

## PRÁTICAS E SABERES DE ESTUDANTES EM FASE PREPARATÓRIA PARA O VESTIBULAR SOBRE MÚLTIPLOS E DIVISORES

Maysa Ferreira da Silva - UFMS

José Luiz Magalhães de Freitas - UFMS

**RESUMO:** Este artigo relata uma pesquisa em andamento no curso de mestrado em Educação Matemática, cujo objetivo principal é analisar práticas e saberes de estudantes que já concluíram o ensino médio e pretendem ingressar no ensino superior. Sua finalidade principal é contribuir com o avanço dos estudos sobre esse tema, bem como propor aos estudantes que participam desta pesquisa, momentos de reflexão sobre o ensino e aprendizagem de conceitos concernentes à divisibilidade no conjunto dos números inteiros. Por meio de uma abordagem etnográfica, pretende-se destacar aspectos didáticos e conceitos relacionados ao tema. Para isso, além da análise de documentos e de entrevistas, a observação participante também é utilizada como procedimento metodológico nesta pesquisa. Essa pesquisa está sendo realizada a partir da análise de práticas efetivas de um grupo de alunos de um curso preparatório para o vestibular num contexto de ações afirmativas. Visando diagnosticar conhecimentos prévios dos alunos com relação a este conteúdo, no final do ano de 2008 foram realizadas três sessões experimentais em sala de aula, para as quais foi feita uma pré-análise, da qual apresentaremos aqui alguns elementos. Para esta análise estão sendo utilizadas algumas noções da teoria antropológica do didático, propostas por Yves Chevallard, tais como: praxeologia, momentos de estudo e registros de linguagem. Para a realização da parte experimental dessa pesquisa está prevista a realização de aproximadamente dez sessões, as quais serão realizadas semanalmente durante o primeiro semestre do ano de 2009. Após cada sessão será feita uma breve análise para avaliar e replanejar as atividades para a sessão seguinte, propondo avanços ou retomadas, numa perspectiva de desenvolvimento dinâmico.

**Palavras Chave:** Divisibilidade. Praxeologia. Saberes Escolares.

### Considerações Iniciais

Neste artigo apresentamos resultados preliminares de uma pesquisa em andamento cujo objetivo é analisar práticas e saberes de estudantes que participam do curso preparatório para o vestibular, no contexto de ações afirmativas, relativos à resolução de problemas que envolvem conceitos de divisibilidade. Enfatizando mais particularmente aspectos relacionados à resolução de problemas, usando o conceito de múltiplos e divisores.

A pesquisa visa contribuir com os educadores matemáticos no sentido de melhor compreender o ensino deste tema. Objetivando também questionamentos do próprio grupo de estudantes sobre sua prática e produção dos conhecimentos envolvendo múltiplos e divisores.

A escolha desse tema se deve ao fato de que, no âmbito escolar, os estudantes são convidados a rediscutir, repensar e reconstruir conceitos e estratégias geralmente abordados no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, conforme propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN). Além disso, tais conteúdos aparecem frequentemente em

questões de exames pré-vestibulares e há evidências de que o índice de acertos é baixo. Diante desses fatos, decidimos analisar práticas e estratégias utilizadas pelos estudantes desse curso pré-vestibular, diante de problemas envolvendo tais conteúdos.

Partimos de nossa prática enquanto educadora no ensino de matemática na educação básica e percebemos que os estudantes traziam dificuldades em conceitos básicos, que muitas vezes, constituem-se obstáculos para a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos. Desta forma a opção por este tema fundamenta-se também nesta constatação, pelo fato do grupo que estamos realizando a pesquisa fazer parte de nosso campo de atuação docente.

O curso preparatório para o vestibular tem a finalidade de possibilitar o acesso e permanência dos diversos grupos étnicos de baixa renda no ensino superior. Este grupo é formado por jovens e adultos afro-descendentes, índio-descendentes, portadores de necessidades especiais e brancos.

A composição das turmas que integram o curso preparatório é definida através de critérios específicos de acordo com o estatuto da Instituição, a saber: cotas de 45% afro-descendentes, 05% de índio-descendentes, 05% de portadores de necessidades especiais e 45 % de brancos; além de carta de intenção contendo as condições sócio-econômicas do candidato(a) e ser aluno(a) da rede pública ou de associações comunitárias.

Na parte experimental deste trabalho, optamos por uma abordagem do tipo etnográfico, conforme caracterização feita por André (1995). Como instrumento de análise, priorizamos as noções da teoria antropológica do didático, proposta por Chevallard (2002).

### **Categorias de Análise**

Usaremos o termo *categorias de análise* como conceitos que o pesquisador destaca em determinada teoria e que possam ser significativas na pesquisa desenvolvida.

Face aos objetivos propostos temos, na teoria que sustenta nossa pesquisa, as seguintes categorias de análise: Praxeologia, Momentos de Estudo e Registro de Linguagem.

A organização praxeológica está dividida em Organização Didática e Organização Matemática, relacionadas de forma dialética. A organização didática refere-se à maneira de fazer escolhas quanto à forma de apresentação durante o *processo* e a organização matemática à abordagem de conteúdos matemáticos, que consideramos como *produto*.

A organização matemática é composta por quatro elementos que estão divididos em dois blocos: prático técnico e tecnológico teórico. Fazem parte do primeiro bloco o tipo de tarefa (T) e a técnica ( $\tau$ ) e do segundo bloco a tecnologia ( $\Theta$ ) e a teoria ( $\Theta$ ). Sendo de forma

geral, assim representado: [  $T, \tau, \Theta, \Theta$  ]. Neste contexto, encontram-se duas noções interligadas: tarefa e tipos de tarefa. Cada tipo de tarefa reúne um conjunto de tarefas e existe pelo menos uma técnica que permita resolver as tarefas do mesmo tipo. Tarefa é uma atividade específica, de caráter particular. Para explicar ou fundamentar a técnica é preciso ter uma tecnologia, a qual por sua vez também é explicada por uma teoria matemática. Toda técnica tem pelo menos um embrião de tecnologia, Chevallard (2002).

Os momentos de estudo podem ser considerados como modelo funcional do processo de estudo das Organizações Matemáticas, que estão propostas em seis momentos ou dimensões do processo de estudo. Estes momentos estão apresentados na teoria em determinada ordem, sendo que a sua efetivação depende da realidade funcional. Os momentos são: momento do encontro com um tipo de tarefa; exploração de um tipo de tarefa e elaboração de uma técnica; constituição de um entorno tecnológico e teórico relativo a uma técnica; trabalho da técnica; institucionalização e avaliação.

Os registros de linguagem fazem parte do conjunto das organizações matemáticas, podendo ser diferenciados em dois tipos: objetos ostensivos e não ostensivos. Os objetos ostensivos são aqueles que têm certa materialidade, e que são identificados pelos órgãos do sentido como a visão, audição, paladar, tato e olfato. Enquanto que os não-ostensivos são aqueles abstratos tais como idéias, crenças, intuições e também os conceitos matemáticos. Os objetos ostensivos e não-ostensivos encontram-se dialeticamente, por exemplo: os conceitos da aritmética são elaborados a partir da manipulação dos diferentes registros de linguagem ligados ao domínio da aritmética. Chevallard (2002).

## **Metodologia**

No desenvolvimento de nossa pesquisa, nos baseamos em técnicas metodológicas frequentemente utilizadas na etnografia, as quais sugerem como instrumentos de investigação a análise de documentos, a observação participativa e a entrevista. Estamos buscando articular essas técnicas com os seguintes objetivos específicos:

1. Análise de atividades matemáticas que envolvem os conceitos de múltiplos e divisores em livros didáticos e questões de vestibulares ou provas oficiais;
2. Análise de documentos instituídos oficialmente relativos a múltiplos e divisores;
3. Investigação das técnicas e tecnologias relacionadas a múltiplos e divisores, por estudantes desse curso preparatório para o vestibular, diante alguns tipos de tarefas;

4. Investigação dos registros de linguagens usadas pelos estudantes desse curso preparatório para o vestibular frente às práticas de resolução de problemas relativos a múltiplos e divisores.

A utilização prática dos instrumentos de coleta e análise de dados, visando atingir os objetivos específicos, será implementada conforme as seguintes ações:

1. Análise de documentos instituídos e efetivamente usados pelos gestores educacionais em sua prática efetiva, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, Guia do Livro Didático e Livros Didáticos, nos possibilitará apropriarmos os saberes contidos nestes documentos para poder realizar a observação participante.
2. Observação participante tem por objetivo identificar as práticas, saberes e as diferentes linguagens presentes nas resoluções dos problemas realizadas pelos estudantes.
3. Entrevista aos alunos, permitirá maior exploração dos argumentos matemáticos utilizados na resolução dos problemas propostos.

### **Uma breve análise da experimentação prévia**

Durante o segundo semestre de 2008 foram realizadas três sessões, com estudantes da turma de 2008, com objetivo de realizar atividades em sala sobre o tema, para serem utilizadas como instrumento para a coleta e análise de dados de nossa pesquisa.

A primeira sessão, da qual participaram 12 estudantes, teve uma duração de aproximadamente 30 minutos. Nela optamos por trabalhar com três atividades, que tiveram como objetivo retomar os conceitos de múltiplo, divisor, divisível, resto da divisão e divisão exata.

Por uma questão de limite de espaço no presente trabalho, apresentamos somente a atividade referente à terceira questão da primeira sessão. A escolha desta questão foi motivada pelo intenso debate que a mesma gerou no grupo durante seu desenvolvimento.

A questão 3 da primeira sessão foi assim enunciada:

- Responda as perguntas e justifique sua resposta:
- a) 0 é divisível por qualquer número?
- b) 1 é múltiplo de qualquer número?
- c) Os números divisíveis por dois são os números pares?

- d) Os números divisíveis por cinco são somente aqueles que terminam em 0?
- e) Todo número diferente de 0 é divisor dele mesmo?
- f) Se um número é divisível por 2 e por 3 simultaneamente, então ele será também divisível por 6?
- g) Se um número é divisível por 3 então ele é divisível por 9?

A segunda sessão durou aproximadamente 15 minutos e teve a participação de 8 estudantes. Nela buscou-se resgatar as discussões da sessão anterior, mais especificamente sobre a terceira questão. Para tanto, listamos as respostas registradas na folha de questões contendo as respostas dos alunos, com o objetivo de analisar coletivamente quanto à eficiência e veracidade das mesmas, do ponto de vista matemático.

A terceira e última sessão teve duração de 45 minutos aproximadamente e dela participaram nove estudantes. Nela foram apresentados oito itens com o objetivo de trabalhar com o conceito de número primo.

Para o desenvolvimento das atividades optamos por trabalhar em dupla, com o objetivo de propor discussão e reflexões das tarefas propostas. Cada estudante recebeu uma folha com questões, contendo espaço livre para cada um fazer as suas anotações.

Sugerimos que fizessem uma leitura inicial das questões individualmente, caso houvesse alguma dúvida no entendimento ou sobre o significado de algum termo deveriam questionar. Em seguida, fizemos uma leitura coletiva tirando as dúvidas manifestadas pelos estudantes, para então iniciar o trabalho em dupla.

Segundo Bosch e Chevallard (1999) o registro escrito é valorizado culturalmente pela escola. No entanto, em nossa experimentação prévia alguns estudantes manifestaram certa resistência quanto ao uso desse ostensivo. Observamos que, no momento do registro escrito, eles perguntaram se não poderiam usar somente a linguagem falada, argumentando que escrever daria muito trabalho. Nesse momento eles foram informados de que essas duas formas de expressão eram importantes e que, portanto, além de falar deveriam também escrever. Mesmo sabendo que poderiam escrever as respostas na língua materna, sem utilizar a simbologia matemática, observamos que eles preferiam a oralidade, muitas vezes completando com a linguagem gestual, para justificar as respostas das questões apresentadas, deixando o registro para um segundo plano.

Com relação à questão 3 apresentada acima, dos doze participantes apenas dois justificaram todas as respostas usando o registro escrito. Quatro justificaram somente uma ou

duas das alternativas. Os outros seis se limitaram a responder por escrito, somente com **sim** ou **não**.

**Item a.) 0 é divisível por qualquer número?**

Vale lembrar que já havíamos discutido, na questão anterior, o significado do termo divisível, tanto na matemática como no senso comum, e por isso não houve necessidade de voltar à discussão.

A tarefa acima pode ser classificada no seguinte tipo de tarefa: verificar se um número é divisível por outro número. Porém este tipo de tarefa trouxe certa dificuldade, pois a tarefa envolvia o número zero.

É provável que para alguns estudantes este fosse o primeiro encontro ou o reencontro com esse tipo de tarefa, onde o zero encontrava-se em questão.

Acreditamos que por este motivo houve um diferencial na participação do debate deste item, de forma geral, todos participaram sejam de forma oral ou escrita, o que não aconteceu com a mesma intensidade no desenvolvimento das outras questões.

Um dos primeiros questionamentos deu-se em relação ao número zero ser ou não pertencente ao conjunto dos números naturais. Uma vez que havíamos combinado no grupo que nos restringiríamos ao conjunto dos números naturais. Após algumas discussões chegamos ao consenso que admitiríamos o zero como elemento pertencente ao conjunto dos números naturais.

Descrevemos abaixo alguns argumentos extraídos do grupo, utilizados para justificar a veracidade das questões apresentadas. Usamos o termo argumento como sendo elemento tecnológico.

1º) Todo número multiplicado por zero é zero.

2º) Todo número dividido por zero dará zero e não terá resto.

3º)  $0:19=0$ ;  $0:11=0$ ;  $0:19$ .

4º) Multiplicar zero pelo divisor.

5º) O resultado será zero.

Na avaliação do grupo, o 1º e 2º argumentos são os que melhor justificam a tarefa, considerando-a mais completa.

Quanto ao 3º argumento, consideraram que estava correto, porém faltavam dados para que o argumento fosse completo podendo ser um exemplo para os argumentos 1º e 2º.

Os argumentos 4º e 5º não foram aceitos por eles, sendo caracterizados como incompleto e insuficiente. E fizeram as seguintes observações: na 4ª argumentação faltou falar

do resto. E na 5ª outras consideraram difícil a compreensão, que deveria ter uma melhor redação.

Porém, o grupo não pensou no caso do zero ser divisor de zero. Ao levantarmos esta questão, concordaram que os argumentos serviriam no caso de o “número qualquer” não ser zero. E relembrou a frase “não dividirás por zero”.

Ao revermos nossa atuação enquanto observadora participante, percebemos que o 3º argumento não foi discutido com muita profundidade, uma vez que o grupo não fez a discussão durante a avaliação das justificativas apresentadas.

#### Item b.) **1 é múltiplo de qualquer número?**

Esta tarefa requer que o aluno verifique e retome o conceito de múltiplo e o utilize no caso particular concernente ao número 1.

Neste item basicamente dois argumentos diferentes foram apresentados, sendo eles:

1º) Nenhum número multiplicado por 18 dará 1.

2º)  $2 \times 1 = 2$ ,  $3 \times 1 = 3$ ... $18 \times 1 = 18$ , portanto o número 1 sempre estará presente na multiplicação.

O segundo argumento foi apresentado oralmente por um participante do grupo. Diante o argumento apresentado questionamos novamente ao grupo qual era a definição de múltiplo. Apesar de já termos discutidos nesta sessão esta definição.

O grupo apresenta então a definição: “os múltiplos são aqueles que estão no resultado da tabuada”, e voltam ao primeiro argumento apresentado tomando-o como exemplo.

#### Item c.) **Os números divisíveis por dois são os números pares?**

Esta questão para eles era clara. Provavelmente por isso, para a maioria bastava responder sim, não havendo necessidade de justificá-la.

Insistimos que fizessem algum registro mesmo que fosse bem simples. Os dois registros foram:

1º) {2, 4, 6, 8...}.

2º) Dois é par e seus múltiplos são pares.

#### Item d.) **Os números divisíveis por cinco são somente aqueles que terminam em 0?**

Não houve dúvida nesta questão, imediatamente oralmente indicaram como incompleta. Novamente insistimos que registrassem algo, somente dois alunos registram e usaram o mesmo argumento.

- Também são os terminados em 5.

Item f) **Se um número é divisível por 2 e por 3 simultaneamente, então ele será também divisível por 6?**

Esta questão também não gerou muito debate. Os estudantes prontamente apresentaram dois argumentos:

1º) O próprio m.m.c entre 2 e 3 dará 6.

2º)  $D=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24\}$

$D=\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

$D=\{6, 12, 18, 24, 30\}$

Item g) **Se um número é divisível por 3 então ele é divisível por 9?**

Esta questão não gerou muito debate logo foi apresentaram um contra exemplo, os argumentos usados foram:

1º)  $D=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$D=\{9, 18, \dots\}$

6 é divisível por 3 e não é divisível por 9.

2º) Os números 3, 6, 12, 15 etc. Não são divisíveis por 9.

### **Considerações Finais**

As três sessões realizadas até o momento foram de grande importância para nossa pesquisa, uma vez que nos apontaram situações referentes algumas dificuldades, tanto sobre a organização prática (gravações, duração da sessões, entre outros), quanto ao aproveitamento das intervenções durante as sessões.

No final de cada sessão fizemos uma breve avaliação com a intenção de consolidar o planejamento da próxima, sendo esta uma prática importante em nossa pesquisa.

Nesta análise preliminar das sessões, percebemos que o nível de dificuldade das tarefas influenciou na argumentação. As tarefas que eram consideradas mais fáceis por parte do grupo de estudantes eram as que eles mais apresentaram resistência de fazer qualquer registro. Enquanto que as tarefas avaliadas pelo grupo de estudantes como mais difíceis, foram as mais ricas tanto no registro oral como no escrito.

### Referências Bibliográficas

- ANDRÉ, M.E.D.A. *Etnografia na prática escolar*. Campinas-SP, Papirus, 1995.
- BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental – *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BOSCH, M., CHEVALLARD, Y. *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique*. In: Recherche en Didactique des Mathématiques, vol 19, n° 1, pp. 77–124, 1999. Disponível em:< [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite\\_aux\\_ostensifs.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf) > acesso em 20 de fevereiro 2009.
- CHEVALLARD, Yves. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: a abordagem antropológica*. In Atas da Universidade de Verão realizada na cidade Rochelle. Clermont-Ferrand: Editora do IREM, 1998.
- CHEVALLARD, Yves. *La Transposition Didactique. Du Savoir savant au savoir enseigné*. Paris: Pensée Sauvage, 1991.
- CHEVALLARD, Yves. *Organiser l'étude Ecologia et Regulation*, Atas da 11ª Escola de Verão de Didática da Matemática, pela Editora La Pensée Sauvage: 2002.