanicamente. Para outros, o termo é entendido como a realização de cálculos sem uso de lápis e papel e operando somente com valores exatos. Parra (2006,p.186), verificou que a expressão cálculo mental “para algumas pessoas, está associada à repetição de memória das

tabuadas de multiplicação; para outras, representa uma capacidade admirável que possuem algumas pessoas.”

No entanto, não abordamos o cálculo mental por esse prisma em nossa pesquisa. Adotamos como noção de cálculo mental, o que Wolman (2006, p.13) nomeou como o

conjunto de procedimentos que, analisando os dados a tratar, se articulam sem recorrer a um algoritmo preestabelecido, para obter resultados exatos ou aproximados. Mais precisamente, ele se caracteriza pela presença de uma diversidade de técnicas que se adaptam aos números em jogo e aos conhecimentos (ou preferências) do sujeito que as emprega.

Consideramos ainda dois aspectos complementares do cálculo mental, abordados por Anselmo e Planchette (2006). O primeiro seria “o cálculo mental automatizado que pede pouco esforço, porque se apóia sobre resultados completamente memorizados e disponíveis instantaneamente”. Em nossa pesquisa consideramos o cálculo mental automatizado não como cálculos decorados sem compreensão, mas o cálculo institucionalizado como saber matemático, adquirido a partir de situações que envolvem o sistema de numeração decimal e as propriedades das operações. Desta forma, o cálculo automatizado será adotado como um instrumento a ser utilizado como estratégias de cálculo na resolução de situações-problema durante a aprendizagem de proporcionalidade.

O segundo aspecto abordado por Anselmo e Planchette (2006, p.6) é o cálculo mental pensado, onde

os resultados são obtidos por uma reconstrução pessoal. (...) Para um mesmo cálculo os procedimentos variam de acordo com os indivíduos, o momento e o contexto onde o cálculo é proposto. Os procedimentos são elaborados a partir de propriedades implícita ou explicitamente conhecidos das operações (comutativa, distributiva e associativa).

Quando, em nossa pesquisa, olhamos o cálculo mental sob essa perspectiva, estamos dando a este uma atenção especial quanto à compreensão dos procedimentos de cálculos empregados.

Portanto estamos considerando os procedimentos de cálculo mental diferente dos adotados quando se utiliza um algoritmo, pois segundo Wolman (2006, p.13), o algoritmo

consiste numa série de regras aplicáveis em uma ordem determinada, sempre do mesmo modo, independentemente dos dados que garantem alcançar o resultado buscado num número finito de passos. As contas convencionais que se utilizam para resolver as operações constituem procedimento desse tipo: nelas se recorre a uma única técnica para uma operação dada, sempre a mesma, independente de quais sejam os números em jogo.

Concordamos com Parra (1996), quando afirma que o objetivo central do trabalho do cálculo mental não se resume somente a liberar espaço mental ou à rapidez para realizar cálculos. Segundo a autora, o cálculo mental traz outras vantagens ao educando. Suas principais hipóteses são de que: (a) As aprendizagens no terreno do cálculo mental influenciam na capacidade de resolver problemas; (b) O cálculo mental aumenta o conhecimento no campo numérico; (c) O trabalho de cálculo mental habilita para uma maneira de construção do conhecimento que favorece uma melhor relação do aluno com a Matemática; (d) O trabalho de cálculo pensado deve ser acompanhado de um aumento progressivo do cálculo automático.

Proporcionalidade

Para direcionar e orientar nosso trabalho na fase da elaboração das atividades que comporiam a sequência didática realizamos uma pesquisa bibliográfica sobre as concepções de proporcionalidade.

Destacamos Costa (2005) que, em sua dissertação de mestrado, apresenta um panorama sobre a forma como é apresentado o conteúdo de proporcionalidade em livros didáticos dos anos 70, 80 e 2000. Em sua análise, Costa observou que a disposição do conteúdo de proporcionalidade vem após o estudo de equação do 1º grau, o que influencia no uso de regra de três como procedimento de resolução das situações propostas. Constatou ainda que as técnicas fundamentais utilizadas nas resoluções dos exemplos e ou exercícios resolvidos nos livros observados foram modelagem fracionária, modelagem proporcional e modelagem algébrica. Não apareceu a utilização da redução à unidade em nenhum dos livros pesquisados.

Nos estudos realizados por Barreto (2001) encontramos os problemas de proporcionalidade sendo resolvidos por meio das estratégias do valor unitário e funcional. A pesquisadora ainda destaca em seu trabalho a incidência de procedimentos aditivos nas situações consideradas e apresentação de dificuldades dos alunos em relação às categorias de problemas.

Schliemann e Carraher (1997) comprovaram em sua pesquisa sobre proporcionalidade envolvendo crianças em sala de aula e crianças trabalhadoras que estavam fora da sala de aula, as diversas estratégias apresentadas por elas durante a resolução de problemas de proporcionalidade. Tais estratégias foram classificadas como escalar, funcional e regra de

três. Analisaram também as facilidades e as dificuldades relacionadas a um determinado tipo de estratégia. Mereceu ainda destaque em seus estudos a importância do contexto proposto nas atividades envolvendo proporcionalidade.

Encontramos em Post, Behr e Lesh (1995) um estudo sobre o raciocínio proporcional e sua importância no aprendizado da álgebra. Os pesquisadores apresentam os métodos de resolução que julgam pertinentes de serem estudados antes do algoritmo padrão e que são por eles denominados de taxa unitária, fator de mudança e interpretação gráfica da proporcionalidade.

A partir das análises realizadas em relação ao conteúdo matemático de proporcionalidade foi possível delimitar nosso objeto de estudo, a fim de atingir o objetivo proposto de trabalhar com o cálculo mental. Dessa forma, optamos por trabalhar com grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

Na segunda fase da engenharia, a fase da *análise a priori*, elaboramos atividades que compõem a sequência didática, considerando algumas variáveis didáticas, como contexto (familiar, práticas sociais, compras e vendas); forma de apresentar a atividade (oral, escrita); campo numérico (inteiros, decimais); valores das grandezas (pequenas e grandes quantidades) e operações (um procedimento de cálculo, mais de um procedimento de cálculo).

Essas variáveis podem determinar o nível de complexidade das atividades. As atividades podem ser mais simples quando envolverem, por exemplo, uma combinação das seguintes variáveis: contexto (compra e venda); campo numérico (números inteiros) e operações (apenas um procedimento de cálculo). No entanto, as atividades podem ser mais complexas quando combinarem as variáveis: contexto (práticas sociais); campo numérico (números racionais) e operações (mais de um procedimento de cálculo).

A sequência didática elaborada contém situações-problema que pretendem propiciar ao aluno uma melhor compreensão dos conceitos de proporcionalidade, que lhe permita utilizar estratégias próprias e procedimentos de cálculo mental durante as resoluções das mesmas.

A terceira fase, a *experimentação*, está prevista para março de 2009 e será realizada em uma escola pública da cidade de Campo Grande, com 15 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Entretanto, antes da realização da experimentação aplicamos uma sessão piloto, em novembro de 2008, com um grupo de 10 alunos do 6º ano. O ano escolar não foi o mesmo previsto na pesquisa porque os alunos do 7º ano já haviam estudado o conteúdo de proporcionalidade nessa época do ano letivo e isso poderia influenciar nos resultados

esperados em nossa sequência didática, haja vista que a mesma é uma sequência de aprendizagem.

O objetivo da sessão piloto foi testar o que estava planejado na análise a priori e a tempo, efetuar alguns ajustes que julgássemos necessários. No início da sessão os alunos foram orientados a resolver a atividade mentalmente, sem utilizar lápis e papel, e ao encontrar uma possível solução deveriam apresentá-la aos colegas sob a coordenação da pesquisadora. Foi combinado com o grupo que só poderia falar um aluno por vez, pois a “aula” estava sendo gravada para constituir um posterior protocolo para análise.

Apresentamos a seguir uma amostra de uma das situações-problema que foram aplicadas na experimentação piloto, seguida da análise a priori e da análise a posteriori.

A pesquisadora propôs a seguinte atividade aos alunos: “O carro de Raul consome, em média, 8 litros de combustível a cada 100 km rodados. Para percorrer 300 km, quantos litros de combustível seu carro gastará?”²⁰

Análise a priori da atividade

Essa atividade coloca em jogo as seguintes variáveis: contexto (práticas sociais); forma de apresentar a atividade (oral); campo numérico (número inteiro) e operações (um procedimento de cálculo: adição ou multiplicação).

O objetivo desta atividade é levar o aluno a compreender que existe uma relação proporcional entre as grandezas envolvidas, e que nesse caso, quando uma grandeza aumenta, a outra grandeza também aumenta na mesma razão. Isso é o argumento que se espera que o aluno possa usar quando estiver fazendo a validação de sua resposta.

Nessa atividade o aluno pode buscar a solução por meio da estratégia escalar que levaria a uma solução como: “300 km são três vezes mais que 100 km, então é preciso três vezes mais combustível, isto é, 8 vezes 3, o que dá 24 litros”. Outra forma de resolução, também escalar, mas substituindo a multiplicação por adições sucessivas seria: “se com 8 litros o carro percorre 100 km, com 16 litros percorre 200 km e com 24 litros percorre 300 km.”

Estudos realizados por Carraher e Schliemann (1993) mostram que este tipo de problema seria de fácil solução utilizando a estratégia escalar, por apresentar números numa ordem que vai de “números menores para números maiores”.

²⁰ CAVALCANTE, L. G., SOSSO, J., et al. *Para saber Matemática*. 2ª ed. São Paulo:Saraiva, 2007.6ª série (7º ano), p.164.

Quanto aos cálculos, estes poderiam ser realizados mentalmente, sendo necessário apenas o domínio da tabuada ($8 \times 3 = 24$) ou adição de números com um ou dois algarismos ($8+8=16$, $16+8=24$, que poderia ser feito: $10+6+8=10+14=24$).

Uma dificuldade que poderia surgir na resolução do problema estaria relacionada à estratégia funcional, onde o aluno iria buscar saber quantos quilômetros seriam percorridos com um litro, o que o levaria a realizar mentalmente a divisão de 100 por 8, que daria 12,5 km ($100:2 = 50$; $50 :2 = 25$; $25 :2 = 12,5$). Depois teria que realizar a divisão de 300 por 12,5 para então obter 24 litros como resultado, o que poderia ser efetuado como $300:(25/2)$; o que equivale a $600:25=6 \times 100:25=6 \times 4=24$.

Análise a posteriori

A atividade foi proposta oralmente ao grupo de alunos que mostrou interesse em buscar uma solução para o problema caracterizando, segundo Brousseau, uma *devolução*. Vários alunos apresentaram soluções para o problema, algumas certas e outras erradas, o que pode ser entendido à luz do nosso referencial teórico como uma *ação* dos alunos. Relatamos o caso da aluna Ana. A princípio a aluna mostrava-se insegura e antes de fazer sua exposição ao grupo dizia: “Prof^a eu acho que a minha [resposta] está errada”. No entanto Ana apresentou uma resposta como prevista na análise a priori, resolvendo o problema por meio da estratégia escalar e usando adições sucessivas. Na formulação de Ana: “em 100 km tem 8 litros, aí pensei em somar $8+8+8$ que dá 24 litros”. Quando questionada pela pesquisadora sobre o porquê da soma, a aluna respondeu que somou porque se “o carro ia andar mais, então ele ia gastar mais”. Observou-se que a aluna, aos poucos, foi se tornando confiante e passou a *argumentar* com um colega que não havia entendido sua solução num primeiro momento. Em relação ao cálculo realizado mentalmente, observou-se que este parecia já fazer parte do repertório (cálculo automatizado) da aluna.

Os alunos que apresentaram soluções consideradas erradas para a situação-problema demonstraram não haver percebido a existência da relação proporcional entre as grandezas, nesse caso, que quando uma aumenta a outra também aumenta.

A pesquisadora constatou, durante a sessão piloto, que a maioria dos alunos do grupo recorria aos algoritmos para realizarem os cálculos presentes nas atividades. Mesmo sem disporem de lápis e papel, os alunos simulavam o lápis com um dos dedos e tocavam a carteira como se estivessem escrevendo. Alguns pareciam escrever no ar com o dedo. Outros,

quando solicitados que explicassem os cálculos realizados, relatavam os passos próprios dos algoritmos.

Considerações finais

O ensino da Matemática, de modo geral, ainda é caracterizado por um ensino “pronto e acabado” que oferece poucas oportunidades para o aluno participar do processo de construção do seu conhecimento. Com vista a mudar essa realidade, estudiosos apostam no ensino da Matemática por meio da resolução de problemas. No entanto, trabalhar com resolução de problemas exige certa capacidade no ato de calcular. Os estudos realizados até então nesta pesquisa, indicam a possibilidade de um trabalho sob essa perspectiva, que aborde a aprendizagem de conceitos de proporcionalidade a partir da resolução de situações-problema ao mesmo tempo em que propõe condições para desenvolver estratégias do cálculo mental.

Diante do exposto, acredita-se que o trabalho do professor/pesquisador consiste, como afirma Brousseau (2006,p.49), em “propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que ele elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor”.

A análise da experimentação piloto contribuiu com indícios de que os referenciais teóricos e metodológicos adotados deram suporte para que se apresentasse ao aluno situações-problema dentro de um contexto que o possibilitou participar da construção do saber em jogo. Durante a resolução dos problemas o aluno teve liberdade para elaborar estratégias próprias de resolução e utilizar procedimentos de cálculo mental que julgou mais eficaz para a situação em questão.

Ao concluir esta pesquisa, esperamos contribuir com a compreensão da aprendizagem de conceitos de proporcionalidade juntamente com procedimentos de cálculo mental, bem como levantar novas questões para o avanço dos estudos sobre o tema investigado.

Referências Bibliográficas

- ANSELMO,B.; PLANCHETTE,P., Le calcul mental au collège: nostalgie ou innovation? **Repères IREM**. n. 62, p. 5-20, Metz: Topiques Editions, 2006.
- BARRETO,I.M.A.,**Problemas verbais multiplicativos de quarta-proporcional:a diversidade de procedimentos de resolução**.Dissertação de mestrado.PUC-SP,2001.
- BOULAY, S.; LE BIHAN, M.; VIOLAS, S. Le calcul mental. **Mathématiques**, 2004. Disponível em:< http://jclebreton.ouvaton.org/IMG/doc/Le_calcul_mental.doc.> Acesso em 03 de abr. / 2008.

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. V. 3: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA C., SAIZ, I., et al. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006. p.48-72.
- BUTLEN, D.; PEZARD, M. et al., Calcul mental et resolution de problèmes numériques au début du college, **Repères-IREM**, n. 41, p.5-24, Metz: Topiques Editions, Metz, 2000.
- CAVALCANTE, L.G., SOSSO, J., et al., **Para saber Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Saraiva, 2007. 6ª série (7º ano), p.164.
- CORREA, J.; MOURA, M. L. S., A solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental. **Revista Psicologia: Reflexão e Crítica** [Porto Alegre], vol. 10, n.1, 1997.
- COSTA, R.C. **Panorama de um estudo sobre razões e proporções em três livros didáticos**. Dissertação de mestrado. PUC-SP, 2005.
- FREITAS, J.L.M. "Teoria das Situações Didáticas". In: MACHADO, S.A. (Org). **Educação Matemática: uma nova introdução**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008. p.77-111.
- GÓMEZ, B., La enseñanza del cálculo mental. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. n.4, 2005. p.17-29.
- GOMES, M.L.M., **O cálculo mental na história da Matemática escolar brasileira**, 2007. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicação Científica/Trabalhos/CC27901025620T.doc>. Acesso em 10 de abr./ 2008.
- GUIMARÃES, S. D., FREITAS, J. L. M., **Um olhar sobre o papel do cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental**. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicação Científica/Trabalhos/CC79180990100T.rtf>. Acesso em 04 de abr./ 2008.
- MACHADO, S.D.A. "Engenharia Didática". In: M.S. (Org). **Educação Matemática: uma nova introdução**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PUC, 2008. p.77-111.
- MORES, M. E. T., CAETANO, J. J., O cálculo mental e suas contribuições para a resolução de problemas. **Revista Eletrônica Lato Sensu**, ano 3, n.1, mar de 2008. Disponível em: < <http://web03.unicentro.br/especialização/revista/edicao3/humanas/CHCalculoMent.pdf>>. Acesso em 26 de abr./ 2008.
- PAIS, L.C. **Ensinar e aprender Matemática**. 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- PARRA, C., "Cálculo mental na escola primária". In: PARRA C., SAIZ, I., et al. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.
- POST, T.; BEHR, M.; LESH, R. "A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra". In: COXFORD, A.; SHULTE, A. **As idéias da álgebra**. 4ª ed. São Paulo: Atual, 1995.
- SCHLIEMANN, A.D., CARREHER, D.W. "Razões e proporções na vida diária e na escola". In: SCHLIEMANN, A.D., CARREHER, D.W., et al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2ª ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.
- WOLMAN, S. **Cálculo mental con números naturales: apuntes para la enseñanza**, 1ª ed., Buenos Aires: Secretaria de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2006.